

數理邏輯

沈威宇

2024 年 8 月 27 日

第一章 數理邏輯 (Mathematical logic)

1. 陳述 (Statement) 與命題 (Proposition)：一個陳述性句子，要麼為真，要麼為假，但不能同時為真或假。例如：「 $2+2=4$ 」是一個陳述。
2. 表達式 (Expression)：表達式是表示值或數學物件的符號組合，例如數字、變數、運算子和函數。它本身不斷言任何內容，並且在對其進行評估之前不能將其分類為真或假。例如：「 $2 + 2$ 」是一個表達式。
3. 條件 (Condition)：指定必須滿足的要求或限制的陳述。
4. 非命題 (Negation)：「 $\neg P$ 」稱「 P 」的非命題。
5. 充分條件 (Sufficient condition)：「如果 A 為真則保證 B 為真」 \equiv 「條件 A 對於條件 B 來說是充分」 \equiv 「 $A \implies B$ 」。
6. 必要條件 (Necessary condition)：「如果 A 為真則保證 B 為真」 \equiv 「條件 B 對於條件 A 來說是必要」 \equiv 「 $A \implies B$ 」 \equiv 「 $\neg B \implies \neg A$ 」。
7. 充要條件 (Sufficient and necessary condition)：又稱充分必要條件。「 $(A \implies B) \wedge (B \implies A)$ 」 \equiv 「 $A \iff B$ 」 \equiv 「條件 A 對於條件 B 來說是充分必要」 \equiv 「條件 B 對於條件 A 來說是充分必要」。
8. 否命題 (Inverse)：「 $\neg P \implies \neg Q$ 」為「 $P \implies Q$ 」的否命題。
9. 逆命題 (Converse)：「 $Q \implies P$ 」為「 $P \implies Q$ 」的逆命題。
10. 逆否命題 (Contraposition)：又稱對偶命題。「 $\neg B \implies \neg A$ 」為「 $A \implies B$ 」的逆否命題。逆否命題 \equiv 原命題。
11. 邏輯的笛摩根定律：

$$\neg(P \wedge Q) \equiv (\neg P) \vee (\neg Q)$$

$$\neg(P \vee Q) \equiv (\neg P) \wedge (\neg Q)$$