

# 广东省2012年普通高等学校 专升本高数真题



作者：石桥先生

公众号：专插本高等数学

# 一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分，每小题只有一个选项符合题目要求）

1. 已经三个数列  $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$  和  $\{c_n\}$  满足  $a_n \leq b_n \leq c_n$  ( $n \in \mathbb{N}^+$ ), 且  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = c$  ( $a$ 、 $c$  为

常数, 且  $a < c$ ), 则数列  $\{b_n\}$  必定

A. 有界

B. 无界

C. 收敛

D. 发散

2.  $x=0$  是函数  $f(x) = \begin{cases} (1-2x)^{\frac{1}{x}}, & x < 0 \\ e^2 + x, & x \geq 0 \end{cases}$  的

A. 连续点

B. 可去间断点

C. 跳跃间断点

D. 第二类间断点

3. 极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \sin \frac{3}{x} =$

A. 0

B. 2

C. 3

D. 6

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分，每小题只有一个选项符合题目要求）

4. 如果曲线  $y = ax - \frac{x^2}{x+1}$  的水平渐近线存在，则常数  $a =$

A . 2

B . 1

C . 0

D . -1

5. 设  $f(x, y)$  为连续函数，将极坐标形式的二次积分  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^1 f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr$  化

为直角坐标形式，则  $I =$

A .  $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dx \int_x^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$

B .  $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$

C .  $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int_y^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$

D .  $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$

## 二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

6. 设  $f(x)$  在点  $x_0$  处可导，且  $f'(x_0) = 3$ ，则  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - 2\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} =$ \_\_\_\_\_.

7. 若  $f(x) = \int \frac{\tan x}{x} dx$ ，则  $f''(\pi) =$ \_\_\_\_\_.

8. 若曲线  $y = x^3 + ax^2 + bx + 1$  有拐点  $(-1, 0)$ ，则常数  $b =$ \_\_\_\_\_.

## 二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

9 . 广义积分  $\int_{-\infty}^0 \frac{e^x}{1+e^x} dx =$  \_\_\_\_\_.

10 . 设函数  $f(u)$  可微，且  $f'(0) = \frac{1}{2}$ ，则  $z=f(4x^2-y^2)$  在点  $(1, 2)$  处的全微分

$dz\Big|_{(1,2)} =$  \_\_\_\_\_.

## 三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

11 . 计算  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{1+x} \right)^{\frac{1}{\ln x}}.$

12 . 设函数  $y=f(x)$  由参数方程  $\begin{cases} x = \ln(\sqrt{3+t^2} + t) \\ y = \sqrt{3+t^2} \end{cases}$  所确定 , 求  $\frac{dy}{dx}$  ( 结果要化为最简形式 )

### 三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

13 . 确定函数  $f(x) = (x - 1)e^{\frac{\pi}{4} + \arctan x}$  的单调区间和极值.

14 . 求不定积分  $\int \ln(1 + x^2) dx$ .

## 三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

15 . 设  $f(x) = \begin{cases} x^3 e^{x^4+1}, & -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{x^2}, & x > \frac{1}{2} \end{cases}$  , 利用定积分的换元法求定积分  $\int_{\frac{1}{2}}^2 f(x-1)dx$ .

16 . 求微分方程  $y'' - 4y' + 13y = 0$  满足初始条件  $y|_{x=0} = 1$ 、 $y'|_{x=0} = 8$  的特解.



## 三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

17. 已知二元函数  $z = x(2y + 1)^x$ ，求  $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} \Big|_{\substack{x=1 \\ y=1}}$ .

18. 计算二重积分  $\iint_D \sqrt{y^2 - x} d\sigma$ ，其中  $D$  是由曲线  $y = \sqrt{x}$  及直线  $y=1$ ， $x=0$  围成的闭区域.

#### 四、综合题（本大题共2小题，第19题10分，第20题12分，共22分）

19．已知  $C$  经过点  $M(1, 0)$ ，且曲线  $C$  上任意点  $P(x, y)$  ( $x \neq 0$ ) 处的切线斜率与直线  $OP$  ( $O$

为坐标原点) 的斜率之差等于  $ax$  (常数  $a > 0$ ) ．

( 1 ) 求曲线  $C$  的方程；

( 2 ) 明确  $a$  的值，使曲线  $C$  与直线  $y=ax$  围成的平面图形的面积等于  $\frac{8}{3}$  ．

## 四、综合题（本大题共2小题，第19题10分，第20题12分，共22分）

20 . 若当  $x \rightarrow 0$  , 函数  $f(x) = \int_0^x 2^{t^3-3t+a} dt$  与  $x$  是等价无穷小量 ;

( 1 ) 求常数  $a$  的值 ;

( 2 ) 证明 :  $\frac{1}{2} \leq f(2) \leq 8$  .