

# 广东省2006年普通高等学校 专升本高数真题



作者：石桥先生

公众号：专插本高等数学

## 一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分，每小题只有一个选项符合题目要求）

1. 函数  $f(x) = \sqrt[3]{x} + 1$  在  $x = 0$  处 ( )

A. 无定义

B. 不连续

C. 可导

D. 连续但不可导

2. 设函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处连续，且  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{x - x_0} = 4$ ，则  $f(x_0) =$  ( )

A. -4

B. 0

C. 1/4

D. 4

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分，每小题只有一个选项符合题目要求）

3. 设函数  $f(x) = \begin{cases} a(1+x)^{\frac{1}{x}}, & x > 0 \\ x \sin \frac{1}{x} + \frac{1}{2}, & x < 0 \end{cases}$  若  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  存在，则  $a =$  ( )

- A.  $\frac{3}{2}$                       B.  $\frac{1}{2}e^{-1}$                       C.  $\frac{3}{2}e^{-1}$                       D.  $\frac{1}{2}$

4. 设  $z = \ln(xy)$ ，则  $dz =$  ( )

- A.  $\frac{1}{x}dx + \frac{1}{y}dy$                       B.  $\frac{1}{y}dx + \frac{1}{x}dy$                       C.  $\frac{dx + dy}{xy}$                       D.  $ydx + xdy$

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分，每小题只有一个选项符合题目要求）

5. 积分  $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx$  ( )

A. 收敛且等于 -1

B. 收敛且等于 0

C. 收敛且等于 1

D. 发散

## 二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

6. 若直线  $y=4$  是曲线  $y = \frac{ax + 3}{2x - 1}$  的水平渐近线，则  $a=$ \_\_\_\_\_.

7. 由参数方程  $\begin{cases} x = 2\sin t + 1, \\ y = e^{-t} \end{cases}$  所确定的曲线在  $t=0$  相应点处的切线方程是\_\_\_\_\_.

8. 积分  $\int_{-\pi}^{\pi} (x \cos x + |\sin x|) dx =$ \_\_\_\_\_.

## 二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

9 . 曲线  $y = e^x$  及直线  $x=0$  ,  $x=1$  和  $y=0$  所围成平面图形绕  $x$  轴旋转所成的旋转体体积

$V=$ \_\_\_\_\_.

10 . 微分方程  $4y''-4y'+5y=0$  的通解是\_\_\_\_\_.

## 三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

11 . 求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left\{ \ln \left( 2 + \frac{1}{n} \right) - \ln 2 \right\}.$

12 . 计算不定积分  $\int \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}.$

## 三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

13 . 设函数  $y = \sin^2\left(\frac{1}{x}\right) - 2^x$  , 求  $\frac{dy}{dx}$  .

14 . 函数  $y = y(x)$  是由方程  $e^y = \sqrt{x^2 + y^2}$  所确定的隐函数，求  $\frac{dy}{dx}$  在点  $(1, 0)$  处的值.



## 三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

15 . 计算定积分  $\int_0^1 \ln(\sqrt{1+x^2} + x) dx$ .

16 . 求二重积分  $\iint_D xy^2 d\sigma$  , 其中积分区域  $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0\}$ .

## 三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

17 . 设函数  $z = x \arctan \frac{x}{y}$  , 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} \bigg|_{\substack{x=1 \\ y=1}}$  .

18 . 求微分方程  $y' \tan x = y \ln y$  满足初始条件  $y \big|_{x=\frac{\pi}{6}} = e$  的特解.

## 四、综合题（本大题共2小题，第19题10分，第20题12分，共22分）

19 . 已知函数  $f(x)$  是  $g(x)=5x^4-20x^3+15x^2$  在  $(-\infty,+\infty)$  上的一个原函数，且  $f(0)=0$ .

( 1 ) 求  $f(x)$  ；

( 2 ) 求  $f(x)$  的单调区间和极值；

( 3 ) 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin^4 t dt}{f(x)}$  .

## 四、综合题（本大题共2小题，第19题10分，第20题12分，共22分）

20 . 设  $f(x)$  ,  $g(x)$  都是  $(-\infty, +\infty)$  上的可导函数 , 且  $f'(x) = g(x), g'(x) = f(x), f(0) = 1$  ,  $g(0) = 0$ . 试证 :  $f^2(x) - g^2(x) = 1, x \in (-\infty, +\infty)$ .