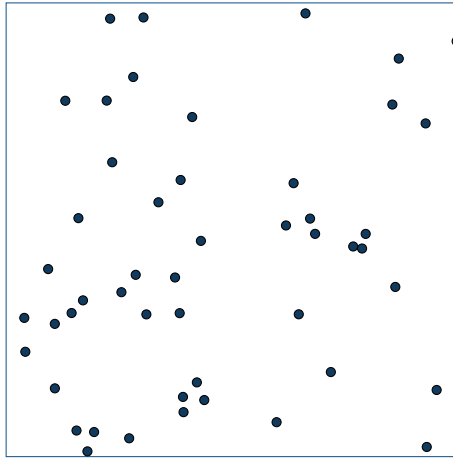


RIO208 - TP GÉOMÉTRIE STOCHASTIQUE

13 MAI 2022

1. INTRODUCTION

Le but de ce TP est de simuler un réseau cellulaire à partir d'un processus ponctuel de Poisson. On calculera la carte de SIR de ce réseau, puis on ajoutera des utilisateurs.



2. PROCESSUS DE POISSON

On considère une surface carrée de côté a , dans laquelle nous allons générer l'ensemble des stations de base d'un réseau cellulaire grâce à un processus de Poisson d'intensité λ .

1. Simulez les stations de base avec un processus de Poisson d'intensité $\lambda = 0,5 \text{ km}^{-2}$ sur un carré de côté $a = 10 \text{ km}$. On rappelle que pour simuler un processus de Poisson, il faut dans un premier temps tirer le nombre de points suivant une loi de Poisson, puis simuler la position de chaque point uniformément dans le carré.
2. Quel est le nombre moyen de stations de base ?

On regarde maintenant les distances relatives entre les stations de base représentées par les points du processus.

3. Calculez dans votre simulation la distance moyenne de chaque point à son plus proche voisin.
4. Retrouvez-vous les résultats théoriques vu en cours ? Pourquoi (2 raisons) ?

3. CARTE DE SIR

Dans le but de produire une carte de SIR, nous allons discrétiser l'espace afin de pouvoir calculer le rapport signal sur interférences (SIR) sur chaque pixel de la surface discrétisée.

5. Discrétisez le carré de côté $a = 10 \text{ km}$ avec un pas de $\epsilon = 0.1$.

Le rapport signal sur interférences au point i est le rapport entre la puissance reçue du signal utile envoyé par la station de base serveuse $\text{bts}(i)$, et la somme des puissances reçues des signaux parasites envoyés par les autres stations de bases j . On suppose que toutes les stations de base émettent en permanence sur la même bande de fréquence (comme en 3G ou 4G). On a alors :

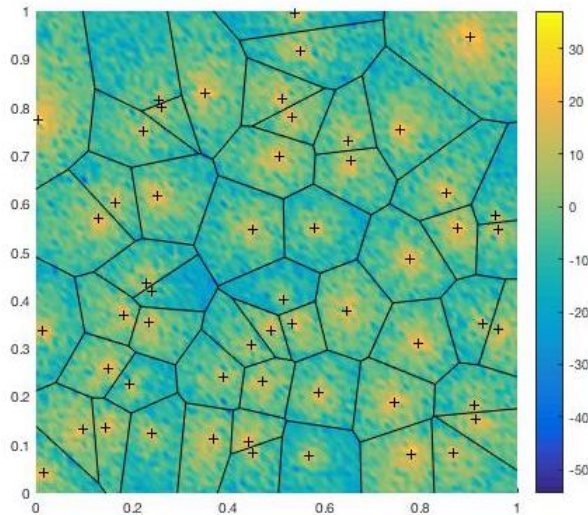
$$SIR(i) = \frac{S(i, \text{bts}(i))}{\sum_j S(i, j) - S(i, \text{bts}(i))}$$

où :

- $S(i, j)$ est la puissance du signal reçu en i et envoyé par la station de base j :

$$S(i, j) = \frac{P(j)}{d(i, j)^\gamma} \alpha_{\text{fading}}(i, j) \alpha_{\text{shadowing}}(i, j).$$

- $d(i, j)$ est la distance entre le point i et la station j .
 - γ est le coefficient de path loss, que l'on prendra égal à $\gamma = 2.5$.
 - $P(j)$ est la puissance émise par la station de base j . On considère que pour chaque station de base j , sa puissance $P(j)$ suit une loi uniforme sur $[0, 1]$.
 - $\alpha_{\text{fading}}(i, j)$ est le coefficient de fading. On considère un fading de Rayleigh, $\alpha_{\text{fading}}(i, j)$ suit donc une loi exponentielle de paramètre 1.
 - $\alpha_{\text{shadowing}}$ est le coefficient de shadowing. On considère que $\alpha_{\text{shadowing}}$ suit une loi log-normale avec un écart-type de 2dB. Si X suit une loi normale, $Y = 10^{X/10}$ suit une loi log-normale d'écart-type σ .
 - lorsque la distance $d(i, j)$ tend vers 0, le calcul de la puissance reçue $S(i, j)$ diverge, on fixe la distance limite de calcul de $S(i, j)$ à $d_{\min} = 0.05$.
6. Calculez le SIR en dB ($10\log_{10}(SIR)$) pour chaque élément de la surface discrétisée si la station de base serveuse est la plus proche (pavage de Voronoï). Et tracez la carte de SIR obtenue.

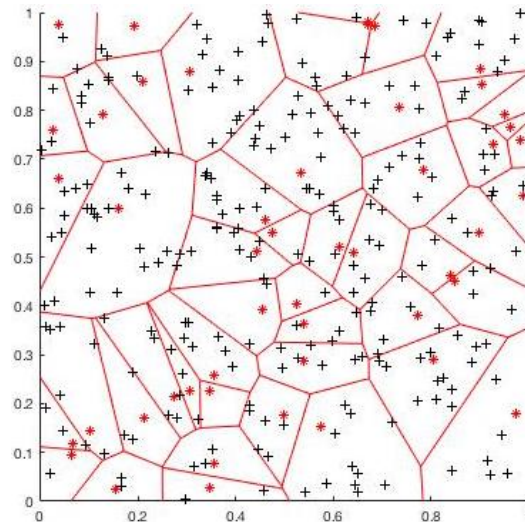


7. Même question si la station de base serveuse est celle qui est reçue avec la plus grande puissance.
8. Comparez les résultats obtenus.

4. AJOUT DES UTILISATEURS

Dans cette partie nous allons ajouter des utilisateurs dans les cellules. On conserve le réseau de stations de base créé dans la précédente section avec des cellules formées par un pavage de Voronoï. Les utilisateurs sont répartis selon un processus de Poisson d'intensité $\lambda_u = 5 \text{ km}^{-2}$.

9. Tracez le processus des utilisateurs.



On cherche à étudier la loi du nombre d'utilisateurs par cellule.

9. Combien y a-t-il d'utilisateurs par cellule en moyenne ?
10. Tracez l'histogramme du nombre d'utilisateurs par cellule sur 100 simulations.
11. Est-ce normal qu'il y ait autant d'écart entre les valeurs observées ?

On regarde maintenant la valeur du SIR pour chaque utilisateur, et on compare aux calculs effectués à la section précédente.

12. Calculez le SIR pour chaque utilisateur.
13. Tracez l'histogramme des SIR en dB pour les utilisateurs. Et celui pour les pixels sur 100 simulations chacun.
14. Que remarquez-vous ? Pourquoi ?
15. Quelle méthode vous paraît la meilleure pour estimer le SIR : utilisateurs vs pixels ?