



自主系统协同控制

自动化系 李元龙

饮水 2021年6月8日 国荣校



李元龙

助理教授 博士生导师

2020年入选**国家优青**

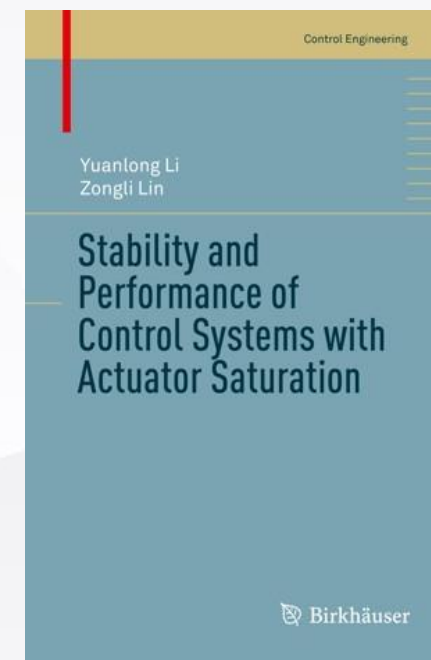
2016年中国自动化学会**优秀博士学位论文奖**

2013年 **“关肇直” 奖**



□ 研究方向

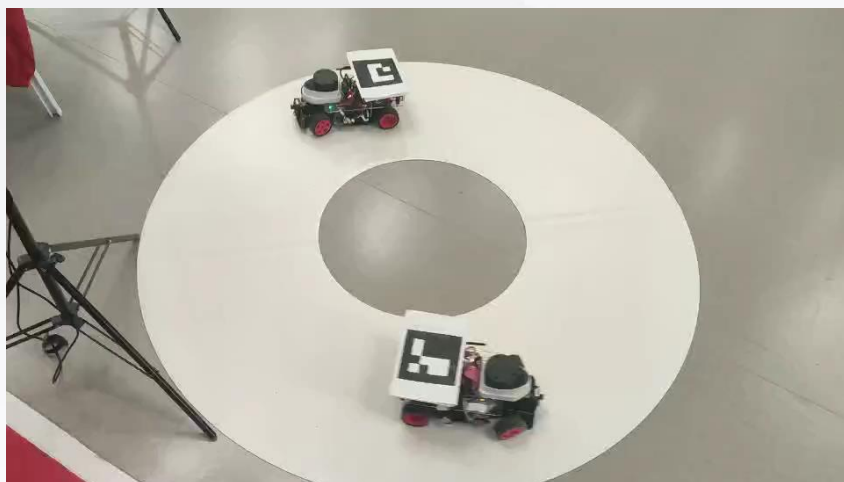
■ 饱和约束控制



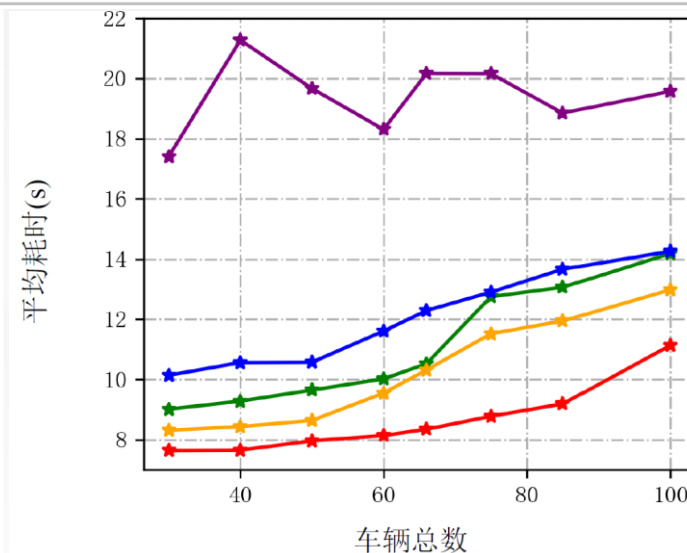
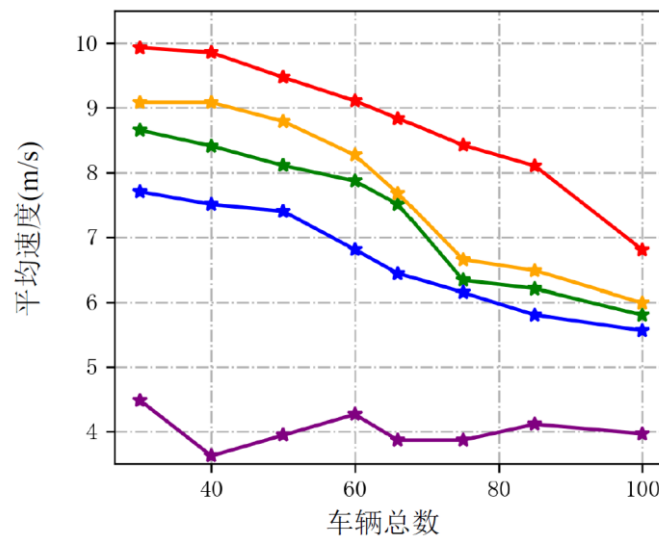


□ 研究方向

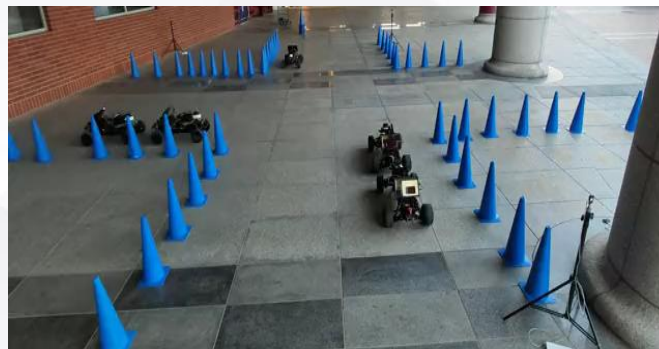
■ 受限多智能体系统



◆ 交通灯调度 ◆ 文献[14] ◆ 文献[21] ◆ 单车调度 ◆ 编队调度



编队调度策略的平均速度最快，平均耗时最短



单车调度



编队调度

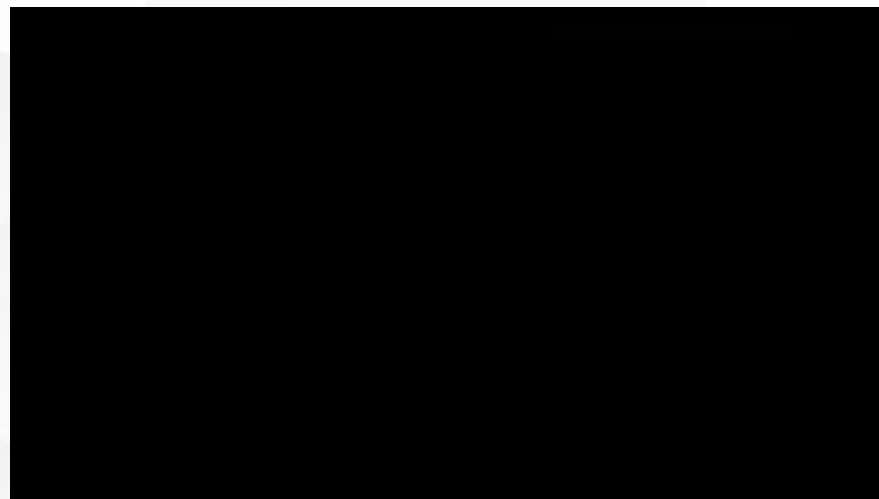


自主系统协同控制

- 问题来源与发展
- 一致性基础知识
- 复杂条件一致性
- 编队与蜂拥



【问题来源与发展】





□ 团结就是力量



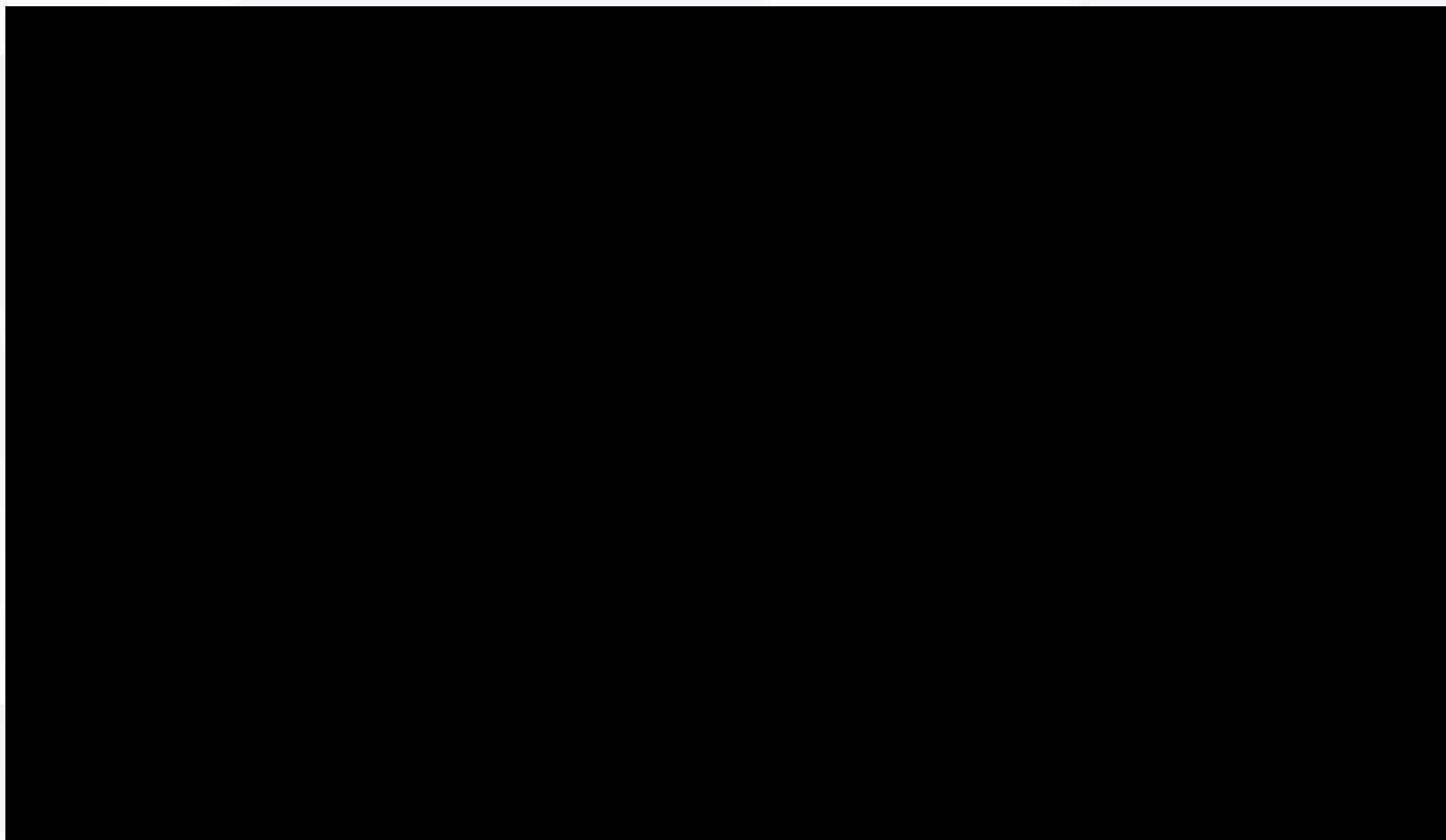


□ 自然现象





□ 自然现象



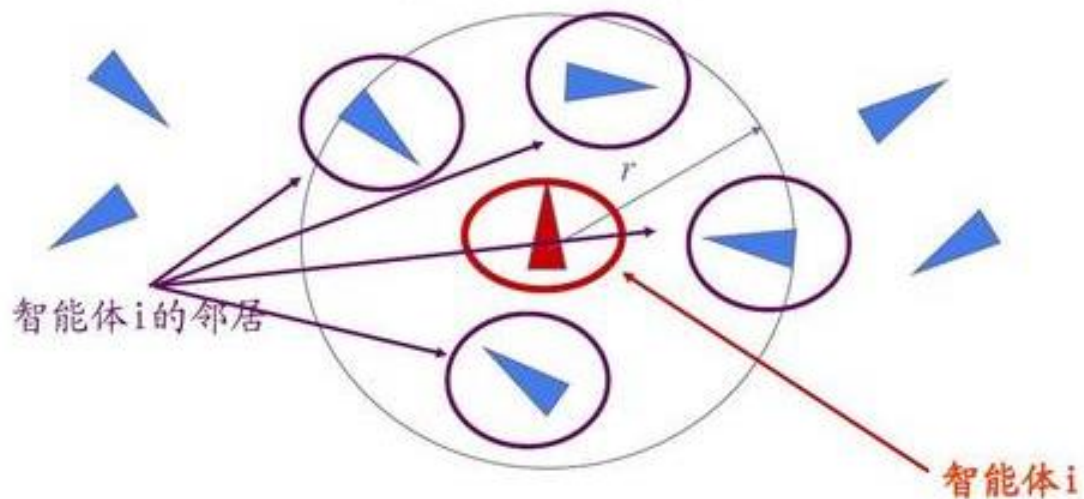


□ Vicsek模型 (1995)

- ✓ 所有智能体沿着不同的方向但是相同的速率在平面上自主运动;
- ✓ 每个智能体的运动方向按照它当前运动方向与它近邻运动方向之和的平均值来更新;
- ✓ “**最邻近规则**”能够使所有智能体运动方向最终趋于一致。

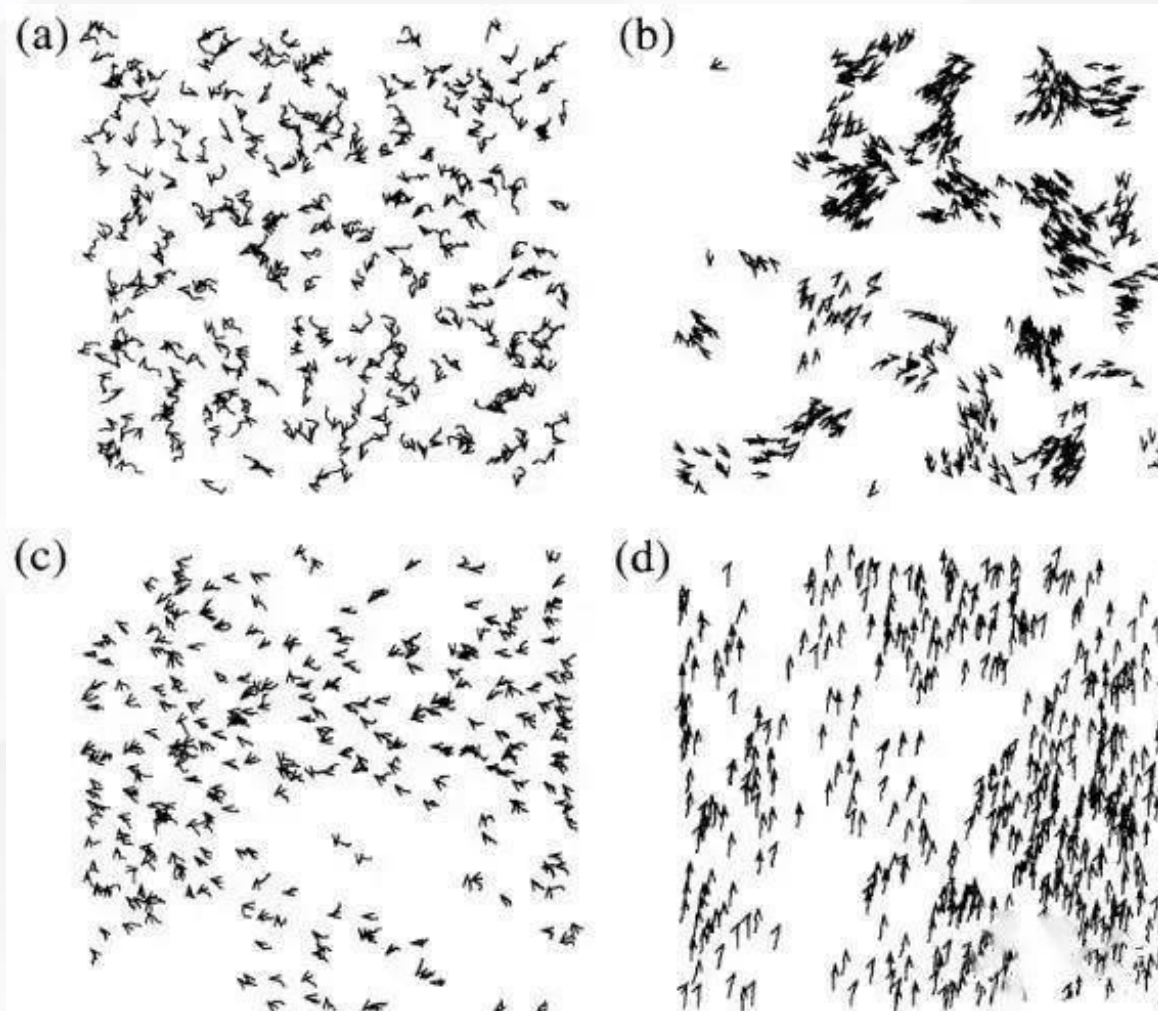
Vicsek模型:

$$x_i(k+1) = \frac{1}{1+n_i(k)}(x_i(k) + \sum_{j \in N_i(k)} x_j(k)) + \square x_i(k)$$





□ Vicsek模型 (1995)





□ 无向图网络模型 (Jadbabaie, 2003)

- ✓ 智能体之间的通信归结为无向图网络模型
- ✓ 矩阵理论与代数分析
- ✓ 首次从理论上解释了Vicsek模型一致性



□ 里程碑工作 (Saber & Murray, 2004)

- ✓ 系统提出了多智能体一致性问题的理论框架
- ✓ 提出分布式控制协议基本形式
- ✓ 严格给出了一致性问题的可解性



□ 智能体系统

□ 网络拓扑

□ 一致性协议

单积分器系统

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t).$$

双积分器系统

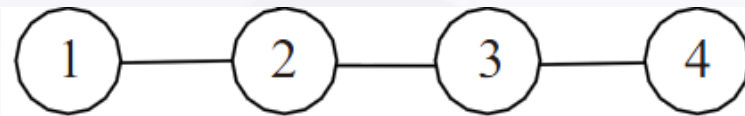
$$\begin{aligned}\dot{q}_i &= p_i \\ \dot{p}_i &= u_i\end{aligned}$$



□ 网络拓扑--图论

■ 无向图 $G = (V, E)$

- ✓ 点集 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, 表示 n 个智能体
- ✓ 边集 $E \subseteq V \times V$, 表示点与点之间通信
- ✓ 邻接矩阵
- ✓ 拉普拉斯矩阵
- ✓ 连通图: 任意节点都有通往其它节点的路径



$$L = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$



$$L\mathbf{1} = 0 \quad \mathbf{1} = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

单零特征值, 其余特征值为正实数
边越多, 此小特征值越大

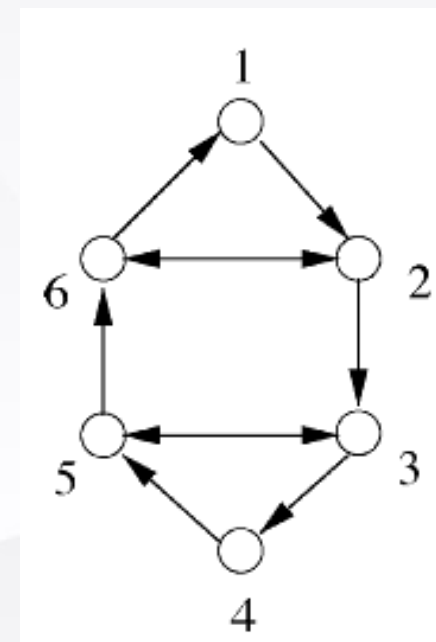
0.0000
0.5858
2.0000
3.4142



□ 网络拓扑--图论

■ 有向图 $G = (V, E)$

- ✓ 点集 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, 表示 n 个智能体
- ✓ 边集 $E \subseteq V \times V$, 表示点与点之间通信, 有方向
- ✓ 邻接矩阵
- ✓ 拉普拉斯矩阵
- ✓ 强连通图: 每个节点都有通往其余所有节点的有向路径
- ✓ 平衡图: 每个结点的出入度相同
- ✓ 有向生成树: 根节点





□ 一致性问题

■ 无领航一致性

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_j(t)\| = 0$$

■ 有领航一致性

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_0(t)\| = 0$$



□ 一致性协议

■ 无领航一致性协议

拓扑结构

$$u_i(t) = \sum_{v_j \in N_i} \boxed{a_{ij}} (x_j(t) - x_i(t))$$

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N.$$



$$\dot{x}(t) = -Lx(t),$$

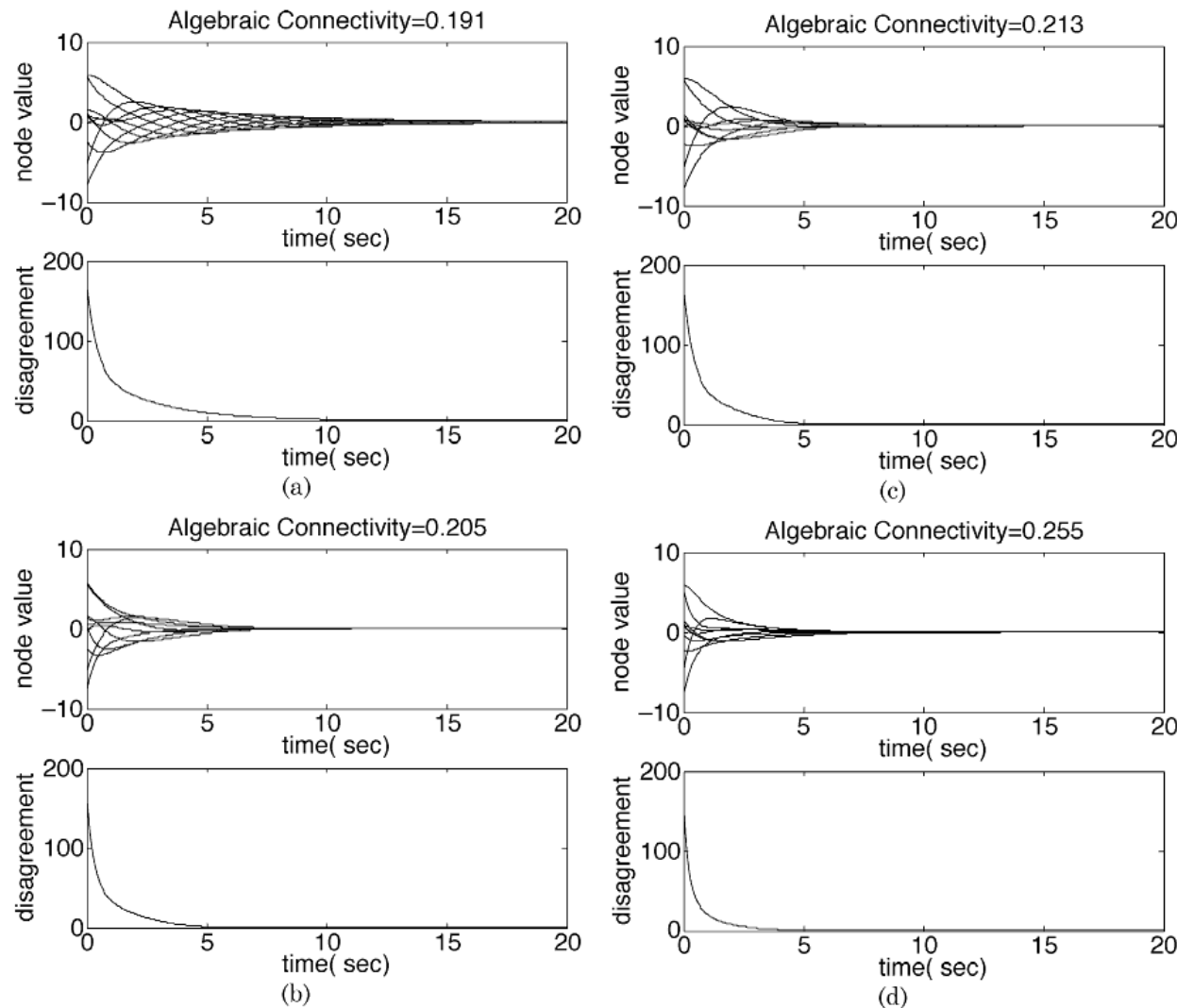
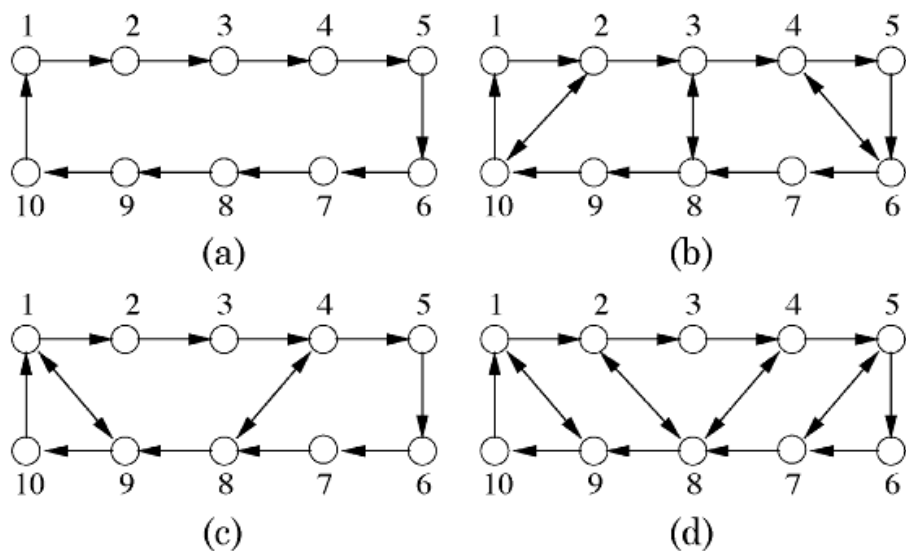
无向连通图 \longrightarrow 一致性 \longrightarrow 平均一致性

有向强连通图+平衡图 \longrightarrow 平均一致性

收敛速度由拉普拉斯矩阵次小特征值表征



□ 一致性协议





□ 一致性

■ 领航一致性协议

$$u_i(t) = \sum_{v_j \in N_i} a_{ij} (x_j(t) - x_i(t)) + \underline{a_{0j}} (\underline{x_j(t)} - \underline{x_0(t)})$$



□ 复杂条件下的一致性

■ 时滞





□ 复杂条件下的一致性

■ 时滞

$$u_i(t) = \sum_{v_j \in N_i} a_{ij} (x_j(t - \tau_{ij}) - x_i(t - \tau_{ij}))$$

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

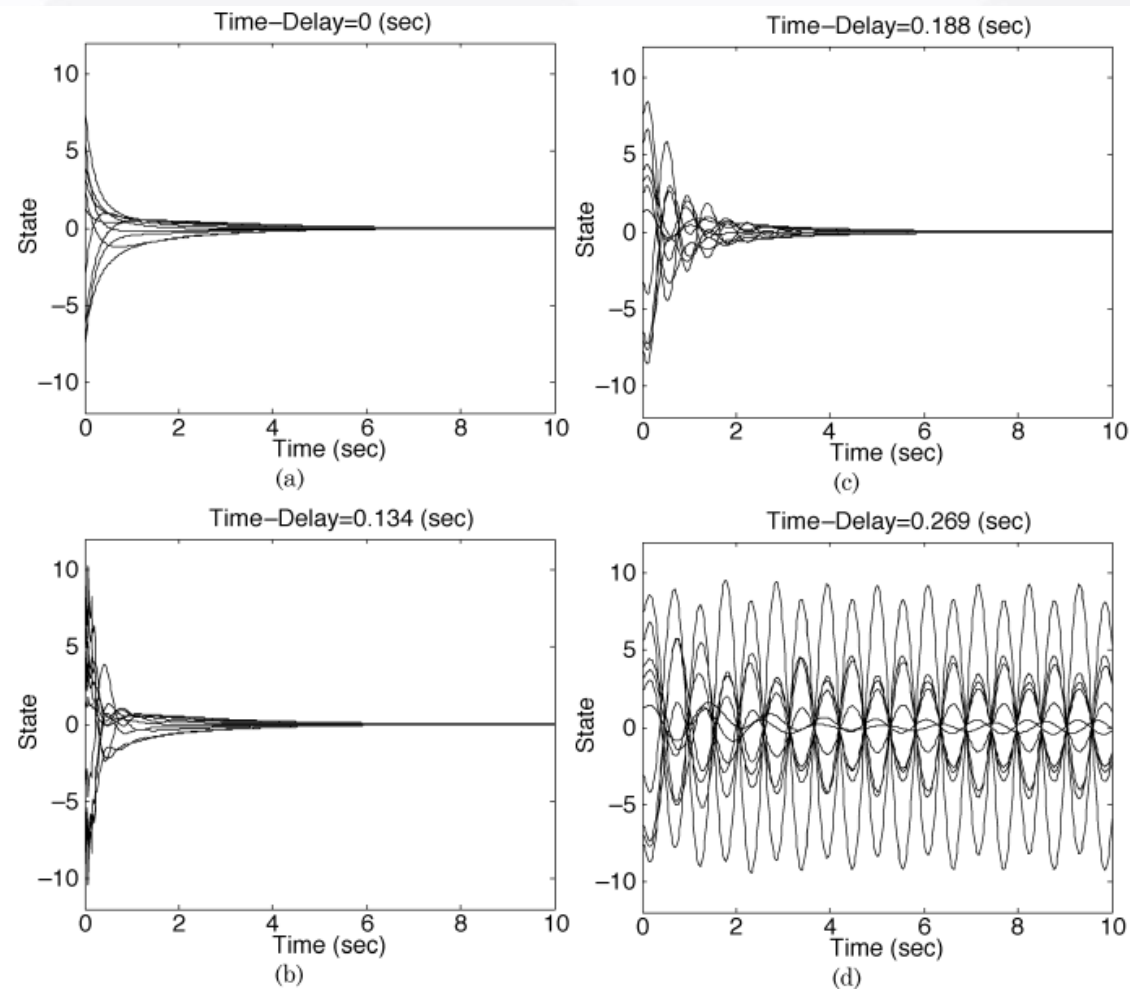
当 $\tau_{ij} = \tau \in (0, \tau^*)$ 时, 其中 $\tau^* = \frac{\pi}{2\lambda_n}$, $\lambda_n = \lambda_{\max}(L)$

无向连通图可以实现平均一致性

Moreover, for $\tau = \tau^*$ the system has a globally asymptotically stable oscillatory solution with frequency $\omega = \lambda_n$.



□ 复杂条件下的一致性



Consensus problem with communication time-delays on graph G_e given in Fig. 3(d): (a) $\tau = 0$, (b) $\tau = 0.5\tau_{\max}$, (c) $\tau = 0.7\tau_{\max}$, and (d) $\tau = \tau_{\max}$.



□ 复杂条件下的一致性

■ 切换拓扑



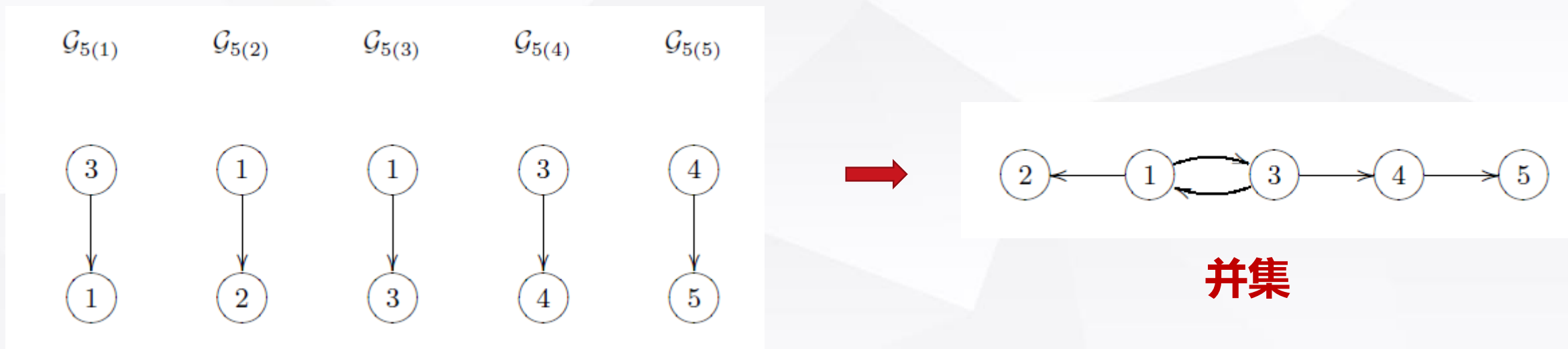


□ 复杂条件下的一致性

■ 切换拓扑（单积分器系统）

固定拓扑，有向生成树 \rightarrow 一致

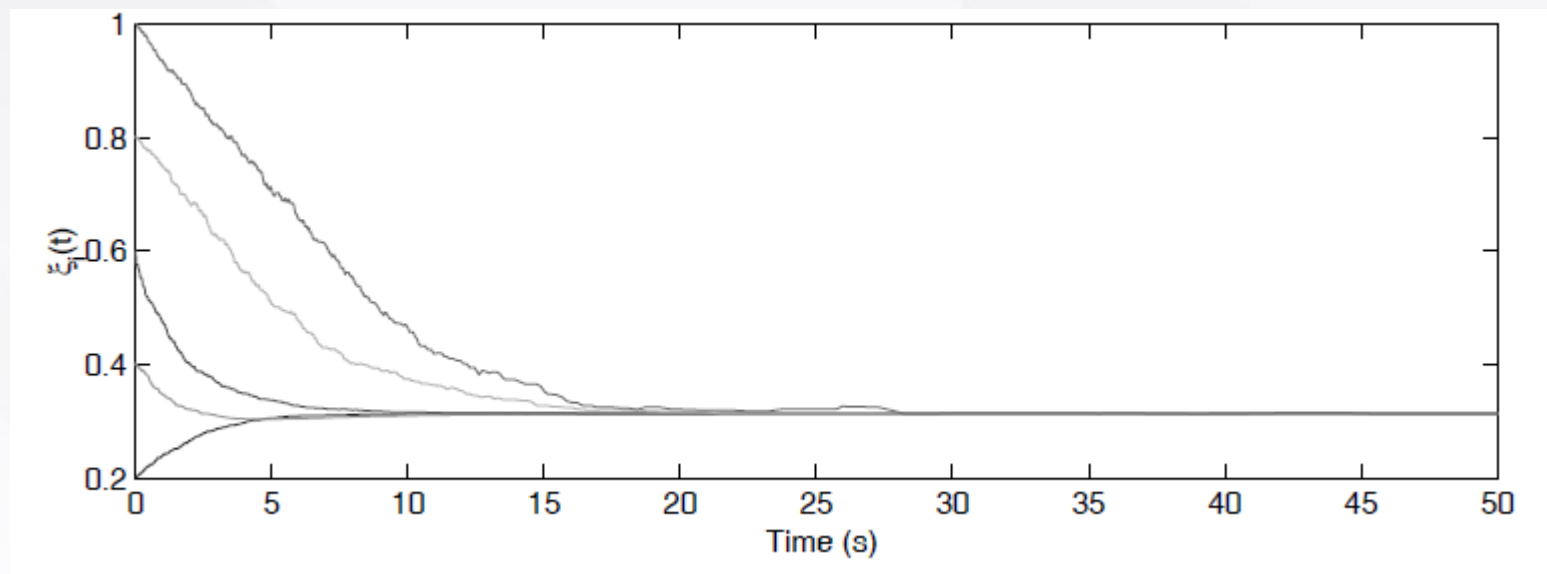
切换拓扑，如果存在连续的，非空的、有界的时间区间，
其上的拓扑**并集**包含一个生成树 \rightarrow 一致





□ 复杂条件下的一致性

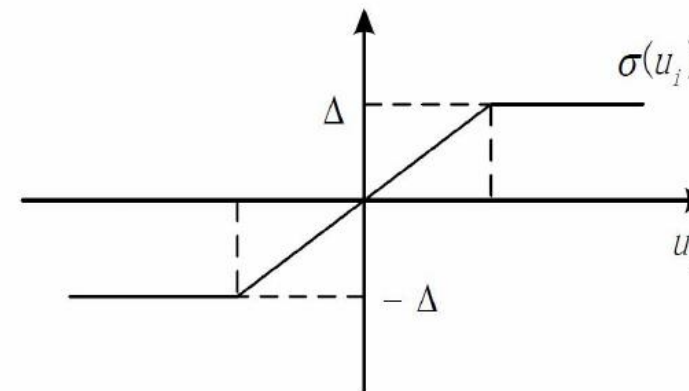
■ 切换拓扑





□ 复杂条件下的一致性

■ 输入饱和（执行器饱和）





□ 复杂条件下的一致性

■ 输入饱和（执行器饱和）

双积分器系统

$$\begin{cases} \dot{r}_i = q_i, \\ \dot{q}_i = \sigma_{\Delta}(u_i), \quad i = 1, 2, \dots, N, \end{cases}$$

其中, $r_i \in \mathbb{R}$ 和 $q_i \in \mathbb{R}$ 分别代表智能体 i 的位置和速度。

$$\begin{cases} \dot{r}_0 = q_0, \\ \dot{q}_0 = 0, \end{cases}$$

其中, $r_0 \in \mathbb{R}$ 和 $q_0 \in \mathbb{R}$ 分别代表智能体 i 的位置和速度。

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} r_i(t) - r_0(t) = 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} q_i(t) - q_0(t) = 0. \end{cases}$$



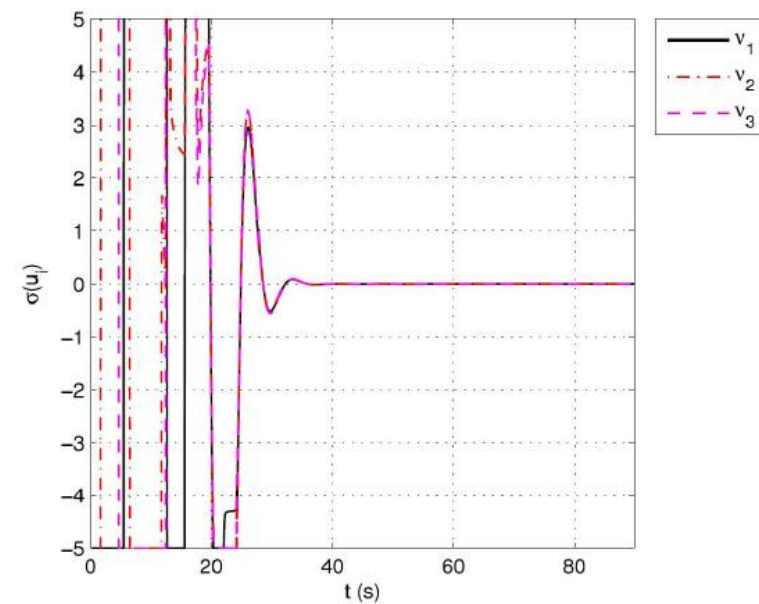
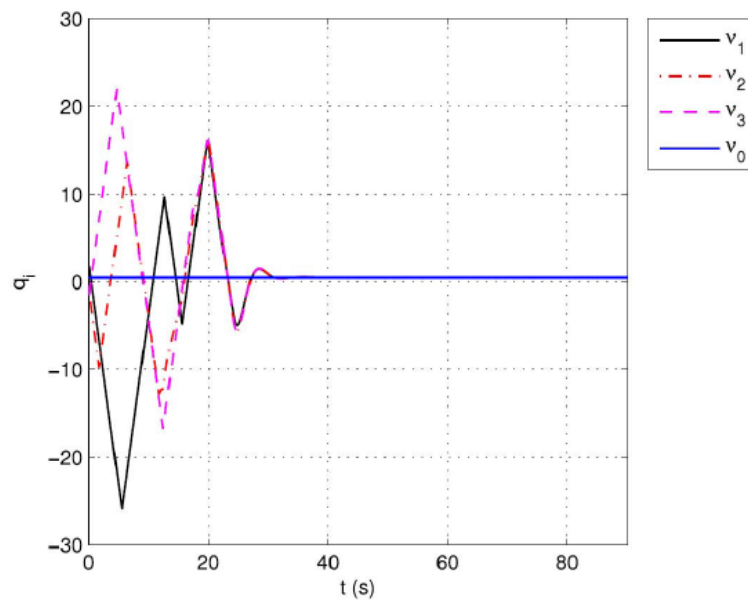
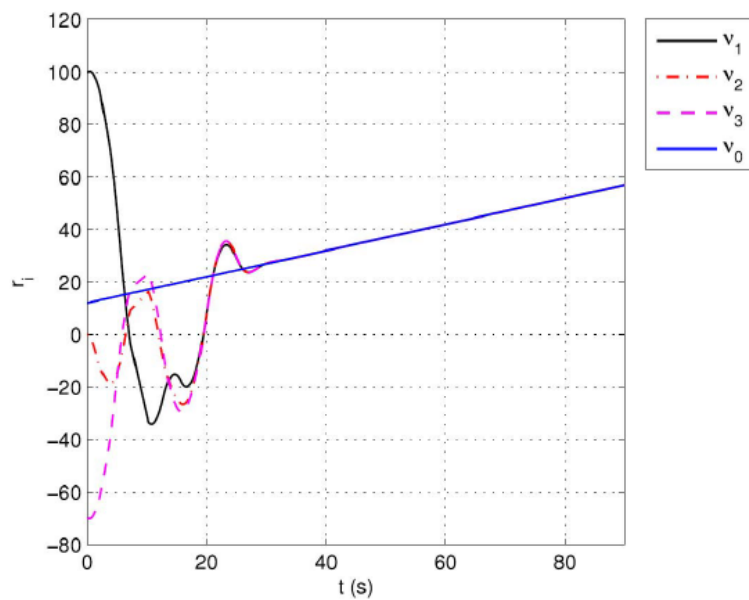
$$u_i = - \sum_{j=1}^N a_{ij}(r_i - r_j) - a_{i0}(r_i - r_0) - \sum_{j=1}^N a_{ij}(q_i - q_j) - a_{i0}(q_i - q_0),$$

线性结构



□ 复杂条件下的一致性

■ 输入饱和（执行器饱和）





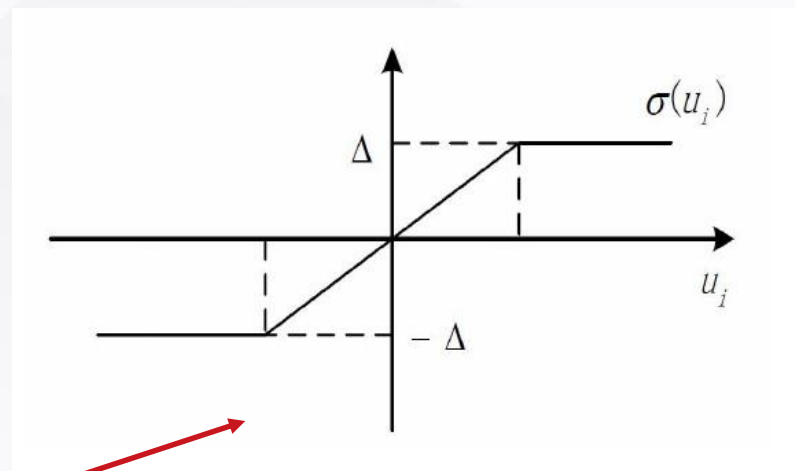
□ 复杂条件下的一致性

■ 输入饱和（执行器饱和）

$$\begin{cases} \dot{x}_i = Ax_i + bu_i + d_i, \\ y_i = Cx_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \\ \dot{x}_0 = Ax_0 + d_0, \\ y_0 = Cx_0, \end{cases}$$

A的所有特征值都在虚轴上

其中 $d_i(t), i = 0, 1, \dots, N$, 是一个连续函数并且满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} d_i(t) = 0$ 。



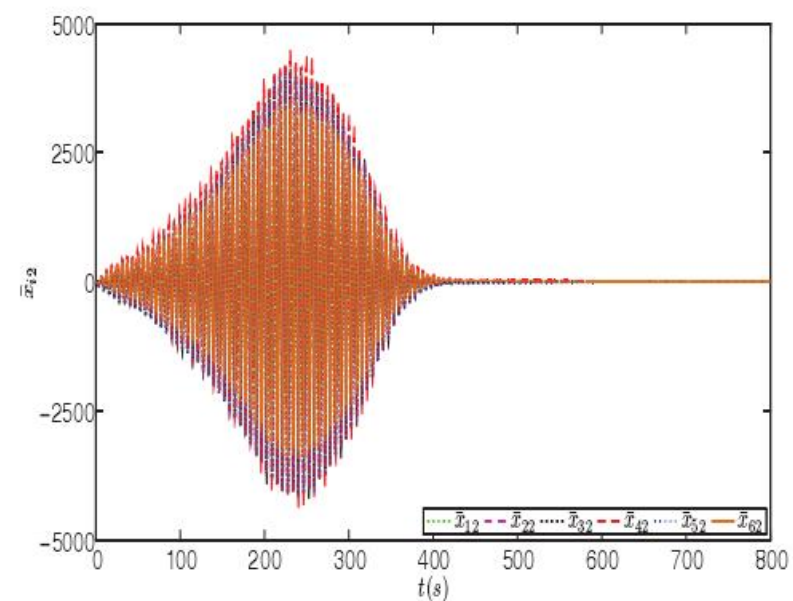
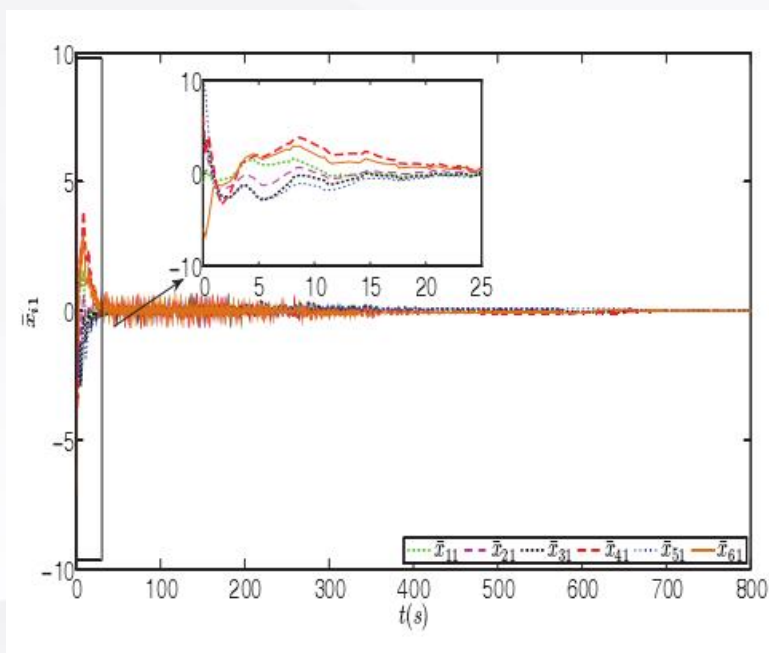
$$u_i = - \sum_{l=0}^{q-1} \varepsilon^l \sigma \left(\varepsilon^{-l} \left[\sum_{j=1}^N a_{ij} (z_{i,n-2l} - z_{j,n-2l}) + a_{i0} z_{i,n-2l} \right] \right) - \sum_{l=q}^{p+q-1} \varepsilon^l \sigma \left(\varepsilon^{-l} \left[\sum_{j=1}^N a_{ij} (z_{i,n-q-l} - z_{j,n-q-l}) + a_{i0} z_{i,n-q-l} \right] \right)$$

非线性结构



□ 复杂条件下的一致性

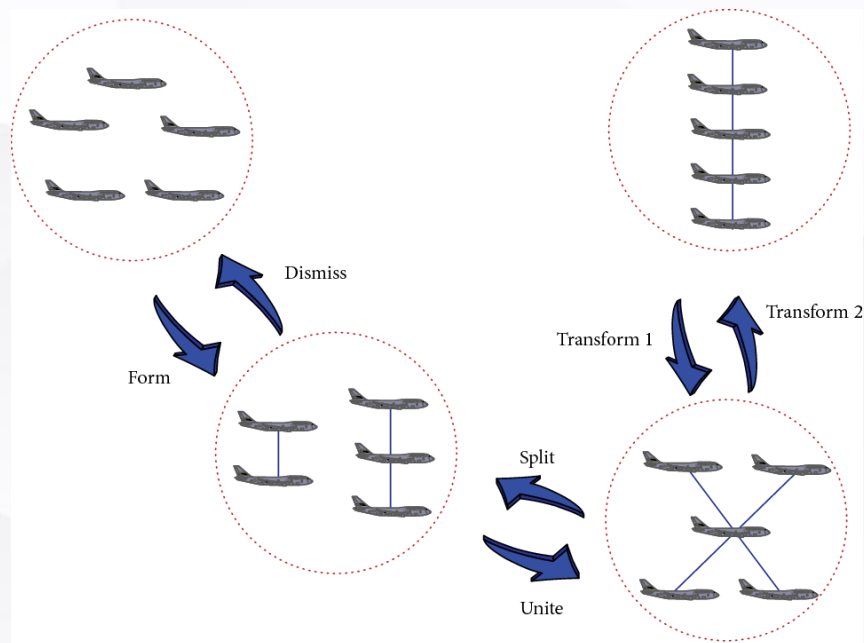
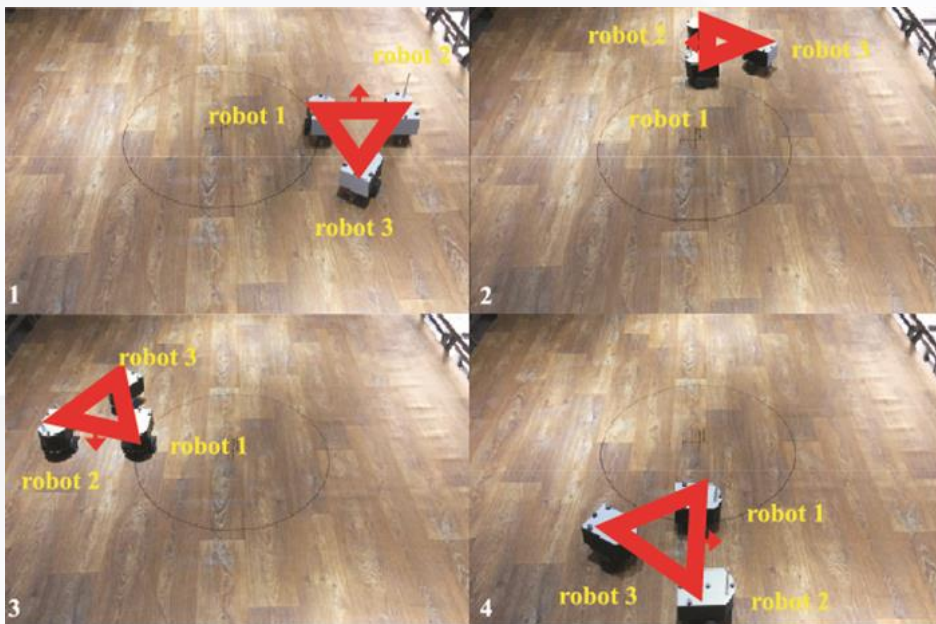
■ 输入饱和（执行器饱和）



□ 编队

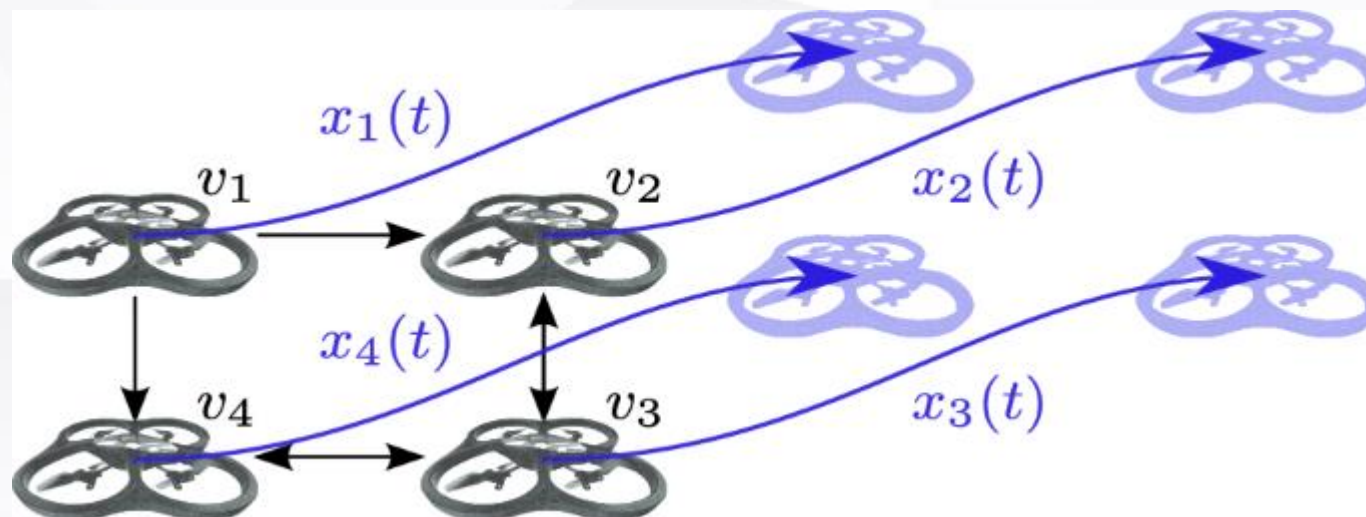
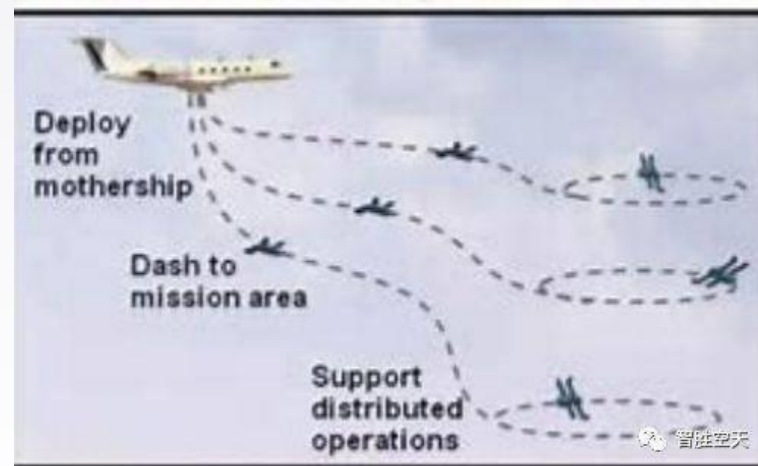
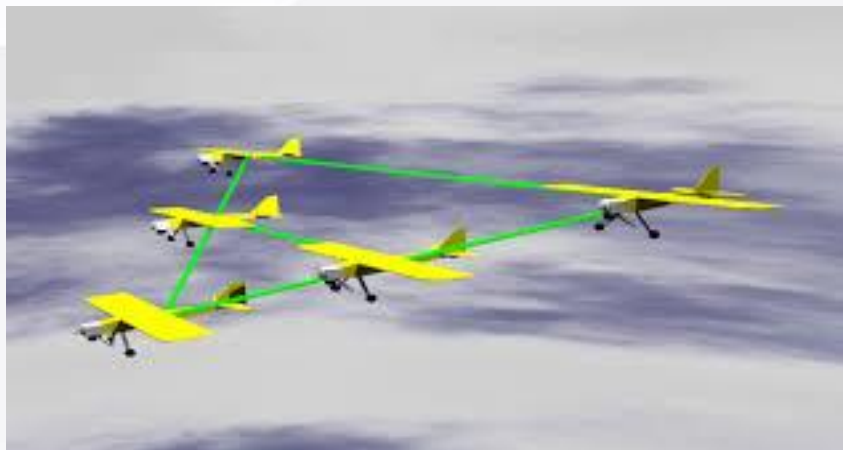
旨在驱动多个智能体对其状态的**预设或者约束**

状态的预设或者约束通常是指所有的智能体在**控制协议**的作用下达到某些**稳定的结构**，即理想的编队队形。



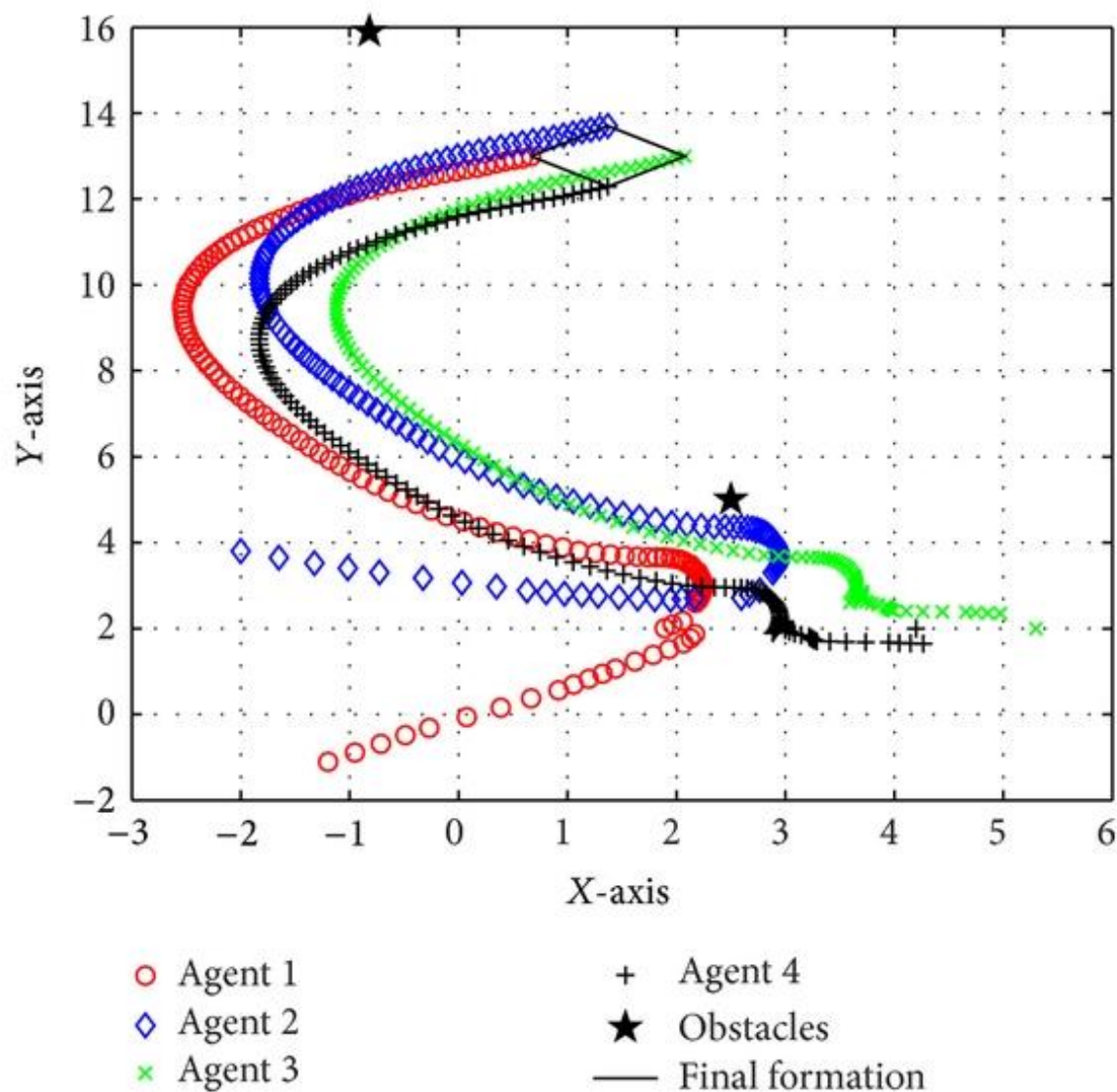


□ 编队





□ 编队





□ 编队

一致性编队：基于位置信息

$$\mathbf{u}_i = -k \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\mathbf{x}_{ij} - \boxed{\mathbf{d}_{ij}})$$

理想位置

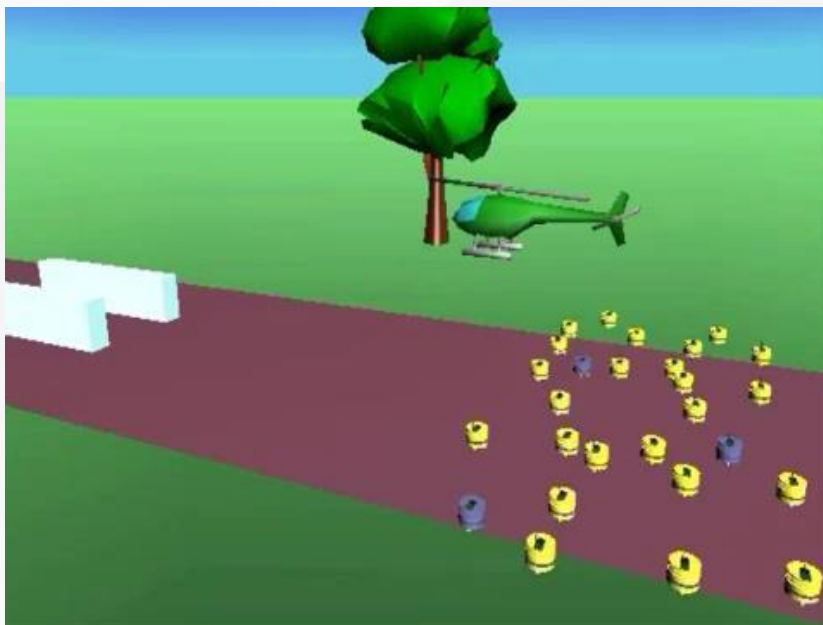
梯度式编队：基于距离和方向

$$\mathbf{u}_i = -k \sum_{j \in N_i} \frac{\partial \boxed{\varphi_{ij}(\|\mathbf{x}_{ij}\|)}}{\partial \|\mathbf{x}_{ij}\|} \frac{\mathbf{x}_{ij}}{\|\mathbf{x}_{ij}\|}$$

人工势能函数：
避免相互碰撞

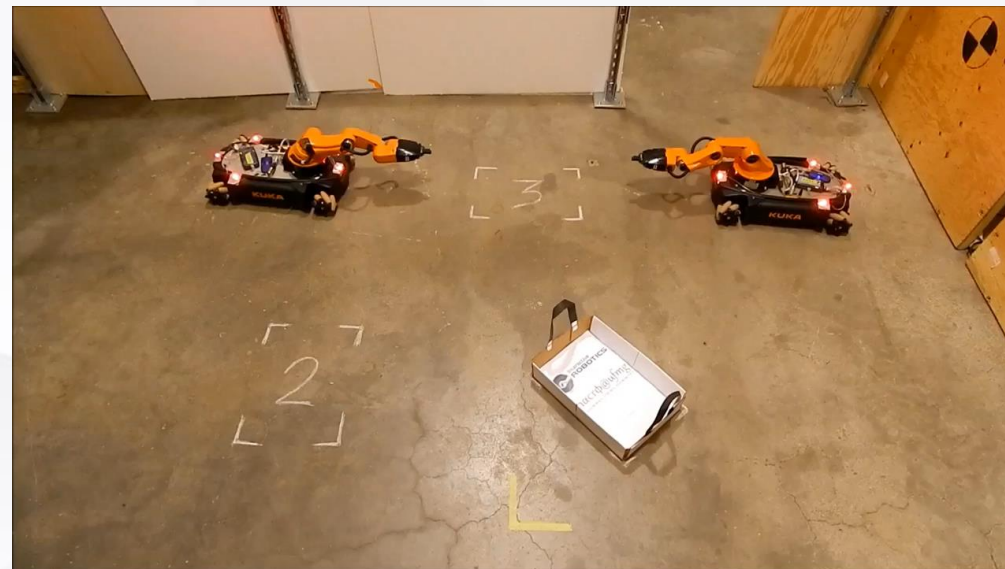


□ 编队





□ 编队





□ 蜂拥

➤ 蜂拥现象

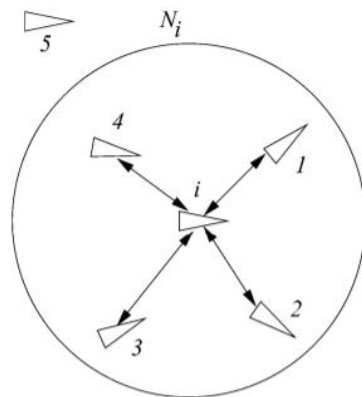
- 蜂拥(Flocking)即指大量个体一起运动
- 如鸟群、鱼群、蚁群和蜂群等，群体活动以躲避天敌、寻觅食物。
- 简单的局部规则产生协调的全局行为



鸟类的蜂拥现象

➤ Reynolds的模型

- 分离：与邻域内的智能体避免相撞 **相互排斥**
- 聚合：与邻域内的智能体保持紧凑 **相互吸引**
- 速度匹配：与邻域内的智能体速度保持一致



智能体和它的邻居



□ 蜂拥

➤ 控制协议1

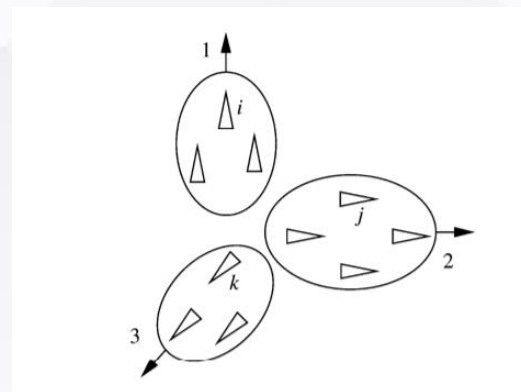
$$u_i^\alpha = \underbrace{\sum_{j \in N_i} \phi_\alpha(\|q_j - q_i\|_\sigma) \mathbf{n}_{ij}}_{\text{势函数对位置的梯度实现分离和聚合}} + \underbrace{\sum_{j \in N_i} a_{ij}(q) (p_j - p_i)}_{\text{速度一致性算法实现速度一致}}$$

势函数对位置的梯度
实现分离和聚合

速度一致性算法
实现速度一致

多智能体模型

$$\begin{aligned}\dot{q}_i &= p_i \\ \dot{p}_i &= u_i\end{aligned}$$



分裂现象

缺陷：整个群体可能被分为多个子组，每个子组内部子组中达到局部蜂拥，整个群体出现分裂。

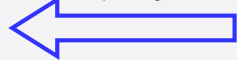
➤ 改进控制协议2

方法：增加虚拟领导者

$$\dot{q}_r = p_r$$

$$\dot{p}_r = f_r(q_r, p_r)$$

跟踪



$$u_i = u_i^\alpha + u_i^\gamma$$

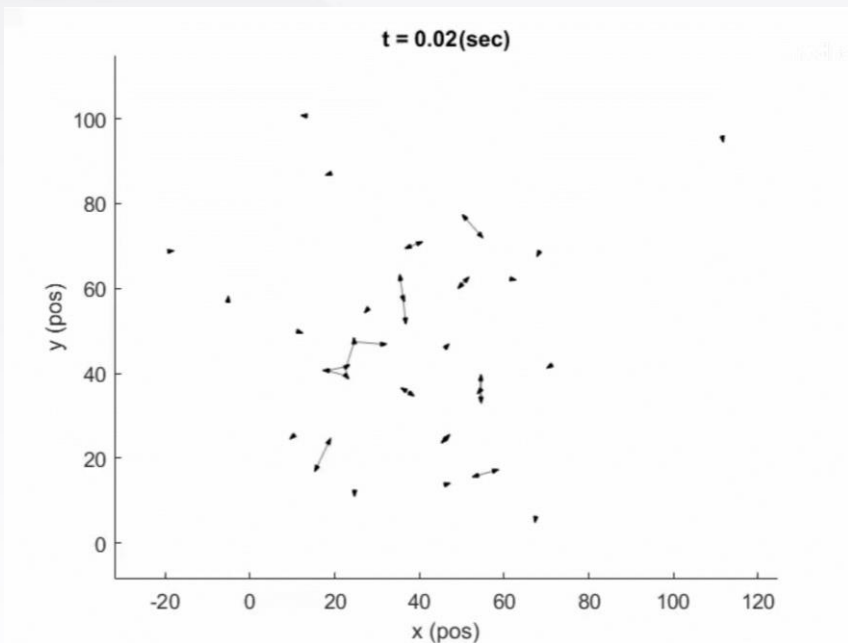
$$u_i^\gamma = \underbrace{-c_1 (q_i - q_r) - c_2 (p_i - p_r)}_{\text{位置速度反馈跟踪虚拟领导者}}$$

位置速度反馈
跟踪虚拟领导者



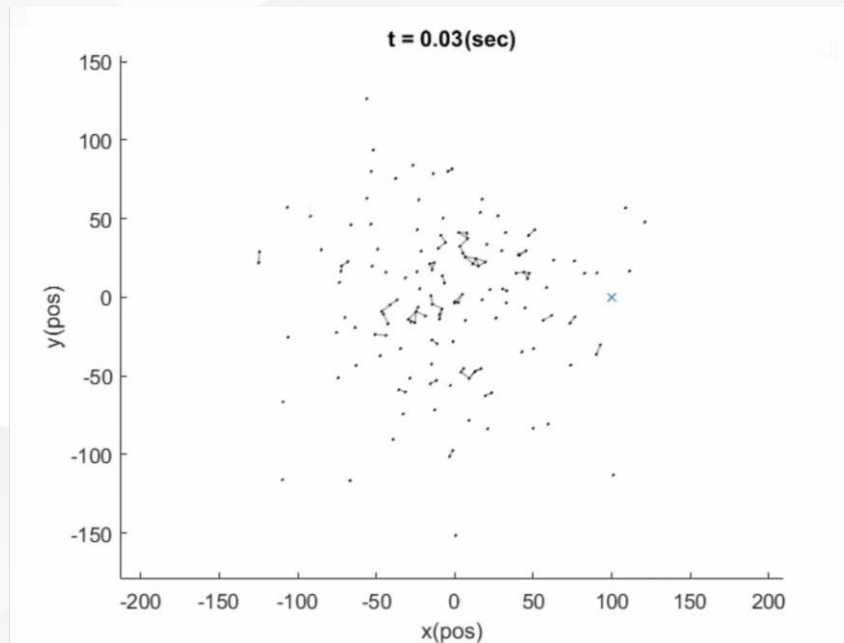
□ 蜂拥

仿真示例



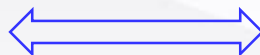
控制协议1仿真结果

出现分裂现象
蜂拥实现缓慢



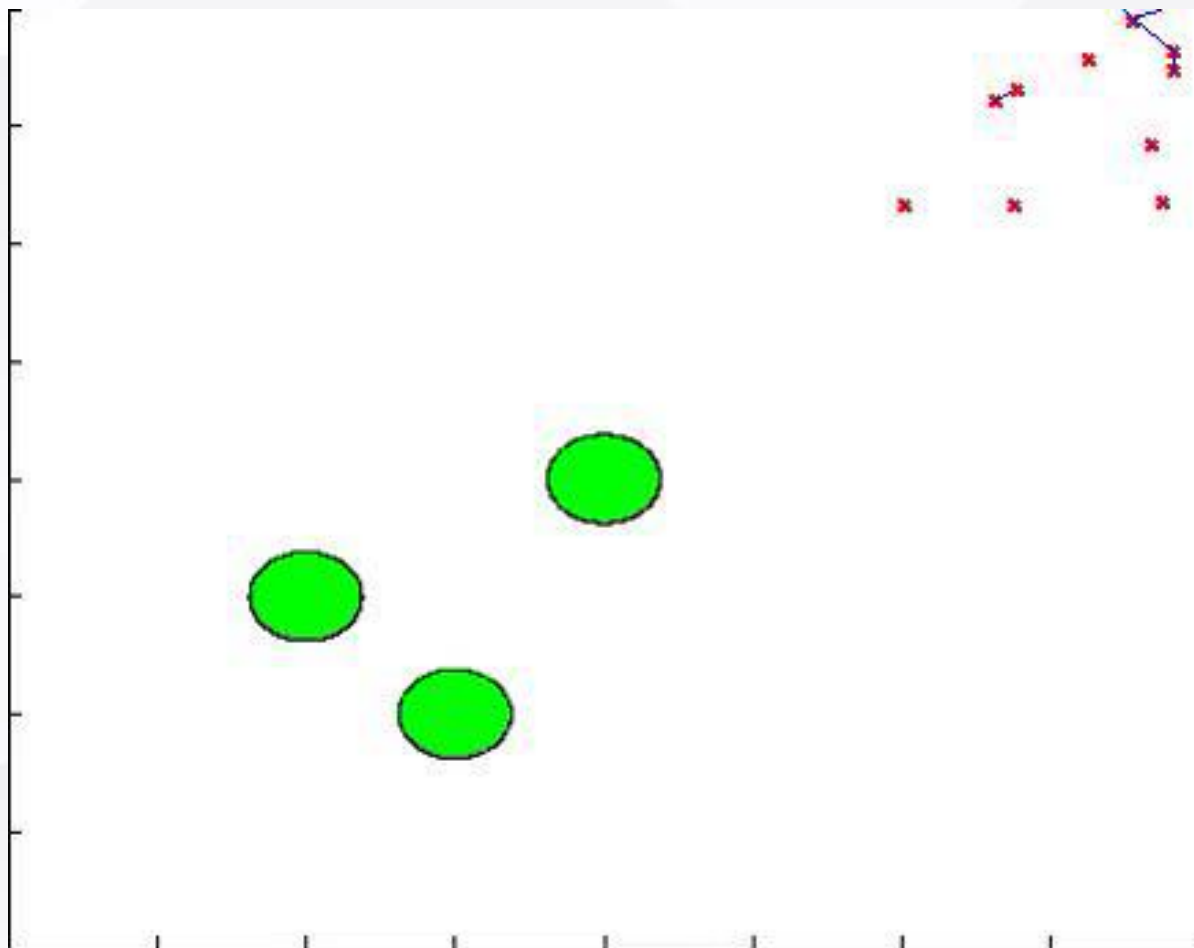
改进控制协议2仿真结果

没有分裂现象
蜂拥实现迅速



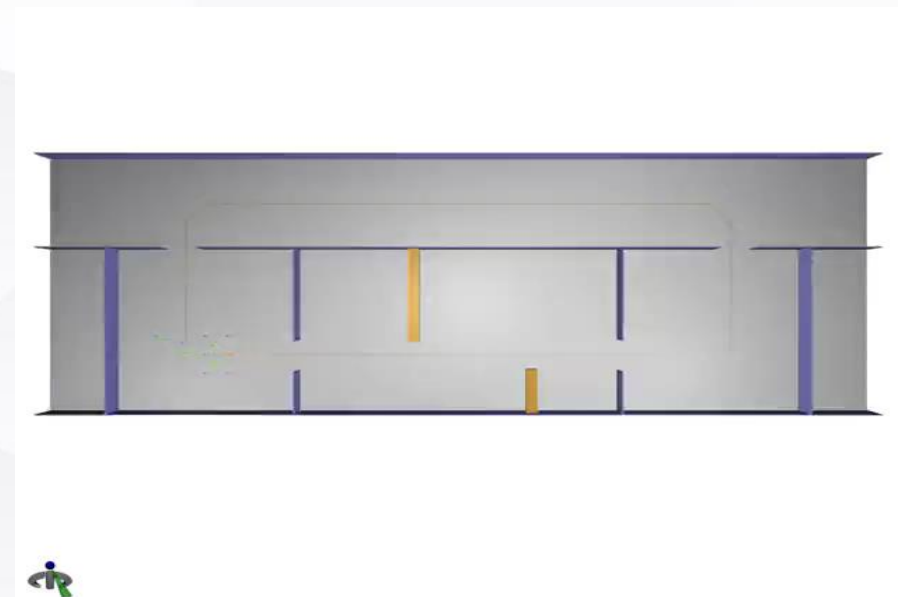
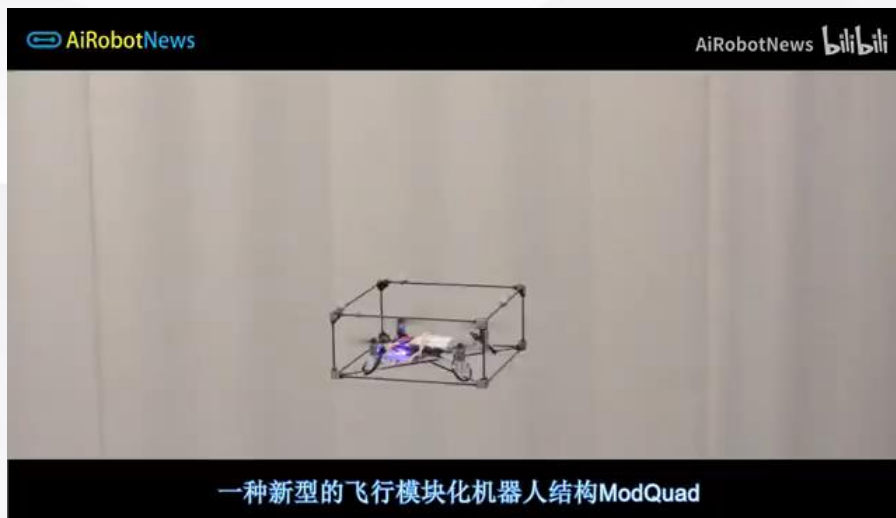


□ 蜂拥





【编队与蜂拥】





□ 参考文献

- Olfati-Saber R, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(9):1520–1533.
- Ren W, Beard R W, et al. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(5):655–661.
- Jadbabaie A, Lin J, et al. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003, 48(6):988–1001.
- Ren W, Beard R W, Distributed consensus in multi-vehicle cooperative control: Theory and Applications[M]. Springer, 2008.
-



【致谢】



感谢