

# 广东省2016年普通高等学校 专升本高数真题



作者：石桥先生

公众号：专插本高等数学

## 一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分，每小题只有一个选项符合题目要求）

1. 设函数  $f(x) = \begin{cases} 3x + a, & x \geq 1, \\ x + 1, & x < 1, \end{cases}$  在点  $x=1$  处连续，则常数  $a=$  ( )

A . -1

B . 0

C . 1

D . 2

2. 已知函数  $f(x)$  满足  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 3\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = 6$ ，则  $f'(x_0) =$  ( )

A . 1

B . 2

C . 3

D . 6

3. 若点  $(1, 2)$  为曲线  $y = ax^3 + bx^2$  的拐点，则常数  $a$  与  $b$  的值应分别为 ( )

A . -1 和 3

B . 3 和 -1

C . -2 和 6

D . 6 和 -2

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分，每小题只有一个选项符合题目要求）

4. 设函数  $f(x)$  在区间  $[-1, 1]$  上可导， $C$  为任意实数，则  $\int \sin x f'(\cos x) dx =$  ( )

A.  $\cos x f(\cos x) + C$

B.  $-\cos x f(\cos x) + C$

C.  $f(\cos x) + C$

D.  $-f(\cos x) + C$

5. 已知常数项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  的部分和  $S_n = \frac{n}{n+1} (n \in N^*)$ ，则下列常数项级数中，发散的是 ( )

A.  $\sum_{n=1}^{\infty} 2u_n$

B.  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n + u_{n+1}$

C.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(u_n + \frac{1}{n}\right)$

D.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left[u_n - \left(\frac{3}{5}\right)^n\right]$

## 二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

6 . 极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{3}{x} =$ \_\_\_\_\_.

7 . 设  $y = \frac{x}{1+x^2}$  , 则  $dy|_{x=0} =$ \_\_\_\_\_.

8 . 设二元函数  $z = x \ln y$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} =$ \_\_\_\_\_.

## 二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

9 . 设平面区域  $D = \{(x,y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$  , 则  $\iint_D (x^2 + y^2) d\sigma =$ \_\_\_\_\_.

10 . 椭圆曲线  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  围成的平面图形绕  $x$  轴旋转一周而形成的旋转体体积  $V =$ \_\_\_\_\_.

### 三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

11 . 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^2} - \frac{\sin x}{x^3} \right)$ .

12 . 求曲线  $3x^2 + y + e^{xy} = 2$  在点  $(0, 1)$  处的切线方程.

## 三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

13 . 求不定积分  $\int \frac{1}{\sqrt{x(1-x)}} dx$ .

14 . 计算定积分  $\int_0^1 x 2^x dx$ .

## 三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

15 . 设  $z = u^v$  , 而  $u = 2x + y$  ,  $v = x$  , 求  $\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{\substack{x=1 \\ y=0}}$  和  $\frac{\partial z}{\partial y} \Big|_{\substack{x=1 \\ y=0}}$  .

16 . 设平面区域  $D$  由曲线  $xy=1$  和直线  $y=x$  及  $x=2$  围成 , 计算二重积分  $\iint_D \frac{x}{y^2} d\sigma$  .



### 三、计算题（本大题共8小题，每小题6分，共48分）

17 . 已知函数  $y = e^{2x}$  是微分方程  $y'' - 2y' + ay = 0$  的一个特解，求常数  $a$  的值，并求该微分方程的通解.

18 . 已知级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  满足  $u_{n+1} = \frac{1}{3}(1 + \frac{1}{n})^n u_n (n \in N^*)$ , 且  $u_1 = 1$ , 判定级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  的收敛性.

#### 四、综合题（本大题共2小题，第19题10分，第20题12分，共22分）

19 . 设函数  $f(x) = \ln(1+x) - x + \frac{1}{2}x^2$  , 证明 :

( 1 ) 当  $x \rightarrow 0$  时 ,  $f(x)$  是比  $x$  高阶的无穷小量 ;

( 2 ) 当  $x > 0$  时 ,  $f(x) > 0$ .

四、综合题（本大题共2小题，第19题10分，第20题12分，共22分）

20 . 已知定义在区间 $[0, +\infty)$ 上的非负可导函数  $f(x)$  满足  $f'(x) = \int_0^x \frac{1+f^2(t)}{1+t^2} dt (x \geq 0)$ .

( 1 ) 判断函数  $f(x)$  是否存在极值，并说明理由；

( 2 ) 求  $f(x)$ .