

广东省2019年普通高等学校 专升本高数真题



作者：石桥先生

公众号：专插本高等数学

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分，每小题只有一个选项符合题目要求）

1. 函数 $f(x) = \frac{x^2-x}{x^2+x-2}$ 的间断点是（ ）

- A. $x = -2$ 和 $x = 0$
- B. $x = -2$ 和 $x = 1$
- C. $x = -1$ 和 $x = 2$
- D. $x = 0$ 和 $x = 1$

2. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ 2, & x = 0 \\ \cos x, & x > 0 \end{cases}$ 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ （ ）

- A. 等于 1
- B. 等于 2
- C. 等于 1 或 2
- D. 不存在

3. 已知 $\int f(x) dx = \tan x + C$, $\int g(x) dx = 2^x + C$, C 为任意常数, 则下列等式正确的是（ ）

- A. $\int [f(x)g(x)]dx = 2^x \tan x + C$
- B. $\int \frac{f(x)}{g(x)} dx = 2^{-x} \tan x + C$
- C. $\int f[g(x)]dx = \tan(2^x) + C$
- D. $\int [f(x) + g(x)]dx = \tan x + 2^x + C$

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分，每小题只有一个选项符合题目要求）

4. 下列级数收敛的是（ ）

A. $\sum_{n=1}^{\infty} e^{\frac{1}{n}}$

B. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n$

C. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3^n} - \frac{1}{n^3}\right)$

D. $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{2}{3}\right)^n + \frac{1}{n}\right]$

5. 已知函数 $f(x) = ax + \frac{b}{x}$ 在点 $x = -1$ 处取得极大值，则常数 a, b 应满足条件（ ）

A. $a - b = 0, b < 0$

B. $a - b = 0, b > 0$

C. $a + b = 0, b < 0$

D. $a + b = 0, b > 0$

二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

6. 曲线 $\begin{cases} x = t^3 + 3t \\ y = \arcsin t \end{cases}$, 则 $t = 0$ 的对应点处的切线方程为 $y =$ _____.

7. 微分方程 $ydx + xdy = 0$ 满足初始条件 $y|_{x=1} = 2$ 的特解为 $y =$ _____.

8. 若二元函数 $z = f(x,y)$ 的全微分 $dz = e^x \sin y dx + e^x \cos y dy$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ _____.

二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

9. 设平面区域 $D = \{(x,y)|0 \leq y \leq x, 0 \leq x \leq 1\}$ ，则 $\iint_D x \, dx dy =$ _____.

10. 已知 $\int_1^t f(x) \, dx = t \sin \frac{\pi}{t} (t > 1)$ ，则 $\int_1^{+\infty} f(x) \, dx =$ _____.

三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

11. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sin x - 1}{x^2}$.

12. 设 $y = \frac{x^x}{2x+1} (x > 0)$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

13. 求不定积分 $\int \frac{2+x}{1+x^2} dx$.

14. 计算定积分 $\int_{-\frac{1}{2}}^0 x\sqrt{2x+1} dx$.

三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

15. 设 $x - z = e^{xyz}$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial z}{\partial y}$.

16. 计算二重积分 $\iint_D \ln(x^2 + y^2) d\sigma$, 其中平面区域 $D = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.

三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

17. 已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 满足 $0 \leq a_n < b_n$, 且 $\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{(n+1)^4}{3n^4 + 2n - 1}$, 判定级数

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 的收敛性.

18. 设函数 $f(x)$ 满足 $\frac{df(x)}{de^{-x}} = x$, 求曲线 $y = f(x)$ 的凹凸的区间。

四、综合题（本大题共2小题，第19题10分，第20题12分，共22分）

19. 已知连续函数 $\varphi(x)$ 满足 $\varphi(x) = 1 + x + \int_0^x t\varphi(t)dt + x \int_x^0 \varphi(t)dt$

(1) 求 $\varphi(x)$;

(2) 求由曲线 $y = \varphi(x)$ 和 $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ 及 $y = 0$ 围成的图形绕 x 轴旋转所得立体的体积.

四、综合题（本大题共2小题，第19题10分，第20题12分，共22分）

20. 设函数 $f(x) = x \ln(1+x) - (1+x) \ln x$.

- (1) 证明： $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 内单调减少；
- (2) 比较数值 2018^{2019} 与 2019^{2018} 的大小，并说明理由；