FACULDADE DO CENTRO LESTE - UCL

CONTROLE AUTOMÁTICO I – ID 106

MODELAGEM DE SISTEMAS-
MODELO DE UM RESERVATÓRIO

ALUNOS: JULIANA CARLA

WILLIAN SCHIFFLER

PROFESSORA: DAYANE BROEDEL

SERRA

19 de Junho de 2019

OBJETIVO

Esse trabalho tem como objetivo desenvolver um modelo matemático que apresenta como resultado a altura do tanque, sendo proporcional à abertura angular de um motor utilizado para acionar uma válvula. E através desse modelo analisar o comportamento de algumas variáveis no tempo ao aplicar uma tensão na entrada do sistema.

MÉTODO

A partir do balanço de massa, desenvolvemos a equação diferencial para a altura do tanque, dependendo da abertura angular do motor.

Aplicamos a Lei de Kirchhoff das Tensões para calcular a corrente que circula no motor em função da tensão de entrada e da velocidade do motor.

Com esses dados, utilizamos o software Matlab para analisar o comportamento dessas variáveis no tempo.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A figura abaixo ilustra um sistema onde um motor CC é responsável por acionar uma válvula que permite a passagem de líquido de densidade ρ constante de um reservatório para um tanque.

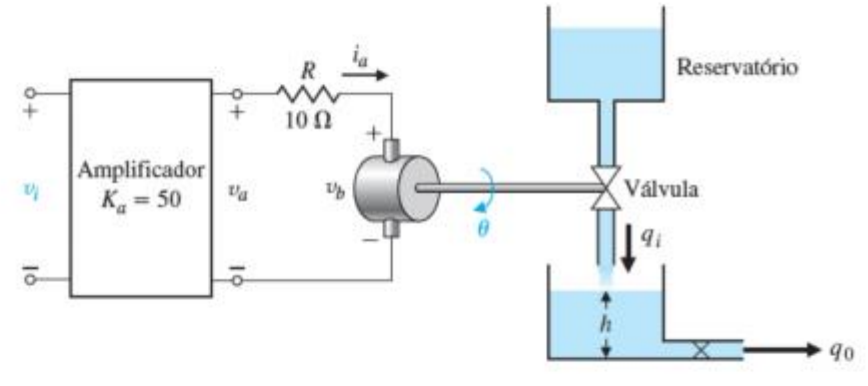

Figura 1: *Sistema analisado*

- **Cálculos**

O fluxo volumétrico de entrada do tanque, $q_i(t)$, depende da abertura angular fornecida pelo motor, $\theta(t)$, de forma que $q_i(t) = 80\theta(t)$;

O tanque apresenta uma área $A = 200\ m^2$ e seu fluxo de saída, $q_0(t)$, é dado por uma relação linear com a altura do líquido no tanque, de forma que $q_0(t) = 20h(t)$;

A indutância do motor é insignificante, assim como o atrito; $J = 20$ e equivale ao momento de inércia do sistema e as seguintes equações são válidas para o motor CC:

$$T_m = J\ddot{\theta}$$

$$T_m = 10i_a$$

$$v_b = 0{,}0706\dot{\theta}$$

A partir do balanço de massa desenvolvemos a equação diferencial para a altura do tanque dependendo da abertura angular do motor:

$$\frac{d}{dt}(Massa\ acumulada\ no\ tanque) =$$

$$Taxa\ de\ entrada\ mássica - Taxa\ de\ saída\ mássica$$

$$\frac{d}{dt}(A * h(t) * \rho) = q_i(t) * \rho - q_0(t) * \rho$$

$$A * \frac{dh}{dt} = q_i(t) - q_0(t)$$

Substituindo os dados na equação, temos:

$$200\frac{dh}{dt} = 80\theta(t) - 20h(t)$$

Simplificando e isolando a equação em função de $h(t)$:

$$h(t) = 4\theta(t) - 10\frac{dh}{dt}$$

Analisando o sistema elétrico que comanda o acionamento da válvula:

$$T_m = 20\ddot{\theta}$$

$$20\ddot{\theta} = 10i_a \rightarrow 2\ddot{\theta} = i_a$$

$$v_b = 0{,}0706\dot{\theta}$$

$$v_a = 50v_i$$

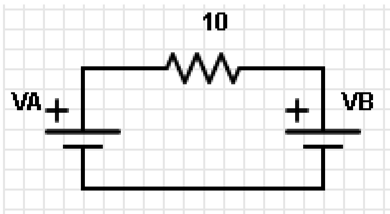

Figura 2: *Circuito de acionamento da válvula*

Através da Lei de Kirchhoff das Tensões, temos:

$$-v_a + 10 * i_a + v_b = 0$$

Substituindo:

$$-50v_i + 10 * i_a + 0{,}0706\dot{\theta} = 0$$

$$i_a = -0{,}00706\dot{\theta} + 5v_i$$

$$2\ddot{\theta} = -0{,}00706\dot{\theta} + 5v_i$$

$$\dot{\theta} = \frac{5v_i - 2\ddot{\theta}}{0{,}00706}$$

$$\dot{\theta} = 708{,}22v_i - 283{,}29\ddot{\theta}$$

Com esses dados foi possível simular e analisar, no software Matlab, o comportamento das variáveis.

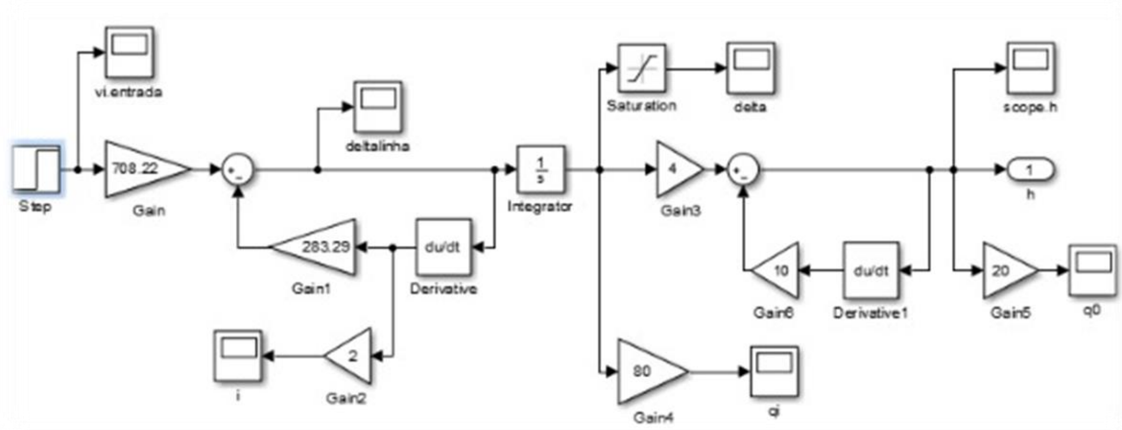

Figura 3: *Esquemático- Simulink(Matlab)*

Utilizamos como entrada um sinal do tipo degrau, e observamos a saída(altura do líquido no tanque).

- $\boldsymbol{V_i = 0,2[V]}$:

Aplicamos uma tensão de 0,2[V] na entrada do sistema e observamos o comportamento das seguintes variáveis no tempo:

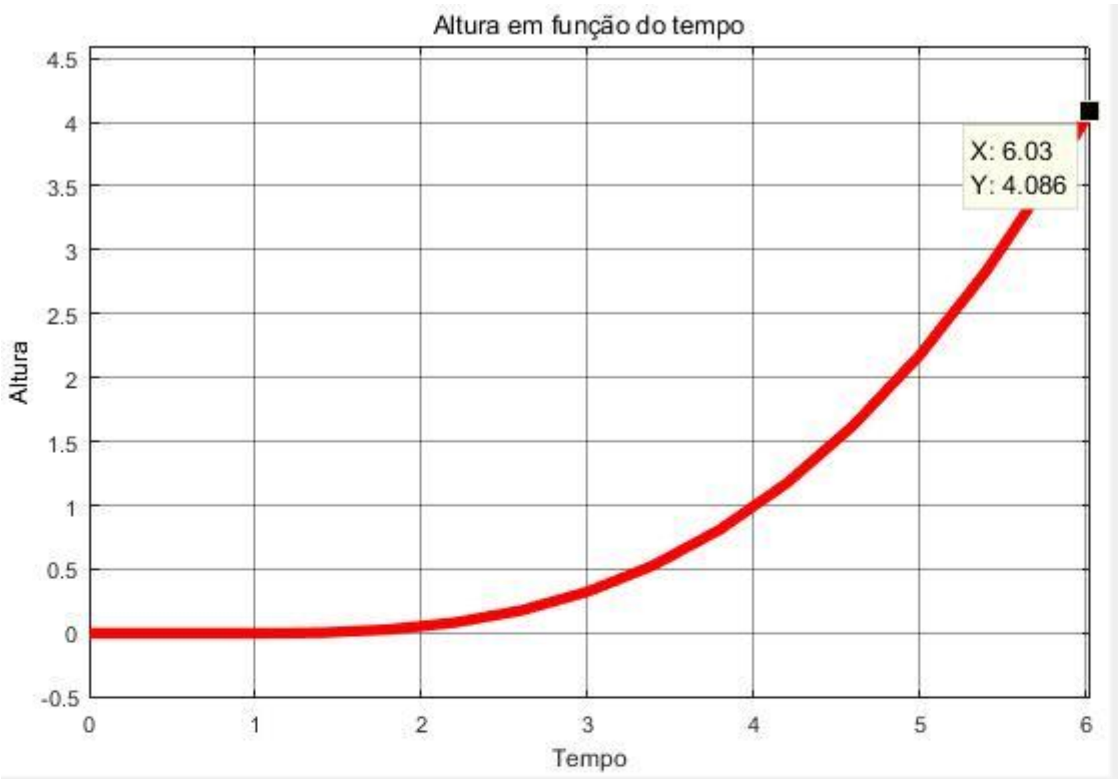

Figura 4: *Altura do líquido no reservatório ao aplicar 0,2[V] na entrada*

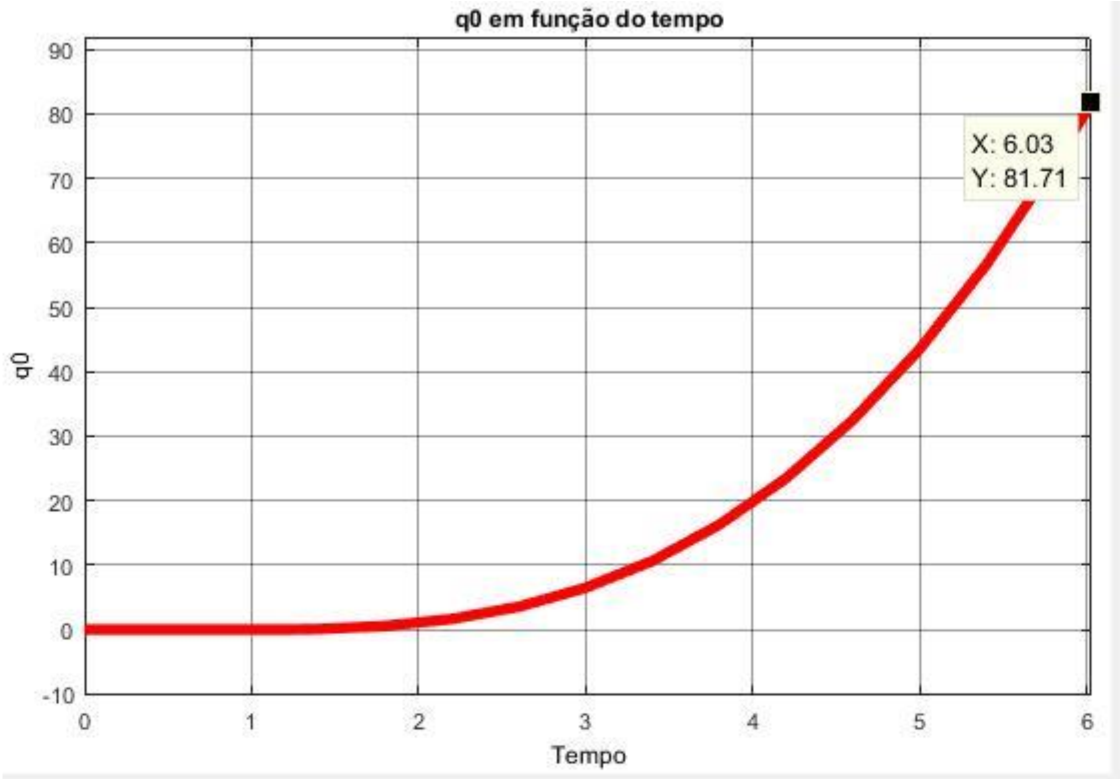

Figura 5: *Fluxo de saída ao aplicar 0,2[V] na entrada*

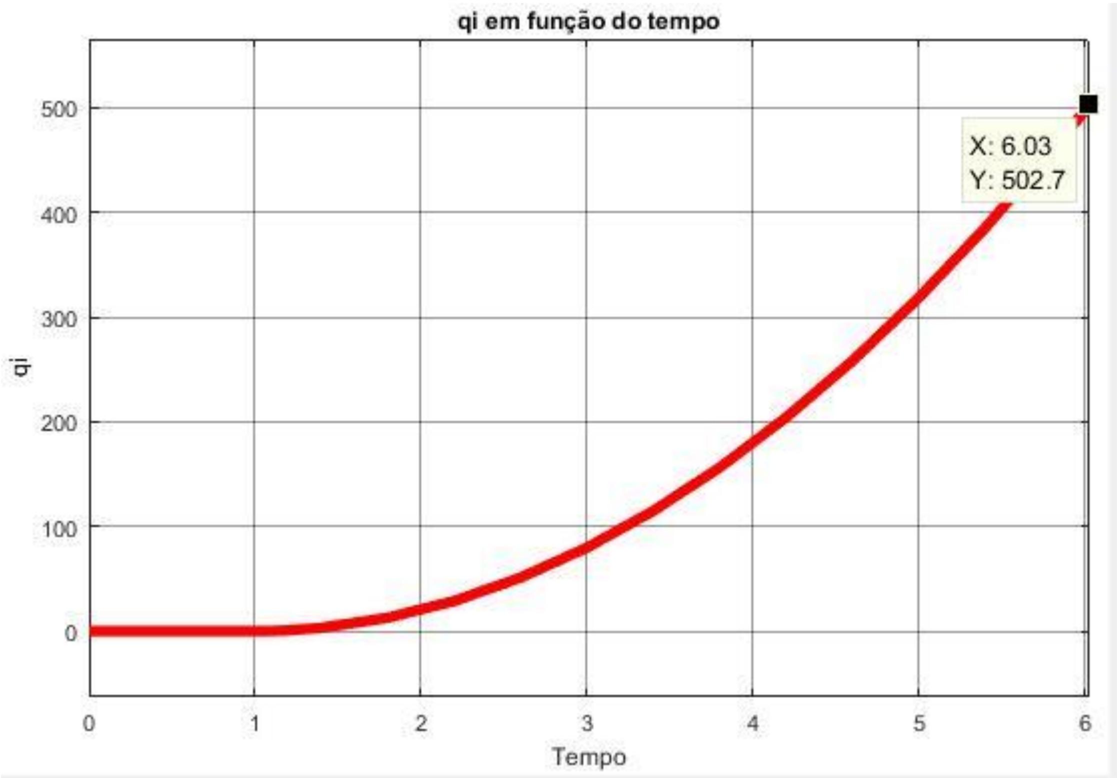

Figura 6: *Fluxo volumétrico de entrada ao aplicar 0,2[V]*

Figura 7: *Abertura angular do motor ao aplicar 0,2[V]*

Figura 8: *Derivada da abertura angular do motor ao aplicar 0,2[V]*

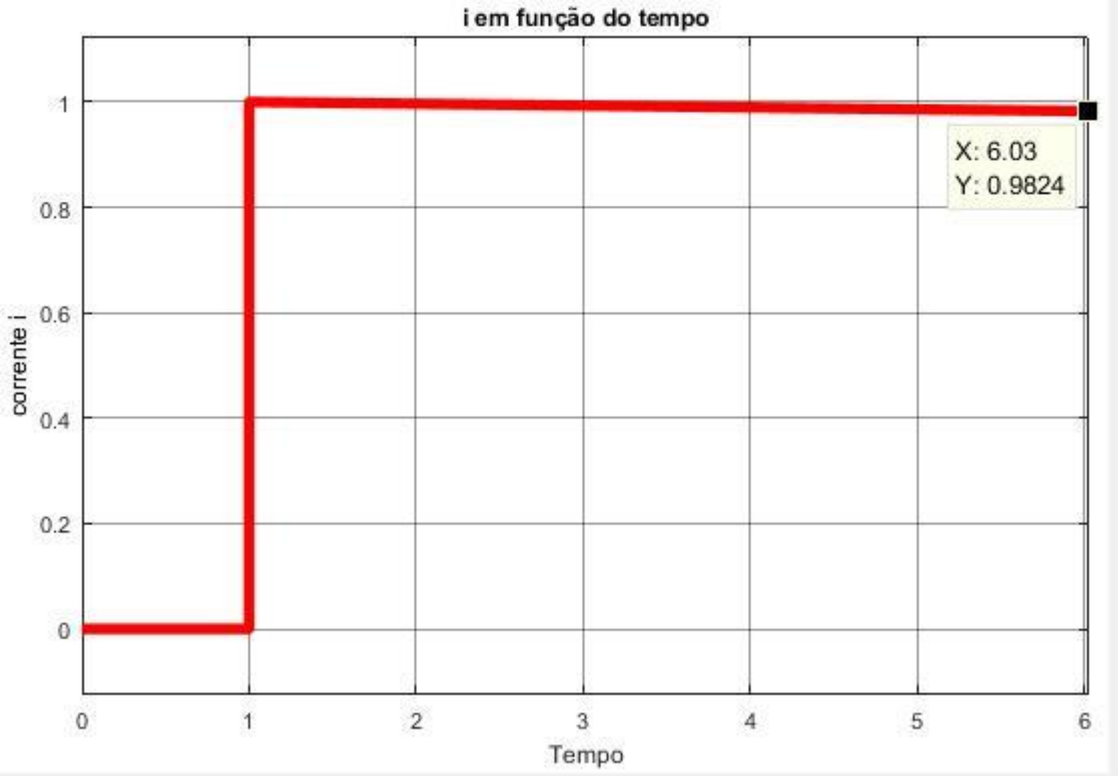

Figura 9: *Corrente i_a no motor ao aplicar 0,2[V] na entrada*

- $V_i = 2[V]$:

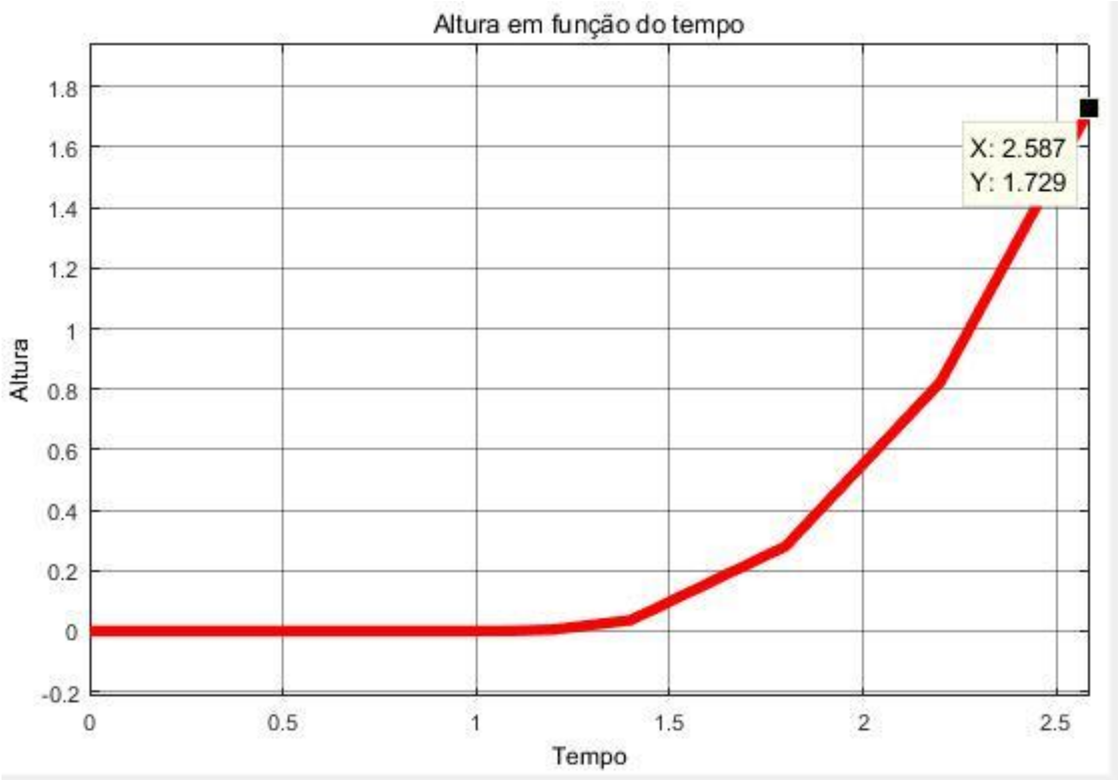

Figura 10: *Altura do líquido no reservatório ao aplicar 2[V] na entrada*

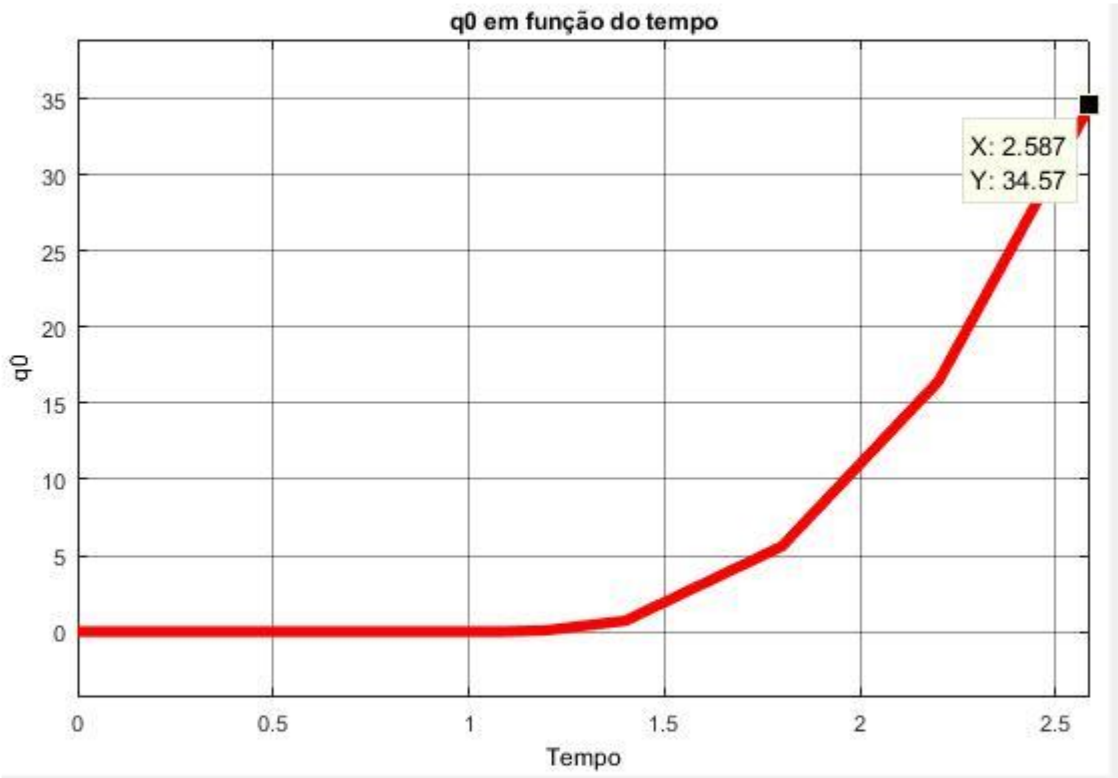

Figura 11: *Fluxo de saída ao aplicar 2[V] na entrada*

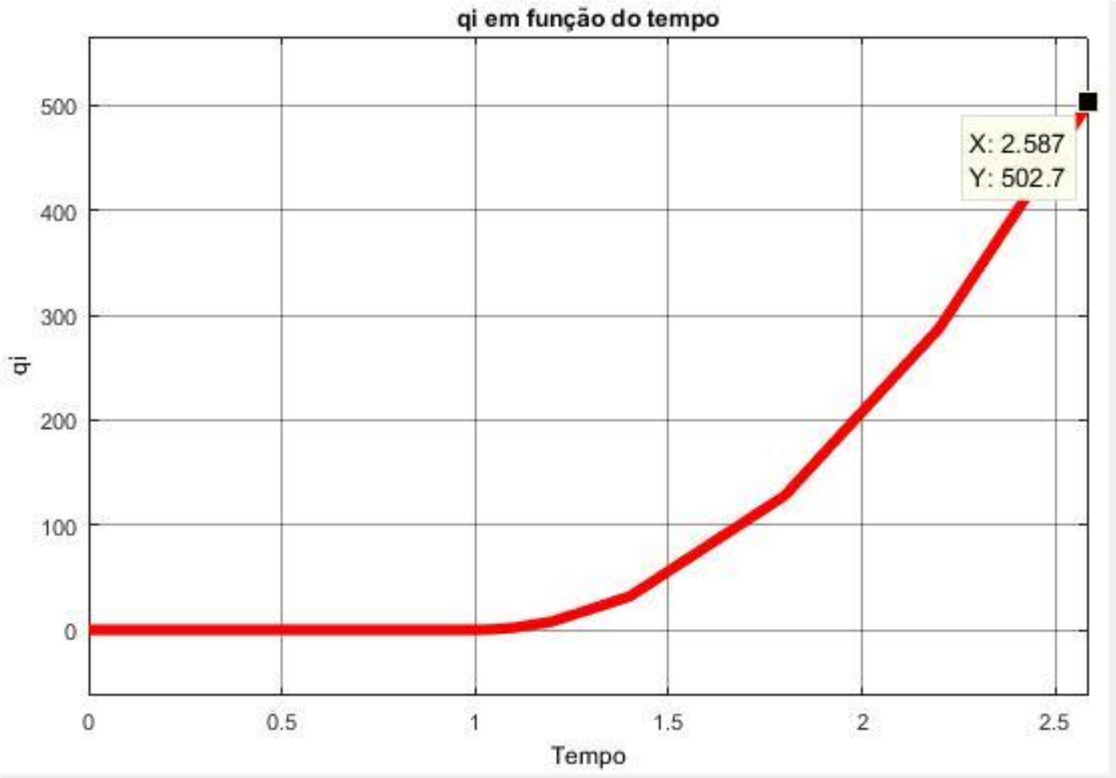

Figura 12: *Fluxo volumétrico de entrada ao aplicar 2[V]*

Figura 13: *Abertura angular do motor ao aplicar 2[V]*

Figura 14: *Derivada da abertura angular do motor ao aplicar 2[V]*

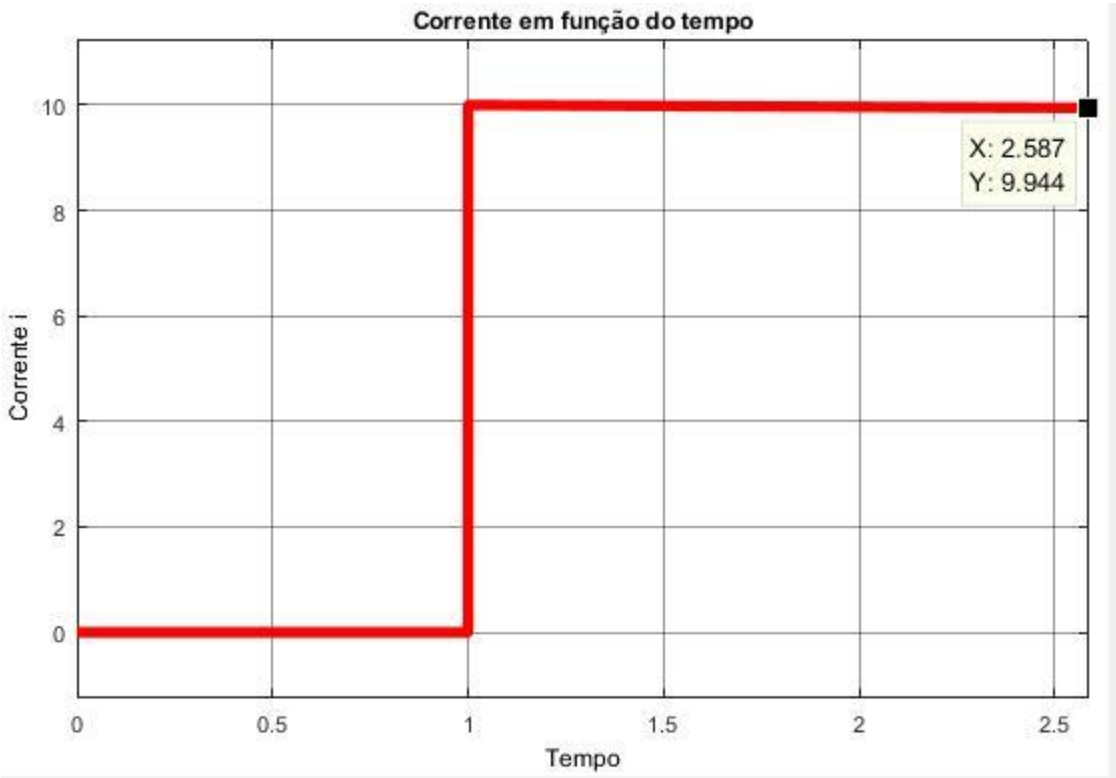

Figura 15: *Corrente i_a no motor ao aplicar 0,2[V] na entrada*

- $V_i = 0,02[V]$:

Figura 16: *Altura do líquido no reservatório ao aplicar 0,02[V] na entrada*

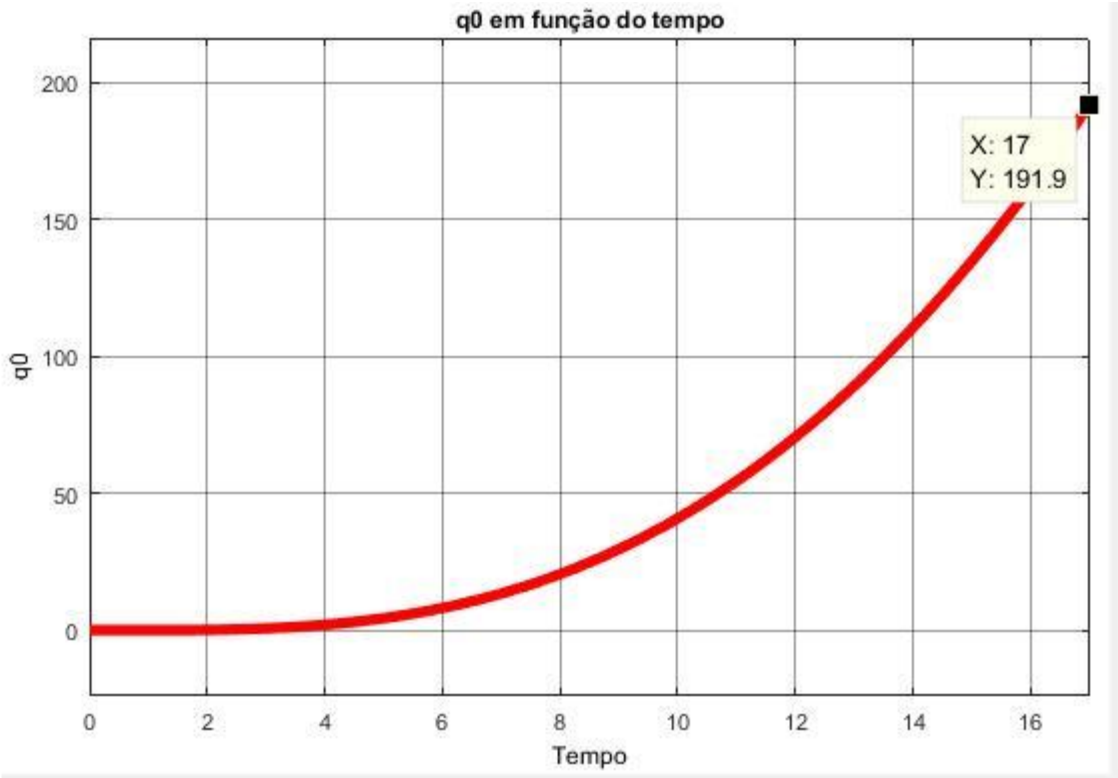

Figura 17: *Fluxo de saída ao aplicar 0,02[V] na entrada*

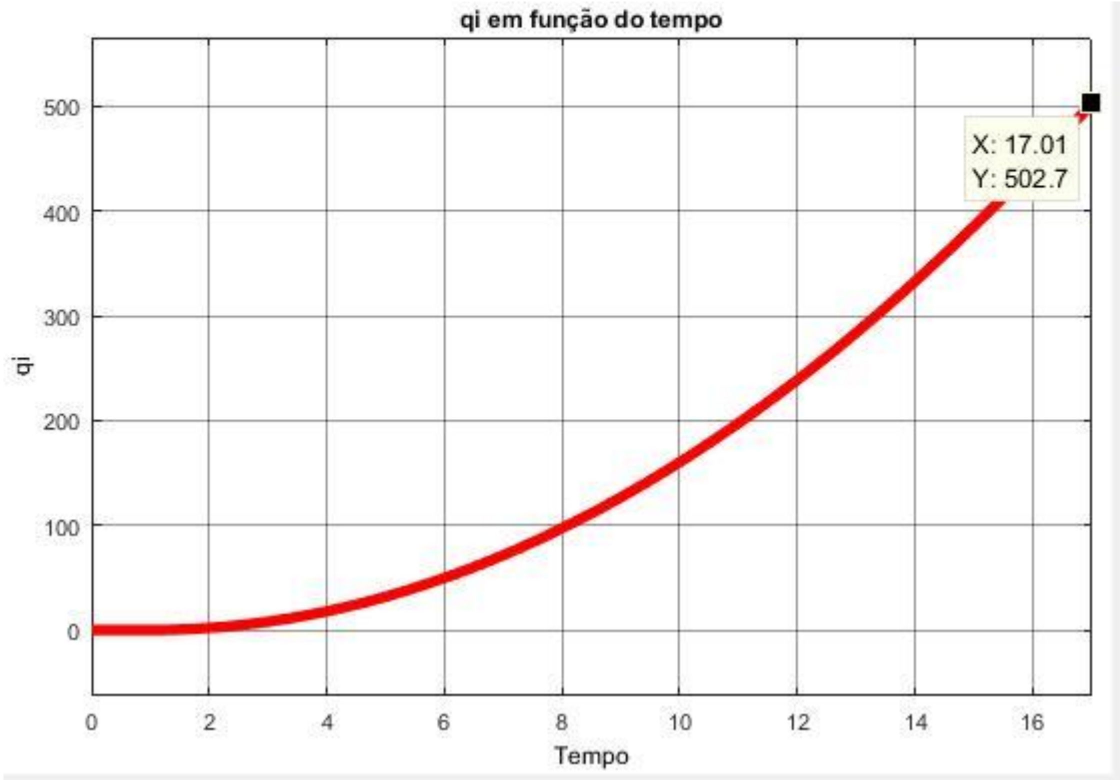

Figura 18: *Fluxo volumétrico de entrada ao aplicar 0,02[V]*

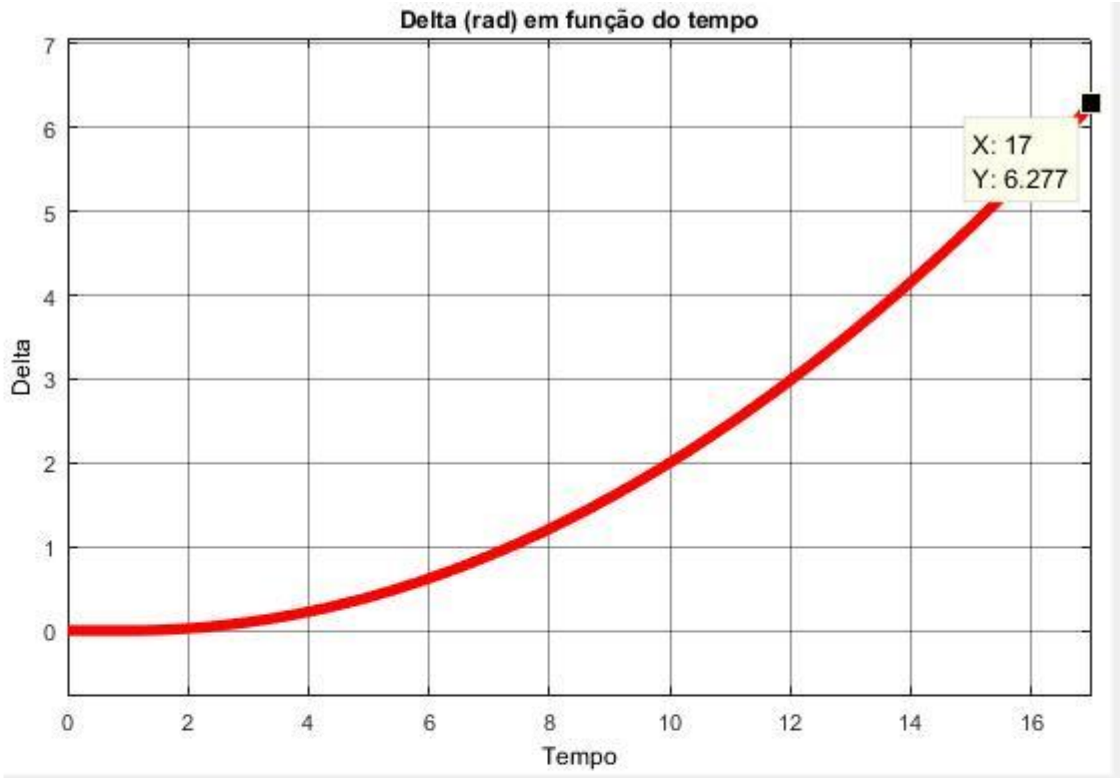

Figura 19: *Abertura angular do motor ao aplicar 0,02[V]*

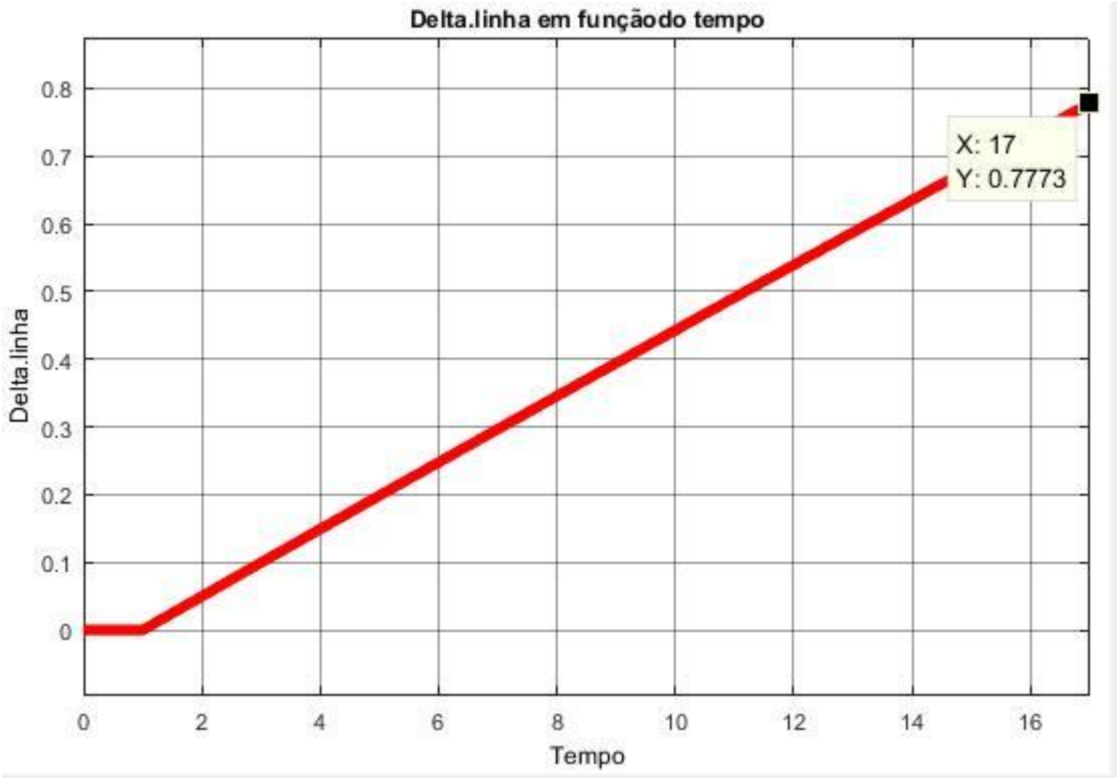

Figura 20: *Derivada da abertura angular do motor ao aplicar 0,02[V]*

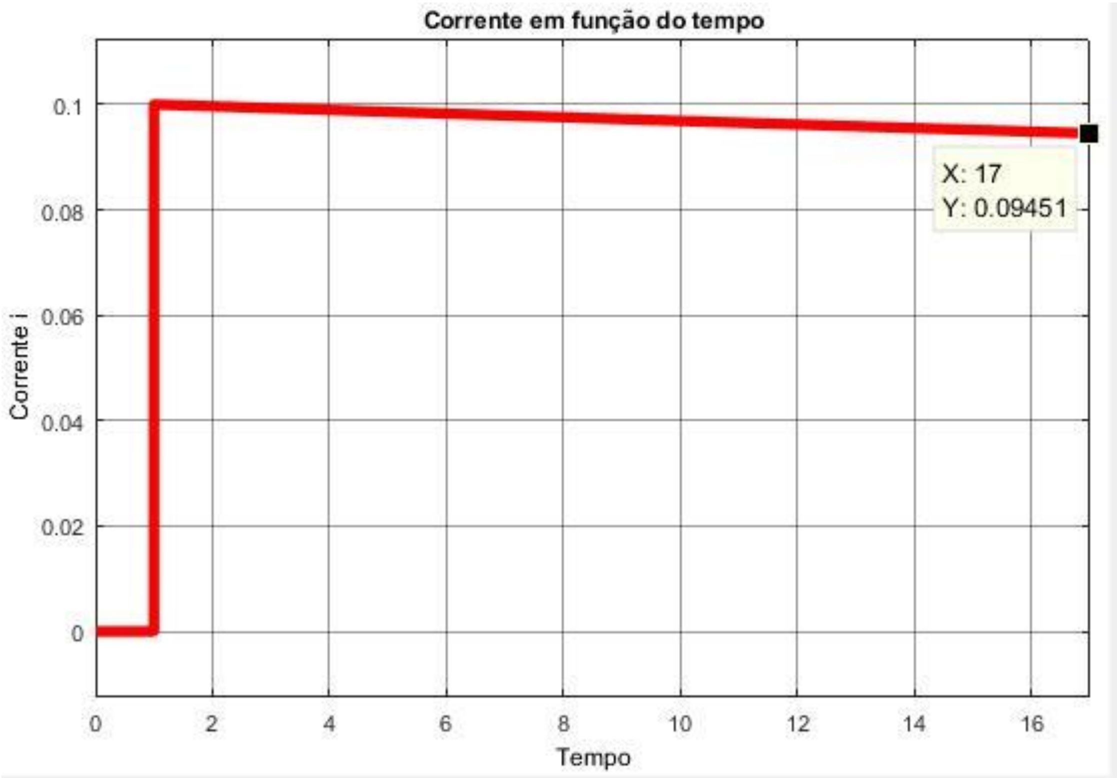

Figura 21: *Corrente i_a no motor ao aplicar 0,02[V] na entrada*

CONCLUSÃO

Durante as primeiras simulações, foi observado que a válvula girava infinitamente conforme a tensão aplicada na entrada, ou seja, essa condição não era a ideal. Para resolvermos esse problema, foi necessário inserir um saturador na variável “delta”, variando de $0 \sim 2\pi$. Tal modificação foi necessária para que o nível do líquido no tanque não excedesse o seu valor.

O efeito da tensão aplicada no motor é de aumentar ou diminuir a velocidade de giro da válvula, resultando em um aumento de fluxo de entrada e baixo nível do líquido no reservatório, ou redução do fluxo e alto nível, respectivamente.