

广东省2021年普通高等学校 专升本高数真题



作者：石桥先生

公众号：专插本高等数学

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分，每小题只有一个选项符合题目要求）

4. 设常数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛，则下列收敛的是()

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(u_n + \frac{1}{n}\right)$

B. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(u_n + \frac{1}{2}\right)$

C. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(u_n + \frac{1}{3^n}\right)$

D. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(u_n - \frac{1}{\sqrt{n}}\right)$

5. 设 $f(x) = \int_0^{x^2} \sin t^2 dt$, $g(x) = 3x^6 + 4x^5$, 当 $x \rightarrow 0$ 时, ()

A. $f(x)$ 比 $g(x)$ 低阶无穷小

B. $f(x)$ 比 $g(x)$ 高阶无穷小

C. $f(x)$ 与 $g(x)$ 等价无穷小

D. 非等价, 同阶无穷小

二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

6. $\begin{cases} x = 2t^3 + 3 \\ y = t^2 - 4 \end{cases}$ 在 $t = 1$ 相应的点处切线斜率为_____.

7. 求 $z = x^2y$ 的全微分_____.

8. $\frac{dy}{dx} = y + 2$, 初值为 $y|_{x=0} = -1$ 的特解为 $y =$ _____.

二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

9. $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3 - x\}$, 求 $\iint_D d\sigma =$ _____.

10. 连续函数 $f(x)$ 满足 $\int_0^{2x+1} f(t) dt = -2x^3 + 1$, 则 $f(3) =$ _____.

三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

11. 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 3} - x)$ 的值.

12. $y = 2^x + x^x (x > 0)$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

13. 求不定积分 $\int (x + 5) \cos 3x \, dx$.

14. 求定积分 $\int_{-2}^2 \frac{x^{2021} + |x|}{x^2 + 1} \, dx$.

三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

15. $z = z(x, y), e^{zy} - xz = 1$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}$.

16. 已知 $x^2 + y^2 \leq 4$ 的第一象限为平面区域 D , 求 $\iint_D e^{x^2+y^2} d\sigma$.

三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

17. 判断 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$ 的收敛性.

18. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 2 \\ 6-x, & x > 2 \end{cases}$, 求 $F(x) = \int_0^x f(t) dt$. 求 $F(x)$ 表达式, 并讨论 $F(x)$ 在点 $x = 2$ 处的连续性.

四、综合题（本大题共2小题，第19题10分，第20题12分，共22分）

19. 做一个容积为 64π 立方米的圆柱形无盖容器，底、侧材质相同且厚度不计。

问：底面半径为何值时，才能使所用材料最省？

四、综合题（本大题共2小题，第19题10分，第20题12分，共22分）

20. 过坐标原点作曲线 $y = \ln x$ 的切线 L ，该切线与直线 $x = 1$ 及 $y = \ln x$ 围成平面图形 D .

- (1) 求切线 L 的方程；
- (2) 求平面图形 D 的面积.