

广东省2005年普通高等学校 专升本高数真题



作者：石桥先生

公众号：专插本高等数学

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分，每小题只有一个选项符合题目要求）

1. 下列等式中，不成立的是

A. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(x-\pi)}{x-\pi} = 1$

B. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 1$

C. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$

D. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{x} = 1$

2. 设 $f(x)$ 是在 $(-\infty, +\infty)$ 上的连续函数，且 $\int f(x) dx = e^{x^2} + C$ ，则 $\int \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx =$

A. $-2e^{x^2}$

B. $2e^x + C$

C. $-\frac{1}{2}e^{x^2} + C$

D. $\frac{1}{2}e^x + C$

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分，每小题只有一个选项符合题目要求）

3. 设 $f(x) = \cos x$, 则 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} =$

- A. $-\sin x$ B. $\cos x$ C. $-\sin a$ D. $\sin x$

4. 下列函数中，在闭区间 $[-1, 1]$ 上满足罗尔中值定理条件的是

- A. $f(x) = |x|$ B. $f(x) = x^{-2}$ C. $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ D. $f(x) = x^3$

5. 已知 $u = (xy)^x$, 则 $\frac{\partial u}{\partial y} =$

- A. $x^2(xy)^{x-1}$ B. $x^2 \ln(xy)$ C. $x(xy)^{x-1}$ D. $y^2 \ln(xy)$

二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

6. 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right)$ _____.

7. 定积分 $\int_{-1}^1 e^{-x^2} \sin x dx =$ _____.

8. 设函数 $f(x) = \ln \frac{2-x}{2+x}$, 则 $f''(1) =$ _____.

二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

9. 若函数 $f(x) = \begin{cases} a(x+1), & x \leq 0, \\ (1+2x)^{\frac{1}{x}}, & x > 0. \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a=$ _____.

10. 微分方程 $\frac{dy}{dx} + 2xy = 2xe^{-x^2}$ 的通解是_____.

三、计算题（本大题共10小题，每小题5分，共50分）

11. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 + 1})$.

12. 求极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_0^x \ln^2(1+t) dt}{x^2}$.

三、计算题（本大题共10小题，每小题5分，共50分）

13. 已知 $y = \arctan\sqrt{x^2 - 1} - \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}}$, 求 y' .

14. 设函数 $y = y(x)$ 是由方程 $\arctan\frac{y}{x} = \ln\sqrt{x^2 + y^2}$ 所确定的隐函数, 求 $\frac{dy}{dx}$.

三、计算题（本大题共10小题，每小题5分，共50分）

15. 计算不定积分 $\int (\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{x} + 3^x + \frac{1}{\sin^2 x}) dx.$

16. 计算定积分 $\int_{\ln 2}^{2\ln 2} \frac{1}{\sqrt{e^t - 1}} dt.$

三、计算题（本大题共10小题，每小题5分，共50分）

17. 求由两条曲线 $y = \cos x$, $y = \sin x$ 及两条直线 $x = 0$, $x = \frac{\pi}{6}$ 所围成的平面图形绕 x

轴旋转而成的旋转体体积.

18. 计算二重积分 $\iint_D \ln(x^2 + y^2) dx dy$, 其中积分区域 $D = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.

三、计算题（本大题共10小题，每小题5分，共50分）

19. 求微分方程 $y''+4y'+3y=0$ 满足初始条件 $y(0)=2, y'(0)=6$ 的特解.

20. 已知 $z = \sin(xy) + xe^{-xy}$ ，求全微分 dz .

四、综合题（本大题共3小题，第21小题8分，第22、23小题各6分，共20分）

21. 设 $f(x) = xe^{-\frac{1}{2}x^2}$,

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间及极值；

(2) 求 $f(x)$ 的闭区间 $[0, 2]$ 上的最大值和最小值.

四、综合题（本大题共3小题，第21小题8分，第22、23小题各6分，共20分）

22. 证明：当 $t > 0$ 时， $\frac{1}{1+t} < \ln\left(1 + \frac{1}{t}\right) < \frac{1}{t}$.

四、综合题（本大题共3小题，第21小题8分，第22、23小题各6分，共20分）

23. 已知 $f(\pi) = 2$ ，且 $\int_0^{\pi} [f(x) + f''(x)] \sin x \, dx = 5$ ，求 $f(0)$ 。