

流體力學

沈威宇

2025 年 6 月 30 日

目錄

第一節 流體力學 (Fluid Mechanics)	1
一、 符號約定	1
二、 物質導數 (Material derivative) / 隨質導數 (Substantial derivative)	1
三、 連續性方程 (Continuity equation) / 質量守恆	1
四、 納維-斯托克斯方程式 (Navier-Stokes equations) / 動量守恆	1
五、 狀態方程式 (Equation of state)	1
六、 歐拉方程式 (Euler equations)	2
七、 不可壓縮約束	2
八、 雷諾數 (Reynolds number)	2
九、 斯托克定律 (Stokes' law)	2

第一節 流體力學 (Fluid Mechanics)

一、 符號約定

- t : 時間
- \mathbf{v} : 流速場
- ρ : 密度
- V : 控制體積
- M : 流體分子分子量
- n : 流體分子分子數
- p : 壓力
- R : 理想氣體常數
- T : 絕對溫度
- u : 每個流體分子的平均內能
- $\frac{D}{Dt}$: 物質導數 (Material derivative) / 隨質導數 (Substantial derivative)
- \mathcal{R} : 雷諾數 (Reynolds number)
- η : 黏滯性係數/動力黏度 (Kinematic viscosity)

二、 物質導數 (Material derivative) / 隨質導數 (Substantial derivative)

對於任意場 \mathbf{y} ，其物質導數 $\frac{D\mathbf{y}}{Dt}$ 定義為：

$$\frac{D\mathbf{y}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot (\nabla \mathbf{y}).$$

三、 連續性方程 (Continuity equation) / 質量守恆

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$$

四、 納維-斯托克斯方程式 (Navier-Stokes equations) / 動量守恆

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p$$

五、 狀態方程式 (Equation of state)

描述流體的熱力學狀態，形式為：

$$f(p, V, T) = 0$$

例如理想氣體方程式為：

$$pV - nRT = 0$$

六、 歐拉方程式 (Euler equations)

對於零黏度、零導熱率的流體：

$$\begin{aligned}\frac{D\rho}{Dt} &= -\rho \nabla \cdot \mathbf{v} \\ \frac{D\mathbf{v}}{Dt} &= -\frac{\nabla p}{\rho} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \\ \frac{Du}{Dt} &= -\frac{p}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{v}\end{aligned}$$

七、 不可壓縮約束

對於不可壓縮的流體：

$$\begin{aligned}\frac{D\rho}{Dt} &= 0 \\ \frac{Du}{Dt} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0\end{aligned}$$

八、 雷諾數 (Reynolds number)

密度 ρ 、黏滯性係數/動力黏度 η 、特徵長度 L 、特徵速率 v ，雷諾數 \mathcal{R} 定義為：

$$\mathcal{R} = \frac{\rho \eta L}{v}$$

九、 斯托克定律 (Stokes' law)

雷諾數極小而可忽略、動力黏度 η 的液體中，半徑 a 、速度 \mathbf{v} 的小球，受阻力 \mathbf{F} 為：

$$\mathbf{F} = -6\pi\eta a\mathbf{v}$$