

Nom : Wilmar QUIROGA

RIO208 - TP GÉOMÉTRIE STOCHASTIQUE

1) Simulez les stations de base avec un processus de Poisson d'intensité $\lambda = 0.5 \text{ km}^{-1}$ Sur un carré de côté $a = 10 \text{ km}$.

```
xCarre=10;%Dimensions Carre en Kilometres
yCarre=10;%Dimensions Carre en Kilometres
areaTotal=xCarre*yCarre;

lambda=0.5; %intensite km^-1
numbPoints=poissrnd(areaTotal*lambda);%Nombre des Points Poisson.
xx=xCarre*(rand(numbPoints,1));
yy=yCarre*(rand(numbPoints,1));
C = [xx yy];

figure (1)
%Plotting
scatter(yy,xx);
xlim([0 10])
ylim([0 10])
```

Pour faire la simulation, la première chose que j'ai faite a été de générer le nombre de points de mon processus, étant donné que : si $A \subset \mathbb{R}_+^2$, $\mu(A) = \lambda \times \text{aire}(A)$,

Alors, il faut calculer l'aire du carré et la multiplier par lambda et ensuite utiliser la fonction `poissrnd()`, puis générer les valeurs des vecteurs `xx` et `yy` avec le nombre de points de façon aléatoire.

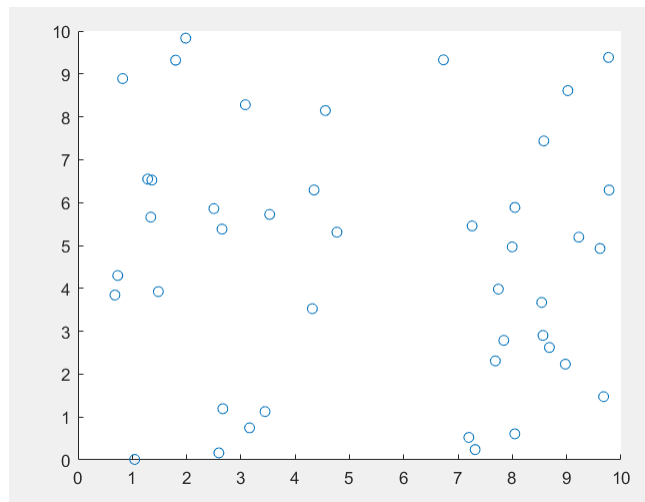


Figure 1 : Graphe de processus de Poisson pour les stations de base

2) Quel est le nombre moyen de stations de base ?

On sait que :

$$\mathbb{E}[\Phi(A)] = \mu(A).$$

et,

$$\text{si } A \subset \mathbb{R}^2, \mu(A) = \lambda \times \text{aire}(A),$$

où A est le domaine de la simulation,

$$\text{Alors : } \mathbb{E}[\Phi(A)] = \mu(A). = \lambda * \text{Aire} = 0.5 \text{km}^{-1} * 100 \text{km}^2 = 50$$

- 3) Calculez dans votre simulation la distance moyenne de chaque point à son plus proche voisin.

```
dist=zeros(1,numbPoints);
dism=zeros(1,numbPoints);
for i=1:1:numbPoints
    X=[C(i,1) C(i,2)];
    for j=1:1:numbPoints
        if j~=i
            Y=[C(j,1) C(j,2)];
            dist(j)=pdist2(X,Y);
        end
    end
    distm(i)=min(dist);
end
Moyenne1=mean(dism);
```

Pour calculer la distance moyenne, je fais deux cycles for, qui calculent la distance d'une station de base par rapport aux autres et ensuite je trouve la distance minimale et la stocke dans le vecteur **dism**, puis je trouve la moyenne du vecteur.

Distance Moyenne= 0.7964km ; Simulation

- 4) Retrouvez-vous les résultats théoriques vu en cours ? Pourquoi (2 raisons) ?

La distance moyenne théorique c'est :

$$Dm = \frac{1}{2\sqrt{\lambda}} = \frac{1}{2\sqrt{0.5}} = 0.707 \text{km}$$

La valeur moyenne par simulation que nous avons obtenue est de 0.7964 km , ce qui est proche de 0,707km la valeur théorique, d'autre part le nombre de points que nous avons obtenu est de 43 et l'espoir est de 50, ce qui est cohérent avec la distance moyenne obtenue car s'il y a moins de points la distance moyenne entre eux est plus grande.

3. Carte de SIR

5)

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Calcul de SIR

P=unifrnd(0,1,numbPoints,1); % Puissance suit une loi uniforme sur [0, 1]
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Loi exponentielle Fading.
AlphaFad = exprnd(1,101,101,numbPoints);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Shadowing Loi normal-log mu=0 (mean of
logarithmic values) and sigma=2 (standard deviation of logarithmic values)
AlphaShad = lognrnd(0,2,101,101,numbPoints);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Calcul de SIR
S=zeros(101,101,numbPoints);
SIR=zeros(101,101);
dist2=zeros(1,101);
```

```

##### Calcul de la puissance reçue S(i,j,s)
for i=1:1:101
    for j=1:1:101
        y=[i j];
        for s=1:1:numbPoints %Nombre des Station de base.
            J=[C(s,1) C(s,2)]*10; %Position de Station de base j
            dist2(j)=pdist2(y,J);
            if dist2(j)> 0.05
                S(i,j,s)=(P(s)/(dist2(j)^2.5))*AlphaFad(i,j,s)*AlphaShad(i,j,s);
            end
        end
    end
end
dist3=zeros(1,numbPoints);
PuissR=zeros(1,numbPoints);
##### Calcul de SIR(i)
for i=1:1:101
    for j=1:1:101
        Summ=0;
        y=[i j];
        for s=1:1:numbPoints
            J=[C(s,1) C(s,2)]*10;
            dist3(s)=pdist2(y,J);
            %PuissR(s)=S(i,j,s);
            Summ=Summ+S(i,j,s);
        end
        [a,b]=min(dist3);
        %[a,b]=max(PuissR);
        SIR(i,j)=10*log10(S(i,j,b)/(Summ-S(i,j,b)));
    end
end

#####
figure (2)
x=0:0.1:10;
y=0:0.1:10;
[X,Y]=meshgrid(x,y);
Z=SIR;
surf(X,Y,Z); %Map SIR
hold on
scatter(yy,xx,'filled','red') % Graphique de la position des stations de base
xlim([0 10])
ylim([0 10])
voronoi(yy,xx,'white') %Graphique des cellules formées par un pavage de
Voronoi
xlim([0 10])
ylim([0 10])
hold off
colormap default;
colorbar;
view(2);

```

Dans la première boucle, nous calculons la puissance reçue pour chaque point de la carte, pour cela nous utilisons le tableau $S(i,j,s)$, où (i,j) sont le set de coordonnées, et (s) le nombre de stations de base dans le système.

Dans la deuxième boucle, nous calculons le $SIR(i)$ au point $i(i,j)$, en utilisant les valeurs stockées dans le array $S(i,j,s)$, Pour cela, nous calculons la distance entre le point (i,j) et toutes les stations de base et nous mettons les valeurs dans le tableau $dist3(s)$, puis nous trouvons la distance minimale pour déterminer la station de base serveuse.

6) Calculez le SIR en dB ($10\log_{10}(SIR)$) pour chaque élément de la surface

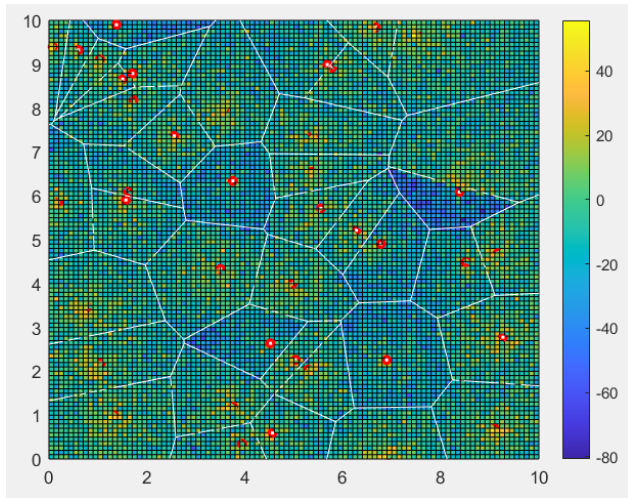


Figure 2 : Carte de SIR : Station de base serveuse est la plus proche

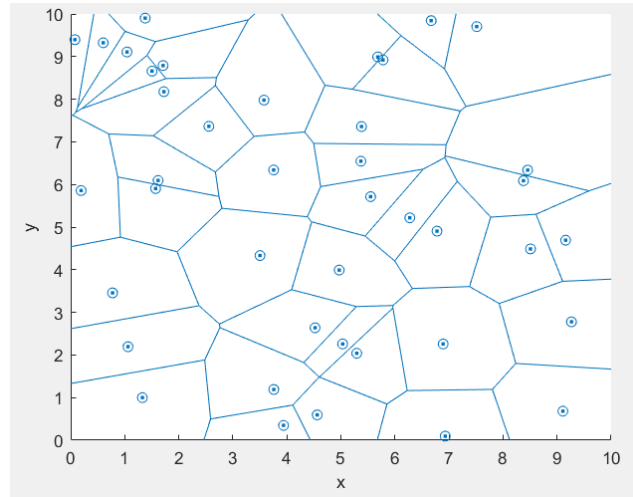


Figure 3 : Graphique la répartition des stations de base et la structure des cellules

7) Même question si la station de base serveuse est celle qui est reçue avec la plus grande puissance.

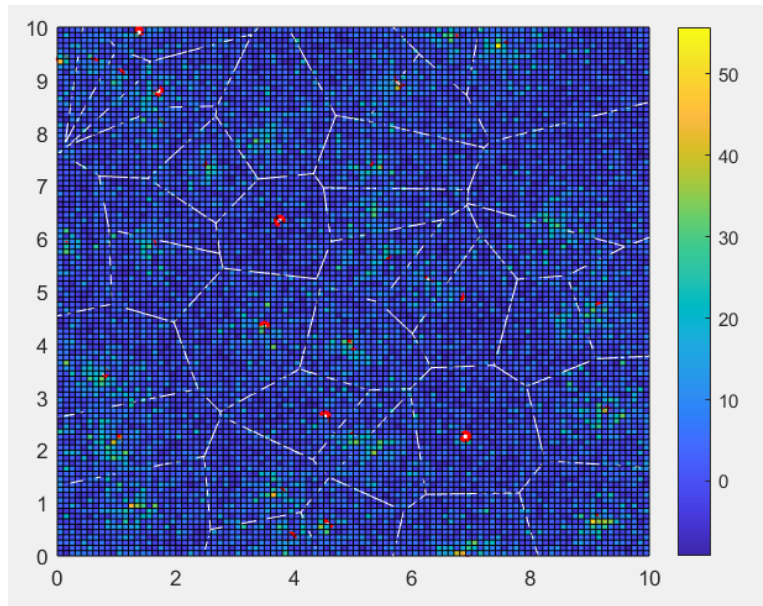


Figure 4 : Carte de SIR : Station de base serveuse est la plus proche

8) Comparez les résultats obtenus

Généralement, au point i , la puissance reçue de la station de base qui se trouve à une distance plus courte est la plus élevée car la puissance diminue inversement au carré de la distance, donc

les points qui sont à une puissance plus élevée sont ceux qui sont proches de la station de base, nous pouvons voir cela dans la carte SIR dans la figure 2 et 4, d'autre part en calculant le SIR par rapport à la station de base dans laquelle, il y a plus de puissance reçue au point i. D'autre part, les stations de base ont des puissances différentes et la puissance maximale n'est donc pas toujours reçue de la station de base la plus proche, comme le montre la figure 4, où l'on constate une augmentation du SIR des points i qui avaient précédemment un SIR très faible.

4. Ajout des utilisateurs

9) Tracez le processus des utilisateurs.

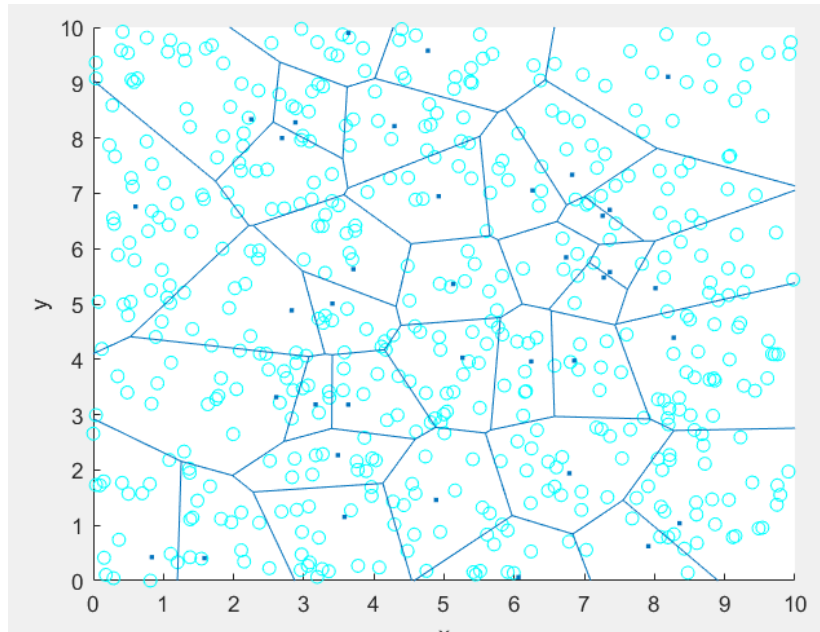


Figure 5 : processus des utilisateurs

Alors : $\mathbb{E}[\Phi(A)] = \mu(A) = \lambda * \text{Aire} = 5 \text{ km}^{-1} * 100 \text{ km}^2 = 500$

La valeur obtenue par simulation était : 498 Utilisateurs.

10) Tracez l'histogramme du nombre d'utilisateurs par cellule sur 100 simulations

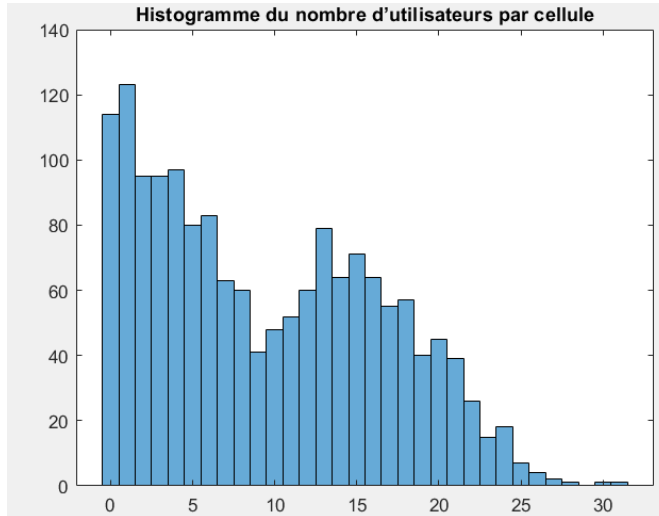
```

##### Histogram
NombreC=10;
NumUCellule=zeros(1,100*NombreC); % Nombre d'Utilisateurs par Cellule
Count=0;
for i=1:1:100
    lambda=5; %intensity km^-1
    numbPointsU=poissrnd(areaTotal*lambda); %Nombre des Points Poisson
    Utilisateurs.
    xxu=xCarre*(rand(numbPointsU,1));
    yyu=yCarre*(rand(numbPointsU,1));
    U = [xxu yyu];

    for j=1:1:NombreC % Nombre de cellules
        Count=Count+1;
        [in,on] = inpolygon(xxu,yyu,xv(j,:),yv(j,:));
        NumUCellule(Count)=numel(xxu(in));
    end
end
figure (4)
histogram(NumUCellule);
title('Histogramme du nombre d'utilisateurs par cellule')

```

Cette boucle calcule le nombre d'utilisateurs dans chaque cellule en utilisant la fonction `inpolygon()`, les vecteurs `xv` et `yv` contiennent les coordonnées du polygone qui définit la cellule, je ne considère que 14 cellules en raison de l'irrégularité des cellules, ce qui rend complexe la recherche des sommets.



11) Est-ce normal qu'il y ait autant d'écart entre les valeurs observées ?

En général, l'intérieur de la cellule continue à être un processus de poisson, ce qui varie est la surface du polygone, qui influence le nombre moyen d'utilisateurs, comme les surfaces des cellules sont très irrégulières, donc cette grande variation est normale.

$$\text{Surface moyenne d'une cellule} = \frac{\text{Surface totale}}{\text{Nbre de cellules}}.$$