广东省 2022 年普通学校专升本真题

高等数学

（本试卷共 3 页，20 小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟）

注意事项：

1.考生必须在答题卡上作答，否则答案无效。
2.答卷前，考生务必按答题卡要求填写考生信息栏、粘贴条形码。
3.选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应试题答案的信息点涂墨，如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其他答案。
4.非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔在答题卡各题目指定区域内作答；如需改动，先划掉需改动部分，再重新书写；不得使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。
5.考生必须保持答题卡的整洁，考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分，每小题给出的四个选项，只有一项是符合题目要求的）

1. 若函数$f(x)=\begin{cases}x+1, x\neq 1\\ a, x=1\end{cases}$，在$x=1$处连续，则常数$a=($　$)$

$A.-1$　　$B.0$　　$C.1$　　$D.2$

2. $\lim\limits_{x\to 0}(1-3x)^{\frac{1}{x}}=($　$)$

$A.e^{-3}$　　$B.e^{-\frac{1}{3}}$　　$C.1$　　$D.e^{3}$

3. $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=0$是级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$收敛的（　）

A.充分条件　　*B.必要条件*　　*C.充要条件*　　*D.既非充分也非必要条件*

4. 已知$\frac{1}{x^2}$是函数$f(x)$的一个原函数，则$\int_1^{+\infty}f(x)dx=($　$)$

$A.2$　　$B.1$　　$C.-1$　　$D.-2$

5. 将二次积分$I=\int_0^1 dx\int_x^1 f(x^2+y^2)\,dy$化为极坐标系下的二次积分，则$I=($　$)$

$A.\int_0^{\frac{\pi}{4}}d\theta\int_0^{sec\theta}f(r^2)\,dr$　　　$B.\int_0^{\frac{\pi}{4}}d\theta\int_0^{csc\theta}rf(r^2)\,dr$

$C.\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{sec\theta}f(r^2)\,dr$　　　$D.\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{csc\theta}rf(r^2)\,dr$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6. 若$x \to 0$时，无穷小量$2x$与$3x^2 + mx$等价，则常数$m =$_______.

7. 设$\begin{cases} x = 5t - t^2 \\ y = \log_2 t \end{cases}$，则$\frac{dy}{dx}|_{t=2}=$_______.

8. 椭圆$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$所围成的图形绕$x$轴旋转一周而成的旋转体体积为_______.

9. 微分方程$e^{-x}y' = 2$的通解是_______.

10. 函数$z = x^{\ln y}$在点(e,e)处的全微分$dz|_{(e,e)}$=_______.

三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）

11. 求极限$\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3+3x^2-9x+5}{x^3-3x+2}$.

12. 设$y = \arctan x^2$，求$\frac{d^2y}{dx^2}|_{x=1}$.

13. 设函数$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\frac{1}{x} + 2x, x \neq 0 \\ 0, x = 0 \end{cases}$，利用导数定义求$f'(0)$.

14. 求不定积分$\int \frac{2x^2+3x}{x\sqrt{1-x^2}}dx$.

15. 已知$\int \tan x\,dx = -\ln|\cos x| + C$，求定积分$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x\,sec^2 x dx$.

16. 设$z = f(x,y)$是由方程$z = 2x - y^2e^z$所确定的隐函数，计算$\frac{\partial z}{\partial x} - y\frac{\partial z}{\partial y}$.

17. 计算二重积分$\iint_D \cos x\,d\sigma$，其中 D 是由曲线$y = \sin x\,(0 \le x \le \frac{\pi}{2})$和直线$y = 0, x = \frac{\pi}{2}$围城的有界闭区域.

18. 判断级数$\sum_{n=1}^{\infty}(\frac{n}{3^n} - \frac{3}{2^n})$的敛散性.

四、综合题（本大题共 2 小题，第 19 题 10 分，第 20 题 12 分，共 22 分）

19. 设函数$f(x) = 2xlnx - x - \frac{1}{x} + 2$.

(1)求曲线$y = f(x)$的拐点；

(2)讨论曲线$y = f(x)$上是否存在经过坐标原点的切线？

20. 设函数$f(x)$连续，

(1)证明：$\int_0^x f(x-t)dt = \int_0^x f(t)dt$；

(2)若$f(x)$满足$f(x) = 3x + 1 + \int_0^x tf(t)dt - x\int_0^x f(x-t)dt$，求$f(x)$.

广东省 2021 年普通高等学校准升本招生考试

高等数学

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分，每小题只有一项符合题目要求）

1. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan 6x}{2x}=(\quad)$

A.1　　B.2　　C.3　　D.4

2. 点$x=3$是$f(x)=\frac{x^2-x-6}{x-3}$的(　)

A.连续点　　B.可去间断点　　C.无穷间断点　　D.跳跃间断点

3. 设$F(x)$是$f(x)$的一个原函数，C为任意函数，则下列正确的是(　)

A. $\int F(x)\,dx=f(x)$　　B. $F'(x)=f(x)+C$

C. $f'(x)=F(x)+C$　　D. $\int f(x)dx=F(x)+C$

4. 设常数项级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$收敛，则下列收敛的是(　)

A. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(u_n+\frac{1}{n}\right)$　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(u_n+\frac{1}{2}\right)$

C. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(u_n+\frac{1}{3^n}\right)$　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(u_n-\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$

5. 设$f(x)=\int_0^{x^2}\sin t^2\,dt, g(x)=3x^6+4x^5$，当$x\to 0$时，(　)

A. $f(x)$比$g(x)$低阶无穷小　　B. $f(x)$比$g(x)$高阶无穷小

C. $f(x)$与$g(x)$等价无穷小　　D. 非等价，同阶无穷小

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6. $\begin{cases}x=2t^3+3\\y=t^2-4\end{cases}$在$t=1$相应的点处切线斜率为______.

7. 求$z=x^2y$的全微分_______.

8. $\frac{dy}{dx}=y+2$，初值为$y|_{x=0}=-1$的特解为$y=$_________.

9. $D=\{(x,y)|0\le x\le 1,0\le y\le 3-x\}$，求$\iint_D\,d\sigma$=________.

10. 连续函数$f(x)$满足$\int_0^{2x+1}f(t)\,dt=-2x^3+1$，则$f(3)$=______.

三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）

11. 求极限 $\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\sqrt{x^2+3}-x\right)$的值.

12. $y=2^x+x^x(x>0)$，求$\frac{dy}{dx}$.

13. 求不定积分$\int (x+5)\cos 3x\,dx$.

14. 求定积分$\int_{-2}^{2}\frac{x^{2021}+|x|}{x^2+1}dx$.

15. $z=z(x,y),e^{zy}-xz=1$，求$\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial y}$.

16. 已知$x^2+y^2\le 4$的第一象限为平面区域D，求$\iint_D e^{x^2+y^2}d\sigma$.

17. 判断$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$的收敛性.

18. 设$f(x)=\begin{cases} x^2,x\le 2 \\ 6-x,x>2\end{cases}$，求$F(x)=\int_0^x f(t)\,dt$.求$F(x)$表达式，并讨论$F(x)$在点$x=2$处的连续性.

四、综合题（本大题共 2 小题，第 19 题 10 分，第 20 题 12 分，共 22 分）

19. 做一个容积为64π立方米的圆柱形无盖容器，底、侧材质相同且厚度不计。问：底面半径为何值时，才能使所用材料最省？

20. 过坐标原点作曲线$y=\ln x$的切线L，该切线与直线$x=1$及$y=\ln x$围成平面图形D.

（1）求切线L的方程；

（2）求平面图形D的面积.

广东省 2020 年普通高等学校本科插班生招生考试

高等数学

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分.每小题只有一个选项符合题目要求）

1. 设 $\lim\limits_{x\to0}\left[\cos x-f(x)\right]=1$，则下列等式正确的是

A. $\lim\limits_{x\to0} f(x)=1$　　B. $\lim\limits_{x\to0} f(x)\cos x=1$

C. $\lim\limits_{x\to0} f(x)=-1$　　D. $\lim\limits_{x\to0}\left[f(x)+\cos x\right]=1$

2. 函数 $f(x)=2x^3-3x^2$ 的极小值是

A. $x=-1$　　B. $x=0$

C. $x=1$　　D. $x=2$

3. 已知 3^x 是函数 $f(x)$ 的一个原函数，则 $f(x)=$

A. 3^x　　B. $3^x\ln3$

C. $x3^{x-1}$　　D. $\dfrac{3^x}{\ln3}$

4. 设平面区域 $D=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2\le1,y\ge0\right\}$，则 $\iint\limits_D\left(x^2+y^2\right)^4\mathrm{d}\sigma=$

A. $\dfrac{\pi}{10}$　　B. $\dfrac{\pi}{9}$

C. $\dfrac{\pi}{5}$　　D. $\dfrac{2\pi}{9}$

5. 设级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 满足 $0\le a_n\le\dfrac{1}{5^n}$，则下列级数发散的是

A. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}3a_n$　　B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_{n+3}$

C. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(a_n+\dfrac{1}{\sqrt[3]{n^2}}\right)$　　D. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(a_n-\dfrac{1}{\sqrt{n^3}}\right)$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6. 若函数 $f(x)=\begin{cases}(1+a)x^2, & x\le1,\\ a(x-2)^3+3, & x>1\end{cases}$ 在 $x=1$ 处连续，则常数 $a=$________.

7. 曲线 $\dfrac{x^2}{2}+y^2=3$ 在 $(2,-1)$ 点处的切线方程为 $y=$________.

8. 微分方程 $y''+3y'-4y=0$ 的通解为 $y=$________.

9. 设二元函数 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 的某个领域有定义，且当 $x\neq 0$ 时，$\dfrac{f(x,0)-f(0,0)}{x}=3x+2$，则 $f_x'(0,0)=$__________.

10. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内可导且满足 $f(x)=f'(x)$，$f(0)=m$，如果 $\int_{-1}^{1}\dfrac{f(x)}{e^x}dx=8$，则 $m=$__________.

三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）

11. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x t\arctan t dt}{x}$.

12. 已知 y 是 x 的函数，且 $y'=\ln\sqrt{x}+\sqrt{\ln x}+2\ln 2$，求 $\left.\dfrac{d^2y}{dx^2}\right|_{x=e}$.

13. 求不定积分 $\int\left(\cos 2x-x\sin x^2\right)dx$.

14. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3}{1+x^2}, & x\leq 1,\\ x, & x>1.\end{cases}$ 求定积分 $\int_{-3}^{0}f(x+2)dx$.

15. 求二元函数 $z=3xy^2+\dfrac{x^2}{y}$ 的全微分 dz，并求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

16. 计算 $\iint\limits_D yd\sigma$，其中 D 是由直线 $y=x$，$y=x-2$ 与 $y=0$，$y=2$ 围成的有界区域.

17. 求微分方程 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\sec^2 x}{y^2}$，满足初始条件 $y|_{x=0}=1$ 的特解.

18. 判定级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n n!}$ 的收敛性.

四、综合题（本大题共 2 小题，第 19 小题 10 分，第 20 小题 12 分，共 22 分）

19. 设有界平面图形 G 由曲线 $y=e^{ax}$ 和直线 $y=e$，$x=0$ 围成，其中常数 $a>0$，若 G 的面积等于 1.

（1）求 a 的值；

（2）求 G 绕 y 轴旋转一周而成的旋转体体积 V.

20. 设函数 $f(x)=\dfrac{a}{1+e^{bx}}$，其中 a，b 为常数，且 $ab\neq 0$.

（1）判别 $f(x)$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 内的单调性；

（2）求曲线 $y=f(x)$ 的拐点；

（3）求曲线 $y=f(x)$ 的水平渐近线方程.

机密★启用前

广东省 2019 年普通高等学校本科插班生招生考试

高等数学

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。每小题只有一个选项符合题目要求）

1．函数 $f(x)=\frac{x^2-x}{x^2+x-2}$ 的间断点是（　　）

A．$x=-2$ 和 $x=0$　　B．$x=-2$ 和 $x=1$

C．$x=-1$ 和 $x=2$　　D．$x=0$ 和 $x=1$

2．设函数 $f(x)=\begin{cases}x+1, & x<0\\ 2, & x=0\\ \cos x, & x>0\end{cases}$ 则 $\lim\limits_{x\to0}f(x)$（　　）

A．等于 1　　B．等于 2

C．等于 1 或 2　　D．不存在

3．已知 $\int f(x)\,dx=\tan x+C$，$\int g(x)\,dx=2^x+C$，C 为任意常数，则下列等式正确的是（　　）

A．$\int[f(x)g(x)]dx=2^x\tan x+C$　　B．$\int\frac{f(x)}{g(x)}dx=2^{-x}\tan x+C$

C．$\int f[g(x)]dx=\tan(2^x)+C$　　D．$\int[f(x)+g(x)]dx=\tan x+2^x+C$

4．下列级数收敛的是（　　）

A. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}e^{\frac{1}{n}}$　　B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3}{2}\right)^n$

C. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{3^n}-\frac{1}{n^3}\right)$　　D. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left[\left(\frac{2}{3}\right)^n+\frac{1}{n}\right]$

5．已知函数 $f(x)=ax+\frac{b}{x}$ 在点 $x=-1$ 处取得极大值，则常数 a,b 应满足条件（　　）

A．$a-b=0,b<0$　　B．$a-b=0,b>0$

C．$a+b=0,b<0$　　D．$a+b=0,b>0$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6．曲线$\begin{cases} x = t^3 + 3t \\ y = \arcsin t \end{cases}$，则 $t = 0$ 的对应点处的切线方程为 $y =$____________.

7．微分方程 $ydx + xdy = 0$ 满足初始条件 $y\big|_{x=1} = 2$ 的特解为 $y =$____________.

8．若二元函数 $z = f(x,y)$的全微分 $dz = e^x \sin y\, dx + e^x \cos y\, dy$，则$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$____________.

9．设平面区域 $D = \{(x,y)|0 \le y \le x\,, 0 \le x \le 1\}$，则 $\iint_D x\, dxdy =$____________.

10．已知$\int_1^t f(x)\, dx = t \sin\frac{\pi}{t}(t > 1)$，则 $\int_1^{+\infty} f(x)\, dx =$____________.

三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）

11．求$\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x - \sin x - 1}{x^2}$.

12．设 $y = \frac{x^x}{2x+1}(x > 0)$，求$\frac{dy}{dx}$.

13．求不定积分$\int \frac{2+x}{1+x^2} dx$.

14．计算定积分$\int_{-\frac{1}{2}}^{0} x\sqrt{2x+1}dx$.

15．设 $x - z = e^{xyz}$，求$\frac{\partial z}{\partial x}$ 和$\frac{\partial z}{\partial y}$.

16．计算二重积分$\iint_D \ln(x^2 + y^2)\, d\sigma$，其中平面区域 $D = \{(x,y)\big|1 \le x^2 + y^2 \le 4\}$.

17．已知级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ 和$\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ 满足 $0 \le a_n < b_n$，且$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{(n+1)^4}{3n^4 + 2n - 1}$，判定级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ 的收敛性.

18．设函数 $f(x)$满足$\frac{df(x)}{de^{-x}} = x$，求曲线 $y = f(x)$的凹凸的区间。

四、综合题（本大题共 2 小题，第 19 小题 10 分，第 20 小题 12 分，共 22 分）

19．已知连续函数$\varphi(x)$满足$\varphi(x) = 1 + x + \int_0^x t\varphi(t)dt + x\int_x^0 \varphi(t)dt$

（1）求$\varphi(x)$；

（2）求由曲线 $y = \varphi(x)$和 $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$及 $y = 0$ 围成的图形绕 x 轴旋转所得立体的体积.

20．设函数 $f(x) = x\ln(1 + x) - (1 + x)\ln x$.

（1）证明：$f(x)$在区间$(0, +\infty)$内单调减少；

（2）比较数值2018^{2019}与2019^{2018}的大小，并说明理由；

机密★启用前

广东省 2018 年普通高等学校本科插班生招生考试

高等数学

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。每小题只有一个选项符合题目要求）

1. $\lim\limits_{x\to 0}\left(3x\sin\frac{1}{x}+\frac{\sin x}{x}\right)=$

A. 0　　B. 1

C. 3　　D. 4

2. 设函数 $f(x)$具有二阶导数，且 $f'(0)=-1$，$f'(1)=0$，$f''(0)=-1$，$f''(1)=3$，则下列结论正确的是

A. 点 $x=0$ 是 $f(x)$的极小值点

B. 点 $x=0$ 是 $f(x)$的极大值点

C. 点 $x=1$ 是 $f(x)$的极小值点

D. 点 $x=1$ 是 $f(x)$的极大值点

3. 已知$\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+C$，其中 C 为任意常数，则$\int f(x^2)\mathrm{d}x=$

A. x^5+C　　B. x^4+C

C. $\frac{1}{2}x^4+C$　　D. $\frac{2}{3}x^3+C$

4. 级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2+(-1)^n}{3^n}=$

A. 2　　B. 1

C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{1}{2}$

5．已知 $D=\{(x,y)|4\le x^2+y^2\le 9\}$，则 $\iint\limits_D \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\mathrm{d}\sigma=$

A．2π B．10π

C．$2\pi\ln\frac{3}{2}$ D．$4\pi\ln\frac{3}{2}$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6．已知$\begin{cases}x=\log_3 t\\ y=3^t\end{cases}$，则$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\Big|_{t=1}=$_____________.

7．$\int_{-2}^{2}(|x|+\sin x)\mathrm{d}x=$_____________.

8．$\int_0^{+\infty}e^{1-2x}\mathrm{d}x=$_____________.

9．二元函数 $z=x^{y+1}$，当 $x=e$，$y=0$ 的全微分$\mathrm{d}z|_{\substack{x=e\\y=0}}=$_____________.

10．微分方程$x^2\mathrm{d}y=y\mathrm{d}x$ 满足初始条件$y|_{x=1}=1$ 的特解为 $y=$_____________.

三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）

11．确定常数 a,b 的值，使函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{x+a}{x^2+1}, & x<0\\ b, & x=0\\ \left(1+\frac{2}{x}\right)^x, & x>0\end{cases}$，在 $x=0$ 处连续.

12．求$\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{\ln(1+x)}{x^2}\right]$.

13．求由方程$(1+y^2)\arctan y=xe^x$所确定的隐函数的导数$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$.

14．已知$\ln(1+x^2)$是函数 $f(x)$的一个原函数，求$\int xf'(x)dx$.

15．求由曲线 $y=1+\frac{\sqrt{x}}{1+x}$和直线 $y=0$，$x=0$ 及 $x=1$ 所围成的平面图形的面积 A.

16．已知二元函数 $z=\frac{xy}{1+y^2}$，求$\frac{\partial z}{\partial y}$，$\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}$.

17．求 $\iint\limits_D\sqrt{1-\frac{x}{y}}\mathrm{d}\sigma$，其中 D 是由直线 $y=x,y=1,y=2$ 及 $x=0$ 所围成的闭区域.

18．判定级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n}{|\sin n|+2^n}$的敛散性.

四、综合题（本大题共 2 小题，第 19 小题 10 分，第 20 小题 12 分，共 22 分）

19．已知函数 $f(x)$满足 $f''(x)-4f(x)=0$ 且曲线 $y=f(x)$在点$(0,0)$处的切线与直线 $y=2x+1$ 平行.

（1）求 $f(x)$；

（2）求曲线 $y=f(x)$的凹凸区间与拐点.

20．已知函数 $f(x)=\int_0^x \cos t^2\,\mathrm{d}t$.

（1）求 $f'(0)$；

（2）判断 $f(x)$的奇偶性，并说明理由；

（3）$x>0$，证明：$f(x)>x-\frac{1+\lambda}{3\lambda}x^3(\lambda>0)$.

机密★启用前

广东省 2017 年普通高等学校本科插班生招生考试

高等数学

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。每小题只有一个选项符合题目要求）

1．下列极限等式不正确的是

A．$\lim\limits_{n\to\infty} e^{-n}=0$　　B．$\lim\limits_{n\to\infty} e^{\frac{1}{n}}=1$

C．$\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-1}{x^2-1}=0$　　D．$\lim\limits_{x\to 0} x sin\frac{1}{x}=0$

2．若$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{a}{x}\right)^x=4$, 则常数 $a=$

A．ln2　　B．2ln2

C．1　　D．4

3．设 $F(x)$是可导函数 $f(x)$的一个原函数，C 为任意常数，则下列等式不正确的是

A．$\int f'(x)dx=f(x)+C$　　B．$[\int f(x)\mathrm{d}x]'=f(x)$

C．$\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+\mathrm{C}$　　E．$\int F(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$

4．已知函数 $f(x)$在区间[0，2]上连续，且$\int_0^2 xf(x)dx=4$, 则$\int_0^4 f(\sqrt{x})dx=$

A．2　　B．4

C．6　　D．8

5．将二次积分 $I=\int_{-1}^{1}dx\int_0^{\sqrt{1-x^2}}f(x^2+y^2)dy$化为极坐标形式的二次积分，则 I=

A．$\int_0^{\pi}d\theta\int_0^1 rf(r^2)dr$　　B．$\int_0^{\pi}d\theta\int_0^1 f(r^2)dr$

C．$\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 rf(r^2)dr$　　D．$\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 f(r^2)dr$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6．已知当 $x\to 0$ 时，$f(x)\sim 2x$, 则$\lim\limits_{x\to 0}\frac{sin6x}{f(x)}=$____________.

7．若常数 $p>1$ ，则广义定积分$\int_1^{+\infty}\frac{1}{x^p}dx=$____________.

8．设二元函数 $z=f(x,y)$的全微分 $\mathrm{dz}=\frac{-y}{x^2}dx+\frac{1}{x}dy$, 则$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$____________.

9．微分方程$y''-9y=0$ 的通解为 $y=$____________.

10．级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}$的和为____________.

三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）

11．求极限$\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{3x}-3x-1}{1-cosx}$.

12．设 $\mathrm{y}=x^{x^2}(x>0)$, 求y'.

13．设函数 $f(x)=\int_1^x\sqrt{(t-1)^2+1}dt$, 求曲线 $y=f(x)$的凹凸区间和拐点.

14．求不定积分$\int xcos(x+2)dx$.

15．设$(x-y)^3+z+tanz=0$, 求$\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial y}$.

16．求二重积分$\iint_D e^{x^3}d\sigma$, 其中 D 是由曲线 $y=x^2$和直线 x=1 及 y=0 围成的有界闭区域.

17．若曲线经过点（0，1），且该曲线上任意一点（x，y）处的切线斜率为 $2y+e^x$, 求这条曲线的方程.

18．判定级数$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{4^n}{n!}\right)$的敛散性.

四、综合题（本大题共 2 小题，第 19 小题 10 分，第 20 小题 12 分，共 22 分）

19．设函数 $f(x)=\frac{1+x}{\sqrt{1+x^2}}$.

（1）求曲线 $y=f(x)$的水平渐近线方程；

（2）求曲线 $y=f(x)$和直线 x=0, x=1 及 y=0 围成的平面图形绕 x 轴旋转而成的旋转体的体积 V.

20．已知函数 $f(x)=\arctan\frac{1}{x}$.

（1）证明：当 $x>0$ 时，恒有 $f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{\pi}{2}$;

（2）试问方程 $f(x)=x$ 在区间（0，+∞）内有几个实根？

机密★启用前

广东省 2016 年普通高等学校本科插班生招生考试

高等数学

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。每小题只有一个选项符合题目要求）

1．设函数 $f(x)=\begin{cases}3x+a, & x\geq 1,\\ x+1, & x<1,\end{cases}$在点 x=1 处连续，则常数 a=

A．-1　　　　B．0

C．1　　　　D．2

2．已知函数 $f(x)$满足 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+3\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}=6$，则$f'(x_0)=$

A．1　　　　B．2

C．3　　　　D．6

3．若点（1，2）为曲线 $y=ax^3+bx^2$的拐点，则常数 a 与 b 的值应分别为

A．-1 和 3　　　　B．3 和-1

C．-2 和 6　　　　D．6 和-2

4．设函数 $f(x)$在区间$[-1，1]$上可导，C 为任意实数，则$\int sinx\, f'(cosx)dx=$

A．$\cos x\, f(cosx)+C$　　　　B．$-\cos x\, f(cosx)+C$

C．$f(cosx)+C$　　　　D．$-f(cosx)+C$

5．已知常数项级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$的部分和$S_n=\frac{n}{n+1}(n\in N^*)$，则下列常数项级数中，发散的是

A．$\sum_{n=1}^{\infty}2u_n$　　　　B．$\sum_{n=1}^{\infty}u_n+u_{n+1}$

C．$\sum_{n=1}^{\infty}\left(u_n+\frac{1}{n}\right)$　　　　D．$\sum_{n=1}^{\infty}\left[u_n-(\frac{3}{5})^n\right]$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6．极限$\lim\limits_{x\to\infty}xsin\frac{3}{x}=$____________.

7．设 $y=\frac{x}{1+x^2}$，则 $dy|_{x=0}=$____________.

8．设二元函数 $z=x\ln y$,则 $\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}=$____________.

9．设平面区域 $D=\{(x,y)|x^2+y^2\le 1\}$，则 $\iint_D (x^2+y^2)d\sigma=$____________.

10．椭圆曲线 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 围成的平面图形绕 x 轴旋转一周而形成的旋转体体积 $V=$____________.

三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）

11．求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x^2}-\frac{\sin x}{x^3}\right)$.

12．求曲线 $3x^2+y+e^{xy}=2$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程.

13．求不定积分 $\int\frac{1}{\sqrt{x(1-x)}}dx$.

14．计算定积分 $\int_0^1 x2^x dx$.

15．设 $z=u^v$，而 $u=2x+y$，$v=x$，求 $\frac{\partial z}{\partial x}\Big|_{\substack{x=1\\y=0}}$ 和 $\frac{\partial z}{\partial y}\Big|_{\substack{x=1\\y=0}}$.

16．设平面区域 D 由曲线 xy=1 和直线 y=x 及 x=2 围成，计算二重积分 $\iint_D \frac{x}{y^2}d\sigma$.

17．已知函数 $y=e^{2x}$ 是微分方程 $y''-2y'+ay=0$ 的一个特解，求常数 a 的值，并求该微分方程的通解.

18．已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 满足 $u_{n+1}=\frac{1}{3}(1+\frac{1}{n})^n u_n(n\in N^*)$, 且 $u_1=1$, 判定级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 的收敛性.

四、综合题（本大题共 2 小题，第 19 小题 10 分，第 20 小题 12 分，共 22 分）

19．设函数 $f(x)=\ln(1+x)-x+\frac{1}{2}x^2$，证明：

（1）当 $x\to 0$ 时，$f(x)$ 是比 x 高阶的无穷小量；

（2）当 $x>0$ 时，$f(x)>0$.

20．已知定义在区间 $[0,+\infty)$ 上的非负可导函数 $f(x)$ 满足 $f^2(x)=\int_0^x\frac{1+f^2(t)}{1+t^2}dt(x\ge 0)$.

（1）判断函数 $f(x)$ 是否存在极值，并说明理由；

（2）求 $f(x)$.

机密★启用前

广东省 2015 年普通高等学校本科插班生招生考试

高等数学

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。每小题只有一个选项符合题目要求）

1．若当 $x \to 0$ 时，$kx + 2x^2 + 3x^3$与 x 是等价无穷小，则常数 k=

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

2．已知函数 $f(x)$在x_0处有二阶导数，且$f'(x_0) = 0, f''(x_0) = 1$, 则下列结论正确的是

A．x_0为 $f(x)$的极小值点　　B．x_0为 $f(x)$的极大值点

C．x_0不是 $f(x)$的极小值点　　D．$(x_0, f(x_0))$是曲线 $y = f(x)$的拐点

3．设 $F(x)$是 $f(x)$的一个原函数，C 为任意实数，则$\int f(2x)dx =$

A．$F(x) + C$　　B．$F(2x) + C$

C．$\frac{1}{2}F(2x) + C$　　D．$2F(2x) + C$

4．若函数 $f(x) = \sqrt{1 - x^2} + kx$ 在区间$[0,1]$上满足罗尔（Rolle）定理的条件，则常数 k=

A．-1　　B．0　　C．1　　D．2

5．下列级数中，收敛的是

A．$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n}$　　B．$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^2+1}$

C．$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$　　D．$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{3}{4}\right)^n + \frac{1}{n^2}\right]$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6．曲线 $y = \left(1 - \frac{5}{x}\right)^x$的水平渐近线为 $y =$____________.

7．设函数 $y = f(x)$由参数方程$\begin{cases} x = \tan t \\ y = t^3 + 2t \end{cases}$所确定，则$\frac{dy}{dx}|_{t=0} =$____________.

8．广义积分$\int_1^{+\infty}\frac{1}{x^6}dx=$______________.

9．微分方程$y'-xy=0$满足初始条件$y|_{x=0}=1$的特解$y=$______________.

10．设函数$f(x)=log_2x(x>0)$，则$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x-\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=$______________.

三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）

11．已知函数$f(x)=\begin{cases}\frac{\sin 2(x-1)}{x-1}, & x<1\\ a, & x=1\\ x+b, & x>1\end{cases}$ 在点$x=1$处连续，常数 a 和 b 的值.

12．求极限$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\arctan x-x}{x^3}$.

13．设$y=\ln\frac{e^x}{e^x+1}$，求$y''|_{x=0}$.

14．计算不定积分$\int\frac{\sqrt{x+2}}{x+3}dx$.

15．求由曲线$y=x\cos 2x$和直线$y=0$，$x=0$及$\frac{\pi}{4}$围成的平面图形的面积.

16．将二次积分$I=\int_{-1}^{1}dx\int_0^{\sqrt{1-x^2}}e^{x^2+y^2}dy$化为极坐标形式的二次积分，并计算 I 的值.

17．求微分方程$y''+2y'+5y=0$满足初始条件$y|_{x=0}=2$，$y'|_{x=0}=0$的特解.

18．判定级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n+1}$的收敛性.

四、综合题（本大题共 2 小题，第 19 小题 12 分，第 20 小题 10 分，共 22 分）

19 .设二元函数$z=f(x,y)=x^y\ln x(x>0,x\neq 1)$,平面区域$D=\{(x,y)\,|\,2\le x\le e,-1\le y\le 1\}$.

（1）求微积分 dz；

（2）求$\iint_D f(x,y)\,d\sigma$.

20．已知$f(x)$是定义在 R 上的单调递减的可导函数，且$f(1)=2$, 函数$F(x)=\int_0^x f(t)dt-x^2-1$.

（1）判别曲线$y=F(x)$在 R 上的凹凸性，并说明理由；

（2）证明：方程 $F(x)=0$ 在区间 $\left(0\ ,\ 1\right)$ 内有且仅有一个实根.

机密★启用前

广东省2014年普通高等学校本科插班生招生考试

高等数学

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分。每小题只有一个选项符合题目要求）

1．设函数 $f(x)=\begin{cases} x+2,\ x<0 \\ 1,\ x=0 \\ 2+3x,\ x>0 \end{cases}$ 则下列结论正确的是

A．$\lim\limits_{x\to0} f(x)=1$　　B．$\lim\limits_{x\to0} f(x)=2$

C．$\lim\limits_{x\to0} f(x)=3$　　D．$\lim\limits_{x\to0} f(x)$不存在

2．函数 $y=\dfrac{x}{x+2\sin x}$ 的图形的水平渐近线是

A．$y=0$　　B．$y=\dfrac{1}{3}$　　C．$y=\dfrac{1}{2}$　　D．$y=1$

3．曲线 $y=\ln x+\frac{1}{2}x^2+1$ 的凸区间是

A．$(-\infty,-1)$　　B．$(-1,0)$

C．$(0,1)$　　D．$(1,+\infty)$

4．已知$\arctan x^2$是函数 $f(x)$ 的一个原函数，则下列结论中，不正确的是

A．$f(x)=\dfrac{2x}{1+x^4}$　　B．当$x\to0$时，$f(x)$和x是同阶无穷小量

C．$\int_0^{+\infty} f(x)dx=\dfrac{\pi}{2}$　　D．$\int f(2x)dx=\arctan 4x^2+C$

5．交换二次积分 $I=\int_0^1 dx\int_{x^2}^1 f(x,y)dy$的积分次序，则 $I=$

A．$\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{y}} f(x,y)dx$　　B．$\int_0^1 dy\int_{\sqrt{y}}^1 f(x,y)dx$

C．$\int_0^1 dy\int_{y^2}^1 f(x,y)dx$　　D．$\int_0^1 dy\int_0^{y^2} f(x,y)dx$

二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

6．$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{4n^2+3n+1}}{n}=$______________.

7．$f(x)=x^2+2x-1$在区间[0, 2]上应用拉格朗日（Langrange）中值定理时，满足定理要求的$\xi=$______________.

8．若由参数方程$\begin{cases}x=\ln\cos t\\ y=a\sec t\end{cases}$所确定的函数$y=y(x)$是微分方程$\dfrac{dy}{dx}=y+e^{-x}$的解，则常数$a=$______________.

9．设二元函数$z=\ln(xy)$，则$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$______________.

10．微积分方程$y''+y'-12y=0$的通解是$y=$______________.

三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）

11．求极限$\lim\limits_{x\to0}(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{e^{-x}-1})$.

12．设$y=x\arcsin x-\sqrt{1-x^2}$，求$y''\big|_{x=0}$.

13．求函数$f(x)=\log_4(4^x+1)-\dfrac{1}{2}x-\log_4 2$的单调区间和极值.

14．计算不定积分$\int\dfrac{1}{(x+2)\sqrt{x+3}}dx$.

15．设函数$f(x)=\dfrac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$.

（1）求曲线$y=f(x)$上相应于$0\le x\le1$的弧段长度s；

（2）求由曲线$y=f(x)$和直线$x=0,x=1$及$y=0$围成的平面图绕x轴旋转而成的体积V_x.

16．已知三元函数$f(u,v,w)$具有连续偏导数，且$f_v-f_w\ne0$. 若二元函数$z=z(x,y)$是由三元方程$f(x-y,y-z,z-x)=0$所确定的隐函数，计算$\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

17．计算二重积分$\iint_D(x^2+y^2)\,d\sigma$，积分区域$D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\ge1,|x|\le2,|y|\le2\}$.

18．求微分方程$(1+x^2)dy-(x-x\sin^2 y)dx=0$满足初始条件$y\big|_{x=0}=0$的特解.

四、综合题（本大题共 2 小题，第 19 小题 10 分，第 20 小题 12 分，共 22 分）

19．已知函数 $f(x)=\begin{cases}(1+3x^2)^{\frac{1}{x^2}}\sin 3x+1\ , & x\neq 0\\ a\ , & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续.

（1）求常数 a 的值；（2）求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,a)$ 处的切线方程.

20．设函数 $f(x)=\int_{\ln x}^{2}e^{t^2}dt$．（1）求 $f'(e^2)$；（2）计算定积分 $\int_1^{e^2}\frac{1}{x}f(x)dx$．

机密★启用前

广东省 2013 年普通高等学校本科插班生招生考试

高等数学

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1．当 $x\to 0$ 时，下列无穷小量中，与 x 不等价的无穷小量是

A．$\ln(x+1)$　　B．$\arcsin x$　　C．$1-\cos x$　　D．$\sqrt{1+2x}-1$

2．曲线 $y=\frac{x^3}{x^2-1}$

A．只有水平渐近线　　B．只有铅垂渐近线

C．既有水平渐近线也有铅垂渐近线　　D．无渐近线

3．下列函数中，有区间 $[-1,1]$ 上满足罗尔 (Rolle) 定理条件的是

A．$y=x^{\frac{2}{3}}$　　B．$y=|x|$　　C．$y=x^{\frac{4}{3}}$　　D．$y=x^{\frac{5}{3}}$

4．设函数 $f(x)=x\sin x+\cos x$, 则下列结论正确的是

A．$f(0)$ 是 $f(x)$ 的极小值，$f(\frac{\pi}{2})$ 是 $f(x)$ 的极大值

B．$f(0)$ 是 $f(x)$ 的极大值，$f(\frac{\pi}{2})$ 是 $f(x)$ 的极小值

C．$f(0)$ 和 $f(\frac{\pi}{2})$ 都是 $f(x)$ 的极小值

D．$f(0)$ 和 $f(\frac{\pi}{2})$ 都是 $f(x)$ 的极大值

5．若函数 $f(x)$ 和 $F(x)$ 满足 $F'(x)=f(x)(x\in R)$, 则下列等式成立的是

A．$\int\frac{1}{x}F(2\ln x+1)dx=2f(2\ln x+1)+C$　　B．$\int\frac{1}{x}F(2\ln x+1)dx=\frac{1}{2}f(2\ln x+1)+C$

C．$\int\frac{1}{x}f(2\ln x+1)dx=2F(2\ln x+1)+C$　　D．$\int\frac{1}{x}f(2\ln x+1)dx=\frac{1}{2}F(2\ln x+1)+C$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6．要使函数 $f(x)=\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x^2-1}$ 在 $x=1$ 处连续，应补充定义 $f(1)=$____________.

7．曲线$\begin{cases} x = 3^t \\ y = \tan t \end{cases}$ 在$t=0$相应的点处的切线方程是$y=$______.

8．函数$f(x)=\begin{cases} x(1-x)^{\frac{1}{x}}, & x<0 \\ 0, & x \geq 0 \end{cases}$，在$x=0$处的左导数$f'(0)$______.

9．已知平面图形$G=\left\{(x,y) \middle| x \geq 1, 0 \leq y \leq \frac{1}{x}\right\}$，将图形$G$绕$x$轴旋转一周而成的旋转体体积$V=$______.

10．设D为圆环域：$1 \leq x^2+y^2 \leq 4$，则二重积分$\iint\limits_D \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} d\sigma =$______.

三、计算题(本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分)

11．计算$\lim\limits_{x\to\infty} x\sin(e^{\frac{1}{x}}-1)$.

12．已知函数$f(x)$具有连续的一阶导数，且$f(0)\cdot f'(0)\neq 0$，求常数a和b的值，使$\lim\limits_{x\to 0}\frac{af(x)+bf(2x)-f(0)}{x}=0$.

13．求由方程$xy\ln y+y=e^{2x}$所确定的隐函数在$x=0$处的导数$\frac{dy}{dx}\Big|_{x=0}$.

14．求曲线$y=\ln(\sqrt{x^2+4}+x)$的凹、凸区间及其拐点坐标.

15．计算不定积分$\int\frac{\sin^3 x}{\cos^2 x}dx$.

16．计算定积分$\int_0^2\frac{x}{(x+2)\sqrt{x+1}}dx$.

17．求二元函数$z=\int_0^{xy}e^{-t^2}dt$的全微分dz及二阶偏导数$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

18．求微分方程$y''-2y'+(1-k)y=0$（其中常数$k\geq 0$）的通解.

四、综合题（本大题共 2 小题，第 19 小题 10 分，第 20 小题 12 分，共 22 分）

19．交换二次积分$I=\int_0^1 dx\int_{e^x}^{e}\frac{(2x+1)(2y+1)}{\ln y+1}dy$的积分次序，并求$I$的值．

20．已知$f(x)$的定义在区间$[0,+\infty)$上的非负可导函数，且曲线$y=f(x)$与直线$y=0, x=0$及$x=t(t\geq 0)$围成的曲边梯形的面积为$f(t)-t^2$.

（1）求函数$f(x)$;

（2）证明：当 $x>0$ 时，$f(x)>x^2+\dfrac{x^3}{3}$.

机密★启用前

广东省 2012 年普通高等学校本科插班生招生考试

高等数学

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。每小题只有一个选项符合题目要求）

1．已经三个数列 $\{a_n\}$、$\{b_n\}$ 和 $\{c_n\}$ 满足 $a_n \le b_n \le c_n$（$n \in N^+$），且 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$，$\lim\limits_{n\to\infty} c_n = c$（a、c 为常数，且 $a<c$），则数列 $\{b_n\}$ 必定

A．有界　　B．无界　　C．收敛　　D．发散

2．x=0 是函数 $f(x)=\begin{cases}(1-2x)^{\frac{1}{x}}, & x<0\\ e^2+x, & x\ge 0\end{cases}$ 的

A．连续点　　B．可去间断点

C．跳跃间断点　　D．第二类间断点

3．极限 $\lim\limits_{x\to\infty} 2x\sin\frac{3}{x} =$

A．0　　B．2　　C．3　　D．6

4．如果曲线 $y = ax - \frac{x^2}{x+1}$ 的水平渐近线存在，则常数 $a =$

A．2　　B．1　　C．0　　D．-1

5．设 $f(x, y)$ 为连续函数，将极坐标形式的二次积分 $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^1 f(r\cos\theta, r\sin\theta) r dr$ 化为直角坐标形式，则 $I =$

A．$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dx \int_x^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy$　　B．$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy$

C．$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int_y^{\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$　　D．$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6．设 f(x) 在点 x_0 处可导，且 $f'(x_0)=3$，则 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0-2\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}=$ ________.

7．若 $f(x)=\int\frac{\tan x}{x}dx$，则 $f''(\pi)=$ ________.

8．若曲线 $y=x^3+ax^2+bx+1$ 有拐点 (-1，0)，则常数 b= ________.

9．广义积分 $\int_{-\infty}^{0}\frac{e^x}{1+e^x}dx=$ ________.

10．设函数 $f(u)$ 可微，且 $f'(0)=\frac{1}{2}$，则 z=f（$4x^2-y^2$）在点 (1，2) 处的全微分

$dz\big|_{(1,2)}=$ ________.

三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）

11．计算 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{1+x}\right)^{\frac{1}{\ln x}}$.

12．设函数 y=f(x) 由参数方程 $\begin{cases}x=\ln\left(\sqrt{3+t^2}+t\right)\\ y=\sqrt{3+t^2}\end{cases}$ 所确定，求 $\frac{dy}{dx}$（结果要化为最简形式）.

13．确定函数 $f(x)=(x-1)e^{\frac{\pi}{4}+\arctan x}$ 的单调区间和极值.

14．求不定积分 $\int\ln\left(1+x^2\right)dx$.

15．设 $f(x)=\begin{cases}x^3e^{x^4+1}, & -\frac{1}{2}\le x\le\frac{1}{2}\\ \frac{1}{x^2}, & x>\frac{1}{2}\end{cases}$，利用定积分的换元法求定积分 $\int_{\frac{1}{2}}^{2}f(x-1)dx$.

16．求微分方程 $y''-4y'+13y=0$ 满足初始条件 $y|_{x=0}=1$、$y'|_{x=0}=8$ 的特解.

17．已知二元函数 $z=x(2y+1)^x$，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}\Big|_{\substack{x=1\\ y=1}}$.

18．计算二重积分 $\iint_D\sqrt{y^2-x}\,d\sigma$，其中 D 是由曲线 y=$\sqrt{x}$ 及直线 y=1，x=0 围成的闭区域.

四、综合题（大题共 2 小题，第 19 小题 12 分，第 20 小题 10 分，共 22 分）

19．已知 C 经过点 M(1，0)，且曲线 C 上任意点 P(x，y)(x≠0) 处的切线斜率与直线 OP（O 为坐标原点）的斜率之差等于 ax（常数 a>0）.

（1）求曲线 C 的方程；

（2）明确 a 的值，使曲线 C 与直线 y=ax 围成的平面图形的面积等于$\frac{8}{3}$.

20．若当 $x\to0$，函数 $f(x)=\int_0^x 2^{t^3-3t+a}dt$ 与 x 是等价无穷小量；

（1）求常数 a 的值；

（2）证明：$\frac{1}{2}\le f(2)\le 8$．

机密★启用前

广东省 2011 年普通高等学校本科插班生招生考试

高等数学

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。每小题只有一个选项符合题目要求）

1．下列极限等式中，正确的是

A．$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}=1$　　B．$\lim\limits_{x\to\infty}e^{x}=\infty$

C．$\lim\limits_{x\to 0^-}e^{\frac{1}{x}}=0$　　D．$\lim\limits_{x\to 0}\frac{|x|}{x}=1$

2．若函数是 $f(x)=\begin{cases}(1+ax)^{\frac{1}{x}}, & x>0\\ 2+x, & x\le 0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则常数$a=$（　　）

A．$-\ln 2$　　B．$\ln 2$

C．2　　D．e^{x}

3．已知 $f(x)$的二阶导数存在，且 $f(2)=1$，则 $x=2$ 是函数的 $F(x)=(x-2)^2f(x)$的

A．极小值点　　B．最小值点

C．极大值点　　D．最大值点

4．若$\int_1^2 xf(x)\,dx=2$，则$\int_0^3 f\left(\sqrt{x+1}\right)dx=$

A．1　　B．2

C．3　　D．4

5．设 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{\sin(2x^2-y^2)}{y}, & y\ne 0\\ 0, & y=0\end{cases}$，则$f'_y(0,0)=$

A．-1　　B．0

C．1　　D．2

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6．若当 $x\to\infty$时，$\frac{kx}{(2x+3)^4}$与$\frac{1}{x^3}$是等价无穷小，则常数 K=______________.

7．设$\begin{cases}x=t-t^3\\ y=2^t\end{cases}$，则$\frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dx}}|_{t=0}=$______________.

8．已知函数 $f(x)$在$(-\infty,+\infty)$内连续，且 $y=\int_0^{2x}f\left(\frac{1}{2}t\right)dt-2\int(1+f(x))dx$，则

$y'=$______________.

9．若二元函数 $z=\frac{4x-3y}{y^2}(y\neq 0)$，则$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}=$______________.

10 .设平面区域 D 由直线 $y=x$ $y=2x$ 及 $x=1$ 围成 则二重积分$\iint_D x d\sigma=$______________.

三、计算机（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）

11．计算$\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}-\frac{x+1}{\sin x}\right)$.

12．已知函数 f(x)的 $n-1$ 阶导数$f^{(n-1)}(x)=\ln\left(\sqrt{1+e^{-2x}}-e^{-x}\right)$, 求$f^{(n)}(0)$.

13．求曲线 $y=x-\arctan kx(k<0)$的凹凸区间的拐点.

14．计算不定积分$\int\frac{1}{x^2\sqrt{x^2-1}}dx(x>1)$.

15．设 $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2}{1+x^2},\ x>0\\ x\cos x,\ x\leq 0\end{cases}$，计算定积分$\int_{-\pi}^{1}f(x)dx$.

16．求微分方程 $y''-2y'+10y=0$ 满足初始条件 $y|_{x=0}=0$、$y'|_{x=0}=3$ 的特解.

17．已知二元函数 $z=(3x+y)^{2y}$，求偏导数$\frac{\partial z}{\partial x}$及$\frac{\partial z}{\partial y}$.

18．化二次积分$\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{1-x^2}}\frac{1}{1+x^2+y^2}dy$为极坐标形式的二次积分，并求其值.

四、综合题（大题共 2 小题，第 19 小题 10 分，第 20 小题 12 分，共 22 分）

19 . 过坐标原点作曲线 $y=e^x$的切线 l , 切线 l 与曲线 $y=e^x$及 y 轴围成的平面图形标记为

G，求：

（1）切线 l 的方程；

（2）G 的面积；

（3）G 绕 x 轴旋转而完成的旋转体体积.

20．若定义在区间$(0,\pi)$内的可导函数 $y=f(x)$满足 $xy'=(x\cot x-1)y$，且$y|_{x=\frac{\pi}{2}}=\frac{2}{\pi}$，

（1）求函数 $y=f(x)$的表达式；

（2）证明：函数 $y=f(x)$在区间$(0,\pi)$内单调递减.

机密★启用前

广东省2010年普通高等学校本科插班生招生考试

高等数学

一、选择题（本大题共5题，每小题3分，共15分。每小题只有一个选项符合题目要求）

1．设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，则函数 $y=\frac{1}{2}[f(x)-f(-x)]$ 在其定义域上是

A．偶函数　　B．奇函数　　C．周期函数　　D．有界函数

2．$x=0$ 是函数的 $f(x)=\begin{cases} e^{\frac{1}{x}}, & x<0 \\ 0, & x\geq 0 \end{cases}$

A．连续点　　B．第一类可去间断点

C．第一类跳跃间断点　　D．第二类间断点

3．当 $x\to 0$ 时，下列无穷小量中，与 x 等价的是

A．$1-\cos x$　　B．$\sqrt{1+x^2}-1$　　C．$\ln(1+x)+x^2$　　D．$e^{x^2}-1$

4．若函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，则下列结论中正确的是

A．在区间 (a,b) 内至少存在一点 ξ，使得 $f(\xi)=0$

B．在区间 (a,b) 内至少存在一点 ξ，使得 $f'(\xi)=0$

C．在区间 (a,b) 内至少存在一点 ξ，使得 $f(b)-f(a)=f'(\xi)(b-a)$

D．在区间 (a,b) 内至少存在一点 ξ，使得 $\int_a^b f(x)dx=f(\xi)(b-a)$

5．设 $f(x+y,xy)=x^2+y^2-xy$，则 $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}=$

A．$2y-x$　　B．-1　　C．$2x-y$　　D．-3

二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

6．设 a,b 为常数，若 $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{ax^2}{x+1}+bx)=2$ ，则 a + b =____________.

7．圆 $x^2+y^2=x+y$ 在$(0，0)$点处的切线方程是____________.

8．由曲线 $y=\frac{1}{x}$ 和直线 $x=1,x=2$ 及 $y=0$ 围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所构成的几何体的体积 V =____________.

9．微分方程 $y''-5y'-14y=0$ 的通解是 y=____________.

10．设平面区域 $D=\{(x,y)|x^2+y^2\le 1\}$ ，则二重积分 $\iint_D (x^2+y^2)^2\, d\sigma=$____________.

三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）

11．计算 $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\ln\sin x}{(\pi-2x)^2}$.

12．设函数 $f(x)=\begin{cases}x^2\sin\frac{2}{x}+\sin 2x, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$ ，用导数定义计算 $f'(0)$.

13．已知点（1，1）是曲线 $y=ae^{\frac{1}{x}}+bx^2$ 的拐点，求常数 a，b 的值.

14．计算不定积分 $\int\frac{\cos x}{1-\cos x}dx$.

15．计算定积分 $\int_{\ln 5}^{\ln 10}\sqrt{e^x-1}\,dx$.

16．求微分方程 $\frac{dy}{dx}+\frac{y}{x}=\sin x$ 的通解.

17．已知隐函数 $z=f(x,y)$ 由方程 $x^z-xy^2+z^3=1$ 所确定，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial z}{\partial y}$.

18 .计算二重积分 $\iint_D 2xydxdy$,其中 D 是由抛物线 $y=x^2+1$ 和直线 $y=2x$ 及 $x=0$ 围成的区域.

四、综合题（本大题共 2 小题，第 19 小题 10 分，第 20 小题 12 分，共 22 分）

19．求函数 $\Phi(x)=\int_0^x t(t-1)dt$ 的单调增减区间和极值.

20．已知 $(1+\frac{2}{x})^x$ 是函数 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内的一个原函数，

（1）求 $f(x)$；

（2）计算$\int_1^{+\infty} f(2x)dx$.

机密★启用前

广东省2009年普通高等学校本科插班生招生考试

高等数学

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分。每小题只有一个选项符合题目要求）

1．设 $f(x)=\begin{cases}3x+1, & x<0\\ 1-x, & x\geq 0\end{cases}$，则 $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=$

A．-1　　B．1　　C．3　　D．∞

2．极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(x\sin\dfrac{2}{x}+\dfrac{2}{x}\sin x\right)=$

A．0　　B．1　　C．2　　D．∞

3．下列函数中，在点 $x=0$ 处连续但不可导的是

A． $y=|x|$　　B． $y=1$

C． $y=\ln x$　　D． $y=\dfrac{1}{x-1}$

4．积分 $\int\cos x f'(1-2\sin x)dx=$

A． $2f(1-2\sin x)+C$　　B． $\dfrac{1}{2}f(1-2\sin x)+C$

C． $-2f(1-2\sin x)+C$　　D． $-\dfrac{1}{2}f(1-2\sin x)+C$

5．改变二次积分 $I=\int_0^1 dx\int_0^{x^2} f(x,y)dy$ 的积分次序，则 $I=$

A． $\int_0^1 dy\int_{\sqrt{y}}^0 f(x,y)dx$　　B． $\int_0^1 dy\int_1^{\sqrt{y}} f(x,y)dx$

C． $\int_0^1 dy\int_{\sqrt{y}}^1 f(x,y)dx$　　D． $\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{y}} f(x,y)dx$

二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

6．若当 $x \to 0$ 时，$\sqrt{1-ax^2}-1 \sim 2x^2$，则常数 a=_____________.

7．曲线 $y=\dfrac{\ln(1+x)}{x}$ 的水平渐近线方程是_____________.

8．若曲线 $\begin{cases} x=kt-3t^2, \\ y=(1+2t)^2 \end{cases}$ 在 t=0 处的切线斜率为 1，则常数 k=_____________.

9．已知二元函数 $z=f(x,y)$ 的全微分 $\mathrm{d}z=y^2\,dx+2xydy$，则 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}=$_____________.

10．已知函数 $f(x)$ 满足 $f'(x)=f(x)+1$，且 $f(0)=0$，则 $f(x)=$_____________.

三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）

11．计算极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^3}\int_0^x e^{t^2}dt-\dfrac{1}{x^2}\right)$.

12．设 $f(x)=\begin{cases} x(1+2x^2)^{\frac{1}{x^2}}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$ 用导数定义计算 $f'(0)$.

13．已知函数 $f(x)$ 的导数 $f'(x)=x\ln(1+x^2)$，求 $f'''(1)$.

14．计算不定积分 $\int \arctan\sqrt{x}dx$.

15．计算定积分 $\int_{-1}^{1}\dfrac{|x|+x^3}{1+x^2}dx$.

16．设隐函数 $z=f(x,y)$ 由方程 $x^y+z^3+xz=0$ 所确定，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial z}{\partial y}$.

17．计算二重积分 $\iint_D \dfrac{\left(2\sqrt{x^2+y^2}-1\right)^3}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy$，其中积分区域 $D:1\le x^2+y^2\le 4$.

18．求微分方程 $y''+y'-6y=0$ 满足初始条件 $y|_{x=0}=1, y'|_{x=0}=-8$ 的特解.

四、综合题（大题共 2 小题，第 19 小题 10 分，第 20 小题 12 分，共 22 分）

19．用 G 表示由曲线 y=lnx 及直线 x+y=1, y=1 围成的平面图形.

（1）求 G 的面积；

（2）求 G 绕 y 轴旋转一周而成的旋转体的体积.

20．设函数 $f(x)=x^2+4x-4x\ln x-8$.

（1）判断 $f(x)$ 在区间（0，2）上的图形的凹凸性，并说明理由；

（2）证明：当 $0<x<2$ 时，有 $f(x)<0$.

机密★启用前

广东省 2008 年普通高等学校本科插班生招生考试

高等数学

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。每小题给出的四个选项，只有一项是符合题目要求的）

1．下列函数为奇函数的是

A．x^2-x　　B．e^x+e^{-x}　　C．e^x-e^{-x}　　D．$x\sin x$

2．极限 $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{-\frac{1}{x}}=$

A．e　　B．e^{-1}　　C．1　　D．-1

3．函数在点 x_0 处连续是在该点处可导的

A．必要非充分条件　　B．充分非必要条件

C．充分必要条件　　D．既非充分也非必要条件

4．下列函数中，不是 $e^{2x}-e^{-2x}$ 的原函数的是

A．$\frac{1}{2}\left(e^x+e^{-x}\right)^2$　　B．$\frac{1}{2}\left(e^x-e^{-x}\right)^2$　　C．$\frac{1}{2}\left(e^{2x}+e^{-2x}\right)$　　D．$\frac{1}{2}\left(e^{2x}-e^{-2x}\right)$

5．已知函数 $z=e^{xy}$，则 dz=

A．$e^{xy}(dx+dy)$　　B．$ydx+xdy$　　C．$e^{xy}(xdx+ydy)$　　D．$e^{xy}(ydx+xdy)$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6．极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{e^x-e^{-x}}$=____________.

7．曲线 $y=x\ln x$在点（1，0）处的切线方程是=____________.

8．积分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(\sin\ x+\cos\ x)dx=$______________.

9．设 $u=e^x\cos y, v=e^x\sin y$ ，则 $\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}=$______________.

10．微分方程 $\frac{dy}{dx}-\frac{x}{1+x^2}=0$ 的通解是______________.

三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）

11．计算 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan\ x-x}{x-\sin\ x}$.

12．求函数 $f(x)=3-x-\frac{4}{(x+2)^2}$ 在区间[-1，2]上的最大值及最小值.

13．设参数方程 $\begin{cases} x=e^{2t} \\ y=t-e^{-t} \end{cases}$ 确定函数 y = y(x)，计算 $\frac{dy}{dx}$.

14．求不定积分 $\int\frac{\sin x+\sin^2 x}{1+\cos x}dx$.

15．计算定积分 $\int_0^1\ln(1+x^2)dx$.

16．设方程 $e^{-xy}-2z+e^z=0$ 确定隐函数 $z=z(x,y)$ ，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y}$.

17．计算二重积分 $\iint_D ye^{xy}dxdy$，其中 D 是由 y 轴、直线 y = 1，y = 2 及曲线 xy = 2 所围成的平面区域.

18．求微分方程 $y'+y\cos x=e^{-\sin x}$ 满足初始条件 $y|_{x=0}=2$ 的特解.

四、综合题（本大题共 2 小题，第 19 小题 10 分，第 20 小题 12 分，共 22 分）

19．证明：对 $x>0$，$\frac{e^x+e^{-x}}{2}>1+\frac{x^2}{2}$.

20．设函数 $f(x)$ 在区间[0，1]上连续，且 $0<f(x)<1$，判断方程 $2x-\int_0^x f(t)dt=1$ 在区间（0，1）内有几个实根，并证明你的结论.

机密★启用前

广东省2007年普通高等学校本科插班生招生考试

高等数学

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分。每小题给出的四个选项，只有一项是符合题目要求的）

1．函数 $f(x)=2\ln\frac{x}{\sqrt{1+x^2}-1}$ 的定义域是

A．$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$　　B．$(-\infty,0)$

C．$(0,+\infty)$　　D．$\emptyset$

2．极限 $\lim\limits_{x\to 2}(x-2)\sin\frac{1}{2-x}$

A．等于-1　　B．等于0　　C．等于1　　D．不存在

3．设 $F(x)$ 是 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内的一个原函数，下列等式不成立的

A．$\int\frac{f(\ln x)}{x}dx=F(\ln x)+C$　　B．$\int\cos xf(\sin x)dx=F(\sin x)+C$

C．$\int 2xf(x^2+1)dx=F(x^2+1)+C$　　D．$\int 2^x f(2^x)dx=F(2^x)+C$

4．设函数 $\phi(x)=\int_0^x(t-1)dt$，则下列结论正确的是

0　　B．$\phi(x)$ 的极小值为1

C．$\phi(x)$ 的极大值为 $-\frac{1}{2}$　　D．$\phi(x)$ 的极小值为 $-\frac{1}{2}$

5．设 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^3-y^3}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ 则 $f'_x(0,0)$

A．等于1　　B．等于-1　　C．等于0　　D．不存在

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6．极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)^{x} =$ ____________.

7．设 $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$，要使 $f(x)$ 在 $x=3$ 处连续，应补充定义 $f(3)=$____________.

8．设函数 $y=\dfrac{1-e^{-x^2}}{1+e^{-x^2}}$，则其函数图像的水平渐近线方程是____________.

9．微分方程 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+4y=0$ 的通解是 y =____________.

10．设 $u=\ln(x^2+y^2+z^2)$，则全微分 du =____________.

三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）

11．求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{\tan\ x}\right)$ 的值.

12．设 $y=\cos^2 x+\ln\sqrt{1+x^2}$，求二阶导数 y''.

13．设函数 $y=y(x)$ 由方程 $\arcsin x\cdot\ln y-e^{2x}+y^3=0$ 确定，求 $\dfrac{dy}{dx}\Big|_{x=0}$.

14．计算不定积分 $\int\left[2^x-\frac{1}{(3x+2)^3}+\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}\right]dx.$

15．计算定积分 $\int_0^{\sqrt{3}}\frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}dx.$

16．设平面图形由曲线 $y=x^3$ 与直线 $y=0$ 及 $x=2$ 围成，求该图形线 y 轴旋转所得的旋转体体积.

17．设 $f(x+y,x-y)=\arctan\dfrac{x+y}{x-y}$，计算 $y\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x}-x\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial y}$ 的值.

18．计算二重积分 $\iint_D\frac{1}{\sqrt{1+x^2+y^2}}dxdy$，其中积分区域 $D=\{(x,y)|x^2+y^2\le 8, y\ge 0\}$.

四、综合题（本大题共 2 小题，第 19 小题 10 分，第 20 小题 12 分，共 22 分）

19．若函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续，且满足 $f(x)+2\int_0^x f(t)dt=x^2$，求 $f(x)$.

20．设函数 $f(x)=\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}$，(1) 求 $f'(x)$；(2) 证明：当 $x>0$ 时，$f(x)$ 单调增加.

机密★启用前

广东省 2006 年普通高等学校本科插班生招生考试

高等数学

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。每小题给出的四个选项，只有一项是符合题目要求的）

1．函数 $f(x)=\sqrt[3]{x}+1$ 在 $x=0$ 处

A．无定义　　B．不连续

C．可导　　D．连续但不可导

2．设函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续，且 $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)}{x\to x_0}=4$，则 $f(x_0)=$

A．-4　　B．0　　C．1/4　　D．4

3．设函数 $f(x)=\begin{cases}a(1+x)^{\frac{1}{x}}, & x>0\\ x\sin\frac{1}{x}+\frac{1}{2}, & x<0\end{cases}$ 若 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在，则 $a=$

A．$\frac{3}{2}$　　B．$\frac{1}{2}e^{-1}$　　C．$\frac{3}{2}e^{-1}$　　D．$\frac{1}{2}$

4．设 $z=\ln(xy)$，则 $dz=$

A．$\frac{1}{x}dx+\frac{1}{y}dy$　　B．$\frac{1}{y}dx+\frac{1}{x}dy$　　C．$\frac{dx+dy}{xy}$　　D．$ydx+xdy$

5．积分 $\int_0^{+\infty}e^{-x}dx$

A．收敛且等于-1　　B．收敛且等于 0

C．收敛且等于 1　　D．发散

二、填空题（本大题共 5 小题，每个空 3 分，共 15 分）

6．若直线 $y=4$ 是曲线 $y=\frac{ax+3}{2x-1}$ 的水平渐近线，则 a=______________.

7．由参数方程 $\begin{cases} x=2\sin t+1, \\ y=e^{-t} \end{cases}$ 所确定的曲线在 t=0 相应点处的切线方程是______________.

8．积分 $\int_{-\pi}^{\pi}(x\cos x+|\sin x|)dx=$______________.

9．曲线 $y=e^x$ 及直线 x=0，x=1 和 y=0 所围成平面图形绕 x 轴旋转所成的旋转体体积

V=______________.

10．微分方程 $4y''-4y'+5y=0$ 的通解是______________.

三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分。解答应写出演算步骤和必要的文字说明）

11．求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}n\left\{\ln(2+\frac{1}{n})-\ln 2\right\}$.

12．计算不定积分 $\int\frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$.

13．设函数 $y=\sin^2(\frac{1}{x})-2^x$，求 $\frac{dy}{dx}$.

14．函数 $y=y(x)$ 是由方程 $e^y=\sqrt{x^2+y^2}$ 所确定的隐函数，求 $\frac{dy}{dx}$ 在点（1，0）处的值.

15．计算定积分 $\int_0^1\ln\left(\sqrt{1+x^2}+x\right)dx$.

16．求二重积分 $\iint_D xy^2d\sigma$，其中积分区域 $D=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2\le 1,x\ge o\right\}$.

17．设函数 $z=x\arctan\frac{x}{y}$，求 $\left.\frac{\partial^2 x}{\partial y\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=1}}$.

18．求微分方程 $y'\tan x=y\ln y$ 满足初始条件 $y\big|_{x=\frac{\pi}{6}}=e$ 的特解.

四、综合题（本大题共 2 小题，第 19 小题 14 分，第 20 小题 8 分，共 22 分）

19．已知函数 $f(x)$ 是 $g(x)=5x^4-20x^3+15x^2$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上的一个原函数，且 $f(0)=0$.

（1）求 $f(x)$ ；

（2）求 $f(x)$ 的单调区间和极值；

（3）求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x \sin^4 t dt}{f(x)}$.

20．设 $f(x)$ ，$g(x)$ 都是 $(-\infty,+\infty)$ 上的可导函数，且 $f'(x)=g(x), g'(x)=f(x), f(0)=1$ ，g = (0) = 0. 试证：$f^2(x)-g^2(x)=1, x\in(-\infty,+\infty)$.

机密★启用前

广东省 2005 年普通高等学校本科插班生招生考试

高等数学

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1．下列等式中，不成立的是

A．$\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin(x-\pi)}{x-\pi}=1$　　B．$\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\dfrac{1}{x}=1$

C．$\lim\limits_{x\to 0}x\sin\dfrac{1}{x}=0$　　D．$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x^2}{x}=1$

2．设 $f(x)$是在$(-\infty,+\infty)$上的连续函数，且$\int f(x)\mathrm{d}x=e^{x^2}+C$，则$\int\dfrac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x=$

A．$-2e^{x^2}$　　B．$2e^{x}+c$　　C．$-\dfrac{1}{2}e^{x^2}+C$　　D．$\dfrac{1}{2}e^{x}+C$

3．设 $f(x)=\cos x$，则$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=$

A．$-\sin x$　　B．$\cos x$　　C．$-\sin a$　　D．$\sin x$

4．下列函数中，在闭区间[-1，1]上满足罗尔中值定理条件的是

A．$f(x)=|x|$　　B．$f(x)=x^{-2}$　　C．$f(x)=\sqrt{1-x^2}$　　D．$f(x)=x^3$

5．已知$u=(xy)^x$，则$\dfrac{\partial u}{\partial y}=$

A．$x^2(xy)^{x-1}$　　B．$x^2\ln(xy)$　　C．$x(xy)^{x-1}$　　D．$y^2\ln(xy)$

二、填空题（本大题共 5 小题，每个空 3 分，共 15 分）

6．极限$\lim\limits_{x\to\infty}x\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)$____________.

7．定积分$\int_{-1}^{1}e^{-x^2}\sin xdx=$____________.

8．设函数$f(x)=\ln\dfrac{2-x}{2+x}$，则$f''(1)=$____________.

9．若函数$f(x)=\begin{cases}a(x+1),x\le 0,\\(1+2x)^{\frac{1}{x}},x>0.\end{cases}$在 x=0 处连续，则 a=____________.

10．微分方程$\dfrac{dy}{dx}+2xy=2xe^{-x^2}$的通解是____________.

三、计算题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分）

11．求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2+1}\right)$.

12．求极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\int_0^x ln^2(1+t)dt}{x^2}$.

13．已知 $y=\arctan\sqrt{x^2-1}-\dfrac{\ln x}{\sqrt{x^2-1}}$，求 y'.

14．设函数 $y=y(x)$ 是由方程 $\arctan\dfrac{y}{x}=\ln\sqrt{x^2+y^2}$ 所确定的隐函数，求 $\dfrac{dy}{dx}$.

15．计算不定积分 $\int(\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}-\dfrac{1}{x}+3^x+\dfrac{1}{\sin^2 x})dx$.

16．计算定积分 $\int_{\ln 2}^{2\ln 2}\dfrac{1}{\sqrt{e^t-1}}dt$.

17．求由两条曲线 $y=\cos x, y=\sin x$ 及两条直线 $x=0, x=\dfrac{\pi}{6}$ 所围成的平面图形绕 x 轴旋转而成的旋转体体积.

18．计算二重积分 $\iint_D \ln\left(x^2+y^2\right)dxdy$，其中积分区域 $D=\left\{\ (x,y)\middle|1\le x^2+y^2\le 4\ \right\}$.

19．求微分方程 $y''+4y'+3y=0$ 满足初始条件 $y(0)=2, y'(0)=6$ 的特解.

20．已知 $z=\sin(xy)+xe^{-xy}$，求全微分 dz.

四、综合题（本大题共 3 小题，第 21 小题 8 分，第 22、23 小题各 6 分，共 20 分）

21．设 $f(x)=xe^{-\frac{1}{2}x^2}$，

（1）求 $f(x)$ 的单调区间及极值；

（2）求 $f(x)$ 的闭区间[0,2]上的最大值和最小值.

22．证明：当 $t>0$ 时，$\frac{1}{1+t}<\ln\left(1+\frac{1}{t}\right)<\frac{1}{t}$.

23．已知 $f(\pi)=2$，且 $\int_0^{\pi}[f(x)+f''(x)]\sin x\,dx=5$，求 f(0).