

## 多特徵線性回歸

很多實際問題中，樣本的特徵很多，因此為了更進一步刻畫 $x$ 和 $y$ 之間的關係而增加特徵來表示，如下：

$$y = f(x) = w_1 * x_1 + w_2 * x_2 + \cdots + w_k * x_k + b = \sum_{i=1}^k w_i * x_i + b$$

$x_i$ 的係數 $w_i$ 越大， $x_i$ 對 $f(x)$ 輸出值影響就越大，因此 $w_i$ 又被稱為權重。而 $b$ 雖然和 $x_i$ 無關，但仍會影響 $f(x)$ 的輸出值，因此常被稱作偏置，並表示為 $w_0$ ，同時， $x_0 = 1$

若將所有特徵以行向量表示，即 $X = (x_0, x_1, \dots, x_k)$ ，並將這些特徵的係數用列向量表示，即 $W = (w_0, w_1, \dots, w_k)^T$ 。則函式如下

$$f(x) = (x_0, x_1, \dots, x_k) \begin{bmatrix} w_0 \\ \vdots \\ w_k \end{bmatrix} = XW$$

模型訓練就是透過已知目標值的一組樣本 $\{x^{(i)}, y^{(i)}\}$ 求解某種意義上的最佳假設函數 $f_w(x)$ ，即確定假設函數的未知參數 $w$ 。

多變數假設函數也可用基於均方差的損失函數對誤差度量。

$$L(w) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m (f_w(x^{(i)}) - y^{(i)})^2$$

## 規範化(標準化)

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

上式中 $\mu$ 為 $x$ 的平均值，而 $\sigma$ 為 $x$ 的標準差。

$$\mu = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (x_i - \mu)^2}$$