定积分

2016 年试题

14．计算定积分$\int_0^1 x2^x dx$

解：

$$\int_0^1 x2^x dx=\frac{1}{\ln 2}\int_0^1 xd2^x=\frac{1}{\ln 2}(x2^x\Big|_0^1-\int_0^1 2^x dx)$$

$$=\frac{1}{\ln 2}(2-\frac{2^x}{\ln 2}\Bigg|_0^1)=\frac{1}{\ln 2}(2-\frac{1}{\ln 2})$$

2015 年试题

已知$f(x)$是定义在R上的单调递减的可导函数，且$f(1)=2$，函数$F(x)=\int_0^x f(t)dt-x^2-1$。

（1）判别曲线$y=F(x)$在R上的凹凸性，并说明理由；

（2）证明：方程$F(x)=0$在区间$(0,1)$内有且

仅有一个实根。

（1）解：$\because F'(x)=f(x)-2x, F''(x)=f'(x)-2,$

且由题意知 $f'(x)\le 0(x\in R)$，**（3分）**

$$\therefore F''(x)<0(x\in R)，$$

故曲线 $y=F(x)$ **在** R **上是凸的。**

（4分）

（2）证：显然 $F(x)$ **在** $[0,1]$ **上连续，且**

$F(0)=-1<0$，

$F(1)=\int_0^1 f(t)dt-2>\int_0^1 2dt-2=0,$

$\therefore$ **方程** $F(x)=0$ **在区间** $(0,1)$ **内至少有一个实根。**

（7分）

由 $F''(x)<0$ **知** $F'(x)$ **在** R **上单调递减，**

$\therefore x<1$ **时，有** $F'(x)>F'(1)=f(1)-2=0$， **由此知** $F(x)$ **在** $(0,1)$ **内单调递增。**

因此方程 $F(x)=0$ **在** $(0,1)$ **内至多只有一个实根，**

故方程$F(x)=0$在区间$(0,1)$内有且仅有一个实根。（10 分）

2015 年试题

广义积分$\int_{1}^{+\infty}\frac{1}{x^{6}}dx$ **= ________________ 。**

解析:$\int_{1}^{+\infty}\frac{1}{x^{6}}dx=-\frac{1}{5x^{5}}\Big|_{1}^{+\infty}=\frac{1}{5}$

2014 年试题

20．设函数$f(x)=\int_{\ln x}^{2}e^{t^{2}}dt$**。**

（1）求$f'(e^{2})$**；**

（2）计算定积分$\int_{1}^{e^{2}}\frac{1}{x}f(x)dx$

20．解：（1）$\because f'(x)=-e^{\ln^{2}x}\frac{1}{x}$，

$$\therefore f'(e^{2})=-e^{\ln^{2}e^{2}}\frac{1}{e^{2}}=-e^{2}$$

（2）解一：

$$\int_1^{e^2} \frac{1}{x} f(x)dx = \int_1^{e^2} f(x)d\ln x$$

$$= f(x)\ln x \Big|_1^{e^2} - \int_1^{e^2} \ln x f'(x)dx$$

$$= \int_1^{e^2} \ln x e^{\ln^2 x} \frac{1}{x}dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_1^{e^2} e^{\ln^2 x} d\ln^2 x$$

$$= \frac{1}{2}e^{\ln^2 x}\Big|_1^{e^2} = \frac{1}{2}e^4 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(e^4 - 1)$$

（12分）

解二：

$$\int_1^{e^2} \frac{1}{x} f(x)dx$$

$$= \int_1^{e^2} \left(\frac{1}{x}\int_{\ln x}^{2} e^{y^2} dy\right)dx \qquad （7分）$$

$$= \int_1^{e^2} dx \int_{\ln x}^{2} \frac{1}{x} e^{y^2} dy$$

$$= \int_0^2 dy \int_1^{e^y} \frac{1}{x} e^{y^2} dx \qquad （10分）$$

$$=\int_0^2 (\ln x e^{y^2}\Big|_1^{e^y})dy$$

$$=\int_0^2 ye^{y^2}dy=\frac{1}{2}e^{y^2}\Big|_0^2=\frac{1}{2}(e^4-1)$$

（12分）

23.已知 $f(\pi)=2$ **，且**

$\int_0^{\pi}\left[f(x)+f''(x)\right]\sin xdx=5$ **，求** $f(0)$

23 .【解析】应用分部积分法

$$\int_0^{\pi}(f(x)+f''(x))\sin xdx$$

$$=\int_0^{\pi}f(x)\sin xdx+f'(x)\sin x\Big|_0^{\pi}-\int_0^{\pi}f'(x)\cos xdx$$

$$=\int_0^{\pi}f(x)\sin xdx-f(x)\cos x\Big|_0^{\pi}-\int_0^{\pi}f(x)\sin xdx$$

$= f(\pi) + f(0),$

由题意有

$f(\pi) + f(0) = 5, f(\pi) = 2,$ 所以 $f(0) = 3$

2014 年试题

4.若函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，则下列结论中正确的是

A．在区间 (a,b) 内至少存在一点 ξ，使得 $f(\xi) = 0$

B．在区间 (a,b) 内至少存在一点 ξ，使得 $f'(\xi) = 0$

C．在区间 (a,b) 内至少存在一点 ξ，使得 $f(a) - f(b) = f'(\xi)(b-a)$

D．在区间 (a,b) 内至少存在一点 ξ，使得 $\int_a^b f(x)dx = f(\xi)(b-a)$

9．广义积分 $\int_{-\infty}^{0} \frac{e^x}{1+e^x} dx =$ ________________。

解析: $\int_{-\infty}^{0}\frac{1}{1+e^x}d(e^x+1)=\ln(e^x+1)\Big|_{-\infty}^{0}=\ln 2$

2011 年试题

19．已知C经过点$M(1,0)$，且曲线 C 上任意点$P(x,y)(x\neq 0)$处的切线斜率与直线OP（O为坐标原点）的斜率之差等于ax（常数$a>0$）。

（1）求曲线C的方程；

（2）试确定a的值，使曲线C与直线$y=ax$围成的平面图形的面积等于$\frac{3}{8}$。

19．解：（1）设曲线C的方程为$y=f(x)$由题意知

$y'-\frac{y}{x}=ax$, 且$y\big|_{x=1}=0$

（2 分）

由$y'-\frac{y}{x}=ax$得

$$y=e^{\int\frac{1}{x}dx}(\int axe^{-\int\frac{1}{x}dx}dx+C)=e^{\ln x}(\int axe^{-\ln x}dx+C)$$

（4分）

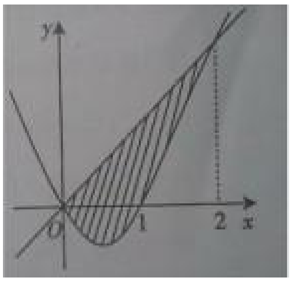
$=x(\int adx+C)=x(ax+C)$，

因为$y\big|_{x=1}=a+C=0$，**解得**$C=-a$，

故曲线 C **的方程为** $y=ax^2-ax=ax(x-1)$

（6分）

（2）如右图，



由$ax^2-ax=ax$ **解得**$x=0,x=2$

（10分）

由题意知$\int_0^2(ax-ax^2+ax)dx=\frac{8}{3}$

即$(ax^2-\frac{a}{3}x^3)\Big|_0^2=4a-\frac{8a}{3}=\frac{8}{3}$，

解得$a=2$

（12 分）

2011 年试题

15．设$f(x)=\begin{cases} x^3e^{x^4+1}, -\frac{1}{2}\le x\le\frac{1}{2} \\ \frac{1}{x^2}, \quad x>\frac{1}{2} \end{cases}$**，利用定积分的换元法求定积分**$\int_{\frac{1}{2}}^{2} f(x-1)dx$

15．解：$\int_{\frac{1}{2}}^{2} f(x-1)dx \overset{x-1=t}{=} \int_{-\frac{1}{2}}^{1} f(t)dt$

（2 分）

$$=\int_{-\frac{1}{2}}^{1} f(t)dt+\int_{\frac{1}{2}}^{1} f(t)dt$$

$$=\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} f(x)dx+\int_{\frac{1}{2}}^{1} f(x)dx$$

$$=\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} x^3e^{x^4+1}dx+\int_{\frac{1}{2}}^{1}\frac{1}{x^2}dx$$ **（4 分）**

$$=0-\frac{1}{x}\Big|_{\frac{1}{2}}^{1}$$

=1

16．计算定积分$\int_0^2\frac{x}{(x+2)\sqrt{x+1}}dx$。

16．令$\sqrt{x+1}=t$ **，则**$x=t^2-1,dx=2tdt$ **，**

原式=$\int_1^{\sqrt{3}}\frac{t^2-1}{(t^2+1)t}\cdot 2tdt=2\int_1^{\sqrt{3}}(1-\frac{2}{t^2+1})dt$

$$=2(t-2\arctan t)\Big|_1^{\sqrt{3}}=2(\sqrt{3}-1)-\frac{\pi}{3}$$

2011 年试题

15．设 $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2}{1+x^2},x>0\\ x\cos x,x\le 0\end{cases}$ **，计算定积分** $\int_{-\pi}^{1}f(x)dx$。

15．解：

$$\int_{-\pi}^{0}x\cos xdx=\int_{-\pi}^{0}xd\sin x=x\sin x\Big|_{-\pi}^{0}-\int_{-\pi}^{0}\sin xdx=\cos x\Big|_{-\pi}^{0}=2$$

;（2分）

$$\int_0^1 \frac{x^2}{1+x^2}dx = \int_0^1 \frac{1+x^2-1}{1+x^2}dx = \int_0^1 (1-\frac{1}{1+x^2})dx$$

$$= \left[x - \arctan x\right]\Big|_0^1 = 1-\frac{\pi}{4}$$

（4分）

$$\therefore \int_{-\pi}^{1} f(x)dx = \int_{-\pi}^{0} x\cos x dx + \int_0^1 \frac{x^2}{1+x^2}dx$$

$$= 2+1-\frac{\pi}{4} = 3-\frac{\pi}{4}$$

2011年试题

20．若当$x \to 0$，函数$f(x)=\int_0^x 2^{t^3-3t+a}dt$与$x$是等价无穷小量；

（1）求常数a的值；

（2）证明：$\frac{1}{2} \le f(2) \le 8$。

20．解：（1）解：由题意知

$$\lim_{x\to 0}\frac{\int_0^x 2^{t^3-3t+a}dt}{x}=\lim_{x\to 0}2^{x^3-3x+a}=2^a=1$$

$\therefore a=0$

（4 分）

（2）证明： $f(2)=\int_0^2 2^{t^3-3t}dt=\int_0^2 2^{x^3-3x}dx$ **，**

设 $g(x)=2^{x^3-3x}$ **，则** $g'(x)=2^{x^3-3x}(3x^2-3)\ln 2$

（6 分）

令 $g'(x)=0$ **，在区间** $(0,2)$内解得$x=1$ **，**

因为 $g(0)=1, g(1)=\frac{1}{4},\ g(2)=4$ **，**

所以 $g(x)$ **在区间** $[0,2]$ **上的最大值为 4，最小值为** $\frac{1}{4}$**。（8 分）**

由定积分的估值定理可得 $\frac{1}{2}\le\int_0^2 e^{x^3-3x}dx\le 8$ **，**

所以有 $\frac{1}{2}\le f(2)\le 8$**。**

2011 年试题

4．若$\int_1^2 xf(x)dx=2$，则$\int_0^3 f(\sqrt{x+1})dx=$

A．1 **B．2**

C．3 **D．4**

2011年试题

8．已知函数$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$内连续，且

$y=\int_0^{2x} f(\frac{1}{2}t)dt-2\int(1+f(x))dx$，**则$y'=$_**

_ _ _。

2010年

15．计算定积分$\int_{\ln 5}^{\ln 10}\sqrt{e^x-1}dx$。

15．解：令$\sqrt{e^x-1}=t$，则

$$x=\ln(1+t^2),dx=\frac{2t}{1+t^2}dt$$

所以

$$\int_{\ln 5}^{\ln 10}\sqrt{e^x-1}dx=\int_2^3\frac{2t^2dt}{1+t^2}=2\int_2^3 dt-2\int_2^3\frac{dt}{1+t^2}$$

$=2-2(\arctan 3-\arctan 2)$

2010 年试题

19 求函数$\varphi(x)=\int_0^x t(t-1)dt$的单调增减区间和极值。

19．解：$\Phi(x)=\int_0^x t(t-1)dt$ **在**$(-\infty,+\infty)$**上可导**

$\Phi'(x)=x(x-1)$

令$\Phi'(x)=x(x-1)=0$

得驻点$x_1=0, x_2=1$

列表

x	$(-\infty,0)$	0	$(0,1)$	1	$(1,+\infty)$
$\Phi'(x)$	+	0	-	0	+
$\Phi(x)$	单调增	极大	单调减	极小值	单调增

		值			

极大值$\Phi(0)=0$，

极小值$\Phi(1)=\int_0^1 x(x-1)dx=-\dfrac{1}{6}$

2010 年试题

20．已知$(1+\dfrac{2}{x})^x$**是函数**$f(x)$**在区间**$(0,+\infty)$**内的一个原函数，**

（1）求$f(x)$**；（2）计算**$\int_1^{+\infty} f(2x)dx$

20．解：（1） $f(x)=[(1+\dfrac{2}{x})^x]'=[e^{x\ln(1+\frac{2}{x})}]'$

$$=e^{x\ln(1+\frac{2}{x})}[\ln(1+\frac{2}{x})+x\cdot\frac{1}{1+\frac{2}{x}}(-\frac{2}{x^2})]$$

$$=(1+\frac{2}{x})^x[\ln(1+\frac{2}{x})-\frac{2}{x+2}]$$，

（2）

$$\int_1^{+\infty} f(2x)dx=\frac{1}{2}\int_1^{+\infty} f(2x)d(2x)\underline{\underline{2x=t}}\frac{1}{2}\int_2^{+\infty} f(t)dt$$

$$=\frac{1}{2}(1+\frac{2}{t})^t\Big|_2^{+\infty}=\frac{1}{2}\lim_{t\to+\infty}(1+\frac{2}{t})^t-2$$

$$=\frac{1}{2}\lim_{t\to+\infty}[(1+\frac{2}{t})^{\frac{t}{2}}]^2-2=\frac{1}{2}e^2-2$$

2009 年

11．计算极限$\lim_{x\to0}(\frac{1}{x^3}\int_0^x e^{t^2}dt-\frac{1}{x^2})$

11. 【解析】原式=$\lim_{x\to0}\frac{\int_0^x e^{t^2}dt-x}{x^3}$

$$=\lim_{x\to0}\frac{e^{x^2}-1}{3x^2}$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{2xe^{x^2}}{6x}=\lim_{x\to0}\frac{e^{x^2}}{3}=\frac{1}{3}.$$

2009 年试题

15．计算定积分 $\int_{-1}^{1}\frac{|x|+x^3}{1+x^2}dx$。

15.【解析】 $\because \frac{x^3}{1+x^2}$ **为奇函数**，$\therefore \int_{-1}^{1}\frac{x^3}{1+x^2}dx=0$，

而 $\frac{|x|}{1+x^2}$ **为偶函数**，

$$\therefore \int_{-1}^{1}\frac{|x|}{1+x^2}dx=2\int_{0}^{1}\frac{|x|}{1+x^2}dx=2\int_{0}^{1}\frac{x}{1+x^2}dx$$

$$=\int_{0}^{1}\frac{1}{1+x^2}d(1+x^2)=\ln(1+x^2)\Big|_0^1=\ln 2.$$

故原式 $=\int_{-1}^{1}\frac{|x|}{1+x^2}dx+\int_{-1}^{1}\frac{x^3}{1+x^2}dx=\ln 2.$

2008 年试题

15.计算定积分 $\int_{0}^{1}\ln(1+x^2)dx$

解: $\int_{0}^{1}\ln(1+x^2)dx=x\ln(1+x^2)\Big|_0^1-\int_{0}^{1}\frac{2x^2}{1+x^2}dx$

$$=\ln 2-\int_{0}^{1}\left(2-\frac{2}{1+x^2}\right)dx$$

$$=\ln 2-[2x-2\arctan x]_0^1$$

$$= \ln 2 - 2 + \frac{\pi}{2}$$

2008 年试题

8.积分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx$ **=**_____________。

解析:

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$$

$$= 2\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 2\sin x \Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}} = 2$$

2007 年试题

8．积分 $\int_{-\pi}^{\pi} (x\cos x + |\sin x|) dx =$_____________。

$$\int_{-\pi}^{\pi}(x\cos x+|\sin x|)dx=\int_{-\pi}^{\pi}x\cos xdx+\int_{-\pi}^{\pi}|\sin x|dx$$

$$=0+2\int_{0}^{\pi}\sin xdx=2\int_{0}^{\pi}\sin xdx=-2\cos x\Big|_{0}^{\pi}=4$$

07 年试题

15.计算定积分 $\int_{0}^{\sqrt{3}}\frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}dx$。

15.【解析】解法一 设 $x=\tan t$ **，则** $x=0$ **时，** $t=0$ **；**

$x=\sqrt{3}$ **时，** $t=\frac{\pi}{3}$

$$\therefore\int_{0}^{\sqrt{3}}\frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}dx=\int_{0}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\tan^3 t}{\sec t}\cdot\sec^2 tdt$$

$$=\int_{0}^{\frac{\pi}{3}}\tan^2 td\sec t$$

$$=\int_{0}^{\frac{\pi}{3}}(\sec^2 t-1)d\sec t$$

$$=\left(\frac{1}{3}\sec^3 t-\sec t\right)\Bigg|_{0}^{\frac{\pi}{3}}$$

$=\frac{4}{3}$

解法二：原式=$\frac{1}{2}\int_0^{\sqrt{3}}\frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}d(1+x^2)$

$=\frac{1}{2}\int_0^{\sqrt{3}}\left(\sqrt{1+x^2}-\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\right)d(1+x^2)$

$=\frac{1}{2}\left[\frac{2}{3}(1+x^2)^{\frac{3}{2}}-2\sqrt{1+x^2}\right]\Bigg|_0^{\sqrt{3}}=\frac{4}{3}$.

2007 年试题

4.设函数$\varphi(x)=\int_0^x(t-1)dt$**，则下列结论正确的是**

A. $\varphi(x)$**的极大值为 1**

B. $\varphi(x)$**的极小值为 1**

C. $\varphi(x)$**的极大值为**$-\frac{1}{2}$

D. $\varphi(x)$**的极小值为**$-\frac{1}{2}$

2006 年试题

15．计算定积分 $\int_0^1 \ln(\sqrt{1+x^2}+x)dx$

15．【解析】

$\int_0^1 \ln(\sqrt{1+x^2}+x)dx$ =

$$x\ln(\sqrt{1+x^2})\Big|_0^1 - \int_0^1 x\left[\ln(\sqrt{1+x^2}+x)\right]dx$$

$$=\ln(\sqrt{2}+1)-\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}d$$

$$=\ln(\sqrt{2}+1)-\sqrt{1+x^2}\Big|_0^1$$

$$=\ln(\sqrt{2}+1)-\sqrt{2}+1.$$

2006 年试题

19．已知函数 $f(x)$**是** $g(x)=5x^4-20x^3+15x^2$

在 $(-\infty,+\infty)$**上的一个原函数，且** $f(0)=0$**.**

（1）求 $f(x)$**；**

（2）求$f(x)$的单调区间和极值；

（3）求极限$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\int_0^x \sin^4 t dt}{f(x)}$。

19.【解析】（1）

$\because f'(x)=g(x)=5x^4-20x^3+15x^2,$

$\therefore f(x)=\int(5x^4-20x^3+15x^2)dx$

$=x^5-5x^4+5x^3+c$

$\because f(0)=0\Rightarrow c=0,$

$\therefore f(x)=x^5-5x^4+5x^3.$

（2）

$\because f'(x)=g(x)=5x^4-20x^3+15x^2(x-3)(x-1)$ **，**

令$f'(x)=0$ **，解得**$x=0,x=1,x=3$

列函数性态表如下

x	$(-\infty,0)$	0	(0,1)	1	(1,3)	3	$(3,+\infty)$

y	+	0	+	0	-	0	+
y	↗	无极值	↗	极大值	↘	极小值	↗

（说明：不列表，分别讨论单调性不扣分）

故 *f*(*x*)在区间（$-\infty,1$）及（3，$+\infty$）单调上升，

在区间（1，3）单调下降；

$f(x)$ **的极大值 *f*(1)=1，极小值 *f*(3)= - 27。**

（3）方法一：$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\int_0^x \sin^4 t dt}{f(x)}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin^4 x}{f'(x)}$

$$=\lim_{x\to0}\frac{\sin^4 x}{5x^4-20x^3+15x^2}$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{\sin^4 x}{x^4}\cdot\frac{x^2}{5x^2-20x+15}$$

$$=0.$$

方法二： $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\int_0^x \sin^4 t dt}{f(x)}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin^4 x}{f'(x)}$

$$=\lim_{x\to0}\frac{\sin^4 x}{5x^4-20x^3+15x^2}$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{x^2}{5x^2-20x+15}$$

$$=0.$$

2005 年试题

7.定积分 $\int_{-1}^{1} e^{-x^2}\sin x dx$ **=**______________

2005 年试题

求极限 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\int_0^x \ln^2(1+t)dt}{x^2}$。

12. 【解析】

$$\lim_{x\to0}\frac{\int_0^x \ln^2(1+t)dt}{x^2}=\lim_{x\to0}\frac{(\int_0^x \ln^2(1+t)dt)'}{(x^2)'}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\ln^2(1+x)}{2x}=\lim_{x\to 0}\frac{\left(\ln^2(1+x)\right)'}{\left(2x\right)'}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\dfrac{2\ln(1+x)}{1+x}}{2}=0$$

2004 年试题

4．若函数

$f(x)=\int_0^x\frac{2t-1}{t^2-t+1}dt$，则$f(\frac{1}{2})=$____________________

_。

2004 年试题

13．计算定积分 $\int_0^1 x^5\ln^2 xdx$

13.【解析】 $\int_0^1 x^5\ln^2 xdx \underline{\underline{令e^t=x}} \int_{-\infty}^0 e^{6t}\cdot t^2dt$

$$=\frac{1}{6}\int_{-\infty}^0 t^2d(e^{6t})=\frac{1}{6}t^2e^{6t}\Big|_{-\infty}^0-\frac{1}{6}\int_{-\infty}^0 e^{6t}d(t^2)=-\frac{1}{3}\int_{-\infty}^0 e^{6t}\bullet tdt$$

$$=-\frac{1}{18}\int_{-\infty}^{0}td(e^{6t})=-\frac{1}{18}te^{6t}\Big|_{-\infty}^{0}+\frac{1}{18}\int_{-\infty}^{0}e^{6t}dt=\frac{1}{18}\int_{-\infty}^{0}e^{6t}dt=\frac{1}{108}e^{6t}\Big|_{-\infty}^{0}$$

$$=\frac{1}{108}$$

2003 年试题

已知$f(x)$和$g(x)$在(a,b)上连续，若$\int_a^b f(x)dx=\int_b^a g(x)dx$，则$f(x)$和$g(x)$的关系为

_ _ _ 。

解析：$\int_a^b f(x)dx=\int_b^a g(x)dx=-\int_a^b g(x)dx$

$$\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx=\int_a^b (f(x)+g(x))dx=0$$

所以$f(x)+g(x)=0$

2003 年试题

2.$\int_{-\pi}^{\pi}|\sin x|dx$。

【解析】 原式$=2\int_0^{\pi}\sin xdx=2(-\cos x)\Big|_0^{\pi}=4$

2003 年试题

1.$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^{x^2}\sin tdt}{\int_0^{x}t^3dt}$。

2003 年试题

7. $\int_0^1(\dfrac{1}{1+x})^2dx=$ _ _ _ 。

2003 年试题

$\int_0^1 x^2e^xdx$。

【解析】 原式$=\int_0^1 x^2de^x$

$$=x^2e^x\Big|_0^1-\int_0^1 2xe^xdx=e-\int_0^1 2xde^x$$

$$= e - \left[2xe^x \Big|_0^1 - \int_0^1 2e^x dx \right]$$

$$= e - (2e - 2e^x \Big|_0^1)$$

$$= -e + (2e - 1) = e - 1$$