



*«Московский государственный технический  
университет имени Н.Э. Баумана»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)*

---

Факультет: Информатика и системы управления

Кафедра: ИУ7

## ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

Студент группы ИУ7-83Б,  
Степанов Александр

Преподаватель:  
Филиппов Михаил Владимирович

2021 г.

# Содержание

<b>1</b>	<b>Элементы теории сигналов</b>	<b>3</b>
1.1	Классификация . . . . .	3
1.1.1	Критерии классификации . . . . .	3
1.2	Математическое представление сигналов . . . . .	3
1.2.1	Формула Эйлера . . . . .	4
1.3	Основные свойства . . . . .	4
1.4	Дискретизация сигналов . . . . .	5
1.4.1	Теорема Котельникова . . . . .	5
1.4.2	Спектр Фурье . . . . .	5

## §1 Элементы теории сигналов

**Сигнал** – под сигналом понимается физический процесс отображающий сообщения и служащий для его передачи по каналу связи.

### 1.1 Классификация

#### 1.1.1 Критерии классификации

- множество значений, которые может принимать сигнал
- множество значений, которые принимают аргументы этого сигнала

В общем случае сигнал описывается функцией

$$U(x, y, z, t)$$

1. Пространственный и временной
2. Финитный и инфинитный
3. Аналоговый и цифровой:
  - Дискретный (аргументы не являются непрерывными, последовательность значений)
  - Квантованный (аргументы конечные и дискретные)
4. Детерминированный и случайный

### 1.2 Математическое представление сигналов

$$U = U_{Re} + iU_{im}, i - \text{мнимая единица}$$

### 1.2.1 Формула Эйлера

$$U = \underbrace{U_0}_{\text{амплитуда}} e^{i \underbrace{\varphi}_{\text{фаза}}}$$

$$|U|^2 - \text{интенсивность}$$

## 1.3 Основные свойства

### 1. Степень отличия 2-х сигналов

— среднеквадратичное отклонение

$$d = \sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} |U_1(x_i) - U_2(x_i)|^2}$$

— максимальное отклонение

$$d = \max_{i=0,1,\dots,N-1} |U_1(x_i) - U_2(x_i)|$$

— PSNR – пиковое отношение «сигнал/шум»

Для изображений:

$$d = \lg \frac{255^2 N^2}{\sum_{i,j=0}^{N-1} |U_{1_{ij}} - U_{2_{ij}}|^2}$$

— визуальный критерий

### 2. Принцип суперпозиции – результат действия двух или более сигналов равен их геометрической сумме

$$U = U_1 + U_2$$

$$U \neq |U_1|^2 + |U_2|^2$$

### 3. Разложение по базисным функциям

$$U = \sum_{k=0}^{\infty} U_k \varphi_k$$

$\varphi_k$  – базисные функции

$U_k$  – коэффициент разложения

## 1.4 Дискретизация сигналов

**Дискретизация сигналов** – это замена непрерывного сигнала последовательностью чисел, называемых отсчетами, являющийся представлением этого сигнала по некоторому базису.

### 1.4.1 Теорема Котельникова

Сигналы, спектр Фурье которых равен нулю за пределами интервала  $(-F; F)$ , могут быть точно восстановлены по своим отсчетам взятым с шагом  $\Delta t = \frac{1}{2F}$  по следующей формуле

$$U(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} U(k\Delta t) \operatorname{sinc}\left(2\pi F\left(t - \frac{k}{2F}\right)\right)$$

$\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$  – функция отсчета

### 1.4.2 Спектр Фурье

$$U(t) : V(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t) \exp(-2\pi i f t) dt - \text{преобразования Фурье}$$

$f$  – частота