

Биномиальные коэффициенты. 10,11 вопросы

Хамаганов Ильдар

dima

1 Явные и рекуррентные формулы. Свойства.

Биномиальные коэффициенты - это числа, которые возникают при разложении бинома в степень. Биномиальный коэффициент C_n^K обозначает количество возможных комбинаций выбрать k элементов из множества из n элементов.

Явные формулы для биномиальных коэффициентов:

1. Формула Паскаля: $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$, $k > 0, n > 0$
2. Формула бинома Ньютона: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Рекуррентные формулы для биномиальных коэффициентов:

1. $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$
2. $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$, где $0 < k < n$

Свойства биномиальных коэффициентов:

1. Симметрия: $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$
2. Сумма по строке: $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$
3. Сумма по диагонали: $\binom{n}{0} + \binom{n+1}{1} + \dots + \binom{n+k}{k} = \binom{n+k+1}{k}$
4. Сумма квадратов по строке: $\binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \dots + \binom{n}{n}^2 = \binom{2n}{n}$

2 Различные интерпретации биномиальных коэффициентов

1. Комбинаторная интерпретация: Биномиальные коэффициенты представляют количество возможных комбинаций выбрать k элементов (без учета порядка) из множества из n элементов. Например, $\binom{n}{k}$ означает количество способов выбрать k элементов из набора из n элементов.

2. Интерпретация распределения вероятностей: В теории вероятностей, биномиальные коэффициенты возникают при вычислении вероятности появления k успехов в n независимых испытаниях Бернулли с вероятностью успеха p .
3. Геометрическая интерпретация: Биномиальные коэффициенты могут также быть интерпретированы в геометрии, как количество элементов в каждом уровне треугольника Паскаля. Треугольник Паскаля - это треугольник, в котором каждое число внутри треугольника равно сумме двух чисел, находящихся над ним.
4. Алгебраическая интерпретация: В алгебре биномиальные коэффициенты возникают в формуле бинома Ньютона, которая раскрывает степень бинома $(a + b)^n$ в сумму термов, где каждый терм представляет собой произведение степеней a и b , умноженное на биномиальный коэффициент $\binom{n}{k}$.