

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Домашняя работа № 2

Вариант 23

Дисциплина Математическая статистика.

Тема

Студент Степанов А. О.

Группа ИУ7-63Б

Оценка (баллы)

Преподаватель Власов П.А.

ЗАДАЧА 1

Проверка параметрических гипотез

Известно, что точность манометра характеризуется средним квадратичным отклонением $\sigma=1$ Па. В результате $n_1=5$ измерений давления в пневмосистеме ракеты было получено среднее значение $\overline{x}_{n_1}=150$ Па. После шестимесячного хранения ракеты давление в пневмосистеме было измерено $n_2=3$ раза, в результате чего было получено значение $\overline{y}_{n_2}=148$ Па. Считая, что случайные погрешности измерений подчинены нормальному закону, при уровне значимости $\alpha=0.05$ проверить гипотезу о том, что за время хранения давление в пневмосистеме ракеты не изменилось.

Решение

Пусть слачайная величина X — результат первых измерений. Y — результат измерений спустя пол года.

Предположим, что $X \sim N(m_1, \sigma^2)$ и $Y \sim N(m_2, \sigma^2)$, причем $\sigma = 1$, $m_1 = MX$, $m_2 = MY$.

Введем основную гипотезу

$$H_0$$
 = {давление не изменилось} = { m_1 = m_2 }

С учетом средних значений экспериментов введем конкурирующую гипотезу:

$$H_1 = \{$$
давление уменьшилось $\} = \{m_1 > m_2\}$

Используем статистику

$$T(\vec{X}_{n_1}, \vec{Y}_{n_2}) = \frac{\overline{X} - \overline{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0; 1)$$

При истинности гипотезы H_0 построим критическое множество:

$$W = \{ (\vec{x}, \vec{y}) : T(\vec{x}, \vec{y}) \ge u_{1-\alpha} \}$$

$$T(\vec{x}, \vec{y}) = \frac{150 - 148}{\sqrt{\frac{1}{5} + \frac{1}{3}}} = \frac{2 \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{8}} \approx 2.739$$

$$u_{1-\alpha} = u_{0.95} = 1.645$$

 $2.739 \ge 1.645 \Rightarrow (\vec{x}, \vec{y}) \in W \Rightarrow$ принимается гипотеза H_1 , отклоняется H_0

Ответ: давление изменилось.