UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ
CURSO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
WILLIAN BORDIGNON GENERO
LISTA DE MATEMÁTICA DISCRETA

1. Lógica:

1 – A) Platão foi um homem sábio. É uma proposição pois é uma sentença afirmativa.

1 – B) Amanhã vai chover. É uma proposição pois é uma sentença afirmativo, mesmo que amanhã não chova.

2 – A) Se as rosas não são vermelhas então o açúcar é doce ou as violetas não são azuis.

2 – B) Açúcar é doce e rosas não são vermelhas se e somente se as violetas são azuis.

3 – A)

A	B	$A \land B$	$A \land B \Rightarrow B$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

É uma tautologia pois o valor lógico é sempre verdadeiro.

3 – B)

A	B	$\neg(A \land B)$	$\neg A \lor B$	$\neg(A \land B) \Leftrightarrow \neg A \lor B$
0	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	0	1	0	0
1	1	0	1	0

Não é uma tautologia pois o valor lógico nem sempre é verdadeiro.

2. Lógica Proposicional:

1 – A) H(x) = Ser humano | $\forall x\ (H(x) \Rightarrow \exists y\ (M(y)))$
M(y) = Mentir |

1 – B) C(x) = Cavalo | $\forall x\ (C(x)\ Co(x)\ F(x) \land I(y)\ \neg F(x) \Rightarrow \exists x\ (C(x)\ \neg Co(x)))$
F(x) = Feno |
I(y) = Inverno |
Co(x) = Comer |

2 – A) Dados dois números quaisquer $|x + y| \leq |x|+|y|$.

Hipótese I) X e Y serem positivos ou X e Y serem negativos:

O resultado será igual então a sentença é verdadeira.

Hipótese II) X positivo e Y negativo ou vice-versa:

O resultado de $|x|+|y|$ será maior que $|x + y|$, logo a sentença é verdadeira.

Como as duas hipóteses são verdadeiras, logo toda a sentença é verdadeira.

3 -	$\forall x \in R$	$-\lvert x\rvert <= x <= \lvert x\rvert$	Hipótese 1
	$\forall y \in R$	$-\lvert y\rvert <= y <= \lvert y\rvert$	Hipótese 2
	$-(\lvert x\rvert + \lvert y\rvert) <= x+y <= \lvert x\rvert + \lvert y\rvert$		Conclusão 1: Hipótese 1 + Hipótese 2
	$-(\lvert x\rvert + \lvert y\rvert) <= \lvert x\rvert + \lvert y\rvert$		Conclusão 2: Igualdade
	$-(\lvert x + y\rvert) <= \lvert x\rvert + \lvert y\rvert$		Conclusão 3: Soma de valores absolutos
	$\lvert x + y\rvert <= \lvert x\rvert + \lvert y\rvert$		Conclusão 4: Valor absoluto

3. Conjuntos:

1 – A) Sim, os conjuntos são iguais, pois possuem os mesmos elementos.

1 – B) Não, pois o elemento 1 é diferente do conjunto formado pelo elemento 1.

1 – C) Não, pois vazio é diferente do conjunto vazio.

1 – D) Não, pois os elementos são diferentes {1,3} != {0,1,2,3,4}.

2 – A) $A \cup B - C = \{a, d, f\}$.

2 – B) $C - A \cap \varnothing = \{b, c, e, g, h\}$.

2 – C) $A \cap C \cup C = \{b, c, e, g, h\}$.

3 – São iguais pois como os subconjuntos de A são iguais aos subconjuntos de B, isso quer dizer que o conjunto A é igual ao conjunto B.

4 – A cartesiano B sendo que A tem m elementos e B tem n elementos. O total de elementos do cartesiano é: m * n.

5 – A) Os números primos são contáveis pois são números discretos.

5 – B) Números reais entre 1 e 2 não são contáveis pois os números são contínuos. Logo, não dá para contá-los.

5 – C) As estrelas do Universo são contáveis pois são finitas.

4. Relações:

1 – A) $R \circ S = \{(a, c), (a, d), (c, a), (d, a)\}$.

1 – B) $S \circ R = \{(b, a), (b, c), (c, b), (c, d), (d, a), (d, c)\}$.

1 – C) $R \circ R = \{(a, a), (a, c), (a, b), (a, d), (c, b)\}$.

2 – A) Reflexiva, Simétrica e Transitiva.

2 – B) Não reflexiva, Simétrica e Não Transitiva.

2 – C) Reflexiva, Anti-simétrica e Transitiva.

3 – {(1,1), (1,2), (2,1), (3,2), (4,1), (4,4), (5,5), (2,2), (3,3)} Fechamento Reflexivo.
{(1,1), (1,2), (2,1), (3,2), (4,1), (4,4), (5,5), (2,3), (1,4)} Fechamento Simétrico.
{(1,1), (1,2), (2,1), (3,2), (4,1), (4,4), (5,5), (2,2), (3,1), (4,2)} Fechamento Transitivo.

4 - Reflexibilidade
$a + d = b + c$ para $a = c$ e $b = d$
$a + d = b + c$
$a + b = b + a$
Portanto, é reflexiva

Simetria
$[a + d = b + c] = [b + c = a + d]$
$a + d = b + c$

$-(b + c) = -(a + d)$
$b + c = a + d$
É simétrica

$(a,b),(c,d) \quad \wedge \; (c,d),(e,f) \quad \Rightarrow \quad ((a,b),(e,f))$
$a + d = b + c \qquad c + f = d + e \qquad a + f = b + e$
$c = a + d - b$ -- Desenvolvendo a igualdade

$c + f = d + e$ -- Igualdade de (c,d),(e,f)
$a + d - b + f = d + e$ -- Substituindo c
$a + f - b = e$ -- Cortando d
$a + f = b + e$ -- Desenvolvendo a igualdade
Assim, provamos que é uma relação de equivalência.

5 - Para o par (2,1) temos:

$2 + d = 1 + c$

$c = d + 1$

$[(2,1)] = \{ \dots (2,1), (3,2), (6,5), (9,8) \dots \}$.

6 - A) Não é reflexiva, não é simétrica e não é transitiva.

Fechamento reflexivo: novos ((2,2), (3,3)).

Matriz:
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$
,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,

Fechamento simétrico: novos ((2,1), (1,4), (4,2)).

Matriz:
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Fechamento transitivo: novos ((1,4), (2,1), (2,3), (3,2), (3,3), (4,2), (2,4), (2,2)).

Matriz:
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

6 - B) Não é reflexiva, não é simétrica e não é transitiva.

6 - C) Reflexiva, anti-simétrica e não é transitiva.

7 – O conjunto B e o conjunto C são partições do conjunto {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

8 - $a = 5$ Se $a <= c \Rightarrow b < d$

$b = 1$ $(a,b)\ R\ (c,d)$

$c = 10$ $(5,1)\ R\ (10,3)$ $a < c$ e $b < d$

$d = 3$ se $(5,5)\ R\ (10,10)$ $a < c$ e $b < d$

$(1,1)\ R\ (3,3)$ $a < c$ e $b < d$

Logo, é reflexiva.

$(3,5)\ R\ (1,10)$ $a < c$ mas $b > d$

$(5,5)\ R\ (10,10)$ $a < c$ e $b < d$

Portanto, ela só é simétrica na diagonal principal, sendo assim anti-simétrica.

$(a,b)(c,d) \Rightarrow (a,d)$

$\{(1,1), (10,10), (3,3), (5,5), (3,5), (1,10\}$

$(3,3)(3,5) \Rightarrow (3,5)$

$(1,1)(1,10) \Rightarrow (1,10)$

Os valores já estão na relação, então ela é transitiva.

Por ser transitiva, reflexiva e anti-simétrica a relação R é de ordem parcial.