二、一元函数的微分学

1. 泰勒公式

① 泰勒公式

带佩亚诺余项的麦克劳林公式：

$$f(x)=f(0)+f'(0)(x)+\frac{f''(0)}{2!}x^2+\cdots+\frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n+o(x^n);$$

带拉格朗日余项的麦克劳林公式：

$$f(x)=f(0)+f'(0)(x)+\frac{f''(0)}{2!}x^2+\cdots+\frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n+\frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}x^{n+1}(\xi\in(0,x));$$

带佩亚诺余项的泰勒公式：

$$f(x)=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)+\frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2+\cdots+\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n+o((x-x_0)^n);$$

带拉格朗日余项的泰勒公式：

$$f(x)=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)+\frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2+\cdots+\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n+\frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-x_0)^{n+1}(\xi\in(x_0,x));$$

② 带佩亚诺余项的麦克劳林公式：(余项省了)

$$e^x=1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\cdots+\frac{x^n}{n!}+\cdots\ ;\ \sin x=x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+\cdots$$

$$\cos x=1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\cdots;\ \ln(1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\cdots$$

$$\arctan x=x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^7}{7}+\cdots$$

③ 复合函数的泰勒公式：

$e^{-\frac{x^2}{2}}$的带佩亚诺余项的麦克劳林公式 ： $e^{-\frac{x^2}{2}}=1+\frac{-\frac{x^2}{2}}{1!}+\frac{(-\frac{x^2}{2})^2}{2!}+\cdots+\frac{\left(-\frac{x^2}{2}\right)^n}{n!}+o(x^{2n})$

2. 曲率

曲率$K=\frac{|y''|}{[1+(y')^2]^{\frac{3}{2}}}$;曲率半径$\rho=\frac{1}{K}$.