

Задачки деда. Старый хитрее, стырый мудрее.

ОПГ Овчинников

17 октября 2023 г.

Артемий

1. Асимптотика. Обозначения o , \mathcal{O} , Θ , Ω , ω .

Асимптотика - поведение функции при стремлении аргумента к бесконечности.

Пусть $f(n)$ и $g(n)$ - две функции, которые стремятся к бесконечности, тогда:

- $f(n) = o(g(n))$, если g доминирует над f асимптотически, то есть $\forall(C > 0) \exists N : \forall(n \in N) |f(n)| < C|g(n)|$
- $f(n) = \mathcal{O}(g(n))$, если f ограничена сверху функцией g асимптотически, то есть $\forall(C > 0) \exists N : \forall(n \in N) |f(n)| \leq C|g(n)|$
- $f(n) = \Theta(g(n))$, если f ограничена снизу и сверху функцией g асимптотически, то есть $\forall(C_1 > 0), (C_2 > 0) \exists N : \forall(n \in N) C_1|g(n)| \leq |f(n)| \leq C_2|g(n)|$
- $f(n) = \Omega(g(n))$, если f ограничена снизу функцией g асимптотически, то есть $\forall(C > 0) \exists N : \forall(n \in N) |f(n)| \geq C|g(n)|$
- $f(n) = \omega(g(n))$, если f доминирует над g асимптотически, то есть $\forall(C > 0) \exists N : \forall(n \in N) |f(n)| > C|g(n)|$

Прекрасная лекция на 30-40 минут, в которой эти штуки объясняют в том числе графически, что намного легче для понимания, даже необязательно всё смотреть: *ТЫК*.

2. Основные свойства асимптотики. Асимптотика многочлена.

Тут если первый билет понять, проблем быть не должно.

Транзитивность:

- $f(n) = \Theta(g(n)) \wedge g(n) = \Theta(h(n)) \Rightarrow f(n) = \Theta(h(n))$
- $f(n) = \mathcal{O}(g(n)) \wedge g(n) = \mathcal{O}(h(n)) \Rightarrow f(n) = \mathcal{O}(h(n))$

- $f(n) = \Omega(g(n)) \wedge g(n) = \Omega(h(n)) \Rightarrow f(n) = \Omega(h(n))$
- $f(n) = o(g(n)) \wedge g(n) = o(h(n)) \Rightarrow f(n) = o(h(n))$
- $f(n) = \omega(g(n)) \wedge g(n) = \omega(h(n)) \Rightarrow f(n) = \omega(h(n))$

Рефлексивность:

$$f(n) = \Theta(g(n)) \Rightarrow f(n) = \mathcal{O}(g(n)); f(n) = \Omega(g(n))$$

Симметричность:

$$f(n) = \Theta(g(n)) \Rightarrow g(n) = \Theta(f(n))$$

Перестановочная симметрия:

$$f(n) = \mathcal{O}(g(n)) \Leftrightarrow g(n) = \Omega(f(n))$$

$$f(n) = o(g(n)) \Leftrightarrow g(n) = \omega(f(n))$$

Хз, на вики нет названия))))):

- $C \cdot o(f(n)) = o(f(n))$
 $C \cdot \mathcal{O}(f(n)) = \mathcal{O}(f)$
- $o(C \cdot f) = o(f)$
 $\mathcal{O}(C \cdot f) = \mathcal{O}(f)$
- $o(-f) = o(f)$
 $\mathcal{O}(-f) = \mathcal{O}(f)$
- $o(f) + o(f) = o(f)$
 $o(f) + \mathcal{O}(f) = \mathcal{O}(f) + \mathcal{O}(f) = \mathcal{O}(f)$
- $\mathcal{O}(f) \cdot \mathcal{O}(g) = \mathcal{O}(fg)$
 $o(f) \cdot \mathcal{O}(g) = o(f) \cdot o(f) = o(fg)$
- $\mathcal{O}(\mathcal{O}(f)) = \mathcal{O}(f)$
 $o(o(f)) = o(\mathcal{O}(f)) = \mathcal{O}(o(f)) = o(f)$

Асимптотика многочлена:

что это блять???????

3. Определение o , ω , \mathcal{O} через пределы.

4. Отношение доминирования между основными функциями.

5. Определение однородных линейных рекуррентных соотношений (ОЛ-РУ). Алгоритм поиска решения. Случай разных корней характеристического уравнения.

6. Определение однородных линейных рекуррентных соотношений (ОЛРУ). Алгоритм поиска решения. Случай кратных корней характеристического уравнения.
7. Числа Фибоначчи. Определение, формула в замкнутом виде.
8. Определение неоднородных линейных рекуррентных соотношений (НЛРУ). Общий алгоритм поиска решения.
10. Поиск частного решения НЛРУ при функции-константе.
12. Поиск частного решения НЛРУ при функции-многочлене.

Игорь (платница межбак)

13. Поиск частного решения НЛРУ при функции-экспоненте.
15. Решение рекуррентных уравнений подстановкой на примере $T(n) = aT(n/m) + bn$, $T(1) = b$. «Угадывание» итогового решения.
17. Рекуррентные соотношения: основная теорема. Формулировка.
18. Оценка сумм через интеграл. Основная идея, оценки сверху и снизу.
19. Асимптотическая оценка $\sum_{i=0}^{n-1} i^k$, $\sum_{i=0}^{n-1} \log i$, $\sum_{i=0}^{n-1} i \log i$.
21. Алгоритм Евклида поиска НОД.
22. Расширенный алгоритм Евклида.
23. Понятие мультипликативного обратного. Поиск с помощью алгоритма Евклида.
24. Число бинарных деревьев с n вершинами в рекурсивной и нерекурсивной форме. Идея решения через производящие функции.
25. Понятие правильной скобочной последовательности (ПСП). Число ПСП длиной $2n$.

Эрнест

26. Понятие пути Дика. Количество путей Дика длиной $2n$.
28. Понятие сложности алгоритма. Лучший, худший, средний случай.
29. Ханойская башня. Алгоритм. Доказательство принадлежности к классу экспоненциальных задач.

30. Ханойская башня. Оценка сложности через решение рекуррентного уравнения.
32. Вычисление веса двоичного вектора. Полный перебор. Оценка сложности.
33. Вычисление веса двоичного вектора. Предвычисление. Оценка сложности.
34. Вычисление веса двоичного вектора со сложностью $\mathcal{O}(W(x))$. Особенности реализации.
36. Задача коммивояжёра. Формулировка, вариации условий, матрица стоимости.
37. Формализация постановки задачи. Описание решения задачи коммивояжёра как перечисления гамильтоновых циклов.
38. Формализация постановки задачи. Описание решения задачи коммивояжёра как поиска гамильтонова цикла.

Амина

39. Особенности асимптотической оценки сложности алгоритма.
40. Особенности точной оценки реализации алгоритма.
41. Определение методов частных целей, подъёма вверх, отрабатывания назад.
42. Применение методов разработки алгоритмов на примере задачи о джипе.
43. Отрабатывание назад. Задача о спичках.
44. Подъём вверх. Задача о миссионерах и каннибалах.
45. Частные цели. Задача о греческом кресте.
46. Подъём вверх. Задача о переливании.
47. Отрабатывание назад. Задача о пиратах.
50. Подъём вверх. Задача о лёгкой фальшивой монете. Обоснование поиска улучшенного решения.

Гордей

- 51. Задача о лёгкой фальшивой монете. Достаточное условие оптимальности решения.
- 52. Рекурсия. Задача о разбиении.
- 54. Рекурсия. Задача Иосифа Флавия. Рекуррентное решение.
- 56. Умножение однократной декомпозицией: идея, время работы.
- 57. Умножение рекурсивной декомпозицией: идея, время работы.
- 58. Связь умножения чисел и многочленов. Умножение за $\mathcal{O}(n^2)$.
- 59. Алгоритм Карацубы: идея, время работы.
- 60. Понятие кодов, сохраняющих разность.
- 61. Композиция. Построение кодов, сохраняющих разность, с квадратичным увеличением слов.
- 62. Композиция. Построение кодов, сохраняющих разность, с экспоненциальным

Остатки

- 63. Эвристика. Метод ближайшего соседа в задаче коммивояжёра.
- 64. Эвристика. Задача о расписании процессоров.