广东省2007年普通高等学校 专升本高数真题



作者: 石桥先生

公众号: 专插本高等数学

一、单项选择题(本大题共5小题,每小题3分,共15分,每小题只有一个选项符合题目要求)

1. 函数
$$f(x) = 2 \ln \frac{x}{\sqrt{1+x^2}-1}$$
 的定义域是 ()

A.
$$(-\infty,0)$$
 \cup $(0,+\infty)$

B.
$$(-\infty,0)$$

C.(0,
$$+\infty$$
)

2. 极限
$$\lim_{x\to 2} (x-2) \sin \frac{1}{2-x} =$$

- A. 等于-1 B. 等于 0

- C. 等于 1 D. 不存在

一、单项选择题(本大题共5小题,每小题3分,共15分,每小题只有一个选项符合题目要求)

3.设F(x)是f(x)在 $(0, +\infty)$ 内的一个原函数,下列等式不成立的 ()

$$A \cdot \int \frac{f(\ln x)}{x} dx = F(\ln x) + C$$

B.
$$\int \cos x f(\sin x) dx = F(\sin x) + C$$

C.
$$\int 2x f(x^2 + 1) dx = F(x^2 + 1) + C$$
 D. $\int 2^x f(2^x) dx = F(2^x) + C$

D.
$$\int 2^x f(2^x) dx = F(2^x) + C$$

4. 设函数
$$\phi(x) = \int_0^x (t-1)dt$$
,则下列结论正确的是 ()

A. $\phi(x)$ 的极大值为 1

B. $\phi(x)$ 的极小值为 1

 $C \cdot \phi(x)$ 的极大值为 $-\frac{1}{2}$

D. $\phi(x)$ 的极小值为 $-\frac{1}{2}$

一、单项选择题(本大题共5小题,每小题3分,共15分,每小题只有一个选项符合题目要求)

- A. 等于1 B. 等于-1 C. 等于0 D. 不存在

二、填空题(本大题共5小题,每小题3分,共15分)

6. 极限
$$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^x = \underline{\qquad}$$

7. 设
$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$$
, 要使 $f(x)$ 在 $x = 3$ 处连续, 应补充定义 $f(3) =$ ______.

8. 设函数
$$y = \frac{1 - e^{-x^2}}{1 + e^{-x^2}}$$
,则其函数图像的水平渐近线方程是______.

二、填空题(本大题共5小题,每小题3分,共15分)

9. 微分方程
$$\frac{d^2y}{dx^2}$$
 + 4 y = 0 的通解是 y =_____.

10. 设
$$u = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$$
,则全微分 du =_____.

三、计算题(本大题共8小题,每小题6分,共48分)

11. 求极限
$$\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\tan x}\right)$$
的值.

12. 设
$$y = \cos^2 x + \ln \sqrt{1 + x^2}$$
, 求二阶导数 y'' .

三、计算题(本大题共8小题,每小题6分,共48分)

13. 设函数
$$y = y(x)$$
 由方程 $\arcsin x \cdot \ln y - e^{2x} + y^3 = 0$ 确定,求 $\frac{dy}{dx}\Big|_{x=0}$.

14. 计算不定积分
$$\int \left[2^x - \frac{1}{(3x+2)^3} + \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}\right] dx$$
.

- 三、计算题(本大题共8小题,每小题6分,共48分)
 - 15. 计算定积分 $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$.

16. 设平面图形由曲线 $y=x^3$ 与直线 y=0 及 x=2 围成,求该图形线 y 轴旋转所得的旋转体体积.

三、计算题(本大题共8小题,每小题6分,共48分)

17. 设
$$f(x+y,x-y) = \arctan \frac{x+y}{x-y}$$
, 计算 $y \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} - x \frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$ 的值.

18. 计算二重积分
$$\iint_D \frac{1}{\sqrt{1+x^2+y^2}} dxdy$$
,其中积分区域 $D = \{(x,y)|x^2+y^2 \le 8, y \ge 0\}$.

四、综合题(本大题共2小题,第19题10分,第20题12分,共22分)

19. 若函数 f(x) 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续,且满足 $f(x)+2\int_0^x f(t)dt=x^2$,求 f(x).

四、综合题(本大题共2小题,第19题10分,第20题12分,共22分)

20. 设函数
$$f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$
, (1) 求 $f'(x)$; (2)证明:当 $x > 0$ 时, $f(x)$ 单调增加.