

數理邏輯

沈威宇

2025 年 7 月 1 日

目錄

第一節 數理邏輯 (Mathematical Logic)	1
一、 陳述 (Statement) / 命題 (Proposition)	1
二、 表達式 (Expression)	1
三、 條件 (Condition)	1
四、 非命題 (Negation)	1
五、 否命題 (Inverse)	1
六、 逆命題 (Converse)	1
七、 否逆/逆否命題 (Contraposition) / 對偶命題	1
八、 邏輯的笛摩根定律	1
九、 充分條件 (Sufficient condition)	1
十、 必要條件 (Necessary condition)	1
十一、 充要條件 (Sufficient and necessary condition) / 充分必要條件	2

第一節 數理邏輯 (Mathematical Logic)

一、 陳述 (Statement) / 命題 (Proposition)

一個陳述性句子，要麼為真，要麼為假，但不能同時為真或假，如「 $2+2=4$ 」。

二、 表達式 (Expression)

表達式是表示值或數學物件的符號組合，例如數字、變數、運算子和函數。它本身不斷言任何內容，並且在對其進行評估之前不能將其分類為真或假，如「 $2 + 2$ 」。

三、 條件 (Condition)

指定必須滿足的要求或限制的陳述。

四、 非命題 (Negation)

「 $\neg P$ 」稱「 P 」的非命題。

五、 否命題 (Inverse)

「 $\neg P \implies \neg Q$ 」為「 $P \implies Q$ 」的否命題。

六、 逆命題 (Converse)

「 $Q \implies P$ 」為「 $P \implies Q$ 」的逆命題。

七、 否逆/逆否命題 (Contraposition) / 對偶命題

「 $\neg B \implies \neg A$ 」為「 $A \implies B$ 」的逆否命題。逆否命題 \iff 原命題。

八、 邏輯的笛摩根定律

$$\neg(P \wedge Q) \iff (\neg P) \vee (\neg Q)$$

$$\neg(P \vee Q) \iff (\neg P) \wedge (\neg Q)$$

九、 充分條件 (Sufficient condition)

「如果 A 為真則保證 B 為真」 \equiv 「條件 A 是條件 B 的充分條件」 \equiv 「 $A \implies B$ 」。

十、 必要條件 (Necessary condition)

「如果 A 為真則保證 B 為真」 \equiv 「條件 B 是條件 A 的必要條件」 \equiv 「 $A \implies B$ 」 \equiv 「 $\neg B \implies \neg A$ 」。

十一、 充要條件 (Sufficient and necessary condition) / 充分必要條件

「 $(A \implies B) \wedge (B \implies A)$ 」 \equiv 「 $A \iff B$ 」 \equiv 「條件 A 是條件 B 的充分必要條件」 \equiv 「條件 B 是條件 A 的充分必要條件」。