



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Лабораторная работа № 1
По курсу «Моделирование».

ОДУ. Задача Коши. Приближенный метод
Пикара и численный метод Эйлера

Студент	Степанов А.О.
Группа	ИУ7-63Б
Преподаватель	Градов В.М.

Москва, 2020 г.

Цель работы: Изучить методы решения задачи Коши для ОДУ, применив приближенный аналитический метод Пикара и численный метод Эйлера в явном и неявном вариантах.

Задание: Решить уравнение (формула 1), не имеющее аналитического решения.

$$\begin{cases} u'(x) = f(x, u) \\ u(\xi) = y \end{cases} \quad (1)$$

Уравнение можно решить **методом Пикара** (формула 2)

$$y^{(s)}(x) = \eta + \int_0^x f(t, y^{(s-1)}(t)) dt \quad (2)$$

$$y^{(0)} = \eta$$

Для задачи получим 4 приближения (формулы 3, 4, 5, 6)

$$y^{(1)} = \frac{x^3}{3} \quad (3)$$

$$y^{(2)} = \frac{x^3}{3} + \frac{x^7}{21} \quad (4)$$

$$y^{(3)} = \frac{x^3}{3} + \frac{x^7}{21} + \frac{2 \cdot x^8}{2079} + \frac{x^{15}}{59535} \quad (5)$$

$$y^{(4)} = \frac{x^3}{3} + \frac{x^7}{21} + \frac{2 \cdot x^8}{2079} + \frac{x^{15}}{59535} + \frac{2 \cdot x^{15}}{93555} + \frac{2 \cdot x^{19}}{3393495} + \frac{2 \cdot x^{29}}{2488563} + \frac{2 \cdot x^{23}}{86266215} + \frac{x^{23}}{99411543} + \frac{2 \cdot x^{27}}{3341878155} + \frac{x^{31}}{109876902975} \quad (6)$$

Также уравнение решается **численным методом Эйлера**

Явная схема (формула 7)

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot f(x_n, y_n) \quad (7)$$

Неявная схема (формула 8)

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot (f(x_{n+1}, y_{n+1})) \quad (8)$$

На листинге 1 представлен код решения уравнения методом Пикара.

Листинг 1: Метод Пикара

```
1 pikara :: Int -> Double -> Double
2 pikara 1 x = (1 / 3) * (x^3)
3 pikara 2 x = pikara 1 x + (1 / 21) * (x^7)
4 pikara 3 x = pikara 2 x +
5     (2 / 2079) * (x^8) +
6     (1 / 59535) * (x^15)
7 pikara 4 x = pikara 3 x +
8     (2 / 93555) * (x^15) +
9     (2 / 3393495) * (x^19) +
10    (2 / 2488563) * (x^19) +
11    (2 / 86266215) * (x^23) +
12    (1 / 99411543) * (x^23) +
13    (2 / 3341878155) * (x^27) +
14    (1 / 109876902975) * (x^31)
```

На листинге 2 представлен код решения уравнения явной схемой метода Эйлера.

Листинг 2: Явная схема метода Эйлера

```
1 explicit :: Int -> Double -> [Double]
2 explicit 0 _ = [0]
3 explicit n h = arr ++ [prev + h * (x^2 + prev^2)]
4   where arr = explicit ((fromIntegral n) - 1) h
5         prev = last arr
6         x     = (fromIntegral n) * h
```

На листинге 3 представлен код решения уравнения неявной схемой метода Эйлера.

Листинг 3: Неявная схема метода Эйлера

```
1 implicit :: Int -> Double -> [Double]
```

```

2 implicit 0 _ = [0]
3 implicit n h
4     | plus < 0  = arr ++ [minus]
5     | minus < 0 = arr ++ [plus]
6     | otherwise = arr ++ [min plus minus]
7 where arr      = implicit ((fromIntegral n) - 1) h
8       c        = last arr + h * (((fromIntegral n) * h)^2)
9       discr    = sqrt (1 - 4 * h * c)
10      plus     = (1 + discr) / (2 * h)
11      minus    = (1 - discr) / (2 * h)

```