

广东省2015年普通高等学校 专升本高数真题



作者：石桥先生

公众号：专插本高等数学

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分，每小题只有一个选项符合题目要求）

1. 若当 $x \rightarrow 0$ 时， $kx + 2x^2 + 3x^3$ 与 x 是等价无穷小，则常数 $k =$ （ ）

- A . 0 B . 1 C . 2 D . 3

2. 已知函数 $f(x)$ 在 x_0 处有二阶导数，且 $f'(x_0) = 0, f''(x_0) = 1$ ，则下列结论正确的是 （ ）

- A . x_0 为 $f(x)$ 的极小值点 B . x_0 为 $f(x)$ 的极大值点
C . x_0 不是 $f(x)$ 的极小值点 D . $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点

3. 设 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数， C 为任意实数，则 $\int f(2x)dx =$ （ ）

- A . $F(x) + C$ B . $F(2x) + C$
C . $\frac{1}{2}F(2x) + C$ D . $2F(2x) + C$

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分，每小题只有一个选项符合题目要求）

4 . 若函数 $f(x) = \sqrt{1-x^2} + kx$ 在区间 $[0,1]$ 上满足罗尔 (Rolle) 定理的条件，则常数 $k=$ ()

A . -1

B . 0

C . 1

D . 2

5 . 下列级数中，收敛的是 ()

A . $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n}$

B . $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^2+1}$

C . $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$

D . $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{3}{4} \right)^n + \frac{1}{n^2} \right]$

二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

6 . 曲线 $y = \left(1 - \frac{5}{x}\right)^x$ 的水平渐近线为 $y =$ _____.

7 . 设函数 $y = f(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = \tan t \\ y = t^3 + 2t \end{cases}$ 所确定，则 $\frac{dy}{dx} \Big|_{t=0} =$ _____.

8 . 广义积分 $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^6} dx =$ _____.

二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

9. 微分方程 $y' - xy = 0$ 满足初始条件 $y|_{x=0} = 1$ 的特解 $y =$ _____.

10. 设函数 $f(x) = \log_2 x (x > 0)$ ，则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x-\Delta x) - f(x)}{\Delta x} =$ _____.

三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

11 . 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2(x-1)}{x-1}, & x < 1 \\ a, & x = 1 \\ x + b, & x > 1 \end{cases}$ 在点 $x = 1$ 处连续，常数 a 和 b 的值.

12 . 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x - x}{x^3}$.

三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

13 . 设 $y = \ln \frac{e^x}{e^x + 1}$, 求 $y''|_{x=0}$.

14 . 计算不定积分 $\int \frac{\sqrt{x+2}}{x+3} dx$.

三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

15 . 求由曲线 $y = x \cos 2x$ 和直线 $y = 0$, $x = 0$ 及 $\frac{\pi}{4}$ 围成的平面图形的面积.

16 . 将二次积分 $I = \int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} e^{x^2+y^2} dy$ 化为极坐标形式的二次积分，并计算 I 的值.

三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

17 . 求微分方程 $y'' + 2y' + 5y = 0$ 满足初始条件 $y|_{x=0} = 2$, $y'|_{x=0} = 0$ 的特解.

18 . 判定级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n+1}$ 的收敛性.

四、综合题（本大题共2小题，第19题10分，第20题12分，共22分）

19 .设二元函数 $z = f(x,y) = x^y \ln x (x > 0, x \neq 1)$, 平面区域 $D = \{(x,y) \mid 2 \leq x \leq e, -1 \leq y \leq 1\}$.

(1) 求微积分 dz ;

(2) 求 $\iint_D f(x,y) d\sigma$.

四、综合题（本大题共2小题，第19题10分，第20题12分，共22分）

20 . 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的单调递减的可导函数，且 $f(1) = 2$ ，函数 $F(x) = \int_0^x f(t)dt - x^2 - 1$.

- (1) 判别曲线 $y = F(x)$ 在 \mathbb{R} 上的凹凸性，并说明理由；
- (2) 证明：方程 $F(x) = 0$ 在区间 $(0, 1)$ 内有且仅有一个实根.