

# 广东省2009年普通高等学校 专升本高数真题



作者：石桥先生

公众号：专插本高等数学

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分，每小题只有一个选项符合题目要求）

1. 设  $f(x) = \begin{cases} 3x+1, & x < 0 \\ 1-x, & x \geq 0 \end{cases}$ ，则  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} =$

A. -1                      B. 1                      C. 3                      D.  $\infty$

2. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( x \sin \frac{2}{x} + \frac{2}{x} \sin x \right) =$

A. 0                      B. 1                      C. 2                      D.  $\infty$

3. 下列函数中，在点  $x=0$  处连续但不可导的是

A.  $y = |x|$

B.  $y = 1$

C.  $y = \ln x$

D.  $y = \frac{1}{x-1}$

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分，每小题只有一个选项符合题目要求）

4 . 积分  $\int \cos x f'(1-2\sin x) dx =$

A .  $2f(1-2\sin x) + C$

B .  $\frac{1}{2}f(1-2\sin x) + C$

C .  $-2f(1-2\sin x) + C$

D .  $-\frac{1}{2}f(1-2\sin x) + C$

5 . 改变二次积分  $I = \int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x,y) dy$  的积分次序，则  $I =$

A .  $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^0 f(x,y) dx$

B .  $\int_0^1 dy \int_1^{\sqrt{y}} f(x,y) dx$

C .  $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^1 f(x,y) dx$

D .  $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f(x,y) dx$

## 二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

6. 若当  $x \rightarrow 0$  时， $\sqrt{1 - ax^2} - 1 \sim 2x^2$ ，则常数  $a =$ \_\_\_\_\_.

7. 曲线  $y = \frac{\ln(1+x)}{x}$  的水平渐近线方程是\_\_\_\_\_.

8. 若曲线  $\begin{cases} x = kt - 3t^2 \\ y = (1 + 2t)^2 \end{cases}$ ，在  $t=0$  处的切线斜率为 1，则常数  $k =$ \_\_\_\_\_.

## 二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

9 . 已知二元函数  $z = f(x, y)$  的全微分  $dz = y^2 dx + 2xydy$  , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ \_\_\_\_\_.

10 . 已知函数  $f(x)$  满足  $f'(x) = f(x) + 1$  , 且  $f(0) = 0$  , 则  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.

## 三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

11 . 计算极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^3} \int_0^x e^{t^2} dt - \frac{1}{x^2} \right)$ .

12 . 设  $f(x) = \begin{cases} x(1 + 2x^2)^{\frac{1}{x^2}}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$  用导数定义计算  $f'(0)$ .

三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

13 . 已知函数  $f(x)$  的导数  $f'(x) = x \ln(1 + x^2)$  , 求  $f'''(1)$ .

14 . 计算不定积分  $\int \arctan \sqrt{x} dx$  .

## 三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

15 . 计算定积分  $\int_{-1}^1 \frac{|x| + x^3}{1 + x^2} dx$  .

16 . 设隐函数  $z = f(x, y)$  由方程  $x^y + z^3 + xz = 0$  所确定，求  $\frac{\partial z}{\partial x}$  及  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .



## 三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

17 . 计算二重积分  $\iint_D \frac{(2\sqrt{x^2+y^2}-1)^3}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$  , 其中积分区域  $D: 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$  .

18 . 求微分方程  $y'' + y' - 6y = 0$  满足初始条件  $y|_{x=0} = 1, y'|_{x=0} = -8$  的特解.

#### 四、综合题（本大题共2小题，第19题10分，第20题12分，共22分）

19 . 用  $G$  表示由曲线  $y=\ln x$  及直线  $x+y=1, y=1$  围成的平面图形.

( 1 ) 求  $G$  的面积 ;

( 2 ) 求  $G$  绕  $y$  轴旋转一周而成的旋转体的体积.

#### 四、综合题（本大题共2小题，第19题10分，第20题12分，共22分）

20 . 设函数  $f(x) = x^2 + 4x - 4x \ln x - 8$ .

( 1 ) 判断  $f(x)$  在区间  $( 0 , 2 )$  上的图形的凹凸性，并说明理由；

( 2 ) 证明：当  $0 < x < 2$  时，有  $f(x) < 0$ .