

# 广东省2013年普通高等学校 专升本高数真题



作者：石桥先生

公众号：专插本高等数学



一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分，每小题只有一个选项符合题目要求）

4. 设函数  $f(x) = x \sin x + \cos x$ , 则下列结论正确的是

A.  $f(0)$  是  $f(x)$  的极小值,  $f(\frac{\pi}{2})$  是  $f(x)$  的极大值

B.  $f(0)$  是  $f(x)$  的极大值,  $f(\frac{\pi}{2})$  是  $f(x)$  的极小值

C.  $f(0)$  和  $f(\frac{\pi}{2})$  都是  $f(x)$  的极小值

D.  $f(0)$  和  $f(\frac{\pi}{2})$  都是  $f(x)$  的极大值

5. 若函数  $f(x)$  和  $F(x)$  满足  $F'(x) = f(x) (x \in R)$ , 则下列等式成立的是

A.  $\int \frac{1}{x} F(2 \ln x + 1) dx = 2 f(2 \ln x + 1) + C$       B.  $\int \frac{1}{x} F(2 \ln x + 1) dx = \frac{1}{2} f(2 \ln x + 1) + C$

C.  $\int \frac{1}{x} f(2 \ln x + 1) dx = 2 F(2 \ln x + 1) + C$       D.  $\int \frac{1}{x} f(2 \ln x + 1) dx = \frac{1}{2} F(2 \ln x + 1) + C$

## 二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

6. 要使函数  $f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1}$  在  $x=1$  处连续，应补充定义  $f(1)=$ \_\_\_\_\_.

7. 曲线  $\begin{cases} x = 3^t \\ y = \tan t \end{cases}$  在  $t=0$  相应的点处的切线方程是  $y =$ \_\_\_\_\_.

8. 函数  $f(x) = \begin{cases} x(1-x)^{\frac{1}{x}}, & x < 0 \\ 0, & x \geq 0 \end{cases}$ ，在  $x=0$  处的左导数  $f'(0)$ \_\_\_\_\_.

## 二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

9. 已知平面图形  $G = \left\{ (x, y) \mid x \geq 1, 0 \leq y \leq \frac{1}{x} \right\}$ , 将图形  $G$  绕  $x$  轴旋转一周而成的旋转体体积  $V =$ \_\_\_\_\_.

10. 设  $D$  为圆环域:  $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$ , 则二重积分  $\iint_D \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} d\sigma =$ \_\_\_\_\_.

## 三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

11 . 计算  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin(e^{\frac{1}{x}} - 1)$ .

12 . 已知函数  $f(x)$  具有连续的一阶导数，且  $f(0) \cdot f'(0) \neq 0$ ，求常数  $a$  和  $b$  的值，使

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{af(x) + bf(2x) - f(0)}{x} = 0.$$

### 三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

13 . 求由方程  $xy \ln y + y = e^{2x}$  所确定的隐函数在  $x = 0$  处的导数  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0}$  .

14 . 求曲线  $y = \ln(\sqrt{x^2 + 4} + x)$  的凹、凸区间及其拐点坐标.

## 三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

15 . 计算不定积分  $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$ .

16 . 计算定积分  $\int_0^2 \frac{x}{(x+2)\sqrt{x+1}} dx$ .



### 三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

17 . 求二元函数  $z = \int_0^{xy} e^{-t^2} dt$  的全微分  $dz$  及二阶偏导数  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

18 . 求微分方程  $y'' - 2y' + (1-k)y = 0$  (其中常数  $k \geq 0$ ) 的通解.

四、综合题（本大题共2小题，第19题10分，第20题12分，共22分）

19．交换二次积分  $I = \int_0^1 dx \int_{e^x}^e \frac{(2x+1)(2y+1)}{\ln y + 1} dy$  的积分次序，并求  $I$  的值．

## 四、综合题（本大题共2小题，第19题10分，第20题12分，共22分）

20 . 已知  $f(x)$  的定义在区间  $[0, +\infty)$  上的非负可导函数 , 且曲线  $y=f(x)$  与直线  $y=0, x=0$  及

$x=t(t \geq 0)$  围成的曲边梯形的面积为  $f(t)-t^2$ .

( 1 ) 求函数  $f(x)$ ;

( 2 ) 证明 : 当  $x > 0$  时 ,  $f(x) > x^2 + \frac{x^3}{3}$ .