Segunda Asignación: Análisis del Potencial de Coulomb y Apantallado (Yukawa)

Baez, Wilson, Merchan, David, Sanchez, Maria

Escuela Física, Universidad Industrial de Santander

Potencial Apantallado

Analizamos cómo el apantallamiento afecta el potencial. El potencial apantallado es:

$$V(r) = \frac{k}{r} e^{-\alpha r} \tag{1}$$

Donde α controla la rapidez de decaimiento. Cuando $r \ll \frac{1}{\alpha}$, el potencial se aproxima al de Coulomb, conservando interacciones fuertes entre partículas cercanas. A grandes distancias, el potencial tiende a cero.

Potencial de Coulomb y Fuerza Asociada

Potencial de Coulomb:

$$V(r) = \frac{k}{r} \tag{2}$$

Fuerza:

$$F(r) = -\frac{dV(r)}{dr} = -\frac{k}{r^2} \tag{3}$$

La ecuación de movimiento radial es:

$$m\ddot{r} = -\frac{k}{r^2} + \frac{L^2}{mr^3} \tag{4}$$

Donde L es el momento angular y m la masa de la partícula.

Potencial de Coulomb Apantallado (Yukawa)

Potencial:

$$V(r) = \frac{k}{r} e^{-\alpha r} \tag{5}$$

Fuerza:

$$F(r) = -\frac{dV(r)}{dr} = -\frac{k}{r^2} e^{-\alpha r}(1 + \alpha r) \tag{6}$$

La ecuación de movimiento efectiva es:

$$m\ddot{r} = -\frac{k}{r^2} e^{-\alpha r}(1 + \alpha r) + \frac{L^2}{mr^3} \tag{7}$$

Sección Transversal Diferencial: Caso Coulomb

La sección transversal diferencial, $\frac{d\sigma}{d\Omega}$, describe la probabilidad de dispersión. Para el potencial de Coulomb:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{k}{4E}\right)^2 \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} \tag{8}$$

Donde E es la energía cinética de la partícula incidente y θ es el ángulo de dispersión.

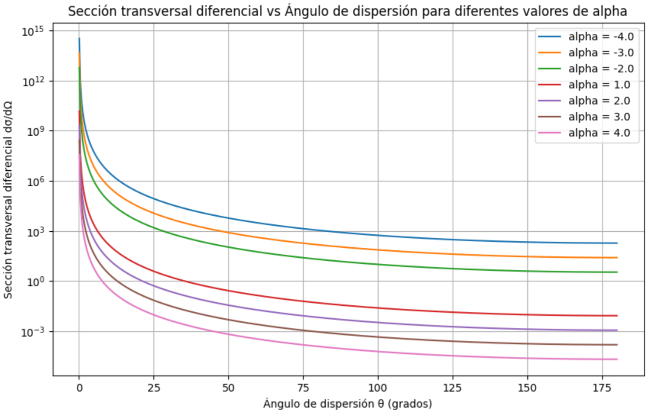
Sección Transversal Diferencial con Apantallamiento (Yukawa)

Con el apantallamiento, la sección transversal diferencial incluye el término exponencial $e^{-2\alpha r}$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{k}{4E}\right)^2 \frac{e^{-2\alpha r}}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} \tag{9}$$

Aquí, α controla la reducción del rango de interacción. A mayor α, la sección transversal disminuye en ángulos grandes.

Gráfica de Probabilidad de Dispersión



Esta gráfica muestra la probabilidad de dispersión contra el ángulo para diferentes valores de α. A medida que aumenta α, el apantallamiento es más fuerte, lo que reduce la probabilidad de dispersión a mayores ángulos.

Ángulo de Dispersión con Potencial de Coulomb

El ángulo de dispersión θ se puede aproximar usando la expresion:

$$\theta = \pi - 2\int_{r_{\min}}^{\infty} \frac{b\,dr}{r^2\sqrt{1-\frac{b^2}{r^2}-\frac{2V(r)}{E}}} \tag{10}$$

Para el potencial de Coulomb la integral queda de la forma

$$\theta = \pi - 2\int_{r_{\min}}^{\infty} \frac{b\,dr}{r^2\sqrt{1-\frac{b^2}{r^2}-\frac{2K}{Er}}} \tag{11}$$

Y podemos obtener en angulo de dispersion θ en terminos de b y E:

$$b = \frac{K}{2E}\cot\frac{\theta}{2}$$

y despejando para θ obtenemos

$$\theta = 2\cot^{-1}\left(\frac{2bE}{K}\right)$$

Angulo de dispersion con Potencial de Yukawa

La expresion para el potencial de yukawa queda de la forma:

$$\theta = \pi - 2\int_{r_{\text{min}}}^{\infty} \frac{b\,dr}{r^2\sqrt{1 - \frac{b^2}{r^2} - \frac{2K}{Er}e^{-\alpha r}}}$$

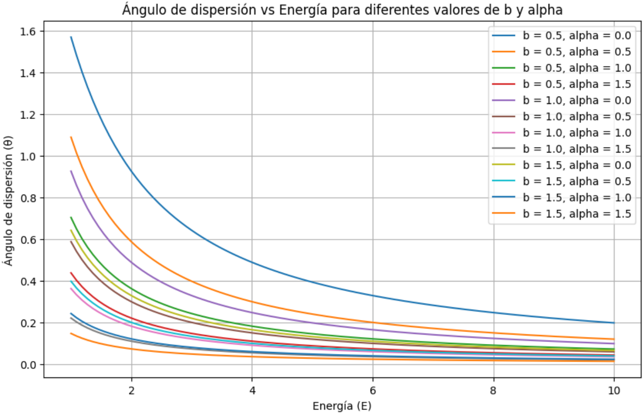
Se puede deducir la expresion para el angulo de dispersion del potencial de Yukawa

$$b = \frac{Ke^{-\alpha r}}{2E}\cot\frac{\theta}{2}$$

despejando θ de esta ecuacion obtenemos:

$$\theta = 2\cot^{-1}\left(\frac{2bE}{Ke^{-\alpha r}}\right)$$

Gráfica de Ángulo de Dispersión y Energía



La gráfica muestra cómo el ángulo de dispersión θ disminuye con el aumento de la energía E. A mayor energía, las partículas tienden a desviarse menos, especialmente para valores altos de α y b.

Conclusiones

- El potencial de Yukawa muestra que el parámetro α es clave en la reducción del rango de interacción.
- Con α pequeño, el potencial se asemeja al de Coulomb, permitiendo interacciones a largas distancias.
- A medida que aumenta α, el apantallamiento reduce la sección transversal en ángulos grandes.
- Las partículas de alta energía son menos afectadas por el apantallamiento.