

# 數理邏輯

沈威宇

2025 年 1 月 16 日

# 目錄

第一節 數理邏輯 (Mathematical Logic) . . . . .	1
---	---

## 第一節 數理邏輯 (Mathematical Logic)

- 陳述 (Statement) 與 命題 (Proposition)：一個陳述性句子，要麼為真，要麼為假，但不能同時為真或假。例如：「 $2+2=4$ 」是一個陳述。
- 表達式 (Expression)：表達式是表示值或數學物件的符號組合，例如數字、變數、運算子和函數。它本身不斷言任何內容，並且在對其進行評估之前不能將其分類為真或假。例如：「 $2 + 2$ 」是一個表達式。
- 條件 (Condition)：指定必須滿足的要求或限制的陳述。
- 非命題 (Negation)：「 $\neg P$ 」稱「 $P$ 」的非命題。
- 否命題 (Inverse)：「 $\neg P \implies \neg Q$ 」為「 $P \implies Q$ 」的否命題。
- 逆命題 (Converse)：「 $Q \implies P$ 」為「 $P \implies Q$ 」的逆命題。
- 否逆/逆否命題 (Contraposition) / 對偶命題：「 $\neg B \implies \neg A$ 」為「 $A \implies B$ 」的逆否命題。逆否命題  $\iff$  原命題。
- 邏輯的笛摩根定律：

$$\neg(P \wedge Q) \iff (\neg P) \vee (\neg Q)$$

$$\neg(P \vee Q) \iff (\neg P) \wedge (\neg Q)$$

- 充分條件 (Sufficient condition)：「如果  $A$  為真則保證  $B$  為真」 $\equiv$ 「條件  $A$  對於條件  $B$  來說是充分」 $\equiv$ 「 $A \implies B$ 」。
- 必要條件 (Necessary condition)：「如果  $A$  為真則保證  $B$  為真」 $\equiv$ 「條件  $B$  對於條件  $A$  來說是必要」 $\equiv$ 「 $A \implies B$ 」 $\equiv$ 「 $\neg B \implies \neg A$ 」。
- 充要條件 (Sufficient and necessary condition) / 充分必要條件：「 $(A \implies B) \wedge (B \implies A)$ 」 $\equiv$ 「 $A \iff B$ 」 $\equiv$ 「條件  $A$  對於條件  $B$  來說是充分必要」 $\equiv$ 「條件  $B$  對於條件  $A$  來說是充分必要」。