UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

FACULTAD DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

Escuela Académico Profesional de Computación Científica

METEOROLOGÍA 2023-I

HOMEWORK 6

SAÚL M. TORRES MURGA

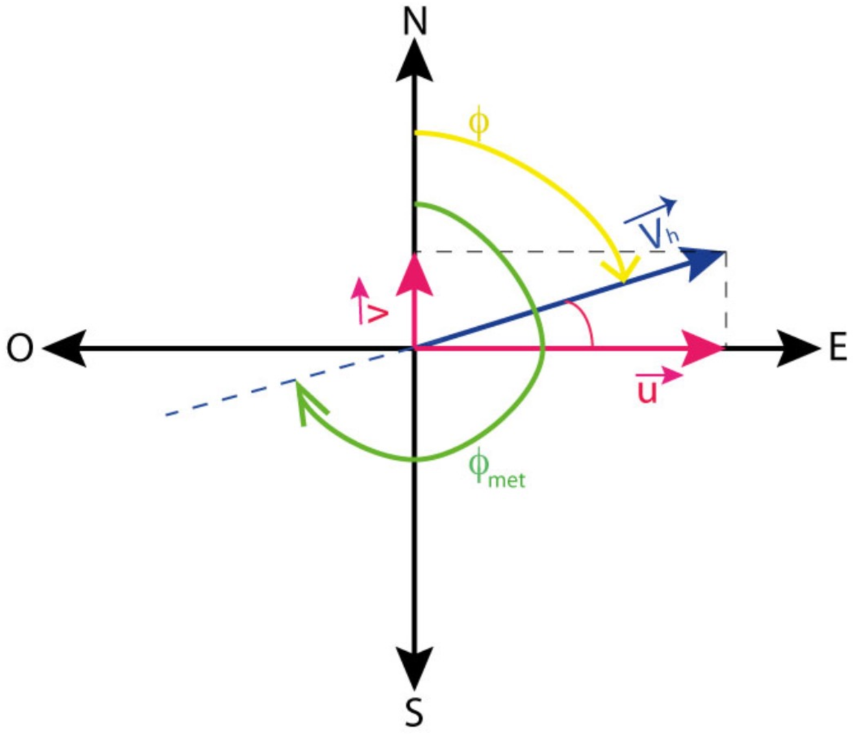
1.- Elaborar un programa que determine las componentes zonal y meridional correspondientes a los siguientes valores de dirección y velocidad del viento dadas en el cuadro 1.

Velocidad (kt)	**Dirección** (°)
4	0
8	45
12	90
16	145
20	180
30	210
12	270
16	330
20	-60
30	-120

Cuadro 1: Velocidad y dirección del viento.

SOLUCIÓN

La **dirección del viento** ϕ se mide a partir del Polo Norte donde tiene una valor de 0° y rotando de manera horaria de tal forma que hacia el Este alcanza un valor de 90°, hacia el Polo Sur 180° y hacia el Oeste 270° (las rotaciones antihorarias se considerarán como negativas). Además, según lo indicado en clase, la **dirección meteorológica del viento** ϕ_{met} se determina sumando 180° a la dirección del viento. Por otro lado, la **componente zonal** $(\boldsymbol{u})$ es la componente horizontal del vector velocidad (positiva si apunta hacia al Este) mientras que la **componente meridional** $(\boldsymbol{v})$ es la componente vertical (positiva si apunta hacia el Norte). Entonces, para una velocidad dada (V) y una dirección del viento ϕ, el programa solicitado deberá devolver $u = V \sin \phi_{\text{met}}$ y $v = V \cos \phi_{\text{met}}$. Se muestran a continuación los resultados obtenidos (el programa fue desarrollado en Python y se adjunta).



Cuadro 1: Componentes zonal y meridional del viento 📝

Velocidad (kt)	Dirección (°)	Dirección meteorológica (°)	Componente zonal (u)	Componente meridional (v)
4	0	180	0.0	-4.0
8	45	225	-5.66	-5.66
12	90	270	-12.0	-0.0
16	145	325	-9.18	13.11
20	180	360	-0.0	20.0
30	210	390	15.0	25.98
12	270	450	12.0	0.0
16	330	510	8.0	-13.86
20	-60	120	17.32	-10.0
30	-120	60	25.98	15.0

2.- Utilizando los datos del cuadro 2, diseñar:

(a) Los perfiles verticales de dirección y velocidad del viento.

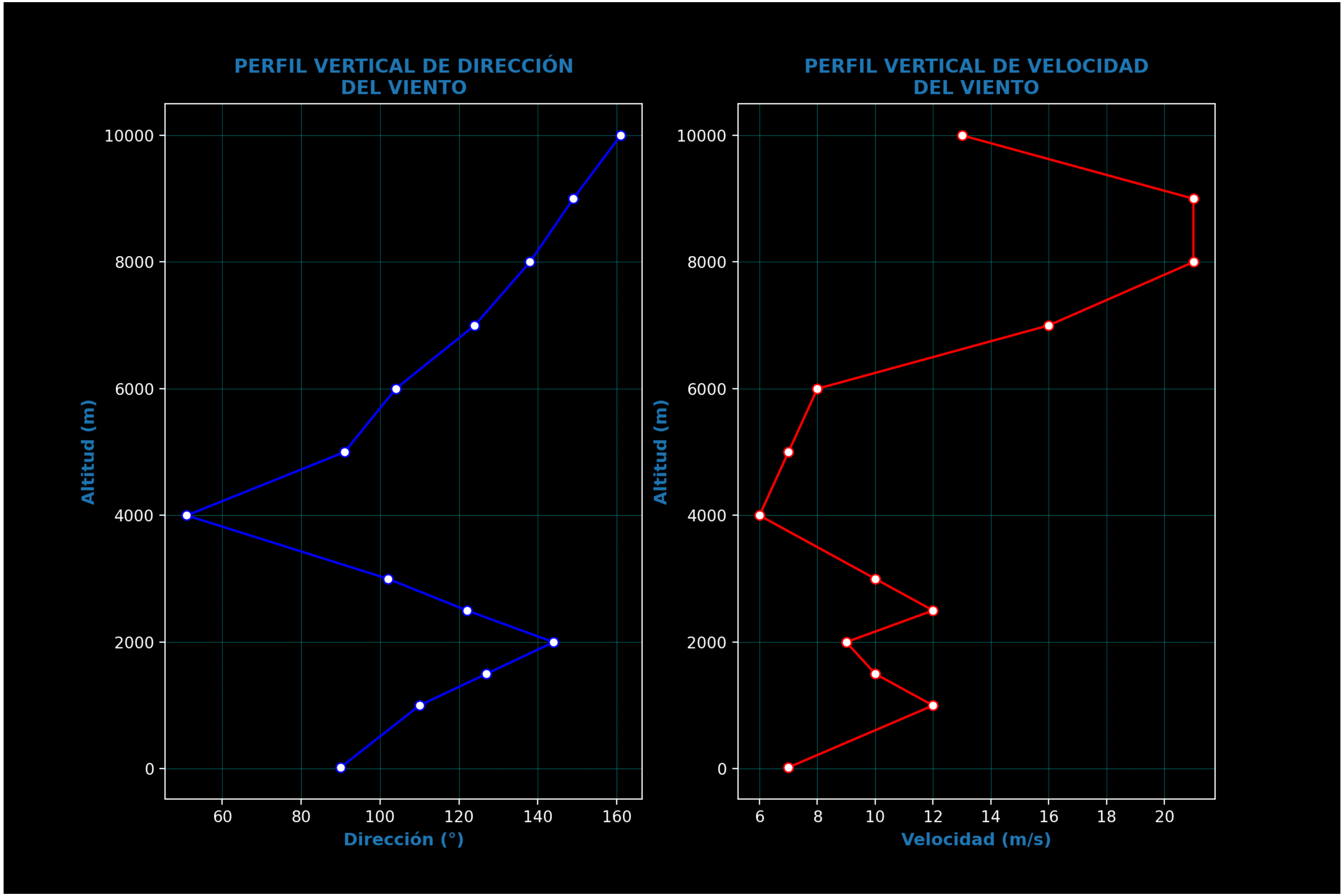
(b) Los perfiles verticales de las componentes zonal y meridional de la velocidad del viento.

Altitud	**Viento**	
(m)	Dir(°)	Vel (m/s)
22	90	7
1000	110	12
1500	127	10
2000	144	9
2500	122	12
3000	102	10
4000	51	6
5000	91	7
6000	104	8
7000	124	16
8000	138	21
9000	149	21
10000	161	13

Cuadro 2: Altura, dirección y velocidad del viento.

SOLUCIÓN

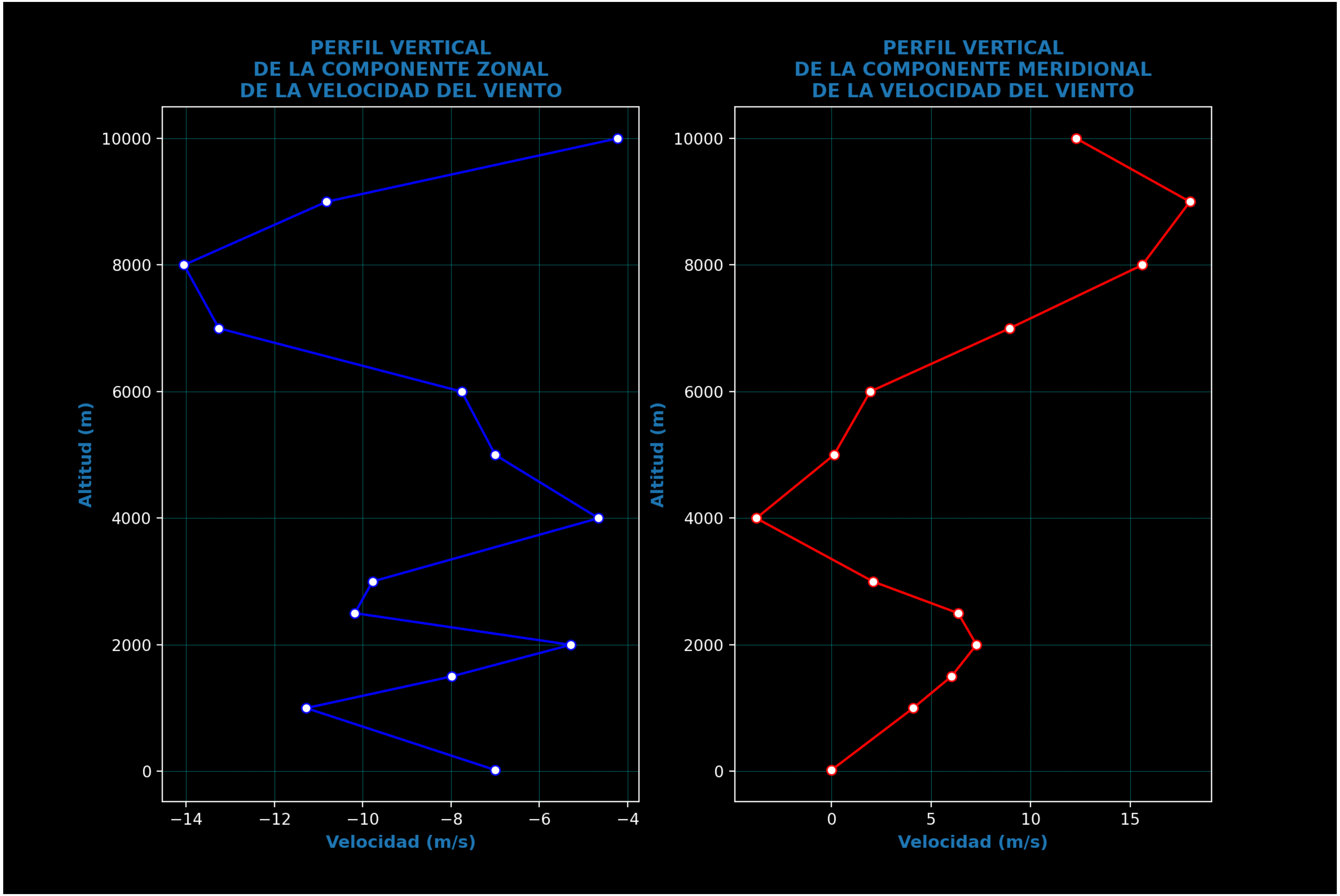
(a) Se presenta los perfiles solicitados (se adjunto el código):



(b) Para la determinación de las componentes zonal y meridional de la velocidad del viento, se usó el procedimiento usado en el **problema (1)**. Se muestran los resultados obtenidos (se adjunta el código):

Cuadro 2: Componentes zonal y meridional del viento 📝

Altitud (m)	Dirección (°)	Velocidad (m/s)	Dirección meteorológica (°)	Componente zonal (u)	Componente meridional (v)
22	90	7	270	-7.0	-0.0
1000	110	12	290	-11.28	4.1
1500	127	10	307	-7.99	6.02
2000	144	9	324	-5.29	7.28
2500	122	12	302	-10.18	6.36
3000	102	10	282	-9.78	2.08
4000	51	6	231	-4.66	-3.78
5000	91	7	271	-7.0	0.12
6000	104	8	284	-7.76	1.94
7000	124	16	304	-13.26	8.95
8000	138	21	318	-14.05	15.61
9000	149	21	329	-10.82	18.0
10000	161	13	341	-4.23	12.29


PERFIL VERTICAL
DE LA COMPONENTE ZONAL
DE LA VELOCIDAD DEL VIENTO
Altitud (m)
Velocidad (m/s)
PERFIL VERTICAL
DE LA COMPONENTE MERIDIONAL
DE LA VELOCIDAD DEL VIENTO
Altitud (m)
Velocidad (m/s)

3.- Las siguientes observaciones simultáneas de velocidad del viento (u_z) fueron realizadas en condiciones de equilibrio no muy lejos de neutralidad. Determinar:

(a) El valor de z_0 a una altura de 0 m.

(b) La velocidad del viento a 3 m de altura y

(c) La velocidad del viento a 10 m de altura.

$\mathbf{z(m)}$	0.5	1.0	2.0	5.0
$\mathbf{u_z\,(m)}$	2.1	2.4	2.7	3.0

Cuadro 3: Velocidad del viento.

<u>SOLUCIÓN</u>

Sea $z_0 = 0.5, z_1 = 1.0, z_2 = 2.0$ y $z_3 = 5.0$. Ya que se cuentan con 4 datos (dominio e imagen) sobre un intervalo cerrado y acotado y la función de velocidad del viento puede considerarse como continua, el teorema de aproximación de Weierstrass garantiza que la función u_z puede aproximarse tanto como se quiera por un polinomio. Se usará para este caso el **<u>polinomio de interpolación de Lagrange de tercer grado</u>** definido como

$$u_z(z) \approx P_3(z) = L_{3,0}(z)\, u_z(z_0) + L_{3,1}(z)\, u_z(z_1) + L_{3,2}(z)\, u_z(z_2) + L_{3,3}(z)\, u_z(z_3)$$

donde:

$$L_{3,0}(z) = \frac{(z - z_1)(z - z_2)(z - z_3)}{(z_0 - z_1)(z_0 - z_2)(z_0 - z_3)},$$

$$L_{3,1}(z) = \frac{(z - z_0)(z - z_2)(z - z_3)}{(z_1 - z_0)(z_1 - z_2)(z_1 - z_3)},$$

$$L_{3,2}(z) = \frac{(z - z_0)(z - z_1)(z - z_3)}{(z_2 - z_0)(z_2 - z_1)(z_2 - z_3)},$$

$$L_{3,3}(z) = \frac{(z - z_0)(z - z_1)(z - z_2)}{(z_3 - z_0)(z_3 - z_1)(z_3 - z_2)}.$$

Luego,

$$u_Z(z) \approx P_3(z) = \frac{(z-1.0)(z-2.0)(z-5.0)}{(0.5-1.0)(0.5-2.0)(0.5-5.0)}(2.1) + \frac{(z-0.5)(z-2.0)(z-5.0)}{(1.0-0.5)(1.0-2.0)(1.0-5.0)}(2.4) + \frac{(z-0.5)(z-1.0)(z-5.0)}{(2.0-0.5)(2.0-1.0)(2.0-5.0)}(2.7) + \frac{(z-0.5)(z-1.0)(z-2.0)}{(5.0-0.5)(5.0-1.0)(5.0-2.0)}(3.0)$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{u_Z(z) \approx P_3(z) = (z-1)(z-2)(z-5)\left(-\frac{28}{45}\right) + (z-0.5)(z-2)(z-5)(1.2) + (z-0.5)(z-1)(z-5)(-0.6) + (z-0.5)(z-1)(z-2)\left(\frac{1}{18}\right)}.$$

Reemplazando los valores solicitados:

$$u_Z(z=0) \approx P_3(z=0) = (0-1)(0-2)(0-5)\left(-\frac{28}{45}\right) + (0-0.5)(0-2)(0-5)(1.2) + (0-0.5)(0-1)(0-5)(-0.6) + (0-0.5)(0-1)(0-2)\left(\frac{1}{18}\right)$$

$$\boldsymbol{u_z(z=0) \approx 1.6667.}$$

$$u_Z(z=3) \approx P_3(z=3) = (3-1)(3-2)(3-5)\left(-\frac{28}{45}\right) + (3-0.5)(3-2)(3-5)(1.2) + (3-0.5)(3-1)(3-5)(-0.6) + (3-0.5)(3-1)(3-2)\left(\frac{1}{18}\right)$$

$$\boldsymbol{u_z(z=3) \approx 2.7667.}$$

$$u_Z(z=10) \approx P_3(z=10)$$
$$= (10-1)(10-2)(10-5)\left(-\frac{28}{45}\right) + (10-0.5)(10-2)(10-5)(1.2) + (10-0.5)(10-1)(10-5)(-0.6) + (10-0.5)(10-1)(10-2)\left(\frac{1}{18}\right)$$

$$\boldsymbol{u_z(z=10) \approx 13.5.}$$

En Python se cuenta con la librería **scipy** la cual tiene incorporada al polinomio de interpolación de Lagrange. Con objeto de verificar los resultados obtenidos, se usó esta librería:

```python
from scipy.interpolate import lagrange

z = [0.5,1.0,2.0,5.0]
u = [2.1,2.4,2.7,3.0]

p = lagrange(z,u)

print('\n(a) La velocidad del viento a una altura de z = 0 m es u_0 = ' + str(round(p(0),4)) + '.')
print('(b) La velocidad del viento a una altura de z = 3 m es u_3 = ' + str(round(p(3),4)) + '.')
print('(c) La velocidad del viento a una altura de z = 10 m es u_10 = ' + str(round(p(10),4)) + '.\n')
```

Los resultado coincidieron con los obtenidos manualmente:

```
(a) La velocidad del viento a una altura de z = 0 m es u_0 = 1.6667.
(b) La velocidad del viento a una altura de z = 3 m es u_3 = 2.7667.
(c) La velocidad del viento a una altura de z = 10 m es u_10 = 13.5.
```

4.- Calcular el módulo de la componente horizontal del gradiente de presión sabiendo que la distancia normal entre dos isobaras consecutivas trazadas de 5 en 5 mb es de 200 km.

<u>SOLUCIÓN</u>

Según lo indicado, si una isobara presenta una presión de $x\ \mathrm{mb} = x\ \mathrm{hPa}$, entonces la siguiente tendrá una presión de $(x+5)\ \mathrm{mb} = (x+5)\ \mathrm{hPa}$. Por definición de la componente horizontal del gradiente de presión (PG) se tiene que

$$PG = \frac{\text{Diferencia de presión}}{\text{Distancia}} = \frac{\Delta P}{\Delta L}.$$

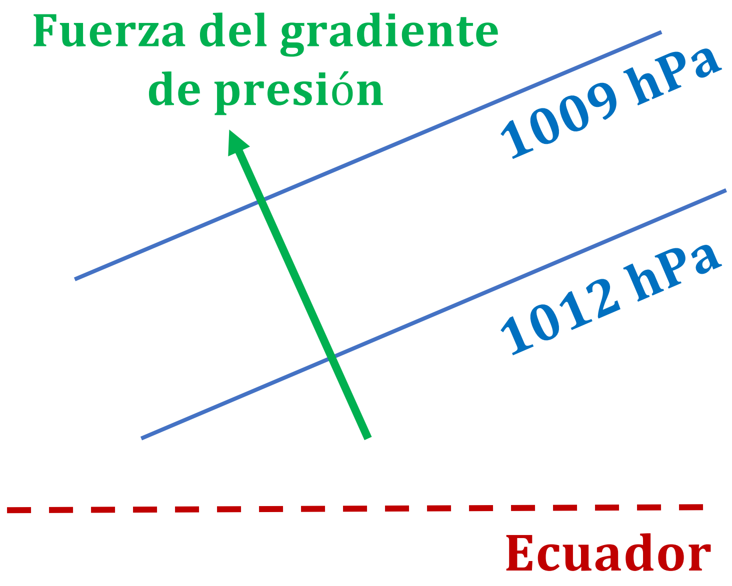
Luego,

$$PG = \frac{\Delta P}{\Delta L} = \frac{[(x+5)-x]\ \mathrm{hPa}}{200\ \mathrm{km}} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{PG = 0.025\ {}^{\mathbf{hPa}}/_{\mathbf{km}}}.$$

5.- Dos isobaras paralelas están orientadas de suroeste hacia el noreste, a nivel medio del mar. La isobara más próxima del Ecuador tiene valor de $1012\ \mathrm{mb}$ y la otra de $1009\ \mathrm{mb}$. Calcular la dirección y el módulo de la componente horizontal de la fuerza del gradiente de presión, sabiendo que la distancia entre esas isobaras es de $150\ \mathrm{km}$ y que la densidad del aire es de $1.2\times10^{-3}\ \mathrm{g\cdot cm^{-3}}$.

<u>SOLUCIÓN</u>

La fuerza del gradiente de presión (f) se dirige de la isobara de mayor presión a la de menor. Luego, **la dirección solicitada es del sureste al noroeste**. El módulo de f se determina con:



$$f = \frac{1}{\rho}\frac{\Delta P}{\Delta L}.$$

Ya que $1.2\times10^{-3}\ \mathrm{g\cdot cm^{-3}} = 1.2\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$ y $1\ \mathrm{hPa} = 10^2\ \mathrm{N\cdot m^{-2}}$ se tiene que

$$f = \frac{1}{1.2\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}}\frac{(1012-1009)\times10^2\ \mathrm{N\cdot m^{-2}}}{150\times10^3\ \mathrm{m}} \Rightarrow \boldsymbol{f = \frac{1}{600}\ \mathrm{N/kg}}.$$

Nótese que la “fuerza” del gradiente de presión tiene unidades de aceleración.

6.- Determinar la aceleración de Coriolis que actúa sobre una parcela de aire que se mueve al noreste, con viento de $\mathbf{10\ {}^{m}/_{s}}$:
(a) A una latitud de 10° S;
(b) A una latitud de 30° S.

SOLUCIÓN

La magnitud de la aceleración de Coriolis se determina con

$$F_C = 2\,\Omega\,v_g \sin\phi\,.$$

Como la Tierra da una vuelta completa en $24\ \mathrm{h} = 86\,400\ \mathrm{s}$, se establece que $\Omega = \frac{2\pi}{86\,400}\ {}^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}}$. Luego:

(a) $F_C = 2 \times \frac{2\pi}{86\,400}\,{}^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}} \times 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} \times |\sin(-10°)| \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{F_C = 2.5356 \times 10^{-4}\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}}\,.$

(b) $F_C = 2 \times \frac{2\pi}{86\,400}\,{}^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}} \times 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} \times |\sin(-30°)| \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{F_C = 7.2722 \times 10^{-4}\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}}\,.$

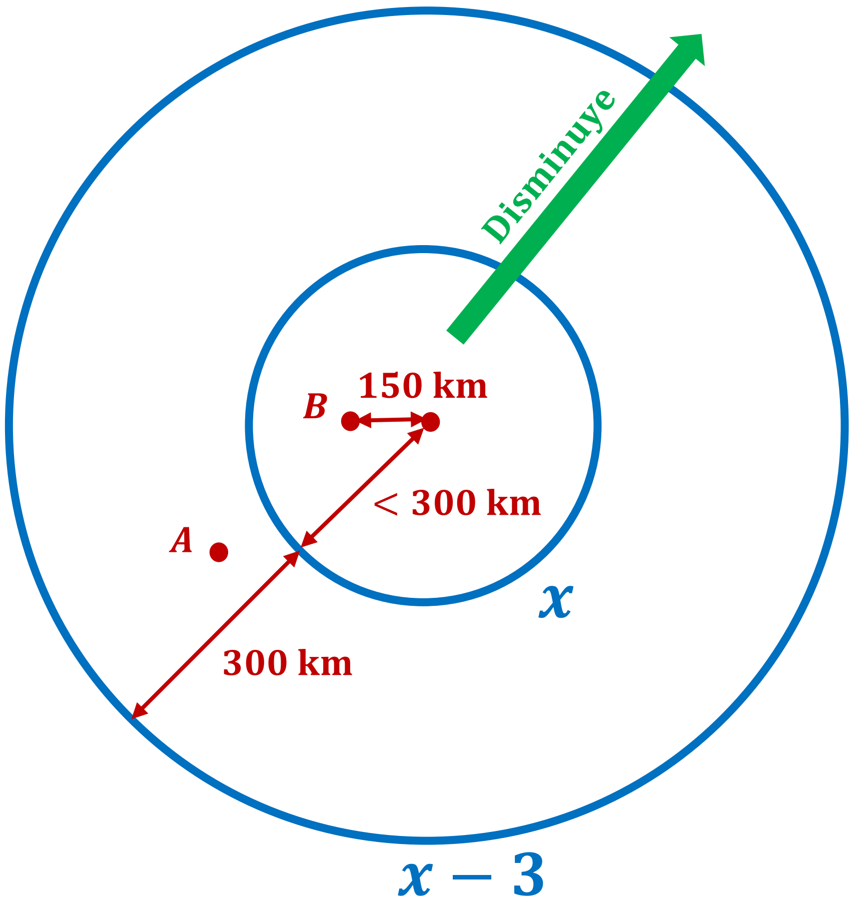
7.- Establecer la velocidad del viento gradiente en torno de un núcleo de alta presión localizado a una latitud de 30° S, sabiendo que la distancia radial entre dos isobaras circulares consecutivas trazadas a intervalos de $3\ \mathrm{mb}$ es de $300\ \mathrm{km}$:

(a) En un punto distante $300\ \mathrm{km}$ del centro;

(b) En un punto distante $150\ \mathrm{km}$ del centro.

<u>SOLUCIÓN</u>

En un punto central de un centro cerrado de alta presión, las presiones del centro hacia afuera van disminuyendo. Considérese que la primera línea cerrada es de $x\ \mathrm{hPa}$. Luego, una isobara ficticia interior a ella sería de $x+3\ \mathrm{hPa}$ por lo que el rango de valores que puede tomar la presión en el punto central va de $x\ \mathrm{hPa}$ a $x+2\ \mathrm{hPa}$ con un radio menor a $300\ \mathrm{km}$.



La velocidad del viento gradiente (v) se establece con

$$v = -\frac{fR}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{fR}{2}\right)^2 + \frac{R}{\rho}\frac{\Delta P}{\Delta L}}$$

donde $f = 2\Omega \sin\phi$ y $\rho = 1.2\ {}^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{m}^3}$ es la densidad del aire. (v solo puede ser positivo)

(a) Un punto A distante 300 km del centro se ubica entre las isobaras x y $x-3$ por lo que $\Delta P = 3\,\mathrm{mb} = 3\,\mathrm{hPa}$. Entonces

$$v = -\frac{\left(2\times\frac{2\pi}{86\,400}\times\sin(-30°)\right)(300\times10^3)}{2} + \sqrt{\left(\frac{\left(2\times\frac{2\pi}{86\,400}\times\sin 30°\right)(300\times10^3)}{2}\right)^2 + \frac{300\times10^3}{1.2}\frac{3\times10^2}{300\times10^3}}$$

$$\boldsymbol{v = 30.11\ {}^{\mathbf{m}}/_{\mathbf{s}}}.$$

(b) Un punto B distante 150 km del centro se ubica entre las isobaras x y $x-2$ por lo que $\Delta P = 2\,\mathrm{mb} = 2\,\mathrm{hPa}$. Entonces

$$v = -\frac{\left(2\times\frac{2\pi}{86\,400}\times\sin(-30°)\right)(150\times10^3)}{2} + \sqrt{\left(\frac{\left(2\times\frac{2\pi}{86\,400}\times\sin 30°\right)(150\times10^3)}{2}\right)^2 + \frac{150\times10^3}{1.2}\frac{2\times10^2}{300\times10^3}}$$

$$\boldsymbol{v = 16.09\ {}^{\mathbf{m}}/_{\mathbf{s}}}.$$

8.- ¿Cuál será el radio de curvatura en kilómetros de un viento cuya velocidad es $\mathbf{1543\ cm/}\boldsymbol{s}$ a la latitud 30° N para que la fuerza centrífuga $\left(\frac{\boldsymbol{v^2\cdot\rho}}{\boldsymbol{r}}\right)$ tenga igual valor que fuerza de Coriolis? ($\boldsymbol{F_0} = \mathbf{2}\boldsymbol{\omega\, v\, \rho}\ \mathbf{sin}\,\boldsymbol{\phi}$).

SOLUCIÓN

Por la condición dada:

$$\frac{v^2\cdot\rho}{r} = 2\omega\, v\, \rho\ \sin\phi \ \Rightarrow\ r = \frac{v}{2\omega\sin\phi}.$$

Reemplazando los datos:

$$r = \frac{1543\ ^{\text{cm}}/_{\text{s}}}{2\times\frac{2\pi}{86\,400}\,^{\text{rad}}/_{\text{s}}\times\sin 30°} = 21\,217\,773\ \text{cm} \quad\Rightarrow\quad \boldsymbol{r} = \mathbf{212.18\ km}.$$

9.- ¿Cuál es la ecuación de viento gradiente (V), en zonas de baja presión y en zonas de alta presión en el Hemisferio Norte, sabiendo que en este tipo de viento la fuerza de gradiente de presión (G) es equilibrada por la combinación de la fuerza de Coriolis (f_0) y la fuerza centrífuga (f_c)?

SOLUCIÓN

Sean las magnitudes de las fuerzas a considerar las siguientes: $G = -\frac{\partial P}{\partial x}, f_0 = -\rho(2\Omega \sin\phi)V = -\rho f V$ y $f_c = -\rho\frac{V^2}{R}$. Por equilibrio de tiene que $G + f_0 + f_c = 0 \quad \Rightarrow -\frac{\partial P}{\partial x} - \rho f V - \rho\frac{V^2}{R} = 0 \quad \Rightarrow \quad V^2 + fRV + \frac{R}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} = 0$ la cual es una ecuación de segundo grado para la variable V (viento gradiente). Resolviendo:

$$V = \frac{-fR \pm \sqrt{(fR)^2 + 4\frac{R}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}}}{2} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{V = -\frac{fR}{2} + \sqrt{\left(\frac{fR}{2}\right)^2 + \frac{R}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}}} \qquad \textbf{Ec.}\,(\mathbf{1}),$$

donde $f = 2\Omega\sin\phi$ y R es el radio de curvatura. Ya que $\boldsymbol{v_G = -\frac{1}{\rho f}\frac{\partial P}{\partial x}}$, se puede expresar alternativamente a la ecuación de viento gradiente en términos del geostrófico:

$$\boldsymbol{\frac{v_G}{V} = 1 + \frac{V}{fR}} \qquad \textbf{Ec.}\,(\mathbf{2}).$$

10.- ¿Cuál será la velocidad de un viento gradiente en $\mathbf{cm/s}$, $\mathbf{m/s}$ y en $\mathbf{km/h}$ sabiendo que su radio de curvatura ($\boldsymbol{r}$) es $\mathbf{200\ km}$; la distancia entre las isobaras trazadas a $\mathbf{4\ mb}$ es $\mathbf{300\ km}$ en una zona de baja presión del Hemisferio Norte a 10° de latitud? La densidad del aire es $\boldsymbol{\rho = 10^{-3}\ g/cm^3}$. Calcule por las dos fórmulas.

SOLUCIÓN

Se tiene que $f = 2\Omega \sin\phi = 2\times\frac{2\pi}{86\,400}\,{}^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}}\times\sin 10° = 2.52561\times10^{-5}\,{}^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}}$, $\frac{\Delta P}{\Delta L} = \frac{4\ \mathrm{hPa}}{300\ \mathrm{km}}$ y $\rho = 1\,{}^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{m^3}}$. Usando la primera fórmula se tiene que

$$V = -\frac{(2.52561\times10^{-5})\times(200\times10^3)}{2} + \sqrt{\left(\frac{(2.52561\times10^{-5})\times(200\times10^3)}{2}\right)^2 + \frac{200\times10^3}{1}\,\frac{400}{300\times10^3}}$$

$$\Rightarrow\quad \boldsymbol{V = 14.00\ {}^{\mathbf{m}}/_{\mathbf{s}} = 1400\ {}^{\mathbf{cm}}/_{\mathbf{s}} = 50.4\,{}^{\mathbf{km}}/_{\mathbf{h}}}.$$

Para el uso de la segunda fórmula se tiene que $v_G = \frac{1}{\left(1\,{}^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{m^3}}\right)\times\left(2.52561\times10^{-5}\,{}^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}}\right)}\,\frac{400\ {}^{\mathrm{N}}/_{\mathrm{m^2}}}{300\times10^3\ \mathrm{m}} = 52.79\,{}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$. Luego,

$$\frac{52.79}{V} = 1 + \frac{V}{(2.52561\times10^{-5})\times(200\times10^3)} \quad\Rightarrow\quad \boldsymbol{V = 14.00\,{}^{\mathbf{m}}/_{\mathbf{s}} = 1400\ {}^{\mathbf{cm}}/_{\mathbf{s}} = 50.4\,{}^{\mathbf{km}}/_{\mathbf{h}}}.$$

11.- Si el viento gradiente ocurre a 20 grados de latitud norte,
(a) ¿Cuál será su velocidad en las mismas condiciones que el caso anterior?
(b) ¿La velocidad a 20 grados de latitud norte, pero con gradiente de presión de 2 hPa en 300 km?

SOLUCIÓN

(a) Se tiene que $f = 2\Omega \sin\phi = 2\times\frac{2\pi}{86\,400}\,{}^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}} \times \sin 20° = 4.97448\times10^{-5}\,{}^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}}$, $\frac{\Delta P}{\Delta L} = \frac{4\ \mathrm{hPa}}{300\ \mathrm{km}}$ y $\rho = 1\,{}^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{m^3}}$. Usando la primera fórmula se tiene que

$$V = -\frac{(4.97448\times10^{-5})\times(200\times10^{3})}{2} + \sqrt{\left(\frac{(4.97448\times10^{-5})\times(200\times10^{3})}{2}\right)^2 + \frac{200\times10^{3}}{1}\frac{400}{300\times10^{3}}}$$

$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{V = 12.10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}.$$

(b) Se tiene que $f = 2\Omega \sin\phi = 2\times\frac{2\pi}{86\,400}\,{}^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}} \times \sin 20° = 4.97448\times10^{-5}\,{}^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}}$, $\frac{\Delta P}{\Delta L} = \frac{2\ \mathrm{hPa}}{300\ \mathrm{km}}$ y $\rho = 1\,{}^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{m^3}}$. Usando la primera fórmula se tiene que

$$V = -\frac{(4.97448\times10^{-5})\times(200\times10^{3})}{2} + \sqrt{\left(\frac{(4.97448\times10^{-5})\times(200\times10^{3})}{2}\right)^2 + \frac{200\times10^{3}}{1}\frac{200}{300\times10^{3}}}$$

$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{V = 7.60\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}.$$

12.- Calcular el gradiente de presión en hPa/km a un viento geostrófico de 35 nudos, a 50° N y densidad $\rho = 10^{-3}\,\mathrm{g/cm^3}$. (Ayuda: Despeje G de una de las fórmulas del viento geostrófico y conviértalo a hPa/km).

<u>**SOLUCIÓN**</u>

Las magnitudes de las fuerzas a considerar las siguientes: $G = -\frac{\partial P}{\partial x}, f_0 = -\rho(2\Omega \sin\phi)V = -\rho f V$ y $f_c = -\rho\frac{V^2}{R}$. Por equilibrio se establece que $G + f_0 + f_c = 0 \quad \Rightarrow \quad G = \rho(2\Omega\sin\phi)V + \rho\frac{V^2}{R}$. Se sabe que $V = 35\,\text{nudos} = 18\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$ y $\rho = 1\ {}^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{m^3}}$. Se va a considerar un $R = 300\ \mathrm{km}$. Reemplazando estos valores:

$$-\frac{\partial P}{\partial x} = \left(1\ {}^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{m^3}}\right)\times\left(2\times\frac{2\pi}{86\,400}\times\sin 50^\circ\ {}^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}}\right)\times 18\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} + \left(1\ {}^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{m^3}}\right)\times\frac{(18\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2}{300\times10^3} = 3.0855\times10^{-3}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^2\,s^2}}.$$

Convirtiendo a ${}^{\mathrm{hPa}}/_{\mathrm{km}}$:

$$-\frac{\partial P}{\partial x} = 3.0855\times10^{-3}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^2\,s^2}} = 3.0855\times10^{-3}\,\frac{\mathrm{kg\cdot m}}{\mathrm{m^3\,s^2}} = 3.0855\times10^{-3}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m^3}} = 3.0855\times10^{-3}\,\frac{\mathrm{Pa}}{\mathrm{m}}$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{\boldsymbol{\partial P}}{\boldsymbol{\partial x}} = \mathbf{0.03}\ {}^{\mathbf{hPa}}/_{\mathbf{km}}.$$

13.- Los datos de los archivos ENE2006.txt, FEB2006.txt y MAR2006.txt corresponden a los datos de viento en la estación de CORPAC – Lima para el año 2006 donde las 3 primeras cifras corresponden a la dirección en grados sexagesimales y los dos últimos dígitos corresponden a la velocidad del viento. Elaborar una rosa de vientos con los valores de los archivos mencionados.

SOLUCIÓN

Se ordenaron los tres archivos de texto dados y se generó el nuevo archivo **Data_CORPAC_0.xlsx** (se adjunta) el cual tiene 720 registros de velocidades y direcciones de viento de la estación de CORPAC:

	A	B	C	D	E	F
1	**AÑO**	**MES**	**DÍA**	**HORA**	**DIRECCION**	**VELOCIDAD**
2	2006	ENERO	1	00	160	10
3	2006	ENERO	1	03	170	10
4	2006	ENERO	1	06	170	8
5	2006	ENERO	1	09	180	4
6	2006	ENERO	1	12	170	3
717	**2006**	**MARZO**	**31**	**09**	**0**	**0**
718	**2006**	**MARZO**	**31**	**12**	**0**	**0**
719	2006	MARZO	31	15	270	3
720	2006	MARZO	31	18	270	5
721	2006	MARZO	31	21	280	4

De los 720 registros, se encontraron un total de 35 valores perdidos (marcados con rojo):

2006	ENERO	12	12	0	0
2006	ENERO	24	12	0	0
2006	FEBRERO	5	09	0	0
2006	FEBRERO	6	09	0	0
2006	FEBRERO	8	06	0	0
2006	FEBRERO	8	09	0	0
2006	FEBRERO	8	12	0	0
2006	FEBRERO	19	12	0	0
2006	FEBRERO	20	12	0	0
2006	FEBRERO	21	12	0	0
2006	FEBRERO	24	09	0	0
2006	FEBRERO	24	12	0	0
2006	FEBRERO	25	06	0	0
2006	FEBRERO	25	09	0	0
2006	FEBRERO	28	12	0	0
2006	MARZO	1	09	0	0
2006	MARZO	5	06	0	0
2006	MARZO	5	12	0	0
2006	MARZO	6	06	0	0
2006	MARZO	6	09	0	0
2006	MARZO	8	09	0	0
2006	MARZO	8	12	0	0
2006	MARZO	9	06	0	0
2006	MARZO	9	12	0	0
2006	MARZO	16	09	0	0
2006	MARZO	16	12	0	0
2006	MARZO	18	09	0	0
2006	MARZO	19	03	0	0
2006	MARZO	19	09	0	0
2006	MARZO	22	06	0	0
2006	MARZO	22	09	0	0
2006	MARZO	22	12	0	0
2006	MARZO	25	12	0	0
2006	MARZO	31	09	0	0
2006	MARZO	31	12	0	0

Luego de la depuración, se generó el nuevo archivo **Data_CORPAC.xlsx** con los 685 datos útiles:

```
La data cargada original de la Estación CORPAC tiene 720 registros:

      AÑO    MES  DÍA  HORA  DIRECCION  VELOCIDAD
0    2006  ENERO    1     0        160         10
1    2006  ENERO    1     3        170         10
2    2006  ENERO    1     6        170          8
3    2006  ENERO    1     9        180          4
4    2006  ENERO    1    12        170          3
..    ...    ...  ...   ...        ...        ...
715  2006  MARZO   31     9          0          0
716  2006  MARZO   31    12          0          0
717  2006  MARZO   31    15        270          3
718  2006  MARZO   31    18        270          5
719  2006  MARZO   31    21        280          4

[720 rows x 6 columns]

La data cargada depurada de la Estación CORPAC tiene 685 registros:

      AÑO    MES  DÍA  HORA  DIRECCION  VELOCIDAD
0    2006  ENERO    1     0        160         10
1    2006  ENERO    1     3        170         10
2    2006  ENERO    1     6        170          8
3    2006  ENERO    1     9        180          4
4    2006  ENERO    1    12        170          3
..    ...    ...  ...   ...        ...        ...
680  2006  MARZO   31     3        160          7
681  2006  MARZO   31     6        170          4
682  2006  MARZO   31    15        270          3
683  2006  MARZO   31    18        270          5
684  2006  MARZO   31    21        280          4
```

Para la construcción de la rosa de vientos solicitada, se usó la librería **windrose** de Python. Asimismo, la librería **pandas** permite la lectura del archivo Excel como un *dataframe*. De esta forma se desarrolló el programa solicitado (se adjunta) que permite visualizar hasta tres tipos distintos de rosas de viento:

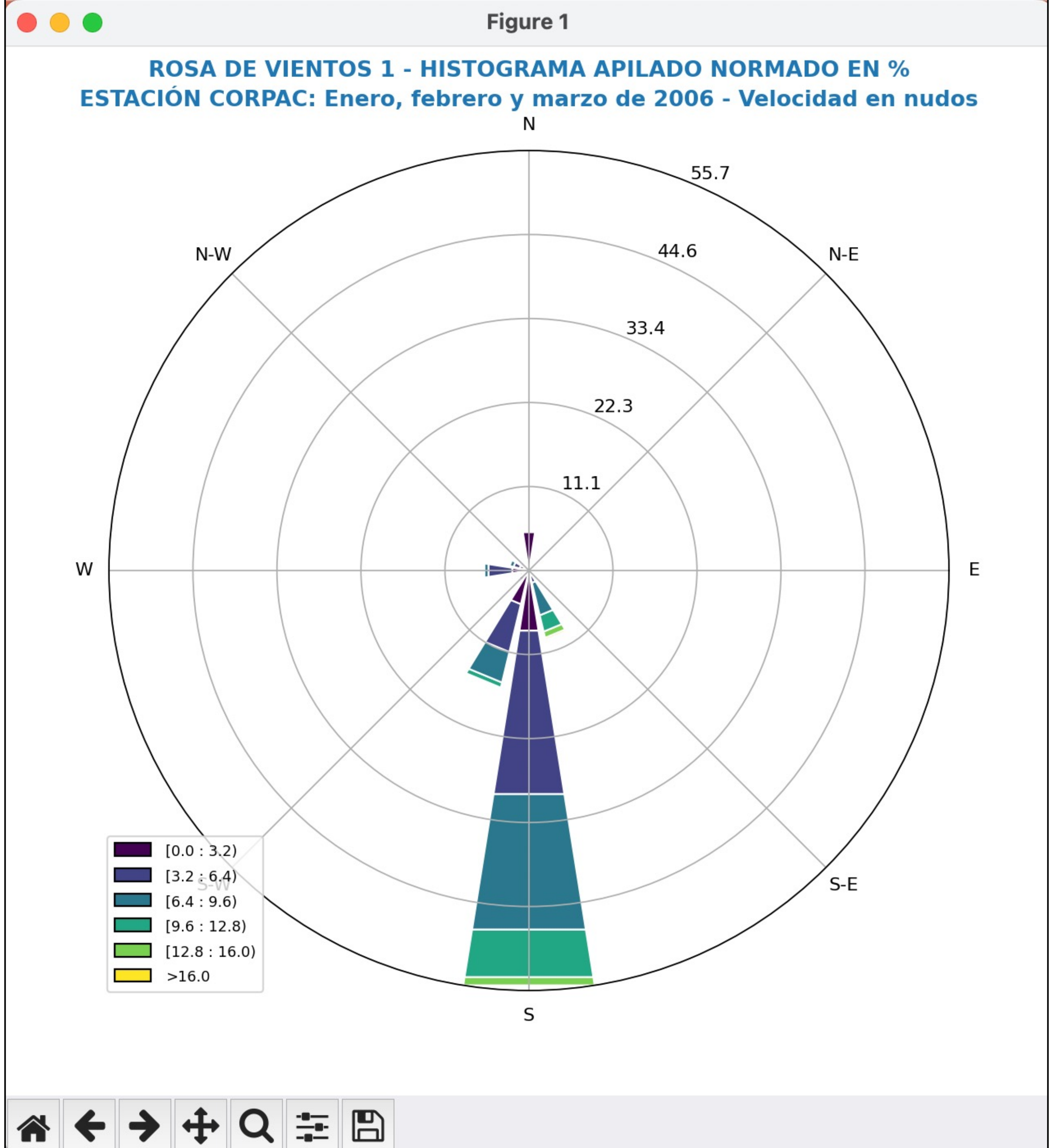


Figure 1
ROSA DE VIENTOS 1 - HISTOGRAMA APILADO NORMADO EN %
ESTACIÓN CORPAC: Enero, febrero y marzo de 2006 - Velocidad en nudos
N
N-E
E
S-E
S
S-W
W
N-W
11.1
22.3
33.4
44.6
55.7
[0.0 : 3.2)
[3.2 : 6.4)
[6.4 : 9.6)
[9.6 : 12.8)
[12.8 : 16.0)
>16.0

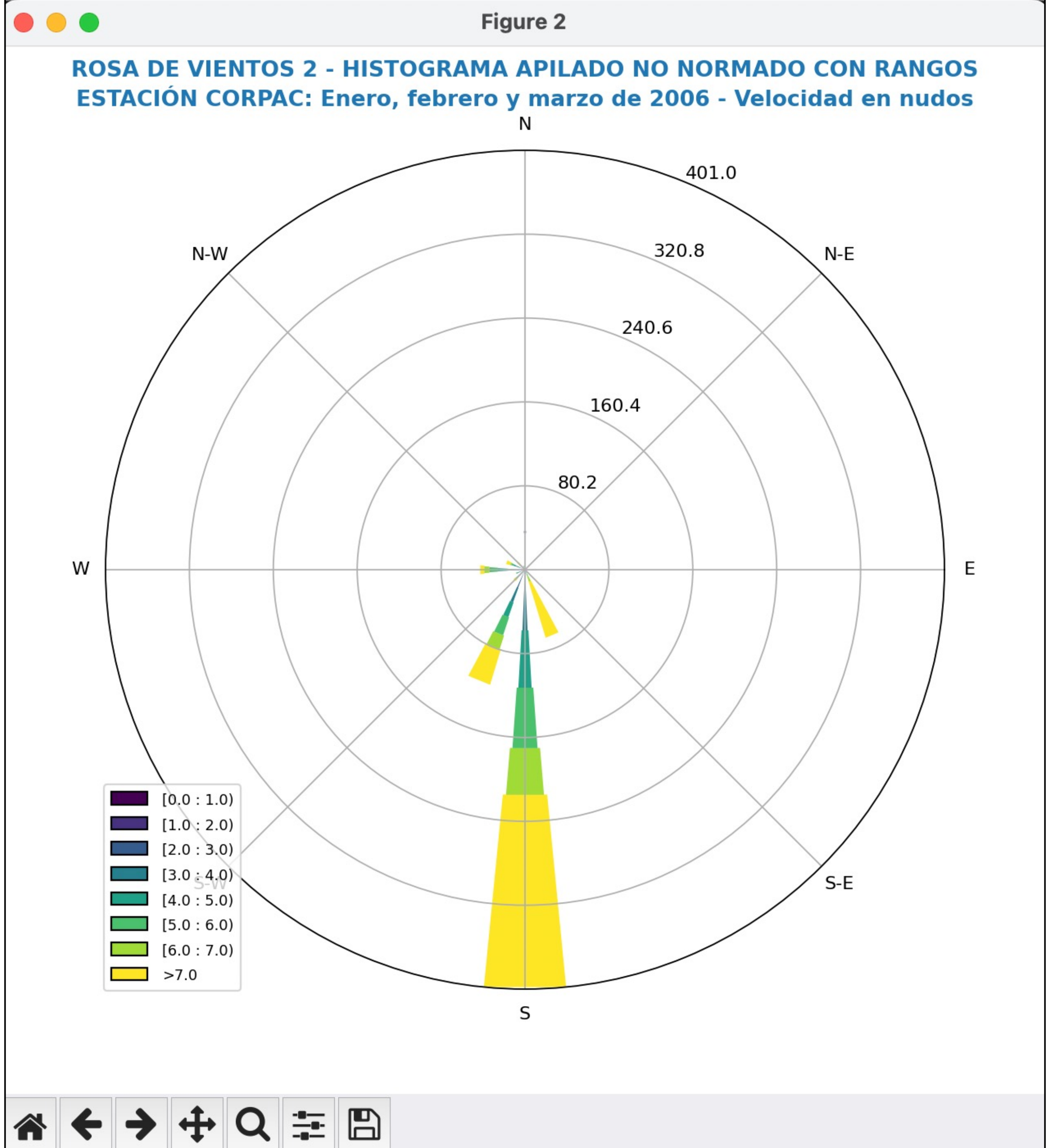


Figure 2
ROSA DE VIENTOS 2 - HISTOGRAMA APILADO NO NORMADO CON RANGOS
ESTACIÓN CORPAC: Enero, febrero y marzo de 2006 - Velocidad en nudos
N
N-E
E
S-E
S
S-W
W
N-W
401.0
320.8
240.6
160.4
80.2
[0.0 : 1.0)
[1.0 : 2.0)
[2.0 : 3.0)
[3.0 : 4.0)
[4.0 : 5.0)
[5.0 : 6.0)
[6.0 : 7.0)
>7.0

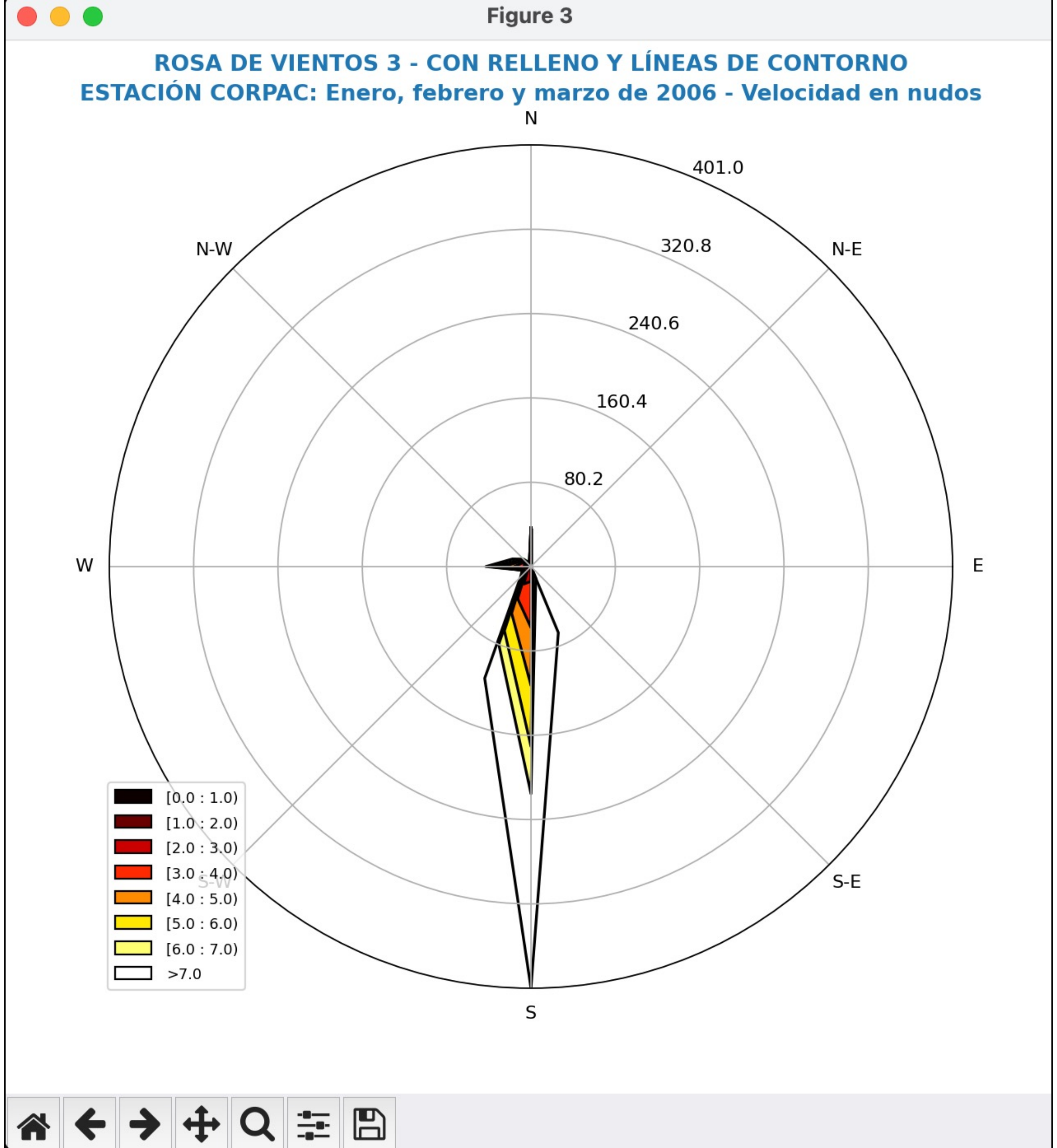


Figure 3
ROSA DE VIENTOS 3 - CON RELLENO Y LÍNEAS DE CONTORNO
ESTACIÓN CORPAC: Enero, febrero y marzo de 2006 - Velocidad en nudos
N
N-E
E
S-E
S
S-W
W
N-W
80.2
160.4
240.6
320.8
401.0
[0.0 : 1.0)
[1.0 : 2.0)
[2.0 : 3.0)
[3.0 : 4.0)
[4.0 : 5.0)
[5.0 : 6.0)
[6.0 : 7.0)
>7.0

14.- Si la densidad del aire a $5500\ \mathrm{m}$ es de $0.99\,\mathrm{kg/m^3}$. Calcular la velocidad del viento geostrófico en los puntos A, B y C.

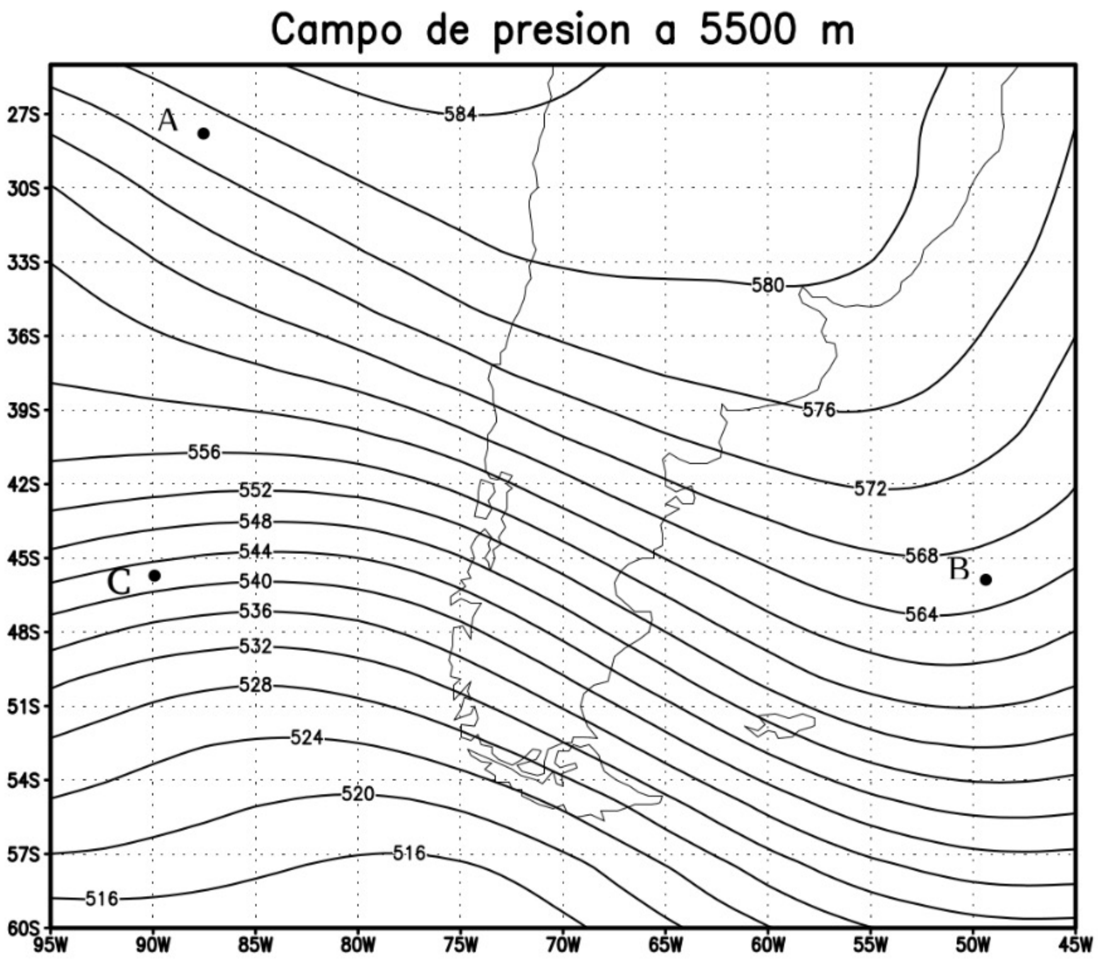
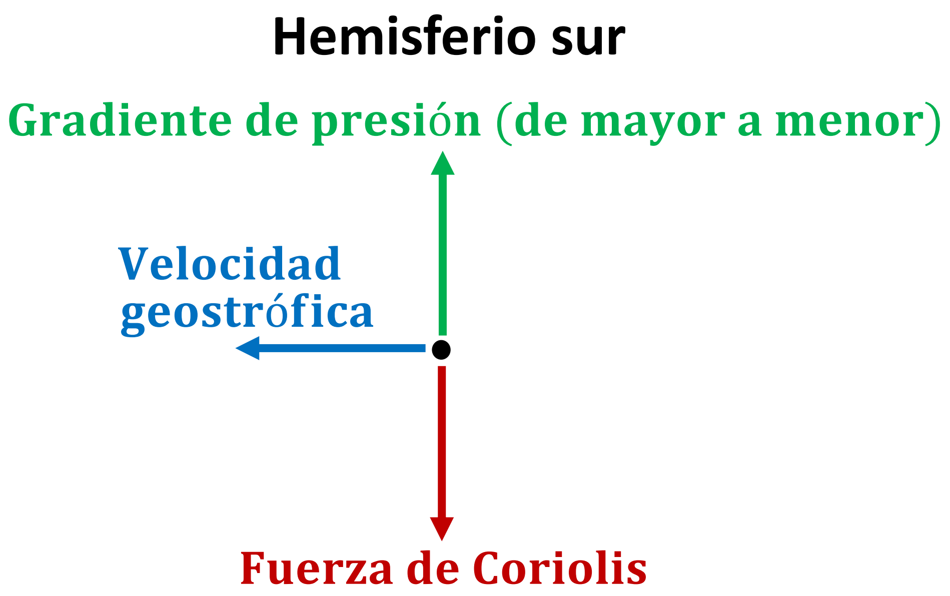
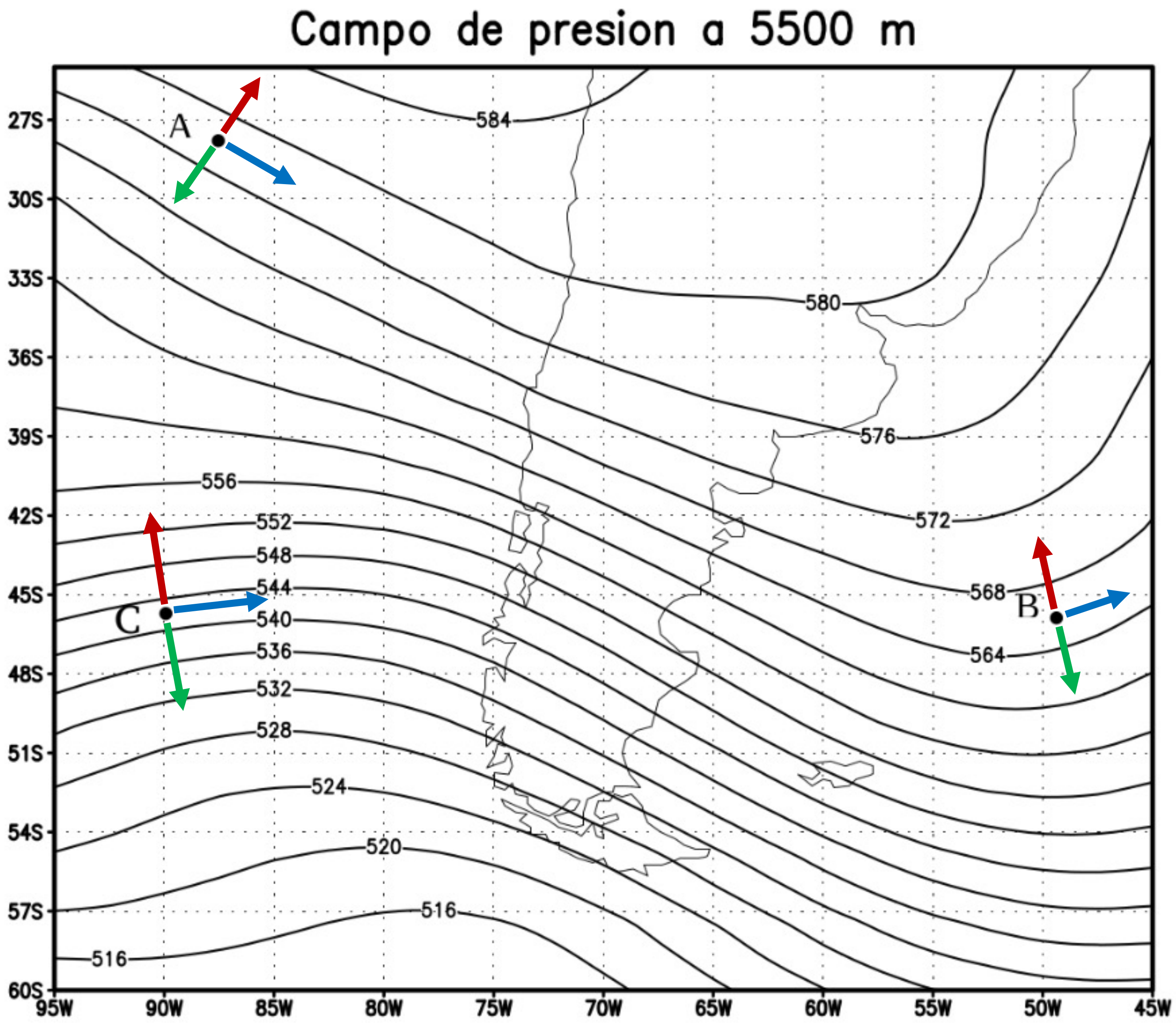


Figura 1: Velocidad geostrófica.

SOLUCIÓN

Las direcciones de las velocidades de viento geostrófico son paralelas a las isobaras y se ha tomado en cuenta el hecho de que el campo se ubica en el hemisferio sur por lo que su dirección es hacia la izquierda del gráfico mostrado (para el hemisferio norte irían hacia la derecha):





Punto A

De la figura 1 se observa que $\phi = -28°$. Ya que $1° \Leftrightarrow 111.1$ km, la escala del gráfico permite estimar a $\Delta x = 220$ km y $\Delta y = 200$ km. Entonces

$$v_g^A = \frac{1}{\rho(2\Omega\sin\phi)}\frac{\Delta P}{\Delta x} = \frac{1}{\left(0.99\ ^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{m}^3}\right)\times\left(2\times\frac{2\pi}{86\,400}\,^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}}\times\sin(-28°)\right)}\frac{4\times10^2\ \mathrm{Pa}}{220\times10^3\ \mathrm{m}} \Rightarrow v_g^A = -26.90\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}.$$

$$u_g^A = -\frac{1}{\rho(2\Omega\sin\phi)}\frac{\Delta P}{\Delta y} = -\frac{1}{\left(0.99\ ^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{m}^3}\right)\times\left(2\times\frac{2\pi}{86\,400}\,^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}}\times\sin(-28°)\right)}\frac{4\times10^2\ \mathrm{Pa}}{200\times10^3\ \mathrm{m}} \Rightarrow u_g^A = 29.59\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}.$$

$$\Rightarrow V_A = \sqrt{(-26.90)^2 + (29.59)^2} \Rightarrow \boldsymbol{V_A = 39.99\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}.$$

Punto B

De la figura 1 se observa que $\phi = -46°$. Ya que $1° \Leftrightarrow 111.1$ km, la escala del gráfico permite estimar a $\Delta x = 170$ km y $\Delta y = 210$ km. Entonces

$$v_g^B = \frac{1}{\rho(2\Omega\sin\phi)}\frac{\Delta P}{\Delta x} = \frac{1}{\left(0.99\ ^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{m}^3}\right)\times\left(2\times\frac{2\pi}{86\,400}\,^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}}\times\sin(-46°)\right)}\frac{4\times10^2\ \mathrm{Pa}}{170\times10^3\ \mathrm{m}} \Rightarrow v_g^B = -22.72\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}.$$

$$u_g^B = -\frac{1}{\rho(2\Omega\sin\phi)}\frac{\Delta P}{\Delta y} = -\frac{1}{\left(0.99\ ^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{m}^3}\right)\times\left(2\times\frac{2\pi}{86\,400}\,^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}}\times\sin(-46°)\right)}\frac{4\times10^2\ \mathrm{Pa}}{210\times10^3\ \mathrm{m}} \Rightarrow u_g^B = 18.39\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}.$$

$$\Rightarrow V_B = \sqrt{(-22.72)^2 + (18.39)^2} \Rightarrow \boldsymbol{V_B = 29.23\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}.$$

Punto C

De la figura 1 se observa que $\phi = -46°$. Ya que $1° \Leftrightarrow 111.1\ \mathrm{km}$, la escala del gráfico permite estimar a $\Delta x = 10\ \mathrm{km}$ y $\Delta y = 100\ \mathrm{km}$. Entonces

$$v_g^C = \frac{1}{\rho(2\Omega\sin\phi)}\frac{\Delta P}{\Delta x} = \frac{1}{\left(0.99\ {}^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{m^3}}\right)\times\left(2\times\frac{2\pi}{86\,400}\ {}^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}}\times\sin(-46°)\right)}\frac{4\times10^2\ \mathrm{Pa}}{10\times10^3\ \mathrm{m}} \quad\Rightarrow\quad v_g^C = -386.18\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}.$$

$$u_g^C = -\frac{1}{\rho(2\Omega\sin\phi)}\frac{\Delta P}{\Delta y} = -\frac{1}{\left(0.99\ {}^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{m^3}}\right)\times\left(2\times\frac{2\pi}{86\,400}\ {}^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}}\times\sin(-46°)\right)}\frac{4\times10^2\ \mathrm{Pa}}{100\times10^3\ \mathrm{m}} \quad\Rightarrow\quad u_g^C = 38.62\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}.$$

$$\Rightarrow\quad V_C = \sqrt{(-386.18)^2 + (38.62)^2} \quad\Rightarrow\quad \boldsymbol{V_C = 388.11\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}.$$