

广东省2011年普通高等学校 专升本高数真题



作者：石桥先生

公众号：专插本高等数学

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分，每小题只有一个选项符合题目要求）

1. 下列极限等式中，正确的是

A . $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$

B . $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x = \infty$

C . $\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}} = 0$

D . $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x} = 1$

2. 若函数是 $f(x) = \begin{cases} (1 + \alpha x)^{\frac{1}{x}}, & x > 0 \\ 2 + x, & x \leq 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续，则常数 $\alpha = (\quad)$

A . $-\ln 2$

B . $\ln 2$

C . 2

D . e^x

3. 已知 $f(x)$ 的二阶导数存在，且 $f(2) = 1$ ，则 $x = 2$ 是函数的 $F(x) = (x - 2)^2 f(x)$ 的

A . 极小值点

B . 最小值点

C . 极大值点

D . 最大值点

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分，每小题只有一个选项符合题目要求）

4 . 若 $\int_1^2 xf(x) dx = 2$, 则 $\int_0^3 f(\sqrt{x+1}) dx =$

A . 1

B . 2

C . 3

D . 4

5 . 设 $f(x,y) = \begin{cases} \frac{\sin(2x^2-y^2)}{y}, & y \neq 0 \\ 0, & y = 0 \end{cases}$, 则 $f'_y(0,0) =$

A . -1

B . 0

C . 1

D . 2

二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

6. 若当 $x \rightarrow \infty$ 时， $\frac{kx}{(2x+3)^4}$ 与 $\frac{1}{x^3}$ 是等价无穷小，则常数 $K =$ _____.

7. 设 $\begin{cases} x = t - t^3 \\ y = 2^t \end{cases}$ ，则 $\frac{dy}{dx} \Big|_{t=0} =$ _____.

8. 已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续，且 $y = \int_0^{2x} f\left(\frac{1}{2}t\right) dt - 2 \int (1 + f(x)) dx$ ，则

$y' =$ _____.

二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

9. 若二元函数 $z = \frac{4x-3y}{y^2} (y \neq 0)$ ，则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} =$ _____.

10. 设平面区域 D 由直线 $y = x$, $y = 2x$ 及 $x = 1$ 围成，则二重积分 $\iint_D x d\sigma =$ _____.

三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

11 . 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{x+1}{\sin x} \right)$.

12 . 已知函数 $f(x)$ 的 $n - 1$ 阶导数 $f^{(n-1)}(x) = \ln \left(\sqrt{1 + e^{-2x}} - e^{-x} \right)$, 求 $f^{(n)}(0)$.

三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

13 . 求曲线 $y = x - \arctan kx (k < 0)$ 的凹凸区间的拐点.

14 . 计算不定积分 $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2 - 1}} dx (x > 1)$.

三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

15 . 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{1+x^2}, & x > 0 \\ x \cos x, & x \leq 0 \end{cases}$, 计算定积分 $\int_{-\pi}^1 f(x) dx$.

16 . 求微分方程 $y'' - 2y' + 10y = 0$ 满足初始条件 $y|_{x=0} = 0$ 、 $y'|_{x=0} = 3$ 的特解.

三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

17. 已知二元函数 $z = (3x + y)^{2y}$ ，求偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial z}{\partial y}$.

18. 化二次积分 $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \frac{1}{1+x^2+y^2} dy$ 为极坐标形式的二次积分，并求其值.

四、综合题（本大题共2小题，第19题10分，第20题12分，共22分）

19 . 过坐标原点作曲线 $y = e^x$ 的切线 l , 切线 l 与曲线 $y = e^x$ 及 y 轴围成的平面图形标记为

G , 求 :

(1) 切线 l 的方程 ;

(2) G 的面积 ;

(3) G 绕 x 轴旋转而完成的旋转体体积.

四、综合题（本大题共2小题，第19题10分，第20题12分，共22分）

20 . 若定义在区间 $(0,\pi)$ 内的可导函数 $y = f(x)$ 满足 $xy' = (x \cot x - 1)y$, 且 $y|_{x=\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{\pi}$,

(1) 求函数 $y = f(x)$ 的表达式 ;

(2) 证明 : 函数 $y = f(x)$ 在区间 $(0,\pi)$ 内单调递减.