计算机算法设计与分析
线性网络与最大流

易凯

2017 年 6 月 3 日

班　　级	软件 53 班
学　　号	2151601053
邮　　箱	williamyi96@gmail.com
联系电话	13772103675
个人网站	https://williamyi96.github.io
	williamyi.tech
实验日期	2017 年 6 月 3 日
提交日期	2017 年 6 月 6 日

目录

插图

1 线性规划基本定理

1.1 线性规划基本定理

如果线性规划问题有最优解，则必有一基本可行解。

单纯型法是解决线性规划问题的一种有效方法。

1.2 单纯型法基本思路

先找出一个基本可行解，判断其是否是最优解，如果为否，则切换到相邻的基本可行解，并使目标函数值不断增大，一直找到最优解为止。

1.3 单纯型法的特点

1. 只对约束条件的若干组合进行测试，测试的每一步都使目标函数的值增加；

2. 一般经过不大于 m 或者 n 次迭代就可求得最优解。

2 最大网络流问题

2.1 网络流

网络上的流是定义在网络的边集合 E 上的一个非负函数 flow=flow(v,w)，并称 flow(v,w) 为边 (v,w) 上的流量

2.2 可行流

满足下述条件的流 flow 称为可行流：

容量约束 对每一条边 (v,w) E，0 flow(v,w) cap(v,w)

平衡约束 对于中间顶点：流出量 = 流入量

边流 对于网络 G 的一个给定的可行流 flow,将网络中满足 flow(v,w)=cap(v,w) 的边称为饱和边；flow(v,w)<cap(v,w) 的边称为非饱和边；flow(v,w)=0 的边称为零流边；flow(v,w)>0 的边称为非零流边。当边 (v,w) 既不是一条零流边也不是一条饱和边时，称为弱流边。

最大流 最大流问题即求网络 G 的一个可行流 flow，使其流量 f 达到最大。即 flow 满足：0 flow(v,w) cap(v,w)，(v,w) E；且

$$\sum flow(v,w)-\sum flow(w,v)=\begin{cases} f & v=s \\ 0 & v\neq s,t \\ -f & v=t \end{cases}$$

图 1: 最大流

流的费用 在实际应用中，与网络流有关的问题，不仅涉及流量，而且还有费用的因素。此时网络的每一条边 (v,w) 除了给定容量 cap(v,w) 外，还定义了一个单位流量费用 cost(v,w)。对于网络中一个给定的流 flow，其费用定义为：

$$\cos t(flow)=\sum_{(v,w)\in E}\cos t(v,w)\times flow(v,w)$$

图 2: 流的费用

相关的更多算法以及定义的概念详情参照书本内容。在此不进行赘述。