

Билет №1

1. Сформулировать критерий Дарбу об интегрируемости функции

2. Найти неопределенный интеграл: $\int x\sqrt{1+3x}dx$

3. Найти определенный интеграл: $\int_0^{\ln 2} xe^x dx$

4. Эллипс задан параметрически следующим видом:

$$\begin{cases} x = a \cdot \cos t \\ y = b \cdot \sin t \\ a > b \end{cases}$$

Найти длину эллипса в общем виде.

Билет №2

1. Длина гладкой кривой, заданной параметрически.

2. Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{dx}{\sqrt{tg(x)}}$

3. Найти определенный интеграл: $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{1 + \varepsilon \cos x}; 0 \leq \varepsilon < 1$

4. $f(x) = xe^x$, $W(x) : f(W(x)) \equiv x$
Найти $\int W(x)dx$

Билет №3

1. Определение интеграла по Риману

2. Найти неопределенный интеграл: $\int \operatorname{arctg}(x)dx$

3. Найти определенный интеграл: $\int_0^e \ln x^2 dx$

4. Найти значения α , при которых интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha}$ имеет конечное значение (сходится).

Подсказка: $\int_a^{+\infty} f(x)dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_a^b f(x)dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} (F(b) - F(a))$

Билет №4

1. Длина дуги в полярных координатах
2. Найти неопределенный интеграл: $\int \left(1 - \frac{2}{x}\right)^2 e^x dx$
3. Найти определенный интеграл: $\int_0^a b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} dx$; $a > b$
4. Найти длину дуги: $\varphi \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$; $r(\varphi) = \frac{\operatorname{tg}(\varphi)}{\cos \varphi}$

Билет №5

1. Определение первообразной. Определение неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.
2. Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{dx}{2^x + 1}$

Билет №6

1. Теорема о замене переменной в неопределенном интеграле.
2. Найти неопределенный интеграл: $\int e^{\arccos x} dx$

Билет №7

1. Теорема об интегрировании по частям
2. Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{dx}{x^2 - 6x}$

Билет №8

1. Интегрирование тригонометрических функций, подстановки.
2. Найти неопределенный интеграл: $\int 6 \cdot 3^{x^6+2} \cdot x^5 dx$

Билет №9

1. Задача, приводящая к понятию определенного интеграла.
2. Найти неопределенный интеграл: $\int \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) dx$

Билет №10

1. Определение разбиения отрезка. Определение интегральной суммы.
2. Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{x - 3}{\sqrt{x^2 - 6x + 1}} dx$

3. Найти определенный интеграл: $\int_0^{\pi} \sin^2(x) dx$

Билет №11

1. Геометрический смысл определенного интеграла.
2. Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{2x^2 - 1}{x^3 - 5x^2 + 6x} dx$
3. Найти определенный интеграл: $\int_0^{\pi} \tan^4(x) dx$

Билет №12

1. Необходимое условие интегрируемости.
2. Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^8 x} dx$
3. Найти определенный интеграл: $\int_2^3 \frac{dx}{x^2 - 2x - 8}$

Билет №13

1. Верхняя и нижняя суммы Дарбу.
2. Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{(1 + \cos(2x))^3}{\cos(2x)} dx$
3. Найти определенный интеграл: $\int_4^2 \frac{dx}{\sqrt{2 + 3x - 2x^2}}$

Билет №14

1. Интегралы Дарбу.
2. Найти неопределенный интеграл: $\int \sin(10x) \sin(15x) dx$
3. Найти определенный интеграл: $\int_0^2 \frac{2x - 1}{2x + 1} dx$

Билет №15

1. Критерий Дарбу интегрируемости функции.
2. Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^4 x}$

3. Найти определенный интеграл: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{3 + 2 \cos(x)}$

Билет №16

1. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
2. Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{4 \sin(2x + 3)}{\sqrt{4 - 4 \cos^2(2x + 3)}} dx$
3. Найти определенный интеграл: $\int_{-2}^0 \frac{dx}{\sqrt{x + 3} + \sqrt{(x + 3)^3}}$

Билет №17

1. Интеграл от четных функций по симметричному промежутку. Интеграл от нечетных функций по симметричному промежутку. Интеграл от периодических функций на отрезке, кратном периоду.
2. Найти неопределенный интеграл: $\int (x^2 - 2x + 3) \cdot \cos x dx$
3. Найти определенный интеграл: $\int_1^5 \frac{dx}{x + \sqrt{2x - 1}}$

Билет №18

1. Определение гладкой кривой. Длина гладкой кривой.
2. Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{dx}{x \sqrt{1 - 4 \ln x}}$
3. Найти определенный интеграл: $\int_0^1 x \arctan(x) dx$