

# 数学建模实验第一次作业

初识 mathematica

易凯

2017 年 3 月 9 日

班级 软件 53 班

学号 2151601053

邮箱 williamyi96@gmail.com

联系电话 13772103675

个人网站 <https://williamyi96.github.io>

提交日期 2017 年 3 月 9 日

## 目录

<b>1</b>	<b>mathematica 语言使用以及使用心得</b>	<b>3</b>
1.1	mathematica 语言概述 . . . . .	3
1.2	初等数学之数值计算 . . . . .	4
1.3	符号计算 . . . . .	4
1.4	微积分与线性代数 . . . . .	4
1.5	绘图 . . . . .	6
1.6	mathematica 应用实例 . . . . .	6
1.7	mathematica 使用总结 . . . . .	7
<b>2</b>	<b>实际应用程序</b>	<b>8</b>
2.1	基本说明 . . . . .	8
2.2	题目描述 . . . . .	8
2.3	题目分析 . . . . .	8
2.4	解题步骤 . . . . .	9
2.5	思考感想 . . . . .	9

## 1 mathematica 语言使用以及使用心得

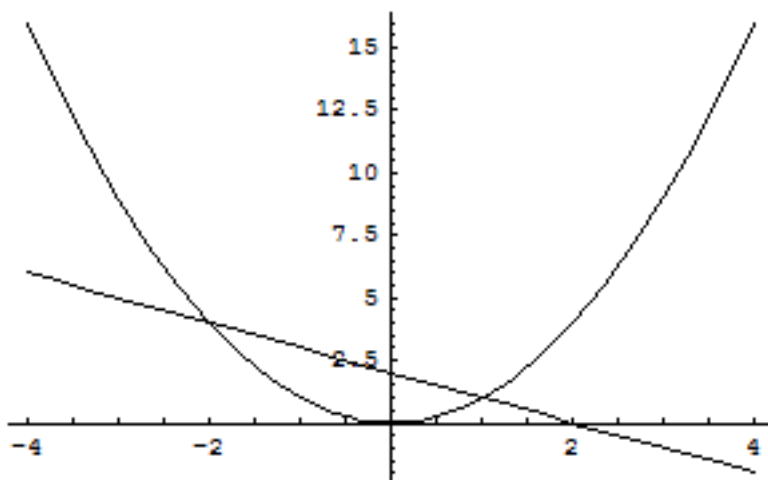
### 1.1 mathematica 语言概述

#### 1) 基本情况说明

mathematica 是等同于 matlab 的可以高效进行复杂的数值以及矩阵运算的软件包，其内容丰富、功能齐全、操作简单、使用方便。同时其还支持与其他语言的交互使用。虽然 mathematica 是非免费的软件包，但是在中国的特殊国情之下，享受正版的 mathematica 应用还是不存在多大问题的。因此以下所有内容都是在 mathematica5.0 的环境下进行执行的。

#### 2) 命令的输入与运行

```
In[1]:= Plot[{x^2, 2 - x}, {x, -4, 4}]
```



```
Out[1]= - Graphics -
```

```
In[2]:=
```

```
Solve[{y == x^2, y + x == 2}]
```

```
Out[2]= {{y -> 1, x -> 1}, {y -> 4, x -> -2}}
```

最简单而且最为典型的例子就是画出曲线并且求出曲线之间的交点。其中曲线的绘制使用 Plot 指令，其参数为两条曲线的显函数和定义域的取值

范围。求出曲线的交点使用 Solve 指令，其参数为对应的两个函数。值得注意的是，上述两条指令为首字母大写。

### 3) 程序的保存与调用

全部文件的保存较为简单，如果我们需要保存程序的部分内容，则可以使用“表达式 » 文件名.m”的格式进行。

以上表示了文件的两种不同的片段化保存形式。其中，» 命令直接保存，然后通过!!< 文件名 > 查看相关内容，使用 »< 文件名 > 查看最后一次内容记录。Save 可以保存之前的代码片段，调用方式同上。

## 1.2 初等数学之数值计算

mathematica 的数值计算的精度理论上可以达到任意精度，但是若数据过大，其仍然会有溢出的可能性，如 21000000000。因此，我们如果想要一个近似值时，要么使用小数点，要么使用其相应的近似函数：N[expr] or exprN or N(expr, n)。前两个函数精度为 6，最后一个函数保留至 n 位精度。

关于数学函数以及常数的相关内容，详情可以参照教材，Pi, E, I, Infinity 是需要重点记忆与掌握的内容。

## 1.3 符号计算

符号计算也就是代数式的计算，同样也是 mathematica 的重要功能。具体细节可以参照书本。值得注意的是以下情况：

```
x=value //resign the value to x
x=. //clear the value in x
expr/.x-> value //replace x in expr by value
expr/.x->xvalue, y->yvalue //replace x and y in expr by xvalue and
yvalue respectively
```

关于其具体代数运算的操作参见书本。

## 1.4 微积分与线性代数

对于高等函数中的数值计算等问题，mathematica 强大的软件包依然可以得到很好的求解，关于其具体的语法参见课本。

```
In[3]:= x^2 / y >> temp.m
```

```
In[4]:= << temp.m
```

```
Out[4]=  $\frac{x^2}{y}$ 
```

```
In[5]:=
```

```
x + y ^2 >>> temp.m
```

```
In[6]:=
```

```
<< temp.m
```

```
Out[6]=  $x + y^2$ 
```

```
In[7]:=
```

```
x^2 / y >> temp.m
```

```
In[8]:=
```

```
x + y ^2 >>> temp.m
```

```
In[9]:=
```

```
<< temp.m
```

```
Out[9]=  $x + y^2$ 
```

```
In[10]:= !! temp.m
```

```
x^2/y
```

```
x + y^2
```

```
In[11]:= f[x] = Sin[x] / x;
```

```
In[12]:= v = x + 5
```

```
Out[12]= 5 + x
```

```
In[13]:=
```

```
Save["myfile.m", f, v]
```

```
In[14]:= !! myfile.m
```

```
f[x] = Sin[x]/x
```

```
v = 5 + x
```

## 1.5 绘图

mathematica 可以绘制平面图形以及三维图形, 关于其具体的绘图操作之后进行系统归纳。

## 1.6 mathematica 应用实例

### 1). 圆周率 Pi 的计算

#### 1.1 利用圆的面积计算

将圆分为四个部分, 同时每个部分将其分割为曲边梯形进行逼近求解。

#### 1.2 数值计算法

值得注意的是, 使用此方法在  $n$  大小相同时, 计算结果的精度明显得到了提高。同时注意其使用方法。

#### 1.3 无穷级数法

贴反正切函数的公式或者是三角公式, 解决方法同上, 只是提供了一种额外的思路而已。

```
In[24]:= n = 3000;  
h = 1/n;  
P1 = N[4 h Sum[Sqrt[1 - (m h)^2], {m, 1, n}]];  
P2 = N[4 h Sum[Sqrt[1 - (m h)^2], {m, 0, n - 1}]];  
P = (P1 + P2) / 2
```

```
Out[28]= 3.14159
```

```
In[44]:= n = 3000;  
h = 1/n;  
P1 = N[4 h Sum[1 / (1 + (m h)^2), {m, 1, n}], 10];  
P2 = N[4 h Sum[1 / (1 + (m h)^2), {m, 0, n - 1}], 10];  
P = (P1 + P2) / 2
```

```
Out[48]= 3.141592635
```

---

2). 供煤方案 供煤方案问题是一个典型的线性规划问题，因此也就是在约束条件之下求最小值的问题。

## 1.7 mathematica 使用总结

### mathematica 性能优势

总体而言，mathematica 的性能十分强大，特别是其对于数值计算的支持，为非专业程序员实现数值计算问题带来了巨大的便利，同时其特别注重对于英文文法的贴近，因此不像有 C、Cpp、Java 等半用户友好，半计算机友好的语法，其高度继承化，同时主要的适用对象是用户，因此相对而言其还是很好上手的。

### mathematica 使用当中收获

在使用 mathematica 进行书上习题的演算时，明显感受到了其计算能力的强大，同时也体会到了其数值计算的突出性能，其高度继承化的英文文法式函数库的调用，为解决复杂的问题提供了一种简便的但是行之有效的方式。总体而言，同 MATLAB 一样，其能力还是挺不错的。

### 后期使用感想

从 mathematica 的官网上了解到，虽然是学生用户，但是实际上还是需要 200 美元，同时该软件包的总大小为 2.83G，而且有严格的 MD5 码限制，不允许使用第三方 p2p 软件进行快速下载，虽然我有 mathematica 11 破解机，但是要让我下上两天，我也是不愿意的。因此，就此处的用户体验而言，差评。今后，我只用 MATLAB，如果没有很强烈的需求，我再也不用 mathematica 了，毕竟 MATLAB 8G 的下载大小不是吃素的，mathematica 能干的事情它都能干。

## 2 实际应用程序

### 2.1 基本说明

由于相对而言，自己是数学建模的初学者，所以不是特别注重数学建模论文写作的格式，因此以写作业的形式来表述对应的题目。另外，由于时间关系，对于该题目的推广不能够达到很好的水准，之后如果有时间会继续进行深入的研究。

### 2.2 题目描述

**棋子的颜色变化问题：** 任意拿出黑白两种颜色的棋子共 8 个，排成彼此相连的一个圆圈，然后在两颗颜色相同的棋子中间放一颗黑色棋子，在两颗颜色不同的棋子中间放一颗白色棋子，放完后撤掉原来所放的棋子，再重复以上过程。这样放下一圈后就拿走上次的一圈棋子，问这样重复进行下去各棋子的颜色会怎样变化。

### 2.3 题目分析

该题目如果建立数学模型就类比于数学中的正负数相乘，两个相同符号的数相乘始终为整数，两个相异符号的数相乘始终为负数。因此，我们可以



将黑色棋子初始化为 +1, 白色棋子初始化为-1。然后分析经过上述过程一定次数之后, 正负数的情况 (也就是棋子的颜色变化)。

## 2.4 解题步骤

首先, 设初始状态的棋子排列分别为  $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_1 a_i \in +1, -1$ 。

然后在每两个棋子中间, 以乘法的形式进行插入, 则得到了

$$a_1 a_2 a_2 a_3 a_3 a_4 a_4 a_5 a_5 a_6 a_6 a_7 a_7 a_8 a_8 a_1.$$

反复迭代上述过程, 最后得到:

$$a_1 a_2^8 a_3^2 a_4^5 a_5^7 a_6^0 a_7^2 a_8^8 a_1 \dots a_8 a_1^8 a_2^2 a_3^5 a_4^7 a_5^0 a_6^2 a_7^8 a_8^0.$$

因此, 在重复上述代换 8 次之后, 得到的每一位的数字均为 1, 由之前定义的法则可知, 最终 8 枚无论怎样的棋子, 最多经过 8 次变换, 所有棋子都会转变为黑色。得证。

## 2.5 思考感想

上述过程实际上可以说是体现了数学中“建模”的精髓, 其解题过程巧妙但是却趣味盎然, 棋子颜色的问题的引申版本是: 如果棋子的总数为 2 的  $n$  次方个, 规则同上, 试说明棋子最终呈现出来的状态。

由于时间原因, 暂时没有找到一条简单但是可以有效解决上述问题的思路, 因此暂时不进行深入研究, 在之后的数学建模学习中, 如果想到了很好的解决方案, 会马上对此次作业进行更新。