

Рассмотрено на заседании цикловой комиссии  
общепрофессиональных и специальных дисциплин

Протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ Председатель \_\_\_\_\_  
Протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ Председатель \_\_\_\_\_  
Протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ Председатель \_\_\_\_\_  
Протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ Председатель \_\_\_\_\_  
Протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ Председатель \_\_\_\_\_

Дисциплина

«Теория вероятностей и математическая статистика»

### Задания для проведения практической работы №5

**НАИМЕНОВАНИЕ РАБОТЫ:** Решение задач на применение формул Бернулли и Лапласа.

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** сформировать умения и навыки по применению формул Бернулли и Лапласа при нахождении вероятностей случайных событий.

**МЕСТО ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:** Аудитория.

**ДИДАКТИЧЕСКОЕ И МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:** Счетная техника.

**ТЕХНИКА БЕЗОПАСНОСТИ И ПОЖАРНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ НА РАБОЧЕМ МЕСТЕ:** Общая.

### ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

#### 1. Внеурочная подготовка

Подготовиться к практическому занятию, повторив следующие теоретические вопросы:

- 1.1. Формула Бернулли.
- 1.2. Локальная теорема Лапласа.
- 1.3. Интегральная теорема Лапласа.

#### 2. Работа в аудитории

##### 2.1. Решение типовых заданий

**Задание №1.** Вероятность того, что расход электроэнергии в продолжение одних суток не превысит установленной нормы, равна  $p = 0,75$ . Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии в течение 4 суток не превысит нормы.

**Решение:**

№	Алгоритм	Действие
1	Определить: – количество $n$ независимых испытаний; – вероятность события в каждом испытании $p$ ; – вероятность ненаступления события в каждом испытании $q$ ; – количество раз наступления события $k$ .	По условию, $n = 6$ ; $p = 0,75$ ; $q = 1 - 0,75 = 0,25$ ; $k = 4$ .
2	Воспользоваться формулой Бернулли $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$	$P_6(4) = C_6^4 p^4 q^2 = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} (0,75)^4 (0,25)^2 = 0,3$ .

**Задание №2.** Найти вероятность того, что событие  $A$  наступит ровно 80 раз в 400 испытаниях, если вероятность появления этого события в каждом испытании равна 0,2.

**Решение:**

№	Алгоритм	Действие
1	Определить: – количество $n$ независимых испытаний; – вероятность события в каждом испытании $p$ ; – вероятность $q$ ; – количество раз наступления события $k$ .	По условию, $n = 400$ ; $p = 0,2$ ; $q = 1 - 0,2$ ; $k = 80$ .
2	Вычислить определяемое данными задачи значение $x$ .	$x = \frac{80 - 400 \cdot 0,2}{8} = 0$ .

3	Найти значения функции в точке $x$ .	$\varphi(0) = 0,3989$ .
4	Воспользоваться формулой Лапласа $P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x)$	$P_{400}(80) = \frac{1}{\sqrt{400 \cdot 0,2 \cdot 0,8}} \cdot 0,3989 = 0,04986$

**Задание №3.** Вероятность того, что деталь не прошла проверку ОТК, равна  $p = 0,1$ . Найти вероятность того, что среди 500 случайно отобранных деталей окажется непроверенных от 20 до 50 деталей.

**Решение:**

№	Алгоритм	Действие
1	Определить: – количество $n$ независимых испытаний; – вероятность события в каждом испытании $p$ ; – вероятность ненаступления события в каждом испытании $q$ ; – количество раз наступления события $k_1$ и $k_2$ .	По условию, $n = 500$ ; $p = 0,1$ ; $q = 1 - p = 0,9$ ; $k_1 = 20$ ; $k_2 = 50$ .
2	Вычислить нижний и верхний пределы интегрирования $x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}; \quad x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}$	$x_1 = \frac{20 - 500 \cdot 0,1}{\sqrt{500 \cdot 0,1 \cdot 0,9}} = -4,47$ ; $x_2 = \frac{50 - 500 \cdot 0,1}{\sqrt{500 \cdot 0,1 \cdot 0,9}} = 0$ .
3	Найти значения функции Лапласа в точках $x_1$ и $x_2$ .	$\Phi(-4,47) = -0,4999$ ; $\Phi(0) = 0$ .
4	Воспользовавшись интегральной теоремой Лапласа найти искомую вероятность $P_n(k_1; k_2) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$	$P_{500}(20; 50) = 0 + 0,4999 = 0,4999$ .

**2.2. Выполните задания, применения формулы Бернулли и Лапласа при нахождении вероятностей случайных событий.**

**Уровни I-III** (при выполнении заданий значение  $N$  соответствует номеру варианта)

**Задание №1.** Батарея произвела 5 выстрелов по военному объекту. Вероятность попадания в объект при одном выстреле равна  $(60+N)/100$ . Найти:

- наивероятнейшее число попаданий;
- вероятность наивероятнейшего числа попаданий;
- вероятность того, что в объект попало ровно 4 выстрела;
- вероятность того, что объект будет разрушен, если для этого достаточно хотя бы двух попаданий.

**Задание №2.** Вероятность поражения мишени стрелком при одном выстреле равна  $(60+N)/100$ . Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень, будет поражена: а) ровно 70 раз; б) не менее 50 и не более 70 раз; в) не более 70 раз; г) не менее 50 раз.

**Задание №3.** Мастерская по гарантийному ремонту телевизоров обслуживает 100 абонентов. Вероятность того, что купленный телевизор потребует гарантийного ремонта, равна  $(10+N)/100$ . Найти, какое возможное число телевизоров с вероятностью 0,0973 потребуют гарантийного обслуживания.

**Уровень IV.** Составьте и решите задачу, в которой необходимо определить вероятность при повторных испытаниях.

**Контрольные вопросы:**

- Какой вид имеет формула Бернулли?
- Каким должны быть события, чтобы можно было применить формулу Бернулли?
- Как вычислить вероятность того, что в независимых испытаниях событие наступит: а) менее  $k$  раз; б) более  $k$  раз; в) от  $k_1$  раз до  $k_2$  раз?

**Литература**

- Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для вузов/В. Е. Гмурман. — 9-е изд., стер. — М.: Высш. шк., 2003. — с.55 – 61.
- Гусак А.А. Теория вероятностей: справ. Пособие к решению задач / А.А. Гусак, Е.А. Бричикова. – 6-е изд. – Минск: ТетраСистемс, 2007. – с.173 – 184.