# 极限

## 2016 年试题

6．极限$\lim\limits_{x\to\infty} x\sin\dfrac{3}{x}=$________

解析:

$$\lim_{x\to\infty} x\sin\frac{3}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sin\frac{3}{x}}{\frac{1}{x}}=3\lim_{x\to\infty}\frac{\sin\frac{3}{x}}{\frac{3}{x}}=3\times1=3$$

## 2014 年试题

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{4n^2+3n+1}}{n}=$ ________ 。

解析：

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{4n^2+3n+1}}{n}=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{4n^2+3n+1}{n^2}}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\sqrt{4+\frac{3}{n}+\frac{1}{n^2}}=2$$

## 2014 年试题

设函数 $f(x)=\begin{cases} x+2, & x<0 \\ 1, & x=0 \\ 2+3x, & x>0 \end{cases}$

则下列结论正确的是

A. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=1$　　B. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=2$

C. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=3$　　D. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$不存在

解析:

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-}(x+2)=2$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+}(x+3)=3$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)\neq \lim_{x\to 0^+} f(x)$$

$\lim\limits_{x\to 0} f(x)$不存在

## 2012 年试题

1．已知三个数列$\{a_n\}$、$\{b_n\}$和$\{c_n\}$满足

$a_n \le b_n \le c_n (n\in N^+)$，且$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$，$\lim\limits_{n\to\infty} c_n = c$（$a$、

$b$ 为常数，且 $a<c$），则数列 $\{b_n\}$ 必定（　）

A．有界　　B．无界　　C．收敛　　D．发散

## 2011 年试题

下列极限等式中，正确的是

A．$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=1$　　B．$\lim\limits_{x\to\infty}e^x=\infty$

C．$\lim\limits_{x\to 0^-}e^{\frac{1}{x}}=0$　　D．$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{|x|}{x}=1$

$$\text{解析}:\lim_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}\times\sin x=0$$

$$\lim_{x\to-\infty}e^x=0,\lim_{x\to\infty}e^x=\infty,\text{所以}\lim_{x\to\infty}e^x\text{不存在}$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{|x|}{x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{-x}{x}=-1$$

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{|x|}{x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{x}{x}=1$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{|x|}{x}\neq\lim_{x\to 0^+}\frac{|x|}{x}$$

所以$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{|x|}{x}$不存在

$$\lim_{x\to 0^-} e^{\frac{1}{x}} = 0$$

## 2010 年试题

设$a,b$为常数，若$\lim\limits_{x\to\infty}(\dfrac{ax^2}{x+1}+bx)=2$，

则$a+b=$______。

解析：$\lim\limits_{x\to\infty}(\dfrac{ax^2}{x+1}+bx)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(a+b)x^2+bx}{x+1}=2$

$a+b=0$

## 2009 年试题

1、设$f(x)=\begin{cases}3x+1, x<0,\\ 1-x, x\geq 0.\end{cases}$ 则$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=$

A. $-1$ B. $1$ C. $3$ D. $\infty$

解析：$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1-x-1}{x}=-1$

## 2009 年试题

2、极限 $\lim\limits_{x \to 0}\left(x\sin\frac{2}{x}+\frac{2}{x}\sin x\right)=$

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. $\infty$

解析：

$$\lim_{x \to 0}\left(x\sin\frac{2}{x}+\frac{2}{x}\sin x\right)=\lim_{x \to 0}x\sin\frac{2}{x}+\lim_{x \to 0}\frac{2}{x}\sin x$$

$$=\lim_{x \to 0}x\sin\frac{2}{x}+2\lim_{x \to 0}\frac{\sin x}{x}=0+2=2$$

## 2008 年试题

求极限 $\lim\limits_{n \to \infty}(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2+1})$

解析：

$$\lim_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2+1})=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2+1}}{1}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2+1})(\sqrt{n^2+n}+\sqrt{n^2+1})}{1\times(\sqrt{n^2+n}+\sqrt{n^2+1})}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{n-1}{\sqrt{n^2+n}+\sqrt{n^2+1}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1-\frac{1}{n}}{\sqrt{1+\frac{1}{n}}+\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}}=\frac{1}{2}$$

## 2008 年试题

极限 $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{-\frac{1}{x}}=$

A. e　　B. $e^{-1}$　　C. 1　　D. $-1$

## 2008 年试题

求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}n[\ln(2+\frac{1}{n})-\ln 2]$。

解析:

$$\lim_{n\to\infty} n[\ln(2+\frac{1}{n})-\ln 2]=\lim_{n\to\infty} n\ln\frac{2+\frac{1}{n}}{2}=\lim_{n\to\infty} n\ln(1+\frac{1}{2n})$$

$$=\lim_{n\to\infty}\ln(1+\frac{1}{2n})^{n}==\lim_{n\to\infty}[\ln(1+\frac{1}{2n})^{2n}]^{\frac{1}{2}}=e^{\frac{1}{2}}$$

## 2007 年试题

极限$\lim_{x\to 2}(x-2)\sin\frac{1}{2-x}$

A. 等于-1　　B. 等于 0

C. 等于 1　　D. 不存在

解析：$\lim_{x\to 2}(x-2)\sin\frac{1}{2-x}=0$

## 2006 年试题

3．设函数$f(x)=\begin{cases} a(1+x)^{\frac{1}{x}}, x>0, \\ x\sin\frac{1}{x}+\frac{1}{2}, x<0, \end{cases}$ 若$\lim_{x\to 0} f(x)$存在，则$a$=　　　　（　　）

A. $\frac{3}{2}$　　B. $\frac{1}{2}e^{-1}$　　C. $\frac{3}{2}e^{-1}$　　D. $\frac{1}{2}$

解析：

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-}(x\sin\frac{1}{x}+\frac{1}{2})=\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+}a(1+x)^{\frac{1}{x}}=ae$$

$\lim\limits_{x\to 0} f(x)$存在，所以$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$

，即$ae=\dfrac{1}{2}, a=\dfrac{1}{2}e^{-1}$，

## 2005 年试题

下列等式中，不成立的是　　　　（　　）

A. $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{\sin(x-\pi)}{x-\pi}=1$　　B. $\lim\limits_{x\to \infty}x\sin\dfrac{1}{x}=1$

C. $\lim\limits_{x\to 0}x\sin\dfrac{1}{x}=0$　　D. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x^2}{x}=1$

## 2003 年试题

5. $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{\sin x^2}{x}+x\sin\frac{1}{x})$______ 。

$$\lim_{x\to\infty}(\frac{\sin x^2}{x}+x\sin\frac{1}{x})=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}\cdot\sin x^2+\lim_{x\to\infty}\frac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}=0+1=1$$

## 2003 年试题

4. $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{ax})^{x+1}=$______ ，其中 $a\neq 0$

$$\lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{ax})^{x+1}=\lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{ax})^{x}\cdot(1+\frac{1}{ax})$$

$$=\lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{ax})^{x}\cdot\lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{ax})$$

$$=\lim_{x\to\infty}[(1+\frac{1}{ax})^{ax}]^{\frac{1}{a}}\cdot\lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{ax})=e^{\frac{1}{a}}\times 1=e^{\frac{1}{a}}$$

极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{x}=$__________。

解析：

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^x=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\frac{x-1}{x}}{\frac{x+1}{x}}\right)^x=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}\right)^x$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{(1-\frac{1}{x})^x}{(1+\frac{1}{x})^x}=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}(1-\frac{1}{x})^x}{\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^x}=\frac{e^{-1}}{e}=e^{-2}$$

## 2001 年试题

如果$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3\sin kx}{x}=\dfrac{2}{3}$ ，则$k=$

解析：$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3\sin kx}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3k\sin kx}{kx}=3k$

所以$3k=\dfrac{2}{3},k=\dfrac{2}{9}$

极限$\lim\limits_{x\to\infty}2x\sin\dfrac{3}{x}=$ （ ）

$$\lim_{x\to\infty}2x\sin\frac{3}{x}=\lim_{x\to\infty}2\times\frac{\sin\frac{3}{x}}{\frac{1}{x}}=\lim_{x\to\infty}6\times\frac{\sin\frac{3}{x}}{\frac{3}{x}}=6$$

A. 0　　B. 2　　C. 3　　D. 6