

Билет №1

1. Сформулировать критерий Дарбу об интегрируемости функции
2. Найти неопределенный интеграл: $\int x\sqrt{1+3x}dx$
3. Найти определенный интеграл: $\int_0^{\ln 2} xe^x dx$
4. Эллипс задан параметрически следующим видом:

$$\begin{cases} x = a \cdot \cos t \\ y = b \cdot \sin t \\ a > b \end{cases}$$

Найти длину эллипса в общем виде.

Билет №2

1. Докажите, что $\int f^{-1}(x)dx = x \cdot f(x) - F(f^{-1}(x)) + C$. где $f^{-1}(x)$ - обратная к $f(x)$ функция
2. Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{dx}{\sqrt{tg(x)}}$
3. Найти определенный интеграл: $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{1 + \varepsilon \cos x}; 0 \leq \varepsilon < 1$
4. $f(x) = xe^x$, $W(x) : f(W(x)) \equiv x$
Найти $\int W(x)dx$

Билет №3

1. Определение интеграла по Риману
2. Найти неопределенный интеграл: $\int \operatorname{arctg}(x)dx$
3. Найти определенный интеграл: $\int_0^e \ln x^2 dx$
4. Найти значения α , при которых интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha}$ имеет конечное значение (сходится).

Подсказка: $\int_a^{+\infty} f(x)dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_a^b f(x)dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} (F(b) - F(a))$

Билет №4

1. Длина дуги в полярных координатах
2. Найти неопределенный интеграл: $\int \left(1 - \frac{2}{x}\right)^2 e^x dx$
3. Найти определенный интеграл: $\int_0^a b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} dx ; \quad a > b$
4. Найти длину дуги: $\varphi \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]; \quad r(\varphi) = \frac{\operatorname{tg}(\varphi)}{\cos \varphi}$