

广东省2022年普通高等学校 专升本高数真题



作者：石桥先生

公众号：专插本高等数学

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分，每小题只有一个选项符合题目要求）

1. 若函数 $f(x) = \begin{cases} x + 1, & x \neq 1 \\ a, & x = 1 \end{cases}$ ，在 $x = 1$ 处连续，则常数 $a = (\quad)$

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

2. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{1}{x}} = (\quad)$

- A. e^{-3} B. $e^{-\frac{1}{3}}$ C. 1 D. e^3

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ 是级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛的 (\quad)

- A. 充分条件 B. 必要条件 C. 充要条件 D. 既非充分也非必要条件

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分，每小题只有一个选项符合题目要求）

4. 已知 $\frac{1}{x^2}$ 是函数 $f(x)$ 的一个原函数，则 $\int_1^{+\infty} f(x)dx=(\quad)$

- A. 2 B. 1 C. -1 D. -2

5. 将二次积分 $I = \int_0^1 dx \int_x^1 f(x^2 + y^2) dy$ 化为极坐标系下的二次积分，则 $I =(\quad)$

- A. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^{\sec \theta} f(r^2) dr$ B. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^{\csc \theta} rf(r^2) dr$
C. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\sec \theta} f(r^2) dr$ D. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\csc \theta} rf(r^2) dr$

二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

6. 若 $x \rightarrow 0$ 时，无穷小量 $2x$ 与 $3x^2 + mx$ 等价，则常数 $m =$ _____.

7. 设 $\begin{cases} x = 5t - t^2 \\ y = \log_2 t \end{cases}$ ，则 $\frac{dy}{dx} \Big|_{t=2} =$ _____.

8. 椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 所围成的图形绕 x 轴旋转一周而成的旋转体体积为_____.

二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

9. 微分方程 $e^{-x}y' = 2$ 的通解是_____.

10. 函数 $z = x^{\ln y}$ 在点 (e, e) 处的全微分 $dz|_{(e,e)} =$ _____.

三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

11. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x^2 - 9x + 5}{x^3 - 3x + 2}$.

12. 设 $y = \arctan x^2$, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2} \big|_{x=1}$.

三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

13. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} + 2x, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, 利用导数定义求 $f'(0)$.

14. 求不定积分 $\int \frac{2x^2+3x}{x\sqrt{1-x^2}} dx$.

三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

15. 已知 $\int \tan x \, dx = -\ln|\cos x| + C$ ，求定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sec^2 x \, dx$.

16. 设 $z = f(x, y)$ 是由方程 $z = 2x - y^2 e^z$ 所确定的隐函数，计算 $\frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y}$.

三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

17. 计算二重积分 $\iint_D \cos x \, d\sigma$ ，其中 D 是由曲线 $y = \sin x \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$ 和直线 $y = 0, x = \frac{\pi}{2}$ 围成的有界闭区域.

18. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3^n} - \frac{3}{2^n}\right)$ 的敛散性.

四、综合题（本大题共2小题，第19题10分，第20题12分，共22分）

19. 设函数 $f(x) = 2x \ln x - x - \frac{1}{x} + 2$.

- (1) 求曲线 $y = f(x)$ 的拐点；
- (2) 讨论曲线 $y = f(x)$ 上是否存在经过坐标原点的切线？

四、综合题（本大题共2小题，第19题10分，第20题12分，共22分）

20. 设函数 $f(x)$ 连续.

(1) 证明: $\int_0^x f(x-t)dt = \int_0^x f(t)dt$;

(2) 若 $f(x)$ 满足 $f(x) = 3x + 1 + \int_0^x tf(t)dt - x \int_0^x f(x-t)dt$, 求 $f(x)$.