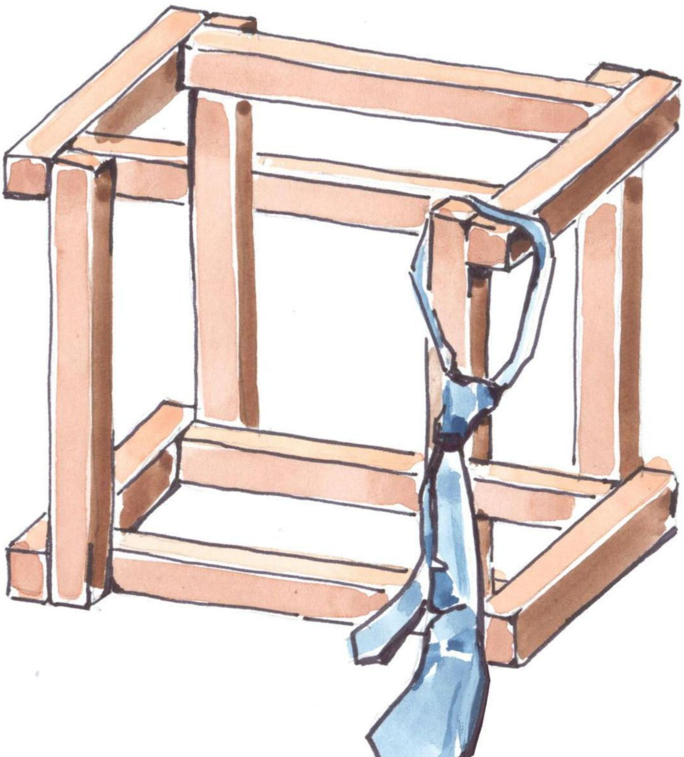
Guillermo Verger

representación gráfica sin corbata



ADFI

Coad

Guillermo Verger

Representación gráfica sin corbata

Primer Premio del Concurso ADFI
de publicación de libros 2014

ADFI

Coad
Asociación Gremial de Docentes
e Investigadores de la UNR

Verger, Guillermo
Representación gráfica sin corbata. - 1a ed. - Rosario : Asociación de Docentes e Investigadores de la UNR - COAD, 2014.
164 p. : il. ; 21x15 cm.

ISBN 978-987-45666-1-4

1. Geometría. 2. Resolución de Problemas. I. Título
CDD 512

Fecha de catalogación: 29/10/2014

ISBN 978-987-45666-1-4

Diseño de tapa y compaginación: Guillermo Verger y Adriana Foss

Este libro ha sido premiado en el Concurso de Publicación de Libros ADFI 2014. Dicho concurso fue convocado por la ADFI, comisión interna de COAD en la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la UNR, integrada por María Cristina Sanziel, Beatriz Introcaso, Raul Postiglione, Federico Miyara, Leonardo Rico, Ignacio Hamad, Isolda Cardoso, Luciano Ponzellini Marinelli, Alejandro Mezio, Cintia Sposetti, Carlos Scuderi, Noemi Ferreri y Leandro Pala.

Integraron el Jurado la Dra. Gabriela Ovando, la Lic. Marina Larrosa, la Prof. Ana Laura Buono, el Ing. Hugo Buttigliero y el Ing. Federico Miyara, contando con el asesoramiento externo de la Dra. Marta Massa.

IMPRESO EN LA ARGENTINA / PRINTED IN ARGENTINA
Asociación Gremial de Docentes e Investigadores de la UNR - COAD
Tucumán 2254 - 2000 Rosario / www.coad.org.ar

Agradecimientos

En primer lugar a mis padres que ya no están. Me inculcaron el valor del estudio, el esfuerzo y la responsabilidad para ser una persona útil a la sociedad y merecedor de sus retribuciones.

A quienes fueron mis profesores primero y luego compañeros de trabajo. Arq. Carlos Schmidt, Ing. Miguel Werber, Agr. Oscar Gervasoni e Ing. Roberto López. Invirtieron tiempo en mi formación y me abrieron las puertas al mundo del dibujo y la docencia.

A mis compañeros de trabajo de la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario y de la Facultad Regional Rosario de la Universidad Tecnológica Nacional por el fructífero y enriquecedor intercambio que realizamos diariamente.

A Gastón St.Jean y Federico Miyara por su generosa colaboración en la revisión del original.

A mis amigos de Mensa en Rosario por afrontar estoicamente los problemas de ingenio que habitualmente les planteo, lo que me ha permitido elaborar algunos de los que se muestran en el libro.

A mi compañera de vida porque me acompaña y entiende los tiempos que demanda preparar un libro a quien no es un escritor profesional.

Prólogo

Los objetos tienen formas explicables geométricamente. Cuando se trata de objetos simples, esas formas las podemos describir verbalmente. Pero cuando los objetos son más complejos y elaborados, la explicación verbal de sus formas se complica progresivamente hasta tornarse incompleta e inadecuada. La solución adoptada por la técnica es hacerlo mediante gráficos que describan la forma con total precisión.

El libro intenta acercar al lector los conceptos básicos sobre los que se asienta la representación gráfica, estimulando su comprensión y dominio mediante la propuesta de desafíos recreativos en los que esos saberes son de esencial utilidad. La representación gráfica es para hacer, que es bastante más que simplemente leer o entender. Por esto es que se trata de trabajar sobre problemas que nos lleven a pensar y realizar una práctica significativa. En este sentido, la disciplina tiene mucho en común con la música, la danza y el deporte. Hay habilidades a aprender y actividades que realizar si se desea ser bueno en eso. El tratamiento que se da a los problemas planteados es proponer al lector que busque la solución por sí mismo; a continuación se dan pautas para resolver y finalmente se desarrolla la solución con la expectativa que sirva de modelo.

Si bien se presentan conceptos básicos de la representación gráfica, debemos aclarar que este no es un libro de texto. Se tratan temas vinculados a las representaciones planas, el cálculo gráfico, la representación de objetos tridimensionales, para luego seguir con temas que siempre resultaron fuente inagotable de problemas; me refiero a poliedros, desarrollos y perspectivas. El desarrollo de estos temas comprobaremos que la representación gráfica es más que confección de planos, es también una potente herramienta de cálculo. Finalmente se presenta algún caso curioso en el que habrá que discernir si se trata de un objeto posible y, ya en el límite de lo que es la representación gráfica, se plantea un problema de lógica sobre un gráfico.

La idea fuerza es que el lector descubra que esta disciplina puede resultar, no solamente de suma utilidad para el desempeño profesional, sino también de fácil acceso y recreativa.

¿Por qué sin corbata?

Algunos se preguntarán el por qué del título. Tiene que ver con la idea fuerza que lleva. La mejor forma de describirla, en forma muy sintética, es mediante una analogía con la forma de vestir. Es algo informal.

Porque no seguiremos caminos rígidos preestablecidos para mostrar una disciplina.

Porque buscamos opciones creativas de utilizar los conceptos.

Porque planteamos situaciones que llevan a pensar, buscar un camino, analizar el proceso.

Porque tal vez sea un andar más agitado, no muy confortable, pero más atractivo y atrapante que nos llevará a comprender mejor las ideas para finalmente alcanzar el ‘saber hacer’.

Porque en ocasiones no hay un camino hecho previamente y tenemos que construirlo para alcanzar la solución buscada.

Porque si tendremos que andar fuera de la ruta será mejor que lo hagamos sin corbata.

Para cerrar el ciclo

Si usted tiene comentarios, críticas, observaciones o soluciones alternativas a los problemas, envíelos a mi dirección de correo electrónico: gverger@fceia.unr.edu.ar

Contenido

Capítulo 1
Representación gráfica y problemas

¿Qué es la representación gráfica?

En muchas profesiones trabajamos con objetos de tres dimensiones sobre los que debemos operar en las diferentes etapas de su ciclo de vida, sea proponiendo su forma y tamaño, pasando por las modificaciones, correcciones y mantenimiento necesarios hasta su disposición una vez alcanzado el fin del ciclo. Ese operar sobre los objetos implica, entre otros, especificarlos y documentarlos para comprender y comunicar diseños.

Los objetos tienen formas tridimensionales explicables mediante la geometría de sólidos. Sin embargo sería bastante complicado tratar de describir su forma verbalmente mediante la combinación de las formas geométricas que los componen, sus medidas y relaciones. La solución adoptada por la técnica es hacerlo mediante gráficos que posibilitan realizar esa descripción con total precisión.

La representación gráfica es la disciplina que, con fundamentos geométricos, permite realizar la comunicación de formas mediante trazados planos para representar objetos planos y tridimensionales.

Los objetos planos, formas geométricas y curvas se trazan en un plano con las mismas medidas que tiene en la realidad el objeto representado o, si las medidas del objeto no son adecuadas para trasladarlas a nuestro plano, se utilizará una escala. Esto es, representar el objeto con una imagen de medidas proporcionales a las del objeto real.

Los objetos tridimensionales se representan mediante alguno de los sistemas desarrollados con esa finalidad: sistema diédrico multiplanar, sistema de proyecciones acotadas, sistema axonométrico en alguna de sus variantes o sistema de proyección central también conocido como perspectiva real. Estos sistemas de representación se valen a su vez de las técnicas desarrolladas para las representaciones bidimensionales.

Resolución de Problemas

Como en todas las disciplinas, lo que cuenta no es lo que se aprende sino lo que podemos hacer con lo que aprendemos. Dicho en otras palabras, 'tener el conocimiento y saber usarlo'. Y una de las formas más efectivas de consolidar conocimientos y comenzar a hacer es la resolución de problemas, competencia ésta de altísima importancia en todas las profesiones, particularmente las de naturaleza técnica.

Para resolver un problema es necesario en primer lugar comprenderlo, tanto en lo conceptual como en lo procedimental. Esto es conocer el tema que se trata y entender qué se quiere conseguir, o sea el objetivo.

Siguiendo esa lógica se presentan conceptos que luego serán necesarios para resolver los problemas planteados.

Sin llegar a los conceptos más elaborados, y eventualmente más complicados, tratamos de realizar un recorrido por los diferentes aspectos vinculados a la representación gráfica de forma que el lector pueda tener un panorama de la disciplina.

Tratamiento de los problemas

Resolver problemas y perfeccionar la forma de hacerlo exige el desarrollo de habilidades específicas.

Analizar resoluciones correctas sirve para aprender. También sirve, y mucho, contrastar soluciones propias con esas correctas. Por eso la propuesta consiste en *plantear los problemas, dar pautas para encaminarse en la resolución y recién después presentar la solución*.

Problemas Recreativos

Se dice que somos exitosos, en la medida que nos atrevamos a conquistar nuevos retos. El desafío genera motivación, nos permite mantenernos enfocados en metas y nos brinda la posibilidad de crecer y expandir nuestras habilidades y capacidades.

Un desafío es un reto o empresa difícil a la que hay que enfrentarse. Plantear y resolver desafíos es una tendencia innata a cualquier hombre, mujer o niño inteligente. Se entiende entonces el motivo de plantear problemas que signifiquen desafíos y requieran conceptos de la disciplina.

En un intento de hacer una clasificación de las formas de resolver nos encontramos con

- problemas que se resuelven siguiendo un razonamiento lógico desde el planteo hasta alcanzar la solución o bien
- requieren una propuesta original; lo que demanda una cierta dosis de creatividad.

Muchos de los mejores problemas no pueden resolverse por ningún método conocido, sino que deben atacarse por lineamientos completamente originales. En ocasiones nos encontramos que determinados acertijos a veces serán resueltos con más facilidad por personas que sólo tienen buenas facultades naturales, que por las más instruidas. Veamos un ejemplo:

Problema 1. Correspondencia de números

Cada número de cuatro dígitos, en la tabla que sigue, se corresponde un valor numérico presentado a la derecha. ¿Qué valor corresponde al último número?

8008=6	1131=0	9312=1	5577=0
8293=3	2232=0	0090=4	3323=0
2132=0	8996=5	3113=0	7177=0
9887=5	5537=0	9069=4	7156=1
6835=3	7692=2	7171=0	6696=4
8688=??			

Pautas para resolver

Un amigo dice que este problema lo puede resolver un niño de pre-escolar en unos pocos minutos, a un artista le demandará un poquito más, los matemáticos realizarán interminables cálculos hasta encontrar la rama correcta de la matemática y quienes usen buscadores para encontrar la respuesta pueden llegar a un lugar equivocado. Es evidente que a cada número o secuencia de dígitos presentada se le ha asignado un cierto número o valor que estará respondiendo a algún patrón. El problema consiste entonces en encontrar ese patrón para alcanzar el resultado.

Resolución

El patrón al cual responden las cifras presentadas es la cantidad de líneas cerradas o agujeritos que se pueden contar. Al 8688 le corresponde el valor 7.

La satisfacción de resolver

Es notable el atractivo que un buen acertijo ejerce sobre mucha gente. Aún a sabiendas de que es un asunto trivial nos sentimos impulsados a dominarlo; y cuando lo hemos logrado nos inundan un placer y una sensación de satisfacción que son recompensa suficiente para nuestros esfuerzos, aun cuando no haya ningún premio que ganar. ¿Cual es este misterioso atractivo que tantos encuentran irresistible? El hecho curioso es que en cuanto el enigma ha sido resuelto, el interés generalmente desaparece. Lo hemos logrado, y esto es

Algunas páginas del libro no se muestran en la versión electrónica.

Agradezco su comprensión.

6. Sección plana de un cono

Se puede generar la misma parábola anterior como sección plana de una superficie cónica adecuada.

Este método es de interés teórico únicamente. No resulta práctico frente a otros métodos vistos que son más directos. Sirve para verificar que seccionando adecuadamente una superficie cónica se puede obtener la parábola deseada.

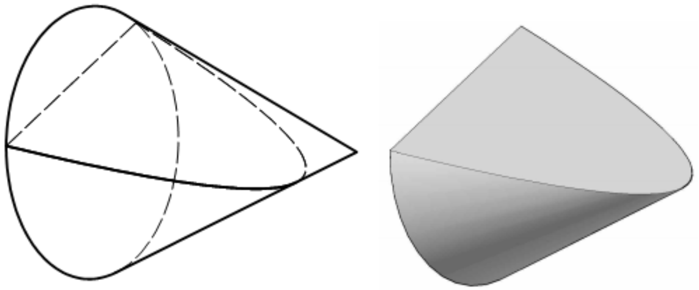


Figura 7. Parábola por sección plana de un cono

Después de construir una parábola especificada por un punto de paso y su vértice como resultante de una sección plana, consultando el software CAD, llegamos a la conclusión que se puede construir perfectamente como spline por vértices de control.

En splines cuadráticas de tres vértices, cuando el peso de los vértices extremos es 1, el peso del vértice intermedio determina el tipo de cónica resultante (arco elíptico, parábola o hipérbola)

Curiosidades

Los manuales que tratan sobre trazados geométricos describen diversos métodos para el trazado de cónicas utilizando compás, escuadra y hasta una tira de papel para trasladar distancias por lo que no abundaremos sobre ellos. Presentaremos una forma original de obtener una parábola y una elipse.

Parábola

El primero como método alternativo a los presentados en páginas anteriores destinado a la obtención de una parábola mediante plegado de papel. Para implementarlo será necesario disponer de una hoja rectangular y proceder de la siguiente forma:

- Elegimos un filo de la hoja; será la directriz de la parábola.
- Marcamos un punto F cercano a la directriz. Este punto será el foco de la parábola y servirá como punto de apoyo.

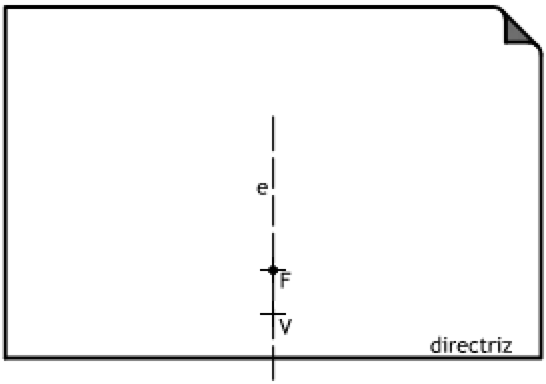


Figura 8. Preparación papel para plegar tangentes de parábola

- Realizamos pliegues de la hoja tales que el filo elegido como directriz pase por el foco F de la parábola; el pliegue obtenido será una tangente a la parábola; como se muestra en figura 9.

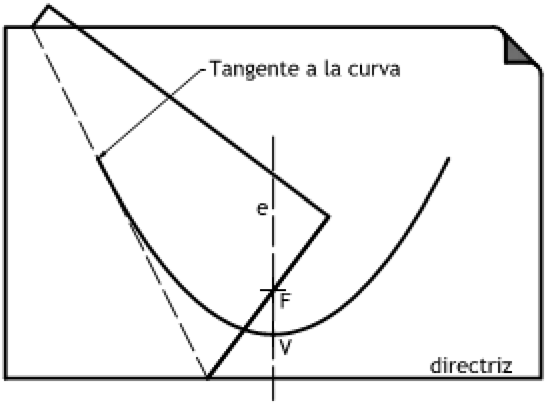


Figura 9. Plegado del papel para obtener una tangente

- A medida que se repite este último paso irá apareciendo progresivamente la forma de la parábola como se muestra en la figura 10.

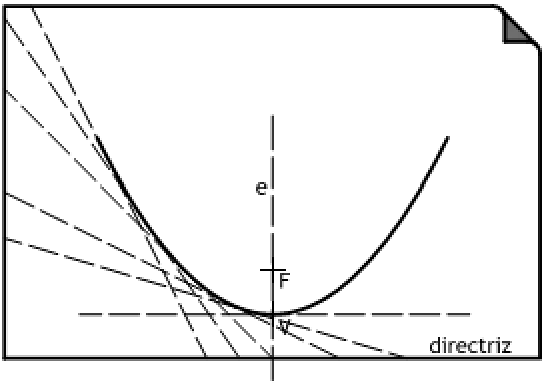


Figura 10. Pliegues del papel forman una parábola

Después de repetir el plegado suficiente cantidad de veces nos encontraremos con que la envolvente de las líneas que han quedado marcadas en el papel es una parábola. El punto de apoyo es el foco de la parábola.

Algunas páginas del libro no se muestran en la versión electrónica.

Agradezco su comprensión.

Problema 5. El mejor triángulo

No conformes con ver resuelta la obtención del triángulo equilátero me pidieron obtener el triángulo equilátero más grande posible con la servilletita cuadrada que cada vez me parecía más chiquitita. O sea, partiendo de un trozo de papel cuadrado, plegarlo de manera tal que se obtenga el mayor triángulo equilátero posible.

Pautas para resolver

Siguiendo una de las sugerencias de las técnicas para resolver problemas vemos que el problema anterior nos puede dar alguna idea para resolver; solo que ahora debemos pensar como se puede aumentar el tamaño del triángulo presentado.

Resolución

A poco de observar la figura lograda en el problema anterior vemos que si giramos el triángulo alrededor de unos sus vértices de modo que coincida con un vértice del cuadrado, como muestra el croquis a la derecha, hay espacio para incrementar sus medidas.

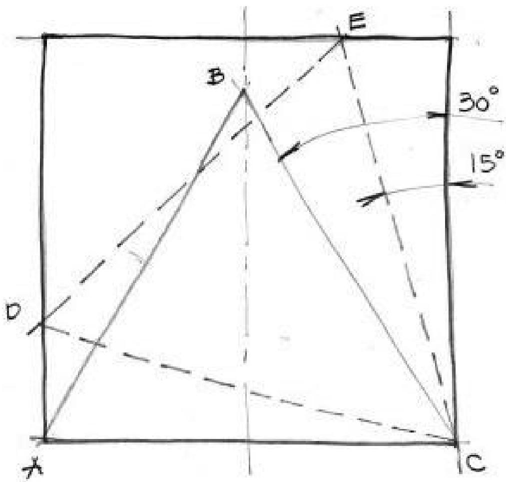


Figura 25. Girar permite agrandar la figura

Si el giro es de 15° podremos agrandar el triángulo, alargando los lados hasta intersecar los lados del cuadrado.

Trabajando sobre el papel debemos hacer pliegues que dividan en dos al ángulo de 30°. Los nuevos pliegues marcan

Algunas páginas del libro no se muestran en la versión electrónica.

Agradezco su comprensión.

Capítulo 3
Cálculo gráfico

Se pueden realizar cálculos gráficamente. Desde los más simples hasta algunos muy complejos. Esto no quiere decir que se pretenda suplantar el cálculo algebraico. Se quiere poner de relieve que disponemos de un método alternativo de cálculo. En algunos casos será conveniente utilizar el método algebraico, en otros el método gráfico. El calculista decidirá cuál es el más adecuado. También cabe la posibilidad de utilizar un método para el cálculo y el otro para la verificación; por ejemplo, en el Problema 10. Cruce de botes.

Escalas

Sea que tengamos que representar gráficamente un objeto o las magnitudes que intervienen en un cálculo debemos adoptar una relación entre las magnitudes representadas y los segmentos que las representan; esto es lo que se conoce como escala.

Toda representación gráfica debe llevar la escala utilizada. Difiere la forma de definir una escala según sea que estemos representando unidades de longitud u otro tipo de unidades.

Algunas páginas del libro no se muestran en la versión electrónica.

Agradezco su comprensión.

Luego la semicircunferencia BCD y finalmente la evolvente de circunferencia que va desde D hasta V_0.

Creamos una región con el área encerrada entre el silo y la curva descripta por la soga, es decir, el área donde come la vaca. Consultando el software obtenemos que el área alcanzada por la vaca que es 645.9658 m^2.

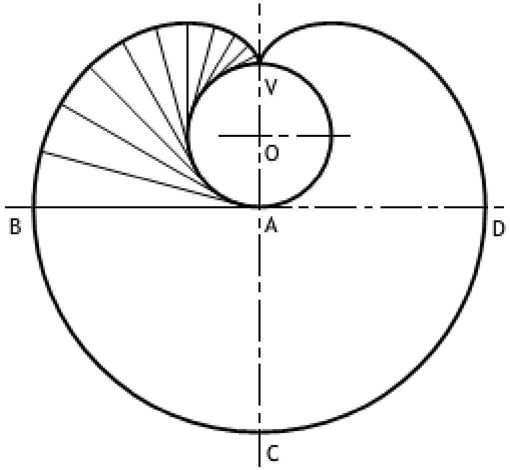
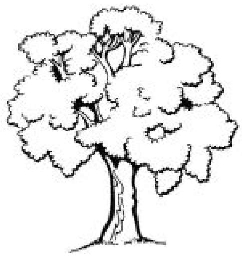


Figura 46. Recorrido de la soga

Problema 12. Geometría y forestación

Disponemos de ocho retoños para plantar en un terreno cuadrado.



Podemos hacerlo colocando los árboles, tanto en los bordes como en el interior del cuadrado tal como se muestra en la figura 47. Sin embargo esto no es lo mejor ya que cuando crezcan su copas van a chocar y quitarse el sol mutuamente. El ideal es que los árboles queden tan separados como sea posible.

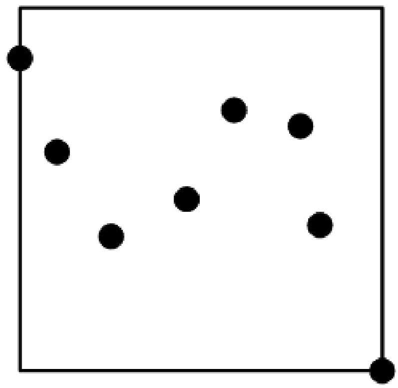


Figura 47. Una forma posible de disponer los árboles

Y ahora el desafío: encontrar una mejor solución donde los árboles estén separados por la mayor distancia posible.

Pautas para resolver

Un problema similar a este pero más fácil de resolver sería el caso de tener que ubicar dos árboles. Los colocaríamos en vértices opuestos del cuadrado. No hace falta demostrar nada; hemos logrado la mayor separación posible.

También sería muy simple de resolver el caso de cuatro árboles ubicándolos en los vértices.

El caso de tres árboles se resuelve fácilmente observando los resultados del Problema 5.

Son bastante evidentes las soluciones para los casos de cinco y nueve árboles; esta última va en la figura 48.

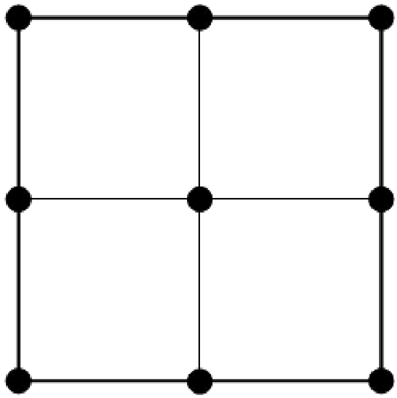


Figura 48. Nueve árboles con la máxima separación posible

Desde este caso es bastante sencillo pasar al de ocho que es nuestro problema.

Solución

Desde un plano con nueve árboles podemos observar que quitando el central y a medida que se desplazan hacia el centro los señaladores que están en los puntos medios de los lados por una parte aumenta la separación entre estos y los que están en los vértices y por otra parte disminuye la distancia existente entre los señaladores que movemos. Habremos alcanzado la solución óptima cuando la distancia entre los árboles que se desplazan sea igual a la distancia entre ellos y los dos vértices más cercanos; esto que el árbol ubicado en el vértice del cuadrado forme un triángulo equilátero con los dos árboles más cercanos.

La próxima figura muestra la solución alcanzada.

Algunas páginas del libro no se muestran en la versión electrónica.

Agradezco su comprensión.

Problema 14. Triángulo inscripto de área máxima

Propongo ahora un problema cuyas conclusiones aprovecharemos más adelante. Se quiere saber cuál es el triángulo de mayor área inscripto en una circunferencia. ¿Será un triángulo acutángulo, obtusángulo? ¿Tal vez debiera ser isósceles?

Pautas para resolver

Comience trazando una circunferencia y sobre ella imagine cual puede ser el triángulo de área máxima. Trace una secante cualquiera A-C que intente ser uno de los lados de ese triángulo. Busque el triángulo de mayor área que tenga a ese triángulo como lado. Para facilitar la visualización es conveniente que la secante sea horizontal.

Comparemos ahora las áreas de los triángulos que se obtienen tomando como tercer vértice del triángulo un punto cualquiera B y tomando el punto P, más distante del lado AC.

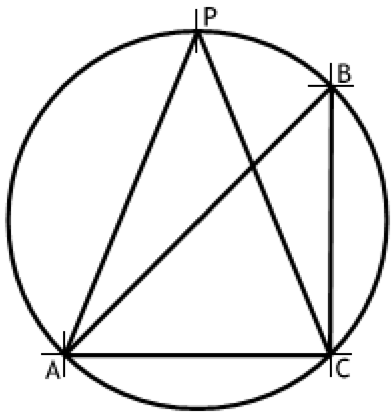


Figura 54. Comparación de triángulos inscriptos en circunferencia

Evidentemente, eligiendo P tenemos un triángulo que resulta ser isósceles y es de mayor altura. Le sugiero que ahora intente seguir por sí mismo el proceso de optimización.

Algunas páginas del libro no se muestran en la versión electrónica.

Agradezco su comprensión.

Problema 16. La solución está en la pregunta

Dividir la figura en dos partes iguales. La línea de división sigue el cuadriculado. Las figuras resultantes pueden estar desplazadas, giradas y/o rebatidas una de otra.

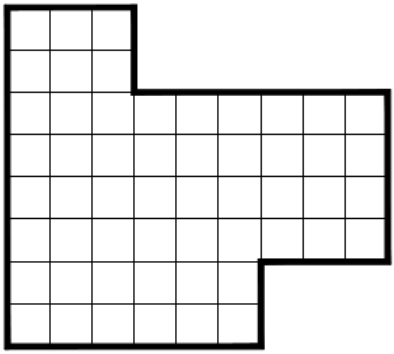


Figura 57. Disección: la solución está en la pregunta

Pautas para resolver

Esta clase de problemas requieren de una buena cuota de observación e imaginación. No podemos establecer un camino algorítmico. Tendremos que buscar la solución mediante prueba y error. Siendo así resulta recomendable establecer algunos criterios orientativos de la búsqueda.

Comencemos por las observaciones. La disección debe seguir, en parte al menos, algunas de las líneas externas de la figura; ya sean iguales o simétricas.

La mayor de las medidas de la figura suministrada podría ser el ancho solo en caso de la figura dada tenga alguna clase de simetría. No siendo así tendremos que pensar en la existencia de rotaciones o simetrías.

Solución

Efectivamente, la solución es un signo de pregunta y su simétrico ubicados adecuadamente como se muestra en figura 58.

Algunas páginas del libro no se muestran en la versión electrónica.

Agradezco su comprensión.

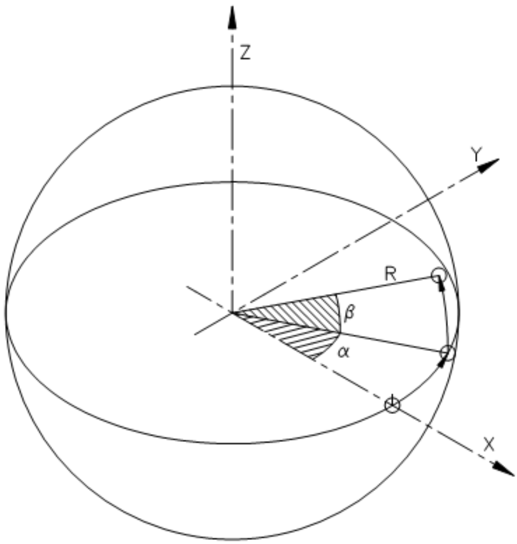


Figura 76. Coordenadas esféricas

Las coordenadas esféricas, al igual que las coordenadas cilíndricas, permiten trabajar en el plano XY especificando los primeros dos parámetros; se tienen entonces coordenadas polares.

De Coordenadas Esféricas a Coordenadas Geográficas

Las coordenadas geográficas son un sistema de referencia que utiliza dos coordenadas angulares para especificar un punto de la superficie terrestre. Estas dos coordenadas angulares forman parte de un sistema de coordenadas esféricas cuyo origen coincide con el centro de la tierra. La distancia que se especifica en las coordenadas esféricas en este caso no es necesaria porque se entiende que el punto estará sobre la superficie terrestre.

El eje de rotación terrestre coincide con el eje 'Z' del sistema de coordenadas.

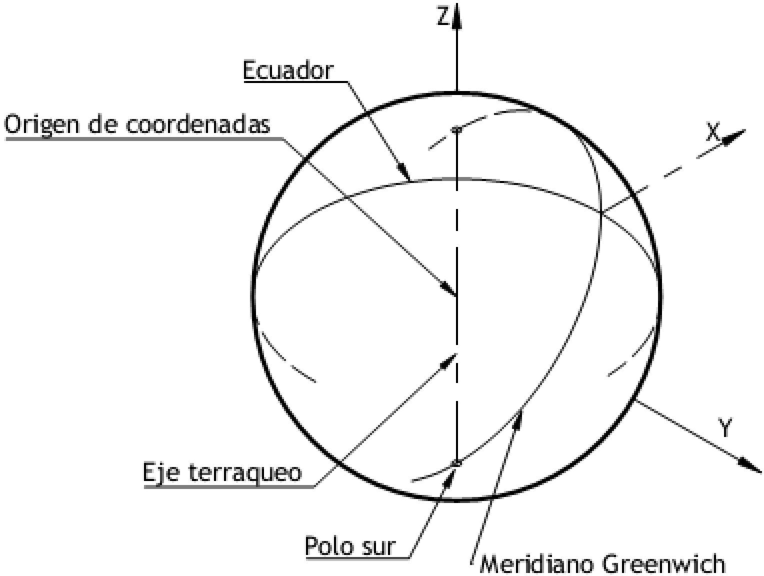


Figura 77. Sistema de Coordenadas Geográficas

Paralelos

Se denominan paralelos a las circunferencias resultantes de la intersección de la superficie terrestre con planos perpendiculares al eje terrestre.

Para alcanzar cualquier punto perteneciente a un paralelo habrá que girar igual ángulo desde el plano 'XY'.

La intersección del plano XY con la superficie terrestre da lugar a la circunferencia de Ecuador. Es el paralelo 0°.

El ángulo correspondiente a un paralelo siempre tiene un valor comprendido entre 0° y 90°. 0° corresponde al Ecuador. 90° corresponde a los polos. A los puntos comprendidos entre el Ecuador y el Polo Norte se les asigna latitud norte o se pueden especificar con valores positivos. A los puntos comprendidos entre el Ecuador y el Polo Sur se les asigna latitud sur o se pueden especificar con valores negativos.

Algunas páginas del libro no se muestran en la versión electrónica.

Agradezco su comprensión.

Problema 20. Cuatro ejércitos en el mundo

Supongamos por un momento que en el mundo existen cuatro ejércitos muy beligerantes que se aborrecen mutuamente. Para reducir la posibilidad de conflictos armados una organización mundial de gran ascendiente decide asignarles algún lugar del planeta de forma tal que queden con la mayor separación posible entre ellos. A uno de ellos le asignan el polo sur. A un segundo ejército le asignan un lugar sobre el meridiano de Greenwich cuyo paralelo habrá que determinar. ¿Cómo deberían ubicarse los dos ejércitos restantes?

Simplificación: asumiremos que el mundo es una esfera perfecta. Para especificar la posición de cada ejército lo haremos mediante longitud y latitud.

Pautas para resolver

Sigamos las sugerencias generales para resolver un problema; tratemos de resolver un problema similar pero más fácil, por ejemplo

Dos ejércitos

¿Cómo se resolvería el problema si fuesen dos ejércitos? La respuesta evidente es colocar el segundo ejército en el polo norte.

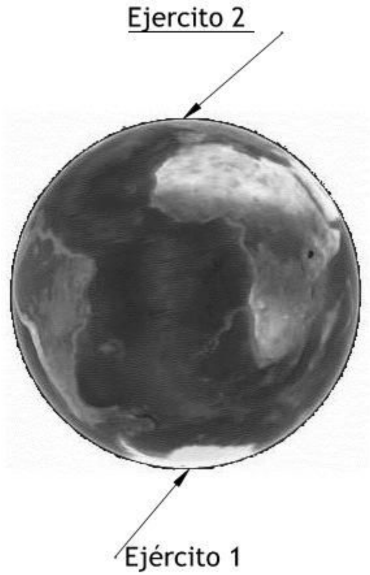


Figura 81. Ubicación para dos ejércitos

Tres ejércitos

¿Y si los ejércitos fuesen tres? Podemos considerar a la posición de los ejércitos como puntos sobre la superficie esférica. Tres puntos determinan un plano. Los puntos comunes a un plano y una superficie esférica dan lugar a una circunferencia. Tres puntos tendrán máxima separación cuando ocupen los vértices de un triángulo equilátero inscripto en la circunferencia. Observemos que los puntos guardan entre sí la misma distancia. Así es que se ubicará un ejército en el polo sur; un segundo ejército en 0° longitud, 30° latitud norte, o sea en el desierto de Sahara y finalmente el tercer ejército en 180° longitud, 30° latitud norte, un islote de las Islas Midway.

y otro en el Polo Norte. Los cuatro vértices restantes se encontrarán en el Ecuador.

Quitamos uno de los vértices del Ecuador y solamente por simetría redistribuimos los restantes los cuales quedarán con una distribución similar a la del problema de los tres ejércitos.

La menor distancia entre ejércitos conseguida es la mitad del meridiano terrestre. En definitiva la solución para nuestro problema será asignarle a los ejércitos las siguientes ubicaciones:

- Polo Sur,
- 0° (meridiano de Greenwich); 0°0'0" latitud norte,
- 60° longitud oeste; 0°0'0" latitud norte, y
- 60° longitud este; 0°0'0" latitud norte,
- Polo Norte

Problema 22. De Rosario a las Malvinas

Frente al Monumento a la Bandera en Rosario hay una placa que indica la distancia desde Rosario hasta Puerto Argentino en nuestras Islas Malvinas.

Figura 83. Placa de distancia Rosario – Puerto Argentino

Le propongo verificar esa distancia. Específicamente vamos a calcular la distancia que hay desde el Monumento a la Bandera en Rosario hasta la Iglesia Cristiana de Puerto Argentino en las Islas Malvinas.

Figura 84. Iglesia Cristiana en Puerto Argentino.

Supondremos que la tierra es una esfera perfecta. Adoptaremos como diámetro de la misma su diámetro medio: 12742 km.

Vamos a comparar nuestro cálculo con otro que asumimos correcto. Debemos poner de relieve entonces que la distancia va a variar según cuales sean los puntos de referencia que se adopten. No sabemos si quienes hicieron el cálculo consideraron el Aeropuerto, el Cementerio Argentino u otro lugar de Malvinas; hay 91 km de distancia entre el primero y el segundo. En Rosario es probable que hayan elegido el Monumento a la Bandera o el mismo Monumento a los Caídos en Malvinas. Nosotros adoptamos las siguientes referencias:

Posición	**Coordenadas geográficas**	**Coordenadas esféricas**
Monumento a la Bandera en Rosario	32° 56' 52" S, 60° 37' 45" O	-32.948, -60.629
Iglesia Cristiana de Puerto Argentino en Malvinas	51° 41' 32" S, 57° 51' 32" O	-51.692,-57.859

Pautas para resolver

La distancia más corta entre dos puntos de la superficie de una esfera, es el arco de circulo máximo que pase por esos puntos. En nuestro caso es el arco que va desde Rosario a Puerto Argentino.

Algunas páginas del libro no se muestran en la versión electrónica.

Agradezco su comprensión.

Capítulo 5
¿Por qué proyecciones?

Justificaciones

Trabajar con proyecciones implica comprender geometría descriptiva; lo que a su vez nos demandará algún esfuerzo que por mínimo que sea es bastante natural la propensión a evitarlo. Es entendible entonces que si se pueden obtener proyecciones automáticamente a partir de modelos 3D entonces usted se pregunte ¿para que las estudiaremos? Pues bien, existen varios motivos:

- Interpretar un plano. Las vistas que se presentan en un plano son proyecciones. Es necesario entender las proyecciones para realizar una lectura correcta de esas vistas.
- Que las vistas se puedan generar automáticamente no quita que en alguna circunstancia sea necesario realizar al menos un croquis técnico; esto implica trazar proyecciones.
- Si se comete un error en el proceso de modelado – generación automática de vistas, conociendo de proyecciones estamos en condiciones de detectarlo y corregirlo.
- Adicionalmente se pueden presentar problemas cuya solución se vea notablemente simplificada con el concepto de proyecciones. Ejemplo de ello son las Elipses de Steiner.

Elipses de Steiner

El problema que sigue se debe a Jakob Steiner, destacado geómetra suizo (1796 - 1863), y es un excelente ejemplo de problema de difícil resolución analítica, pero que resulta notablemente fácil con un enfoque gráfico, utilizando el concepto de proyección.

Se da un triángulo y se desea calcular cuál sería el área mínima de la elipse circunscripta y el área máxima de la elipse inscrita en él.

Problema 24. Elipse circunscrita de Steiner

Dado un triángulo trazar la elipse circunscripta de área mínima y calcular el área de la misma. Planteado originalmente por Jacob Steiner, geómetra suizo del siglo XIX.

Se va a resolver para un triángulo de lados 5, 7 y 9 unidades, no obstante el procedimiento es aplicable a cualquier triángulo.

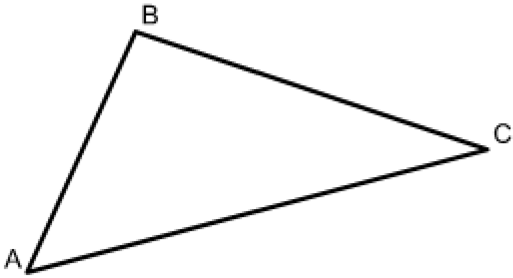


Figura 88. El triángulo que se da como dato

Pautas para resolver

Puestos ante el problema es posible que no sepamos cómo encararlo. Intentaremos resolverlo siguiendo las sugerencias generales para la resolución de problemas; pensamos en un problema similar a este como puede ser el Problema 14. Triángulo inscripto de área máxima.

Podemos vincular los dos problemas suponiendo que el triángulo propuesto y la elipse buscada son proyecciones de un triángulo equilátero y la circunferencia circunscripta de área mínima.

Algunas páginas del libro no se muestran en la versión electrónica.

Agradezco su comprensión.

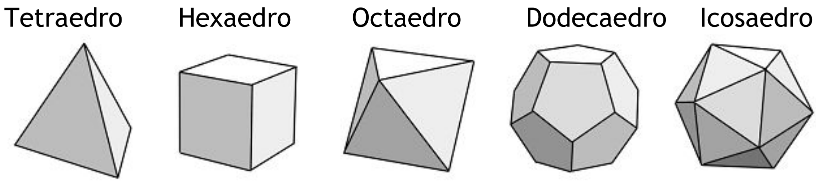


Figura 98. Poliedros regulares

Modelado de poliedros regulares

Un poliedro regular queda perfectamente especificado con un solo dato, por ejemplo, la medida de sus lados.

Modelar un poliedro regular es cosa simple si se conoce el camino para hacerlo. En la práctica existen diferentes posibilidades para cada poliedro, cada una con su correspondiente exigencia de laboriosidad. Le propongo explorar un camino simple, común a todos los poliedros: modelarlos a partir de un cubo. Ciertamente que generar un cubo no ofrece ninguna dificultad, sea en sistema diédrico, axonométrico o CAD y por tanto es bastante razonable utilizarlo como punto de partida.

Tetraedro regular

Observando el cubo notamos que las diagonales de caras opuestas son perpendiculares como las aristas no concurrentes de un tetraedro y las que son coplanarias forman triángulos equiláteros.

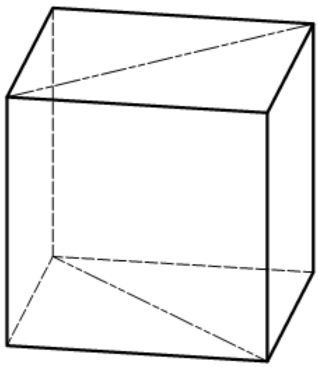


Figura 99. Diagonales de caras opuestas en cubo

Entonces, podemos formar cuatro triángulos equiláteros con igual disposición que las caras de un tetraedro regular como se aprecia en figura 100.

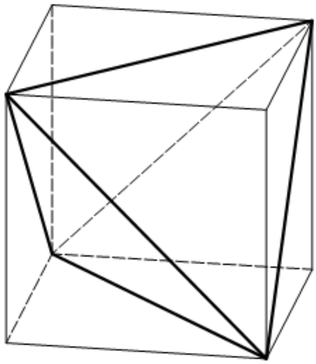


Figura 100. Diagonales que forman un tetraedro

Una vez que tenemos determinadas aristas y vértices del poliedro procedemos a modelar cortando por los vértices que determinan cada una de las caras. En el caso de poliedros convexos esto es posible ya que el poliedro queda en un mismo semiespacio respecto del plano determinado por cada cara.

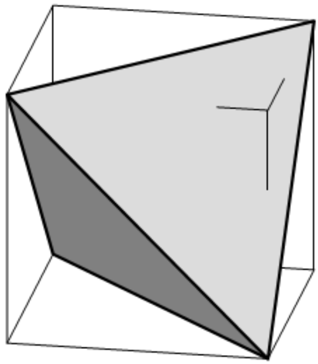


Figura 101. Tetraedro a partir de un cubo

Relación entre las aristas del tetraedro y del cubo:

$$l = \sqrt{2} \times a$$

Donde:

l : es la arista del tetraedro y

a: es la arista del cubo

Octaedro regular

El octaedro regular es el poliedro conjugado del hexaedro regular, por lo tanto lo podemos obtener determinando los puntos medios de las caras del cubo, que serán los vértices del octaedro y luego cortando con planos secantes que pasen por los puntos de tres caras mutuamente adyacentes.

Problema 26. La forma del bloque

Se presenta un dibujo isométrico de un bloque. ¿Le queda en claro cuál es la forma?

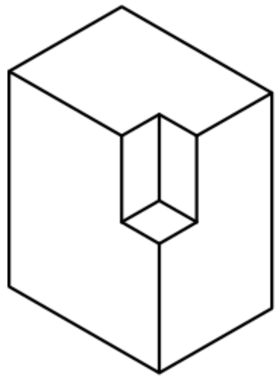


Figura 121. Isometría de un bloque.

Pautas para resolver

No se apure a contestar. Primero observe con detenimiento y piense cuáles son las formas posibles para resultar en el dibujo ilustrativo que se presenta. ¿Qué es lo que parece ser? ¿Qué otra forma puede verse como la presentada?

Puede ser un prisma rectangular al que se le ha quitado una esquina con forma de prisma cuadrangular más pequeño. Podría ser también un rincón en el techo de una habitación donde se ha colocado una saliente con forma de prisma cuadrangular.

¿Cabe alguna otra posibilidad?

Resolución

Efectivamente, cabe otra posibilidad. Que sea un prisma rectangular con una saliente prismática también pero ubicada de forma tal que resulte en la isometría presentada. Para describirlo completamente mostramos las imágenes que se obtienen de ir rotando el objeto progresivamente.

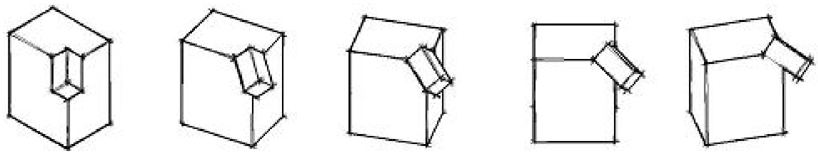


Figura 122. Imágenes del objeto giradas progresivamente

De este último problema podemos extraer algunas conclusiones:

- Una representación plana tiene limitaciones para representar un objeto tridimensional. Mayormente no existen inconvenientes para una interpretación inequívoca, en ocasiones porque no hay ambigüedades posibles o también por la buena voluntad del lector del plano. Pero como terminamos de ver, cabe la posibilidad de que existan ambigüedades y consecuentemente una interpretación erronea.
- Es necesario disponer de otras posibilidades para la realización de dibujos ilustrativos, distintas del dibujo isométrico, para evitar las ambigüedades detectadas.

Otras axonometrías

En teoría sería posible definir tantas axonometrías como quisiéramos. Debemos tener en cuenta que al modificar la posición de los ejes con respecto al plano de proyección las escalas axonométricas cambian en correspondencia para mantener el mejor realismo posible en la representación. A los efectos prácticos vamos a emplear un conjunto reducido de axonometrías que permitan atender las necesidades de contar con diferentes puntos de vista.

Una de las axonometrías más usuales es la llamada dimetría normalizada. La norma IRAM 4540 describe la proyección dimétrica donde se aprecian dos ejes con igual reducción y un tercero reducido a la mitad de los anteriores. Una vez más, por cuestiones prácticas, nosotros trabajaremos en la forma de dibujo dimétrico normalizado con una escala axonométrica que observa esas proporciones, ½; 1; 1

Problema 30. Volumen poliédrico

Preparamos tres cuadrados de 40 mm de lado y los dividimos con una línea que una los puntos medios de dos lados adyacentes como se ve en figura 134.

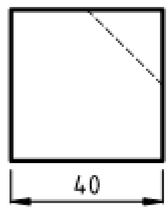


Figura 134. Forma a recortar

También recortamos un hexágono regular de lado igual a la línea de corte del cuadrado anterior, 28.3 mm.

Se colocan tres copias de la forma triangular en lados alternado de un hexágono regular y tres copias de la otra pieza en los lados restantes.

La forma resultante, mostrada en figura 135, se pliega dando lugar a un poliedro de 7 caras.

Se pregunta: ¿Cuál es el volumen del poliedro?

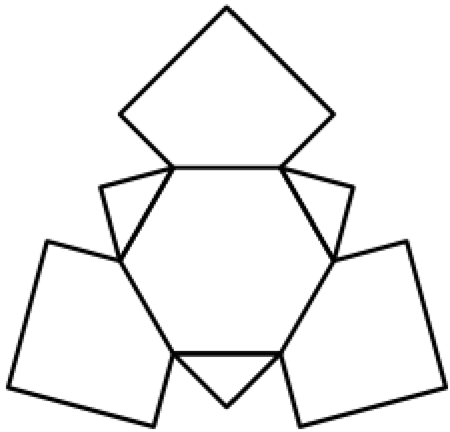


Figura 135. Desarrollo del volumen que se quiere conocer

Pautas para resolver

Si no imagina la forma resultante, construya el desarrollo propuesto e imagine cual sería la forma y tamaño de la maqueta resultante. En caso de ser necesario avance realizando el plegado que dará lugar al poliedro original. Llegado a este punto usted verá que el cálculo de volumen se puede realizar mentalmente.

Algunas páginas del libro no se muestran en la versión electrónica.

Agradezco su comprensión.

Capítulo 9
Más allá de la representación gráfica

Vamos a presentar dos temas que podemos ubicar en el límite de lo que es la representación gráfica. Uno es el de los objetos representados mediante un dibujo ilustrativo y que nos plantean la incógnita sobre su posible existencia en el mundo real. El otro tema es el de los gráficos utilizados en acertijos o juegos de lógica.

Ya vimos que los dibujos ilustrativos de objetos tridimensionales, teniendo solamente dos dimensiones, son necesariamente incompletos. Se pueden encontrar e idear objetos representados por un dibujo ilustrativo que en realidad son imposibles de conseguir. He aquí algunos pocos ejemplos.

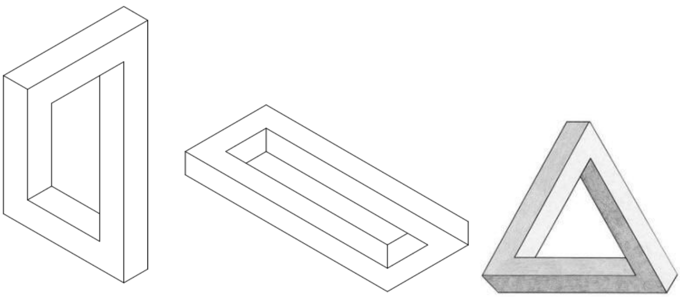


Figura 149. Objetos imposibles

Vamos a analizar algunos objetos propuestos con el propósito de determinar su viabilidad.

Construcciones complicadas

Problema 34. Estructura imposible

Se nos pregunta si es posible construir la estructura de madera que se muestra a continuación.

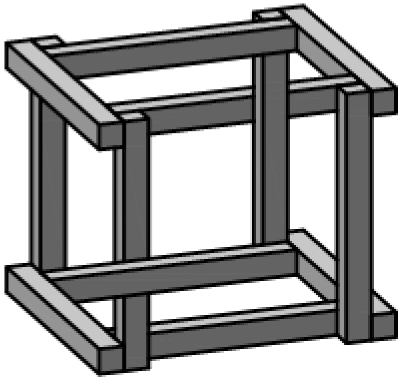


Figura 150. Estructura de madera... ¿es posible?

A primera vista es imposible. Pero antes de afirmarlo contundentemente miremos con un poco de detenimiento.

Pautas para resolver

Nuestro problema consiste en deducir la posibilidad o no de realizar esta construcción.

Tratemos de describir cuál es la dificultad.

¿Que tendríamos que hacer para construir la estructura?

Intentemos hacer un plano del objeto. Determinemos la aparente imposibilidad.

El objeto ¿es lo que percibimos en primera instancia? ¿O le cabe alguna otra forma posible que un dibujo ilustrativo no nos permite distinguir?

Algunas páginas del libro no se muestran en la versión electrónica.

Agradezco su comprensión.

Listado de problemas

Esta edición de 200 ejemplares se terminó de imprimir el 12 de diciembre de 2014 en los talleres gráficos de la Imprenta Editorial Magenta, Av. Pellegrini 358, 2000 Rosario, Argentina

La representación gráfica es la disciplina que fundamenta la construcción de imágenes descriptivas de la forma y tamaño de los objetos. Adquiere sentido en la medida en que se la lleva a la práctica, haciendo representaciones y resolviendo problemas.

El objetivo del libro es acompañarlo en una aproximación a esta disciplina, presentando conceptos, planteando desafíos que involucren al lector y sorprendiendo, tal vez, con las curiosidades que ofrece.

No se trata de un recorrido exhaustivo como el que corresponde a un curso académico regular si no todo lo contrario, el tratamiento es predominantemente recreativo e informal para mostrar aspectos no tan serios de la disciplina pero que son ciertamente interesantes y ponen de relieve su potencial para mostrar, describir y calcular.

La Asociación de Docentes Facultad de Ingeniería (ADFI), Comisión Interna de COAD en la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura (FCEIA), considera importante promover, estimular y apoyar la publicación de libros escritos por los/las afiliados/as de la FCEIA como medio de potenciar la creatividad de la comunidad docente de la Facultad y posibilitar la realización académica e intelectual de sus miembros. Para lograr este propósito se ha resuelto convocar al Concurso de Publicación de Libros ADFI y subsidiar la publicación de las obras ganadoras, destinando para ello parte del aporte mensual de los/las afiliados/as. La presente obra ha sido premiada en la convocatoria 2013-2014 de este concurso.

ISBN 978-987-45666-1-4

9 789874 566614