

|                    |   |
|--------------------|---|
| <b>PERIODO:</b>    | 2025 PAO 1                                      |
| <b>MATERIA:</b>    | ESTADÍSTICA                                     |
| <b>EVALUACIÓN:</b> | PRIMERA   |
| <b>PROFESORES:</b> | Crow P./ García A./García E./ Roa H./Sánchez J. |
| <b>FECHA:</b>      | Jueves, 3 de julio de 2025                      |

**COMPROMISO DE HONOR**

Yo, \_\_\_\_\_ al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora *sencilla, ordinaria* para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

*Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.* "Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar."

**Firma:** \_\_\_\_\_ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** \_\_\_\_\_ **PARALELO:** \_\_\_\_\_

**PREGUNTA 1.**

**(25 pts)** Una importante empresa cementera está llevando a cabo un proceso de reclutamiento para contratar ingenieros. Como parte de la evaluación, se aplica una prueba de conocimientos generales con preguntas de opción múltiple. Cada pregunta tiene cinco alternativas, de las cuales solo una es correcta. A partir de datos de procesos anteriores, se ha estimado que un candidato promedio conoce el 65% del contenido evaluado. Sin embargo, incluso cuando el postulante conoce la respuesta, podría equivocarse al marcarla (por nervios u otros factores). Por lo tanto, si el candidato conoce una pregunta, la probabilidad de responder correctamente es del 85%. Si no conoce el contenido de una pregunta, elige al azar entre las cinco opciones disponibles. Se asume que este comportamiento se mantiene constante e independiente en todas las preguntas de la prueba.

- a) Calcule la probabilidad de que un postulante promedio conteste correctamente una pregunta. **(8 pts)**
- b) Interprete el resultado anterior en términos del diseño de la prueba: ¿considera que ésta refleja fielmente el nivel de conocimiento del candidato promedio? ¿Cree que los errores involuntarios (como los nervios) afectan considerablemente los resultados? Justifique su opinión con base en los valores calculados. **(6 pts)**
- c) Para aprobar la prueba, un candidato debe responder correctamente al menos 5 preguntas. Suponga que un postulante alcanza su quinta respuesta correcta exactamente en la séptima pregunta. ¿Qué modelo aplicaría para calcular esta probabilidad? Justifique su elección y calcule el valor correspondiente. **(6 pts)**
- d) ¿Consideraría el resultado anterior apropiado para este postulante? Analice si su desempeño fue superior, inferior o similar al promedio esperado según el modelo que corresponda, y justifique su respuesta con base en los valores obtenidos. **(5 pts)**

## PREGUNTA 2.

**(25 pts)** Una empresa de entregas rápidas opera en tres sectores de la ciudad: sector Norte, sector Centro y sector Sur. Cada sector maneja una proporción distinta de los envíos diarios y tiene diferentes tasas de entregas retrasadas. En la agencia del sector Norte se genera el 40 % de los envíos, en la del Centro el 35 % y en la del Sur el 25 % y el porcentaje de retrasos en cada una de ellas es del 5%, 10% y 15% respectivamente. Se selecciona un paquete al azar de los registros del día y se sabe que fue entregado con **retraso**.

- ¿Cuál es la probabilidad de que un envío, seleccionado al azar, llegue con retraso? **(8 pts)**
- Si se sabe que el envío seleccionado llegó con retraso, indique la probabilidad de que haya salido de cada una de las agencias. **(10 pts)**
- Si la empresa decide implementar mejoras logísticas, ¿cree usted que debería priorizar reducir los retrasos en la agencia del sector Sur? Justifique su respuesta en función de los resultados obtenidos. **(7 pts)**

## PREGUNTA 3.

**(25 pts)** Las siguientes tablas y gráficos buscan resumir la información de un grupo de obras de la colección del Museo de Arte Moderno (MoMA). El grupo de obras seleccionado corresponde a las obras de diseño, pintura, fotografía y escultura de artistas con poca representación en la colección.

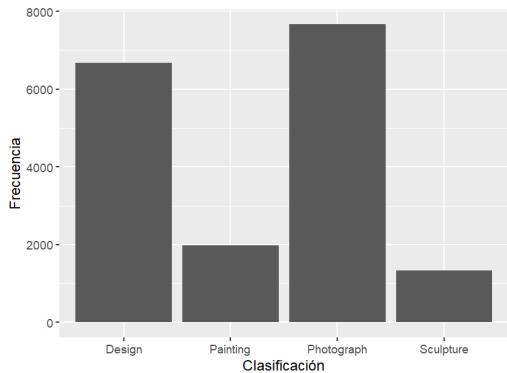


Figura 1: Número de obras según su tipo

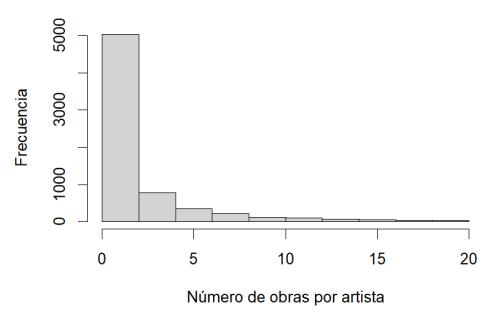


Figura 2: Distribución del número de obras por artista

Cuadro 1: Tabla de frecuencia del número de obras por artista

| # de obras    | [0,2) | [2,4) | [4,6) | [6,8) | [8,10) | [10,12) | [12,14) | [14,16) | [16,18) | [18,20) |
|---------------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| # de artistas | 5041  | 783   | 350   | 217   | 121    | 100     | 66      | 57      | 36      | 38      |

- ¿Cuáles son los dos tipos de obras más comunes en este grupo de la colección? Sustente su respuesta aproximando el número total de obras y los porcentajes de cada tipo? **(5 pts)**
- Calcule e interprete la “Frecuencia acumulada relativa” para el intervalo [4,6) de la tabla 1. **(5 pts)**
- Describa dos características de la distribución del número de obras por artista en este grupo de la colección (Figura 2). **(5 pts)**
- La media aritmética del número de obras por artista es igual a 2.59 y el cuartil 2 es igual a 1.
  - Interprete el valor del cuartil 2 en el contexto del problema. **(5 pts)**
  - ¿Cuál de los dos estadísticos es más representativo de la tendencia del número de obras por artista en este grupo de la colección? Sustente su respuesta. **(5 pts)**

**PREGUNTA 4.**

(25 pts) En una planta industrial, se ha determinado que el tiempo que tarda en fallar una bomba hidráulica sigue una distribución exponencial, con un tiempo promedio de 4 horas antes de que falle. El departamento de mantenimiento ha modelado el costo de operación y falla como una función cuadrática del tiempo que tarda en fallar la bomba:

$$C(T) = 2T^2 + 3T \quad (1)$$

Donde T representa el tiempo que tarda la bomba en fallar (en horas) y C(T) el costo asociado en USD (\$).

- a) Calcule la probabilidad de que el tiempo que tarda la bomba en fallar supere las 4 horas. (7 pts)
- b) Si el gerente de la planta requiere que el costo promedio sea inferior a \$80, ¿podría ud recomendar la adquisición de esta bomba? (6 pts)
- c) Uno de los ingenieros desea determinar cuántas bombas (**n**) similares se deberían observar para que la **media muestral** del tiempo de falla sea inferior a 4.5 horas con probabilidad del 95 %, ¿Cuántas bombas le recomendaría tomar como muestra al ingeniero? (12 pts)

## TABLA DE PROBABILIDADES

Probabilidades acumuladas de la normal estándar  $P(Z \leq z)$ ,  $Z \sim N(0, 1)$ .

| $z$ | 0.00   | 0.01   | 0.02   | 0.03   | 0.04   | 0.05   | 0.06   | 0.07   | 0.08   | 0.09   |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.0 | 0.5000 | 0.5040 | 0.5080 | 0.5120 | 0.5160 | 0.5199 | 0.5239 | 0.5279 | 0.5319 | 0.5359 |
| 0.1 | 0.5398 | 0.5438 | 0.5478 | 0.5517 | 0.5557 | 0.5596 | 0.5636 | 0.5675 | 0.5714 | 0.5753 |
| 0.2 | 0.5793 | 0.5832 | 0.5871 | 0.5910 | 0.5948 | 0.5987 | 0.6026 | 0.6064 | 0.6103 | 0.6141 |
| 0.3 | 0.6179 | 0.6217 | 0.6255 | 0.6293 | 0.6331 | 0.6368 | 0.6406 | 0.6443 | 0.6480 | 0.6517 |
| 0.4 | 0.6554 | 0.6591 | 0.6628 | 0.6664 | 0.6700 | 0.6736 | 0.6772 | 0.6808 | 0.6844 | 0.6879 |
| 0.5 | 0.6915 | 0.6950 | 0.6985 | 0.7019 | 0.7054 | 0.7088 | 0.7123 | 0.7157 | 0.7190 | 0.7224 |
| 0.6 | 0.7257 | 0.7291 | 0.7324 | 0.7357 | 0.7389 | 0.7422 | 0.7454 | 0.7486 | 0.7517 | 0.7549 |
| 0.7 | 0.7580 | 0.7611 | 0.7642 | 0.7673 | 0.7704 | 0.7734 | 0.7764 | 0.7794 | 0.7823 | 0.7852 |
| 0.8 | 0.7881 | 0.7910 | 0.7939 | 0.7967 | 0.7995 | 0.8023 | 0.8051 | 0.8078 | 0.8106 | 0.8133 |
| 0.9 | 0.8159 | 0.8186 | 0.8212 | 0.8238 | 0.8264 | 0.8289 | 0.8315 | 0.8340 | 0.8365 | 0.8389 |
| 1.0 | 0.8413 | 0.8438 | 0.8461 | 0.8485 | 0.8508 | 0.8531 | 0.8554 | 0.8577 | 0.8599 | 0.8621 |
| 1.1 | 0.8643 | 0.8665 | 0.8686 | 0.8708 | 0.8729 | 0.8749 | 0.8770 | 0.8790 | 0.8810 | 0.8830 |
| 1.2 | 0.8849 | 0.8869 | 0.8888 | 0.8907 | 0.8925 | 0.8944 | 0.8962 | 0.8980 | 0.8997 | 0.9015 |
| 1.3 | 0.9032 | 0.9049 | 0.9066 | 0.9082 | 0.9099 | 0.9115 | 0.9131 | 0.9147 | 0.9162 | 0.9177 |
| 1.4 | 0.9192 | 0.9207 | 0.9222 | 0.9236 | 0.9251 | 0.9265 | 0.9279 | 0.9292 | 0.9306 | 0.9319 |
| 1.5 | 0.9332 | 0.9345 | 0.9357 | 0.9370 | 0.9382 | 0.9394 | 0.9406 | 0.9418 | 0.9429 | 0.9441 |
| 1.6 | 0.9452 | 0.9463 | 0.9474 | 0.9484 | 0.9495 | 0.9505 | 0.9515 | 0.9525 | 0.9535 | 0.9545 |
| 1.7 | 0.9554 | 0.9564 | 0.9573 | 0.9582 | 0.9591 | 0.9599 | 0.9608 | 0.9616 | 0.9625 | 0.9633 |
| 1.8 | 0.9641 | 0.9649 | 0.9656 | 0.9664 | 0.9671 | 0.9678 | 0.9686 | 0.9693 | 0.9699 | 0.9706 |
| 1.9 | 0.9713 | 0.9719 | 0.9726 | 0.9732 | 0.9738 | 0.9744 | 0.9750 | 0.9756 | 0.9761 | 0.9767 |
| 2.0 | 0.9772 | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |
| 2.2 | 0.9861 | 0.9864 | 0.9868 | 0.9871 | 0.9875 | 0.9878 | 0.9881 | 0.9884 | 0.9887 | 0.9890 |
| 2.3 | 0.9893 | 0.9896 | 0.9898 | 0.9901 | 0.9904 | 0.9906 | 0.9909 | 0.9911 | 0.9913 | 0.9916 |
| 2.4 | 0.9918 | 0.9920 | 0.9922 | 0.9925 | 0.9927 | 0.9929 | 0.9931 | 0.9932 | 0.9934 | 0.9936 |
| 2.5 | 0.9938 | 0.9940 | 0.9941 | 0.9943 | 0.9945 | 0.9946 | 0.9948 | 0.9949 | 0.9951 | 0.9952 |
| 2.6 | 0.9953 | 0.9955 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9959 | 0.9960 | 0.9961 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9964 |
| 2.7 | 0.9965 | 0.9966 | 0.9967 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9970 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9974 |
| 2.8 | 0.9974 | 0.9975 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9981 |
| 2.9 | 0.9981 | 0.9982 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.0 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9988 | 0.9988 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9990 | 0.9990 |
| 3.1 | 0.9990 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9993 | 0.9993 |
| 3.2 | 0.9993 | 0.9993 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 |
| 3.3 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9997 |
| 3.4 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9998 |
| 3.5 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 |