

# 广东省2020年普通高等学校 专升本高数真题



作者：石桥先生

公众号：专插本高等数学

## 一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分，每小题只有一个选项符合题目要求）

1. 设  $\lim_{x \rightarrow 0} [\cos x - f(x)] = 1$ ，则下列等式正确的是

A.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

B.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \cos x = 1$

C.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$

D.  $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x) + \cos x] = 1$

2. 函数  $f(x) = 2x^3 - 3x^2$  的极小值是

A.  $x = -1$

B.  $x = 0$

C.  $x = 1$

D.  $x = 2$

3. 已知  $3^x$  是函数  $f(x)$  的一个原函数，则  $f(x) =$

A.  $3^x$

B.  $3^x \ln 3$

C.  $x3^{x-1}$

D.  $\frac{3^x}{\ln 3}$

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分，每小题只有一个选项符合题目要求）

4. 设平面区域  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$ ，则  $\iint_D (x^2 + y^2)^4 d\sigma =$

A.  $\frac{\pi}{10}$

B.  $\frac{\pi}{9}$

C.  $\frac{\pi}{5}$

D.  $\frac{2\pi}{9}$

5. 设级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  满足  $0 \leq a_n \leq \frac{1}{5^n}$ ，则下列级数发散的是

A.  $\sum_{n=1}^{\infty} 3a_n$

B.  $\sum_{n=1}^{\infty} a_{n+3}$

C.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n + \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}} \right)$

D.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n - \frac{1}{\sqrt{n^3}} \right)$

## 二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

6. 若函数  $f(x) = \begin{cases} (1+a)x^2, & x \leq 1, \\ a(x-2)^3 + 3, & x > 1 \end{cases}$  在  $x=1$  处连续，则常数  $a =$ \_\_\_\_\_.

7. 曲线  $\frac{x^2}{2} + y^2 = 3$  在  $(2, -1)$  点处的切线方程为  $y =$ \_\_\_\_\_.

8. 微分方程  $y'' + 3y' - 4y = 0$  的通解为  $y =$ \_\_\_\_\_.

## 二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

9. 设二元函数  $f(x, y)$  在点  $(0, 0)$  的某个领域有定义，且当  $x \neq 0$  时，

$$\frac{f(x, 0) - f(0, 0)}{x} = 3x + 2, \text{ 则 } f'_x(0, 0) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

10. 设函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内可导且满足  $f(x) = f'(x)$ ， $f(0) = m$ ，如果

$$\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{e^x} dx = 8, \text{ 则 } m = \underline{\hspace{2cm}}.$$

## 三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

11. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x t \arctan t dt}{x}$ .

12. 已知  $y$  是  $x$  的函数，且  $y' = \ln \sqrt{x} + \sqrt{\ln x} + 2 \ln 2$ ，求  $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=e}$ .

## 三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

13. 求不定积分  $\int (\cos 2x - x \sin x^2) dx$ .

14. 设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{1+x^2}, & x \leq 1, \\ x, & x > 1. \end{cases}$  求定积分  $\int_{-3}^0 f(x+2) dx$ .

## 三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

15. 求二元函数  $z = 3xy^2 + \frac{x^2}{y}$  的全微分  $dz$ ，并求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

16. 计算  $\iint_D y d\sigma$ ，其中  $D$  是由直线  $y = x$ ， $y = x - 2$  与  $y = 0$ ， $y = 2$  围成的有界区域.



## 三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

17. 求微分方程  $\frac{dy}{dx} = \frac{\sec^2 x}{y^2}$ ，满足初始条件  $y|_{x=0} = 1$  的特解.

18. 判定级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n n!}$  的收敛性.

#### 四、综合题（本大题共2小题，第19题10分，第20题12分，共22分）

19. 设有界平面图形  $G$  由曲线  $y = e^{ax}$  和直线  $y = e$ ， $x = 0$  围成，其中常数  $a > 0$ ，若  $G$  的面积等于1.

(1) 求  $a$  的值；

(2) 求  $G$  绕  $y$  轴旋转一周而成的旋转体体积  $V$ .

#### 四、综合题（本大题共2小题，第19题10分，第20题12分，共22分）

20. 设函数  $f(x) = \frac{a}{1 + e^{bx}}$ ，其中  $a, b$  为常数，且  $ab \neq 0$ .

(1) 判别  $f(x)$  在区间  $(-\infty, +\infty)$  内的单调性；

(2) 求曲线  $y = f(x)$  的拐点；

(3) 求曲线  $y = f(x)$  的水平渐近线方程.