

Exercícios de Matemática Discreta
Lista I – Entrega: 18/04/2018
Prof. José Carlos Bins Filho

1 Lógica

1. Quais sentenças abaixo são proposições? Explique.

- (a) Platão foi um homem sábio.
- (b) Amanhã vai chover.

2. Dadas as seguintes proposições:

- A: Rosas são vermelhas
- B: Violetas são azuis
- C: Açúcar é doce

Escreva as seguintes proposições como sentenças em Português:

- (a) $\neg B \vee (\neg A \implies C)$
- (b) $\exists C \wedge \neg A \iff B$

3. Dê a tabela das FBFs abaixo e diga se são tautologias:

- (a) $A \wedge B \implies B$
- (b) $\neg(A \wedge B) \iff \neg A \vee B$

2 Lógica Proposicional

1. Represente as seguintes sentenças como predicados quantificados:

- (a) Todos os seres humanos mentem de vez em quando
- (b) Todos os cavalos comem feno, e no inverno falta feno, portanto alguns cavalos passam fome

2. Prove, através de argumentação:

- (a) Dados dois números quaisquer $|x + y| \leq |x| + |y|$

3. Prove formalmente o exercício anterior:

3 Conjuntos

1. Diga quais dos pares de conjuntos abaixo é igual. Explique.
 - (a) $\{1, 3, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 5, 5\}, \{3, 5, 1\}$
 - (b) $\{\{1\}\}, \{1, \{1\}\}$
 - (c) $\emptyset, \{\emptyset\}$
 - (d) $\{1, 3\}, \{x | x \in N \wedge x < 5\}$
2. Dados $A = \{a, b, c, d, e\}, B = \{a, b, d, f, g\}$ e $C = \{b, c, e, g, h\}$, ache:
 - (a) $A \cup B - C$
 - (b) $C - A \cap \emptyset$
 - (c) $A \cap C \text{ cup } C$
3. Dados que $P(A) = P(B)$ (P = Conjunto potência), podemos dizer que A e B são iguais? Caso contrário dê um exemplo.
4. Quantos elementos $A \times B$ (A cartesiano B) tem se $|A| = m$ e $|B| = n$.
5. Diga quais conjuntos abaixo são contáveis e explique porque.
 - (a) Conjunto de todos os números primos
 - (b) Conjunto dos números reais entre 1 e 2
 - (c) Conjunto de estrelas do Universo

4 Relações

1. Dado $A = \{a, b, c, d\}$ e as relações $R = \{(a, a), (a, c), (c, b), (c, d), (d, b)\}$ e $S = \{(b, a), (c, c), (c, d), (d, a)\}$. Ache:
 - (a) $R \circ S$
 - (b) $S \circ R$
 - (c) $R \circ R$
2. Dadas as relações abaixo, representadas por sentenças em Português, diga quais são reflexivas, simétricas, assimétricas, anti-simétricas e transitivas.
 - (a) x vezes y é igual ao quadrado de um inteiro

- (b) x mais y é igual a 10
- (c) x divide y exatamente
3. Dado $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 4), (5, 5)\}$.
Dê os fechamentos reflexivo, simétrico e transitivo para R .
4. Prove que $R(\perp) : A^2 \times A^2$, onde $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, e $(a, b) \perp (c, d)$ se e somente se $a + d = b + c$ é uma relação de equivalência.
5. Ache a classe de equivalência de $(2, 5)$ no exercício anterior.
6. Dadas as relações abaixo, representadas por matrizes, diga as suas propriedades e dê os fechamentos (reflexivo, simétrico e transitivo) para a relação A .
- $$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
7. Quais dos conjuntos de subconjuntos abaixo é uma partição do conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- (a) $\{\{1, 2\}, \{2, 3, 4\}, \{4, 5, 6\}\}$
- (b) $\{\{1\}, \{2, 3, 6\}, \{4\}, \{5\}\}$
- (c) $\{\{2, 4, 6\}, \{1, 3, 5\}\}$
- (d) $\{\{1, 4, 5\}, \{2, 6\}\}$
8. Dada a relação R definida conforme abaixo, mostre que R é uma relação de ordem parcial.
- $(a, b)R(c, d)$ se $a < c \vee a = c$ então $b < d$

Qualquer dúvida entre em contato comigo. Não deixe para a última hora.

Bom Trabalho