

Рассмотрено на заседании цикловой комиссии  
общепрофессиональных и специальных дисциплин

Протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ Председатель \_\_\_\_\_  
Протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ Председатель \_\_\_\_\_  
Протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ Председатель \_\_\_\_\_  
Протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ Председатель \_\_\_\_\_  
Протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ Председатель \_\_\_\_\_

Дисциплина  
«Теория вероятностей и математическая статистика»

Задания для проведения практической работы №10

**НАИМЕНОВАНИЕ РАБОТЫ:** Вычисление числовых характеристик двумерных случайных величин.  
**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** сформировать умения и навыки по вычислению числовых характеристик двумерной случайной величины.  
**МЕСТО ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:** Аудитория.  
**ДИДАКТИЧЕСКОЕ И МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:** Счетная техника.  
**ТЕХНИКА БЕЗОПАСНОСТИ И ПОЖАРНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ НА РАБОЧЕМ МЕСТЕ:** Общая.

**ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

**1. Внеурочная подготовка**

Подготовиться к практическому занятию, повторив следующие теоретические вопросы:

- 1.1. Понятие о системе нескольких случайных величин.
- 1.2. Закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины.
- 1.3. Функция распределения двумерной случайной величины.
- 1.4. Плотность непрерывной двумерной случайной величины.

**2. Работа в аудитории**

**2.1. Решение типового задания**

**Задание.** Передается сообщение кораблем “SOS”. Этот сигнал может быть принят одной радиостанцией независимо от другой. Вероятность того, что сигнал принят первой радиостанцией, составляет 0,75; вероятность того, что сигнал принят второй радиостанцией, равна 0,65. Найти закон распределения двумерной случайной величины, характеризующей прием сигнала двумя радиостанциями.

Решение:

Пусть случайные величины  $X$  и  $Y$  – количество сигналов, принятых первой и второй радиостанцией соответственно. Они принимают одно из состояний – «сигнал принят» (1) или «сигнал не принят» (0).

$$\begin{aligned} P(1;1) &= 0,65 \cdot 0,75 = 0,4875; \\ P(1;0) &= 0,65 \cdot (1 - 0,75) = 0,65 \cdot 0,25 = 0,1625; \\ P(0;1) &= (1 - 0,65) \cdot 0,75 = 0,2625; \\ P(0;0) &= (1 - 0,65) \cdot (1 - 0,75) = 0,35 \cdot 0,25 = 0,0875. \end{aligned}$$

$X \backslash Y$	1	0
1	0,4875	0,1625
0	0,2625	0,0875

Проверка:  $0,4875 + 0,1625 + 0,2625 + 0,0875 = 1$ .

**2.2. Выполните задания**

**Уровень I**

**Задание №1.** Установить является ли данное распределение законом распределения вероятностей двумерной случайной величины:

**Вариант №1**

$y \backslash X$	0	1	4	10
1	0,05	0,03	0,02	0,08
2	0,06	0,04	0,01	0,1
3	0,1	0,11	0,07	0,07
4	0,04	0,09	0,05	0,09

**Вариант №2**

$y \backslash X$	1	2	3	5
1	0,02	0,07	0,02	0,07
2	0,02	0,13	0,02	0,06
3	0,06	0,01	0,12	0,1
4	0,06	0,11	0,07	0,06

**Вариант №3**

$y \backslash X$	0,5	1	1,5	3
1	0,08	0,11	0,1	0,01
2	0,02	0,13	0,02	0,06
3	0,01	0,08	0,09	0,06
4	0,06	0,05	0,09	0,03

**Вариант №4**

$y \backslash X$	2	4	5	8
1	0,06	0,08	0,09	0,01
2	0,02	0,01	0,01	0,1
3	0,02	0,06	0,03	0,07
5	0,06	0,09	0,04	0,04

**Вариант №5**

$y \backslash X$	0	1	4	10
1	0,04	0,01	0,04	0,03
2	0,06	0,04	0,01	0,1
3	0,13	0,12	0,05	0,07
4	0,1	0,09	0,04	0,08

**Вариант №6**

$y \backslash X$	1	2	3	5
1	0,04	0,07	0,06	0,05
2	0,02	0,13	0,02	0,06
3	0,08	0,01	0,09	0,09
4	0,06	0,11	0,05	0,06

**Вариант №7**

$y \backslash X$	0,5	1	1,5	3
1	0,12	0,11	0,09	0,01
2	0,02	0,11	0,02	0,06
3	0,02	0,06	0,09	0,06
6	0,06	0,05	0,09	0,03

**Вариант №8**

$y \backslash X$	2	4	5	8
1	0,15	0,06	0,09	0,1
2	0,02	0,01	0,03	0,1
3	0,07	0,06	0,03	0,07
5	0,06	0,09	0,04	0,04

**Вариант №9**

$y \backslash X$	0	1	4	10
1	0,01	0,03	0,02	0,08
2	0,08	0,03	0,01	0,1
3	0,1	0,15	0,07	0,07
4	0,04	0,09	0,05	0,05

**Вариант №10**

$y \backslash X$	1	2	3	5
1	0,04	0,07	0,03	0,07
2	0,02	0,14	0,02	0,04
3	0,11	0,01	0,11	0,1
4	0,06	0,11	0,03	0,04

**Вариант №11**

$y \backslash X$	0,5	1	1,5	3
1	0,03	0,01	0,04	0,03
2	0,06	0,04	0,02	0,1
3	0,11	0,13	0,05	0,07
4	0,1	0,09	0,04	0,08

**Вариант №12**

$y \backslash X$	2	4	5	8
1	0,06	0,08	0,09	0,05
2	0,04	0,08	0,03	0,1
3	0,02	0,06	0,05	0,07
4	0,07	0,09	0,05	0,04

**Вариант №13**

$y \backslash X$	0	1	4	10
1	0,05	0,08	0,02	0,08
2	0,03	0,04	0,04	0,1
3	0,1	0,11	0,07	0,04
4	0,04	0,06	0,05	0,09

**Вариант №14**

$y \backslash X$	1	2	3	5
1	0,14	0,11	0,09	0,01
2	0,02	0,15	0,02	0,04
3	0,02	0,06	0,1	0,06
4	0,04	0,03	0,09	0,03

**Вариант №15**

$y \backslash X$	0,5	1	1,5	3
1	0,07	0,12	0,1	0,01
2	0,03	0,13	0,02	0,06
3	0,04	0,08	0,07	0,06
4	0,06	0,05	0,09	0,03

**Задание №2.** Задано распределение вероятностей дискретной двумерной случайной величины. Найти законы распределения составляющих  $X$  и  $Y$ .

**Вариант №1**

$y \backslash X$	0	1	2	3
10	0,05	0,08	0,16	0,06
11	0,06	0,08	0,09	0,01
12	0,02	0,01	0	0,1
13	0,07	0,13	0,02	0,06

**Вариант №2**

$y \backslash X$	-2	0	3	4
0,1	0,01	0,08	0,09	0,06
0,2	0,06	0,05	0,09	0,03
0,3	0,08	0,11	0,1	0,01
0,4	0,02	0,13	0,02	0,06

**Вариант №3**

$y \backslash X$	2	6	7	9
0	0,02	0,13	0,02	0,06
1	0,06	0,11	0,02	0,1
2	0,06	0,11	0,07	0,06
3	0,02	0,07	0,02	0,07

**Вариант №4**

$y \backslash X$	-2	-1	0	1
-2	0,05	0,03	0,02	0,08
-1	0,06	0,04	0	0,1
0	0,1	0,11	0,07	0,07
1	0,04	0,09	0,05	0,09

**Вариант №5**

$y \backslash X$	1	2	5	8
3	0,02	0,08	0,17	0,06
4	0,03	0,07	0,09	0,09
5	0,02	0,01	0	0,1
6	0,07	0,11	0,02	0,06

**Вариант №6**

$y \backslash X$	-1	0	1	2
0,5	0,01	0,08	0,06	0,07
0,6	0,07	0,07	0,09	0,03
0,7	0,1	0,11	0	0,01
0,8	0,02	0,13	0,02	0,13

**Вариант №7**

$y \backslash X$	2	6	7	9
0	0,08	0,11	0,05	0,06
1	0,06	0,12	0,02	0,05
2	0,03	0,11	0,07	0,06
3	0,02	0,07	0,02	0,07

**Вариант №8**

$y \backslash X$	-2	-1	0	1
-2	0,1	0,03	0,02	0,05
-1	0,02	0,04	0,15	0,1
0	0,1	0,06	0,07	0,07
1	0,02	0,03	0,05	0,09

**Вариант №9**

$y \backslash X$	0	1	2	3
10	0,01	0,09	0,14	0,09
11	0,03	0	0,09	0,09
12	0,04	0,04	0,11	0,08
13	0,07	0,04	0,02	0,06

**Вариант №10**

$y \backslash X$	-2	0	3	4
0,1	0,07	0,08	0,04	0,01
0,2	0,06	0,05	0,09	0,03
0,3	0,04	0,17	0,1	0,05
0,4	0,06	0,13	0,01	0,01

**Вариант №11**

$y \backslash X$	2	6	7	9
0	0,04	0,18	0,02	0,06
1	0,06	0,14	0,02	0,06
2	0,04	0,11	0,05	0,06
3	0,02	0,05	0,02	0,07

**Вариант №12**

$y \backslash X$	-2	-1	0	1
-2	0,03	0,03	0,04	0,08
-1	0,07	0,04	0	0,1
0	0,08	0,15	0,09	0,07
1	0,04	0,09	0,03	0,06

**Вариант №13**

$y \backslash X$	0	1	2	3
1	0,07	0,08	0,16	0,04
2	0,05	0,04	0,09	0,01
3	0,02	0,01	0,08	0,1
6	0,04	0,13	0,02	0,06

**Вариант №14**

$y \backslash X$	-2	0	3	4
0,1	0,03	0,08	0,05	0,06
0,2	0,06	0,06	0,09	0,07
0,3	0,09	0,12	0,04	0,01
0,4	0,02	0,11	0,05	0,06

**Вариант №15**

$y \backslash X$	2	6	7	9
0	0,02	0,17	0,02	0,02
1	0,06	0,01	0,05	0,1
2	0,08	0,11	0,07	0,06
3	0,04	0,07	0,03	0,09

**Уровень I I**

**Задание №3.** Передается сообщение кораблем “SOS”. Этот сигнал может быть принят одной радиостанцией независимо от другой. Вероятность того, что сигнал принят первой радиостанцией, составляет  $p_1$ ; вероятность того, что сигнал принят второй радиостанцией, равна  $p_2$ . Найти закон распределения двумерной случайной величины, характеризующей прием сигнала двумя радиостанциями.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$p_1$	0,85	0,72	0,94	0,75	0,81	0,75	0,95	0,75	0,92	0,78	0,88	0,79	0,91	0,74	0,82
$p_2$	0,97	0,85	0,65	0,65	0,75	0,95	0,65	0,82	0,64	0,64	0,96	0,75	0,85	0,95	0,93

**Задание №4.** Найти вероятность попадания случайной точки  $(X, Y)$  в прямоугольник, ограниченный прямыми  $x = x_1, x = x_2, y = y_1, y = y_2$ , если известна функция распределения

$$F(x, y) = \begin{cases} 1 - 2^{-x} - 2^{-y} + 2^{-x-y} & \text{при } x \geq 0 \text{ и } y \geq 0, \\ 0 & \text{при } x < 0 \text{ и } y < 0. \end{cases}$$

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$x_1$	1	2	2	3	1	2	1	3	4	1	2	4	2	3	1
$x_2$	2	4	4	5	3	5	2	4	5	5	3	6	4	4	3
$y_1$	3	2	1	1	3	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2
$y_2$	5	3	3	4	5	4	4	4	3	3	3	3	2	3	4

**Уровень III (при выполнении задания значение N соответствует номеру варианта)**

**Задание №5.** Задана функция распределения двумерной случайной величины. Найти двумерную плотность вероятности системы.

Четные варианты	$F(x, y) = \begin{cases} 1 - N^{-x} - N^{-y} + N^{-x-y}, & \text{при } x \geq 0 \text{ и } y \geq 0, \\ 0, & \text{при } x < 0 \text{ и } y < 0. \end{cases}$
Нечетные варианты	$F(x, y) = \begin{cases} (1 - e^{-Nx})(1 - e^{-Ny}), & \text{при } x \geq 0 \text{ и } y \geq 0, \\ 0, & \text{при } x < 0 \text{ и } y < 0. \end{cases}$

**Методические указания:**

**Плотностью совместного распределения вероятностей (двумерной плотностью вероятности)** непрерывной двумерной случайной величины называют вторую смешанную производную от функции распределения:

$$p(x, y) = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}.$$

**Уровень IV (при выполнении задания значение N соответствует номеру варианта)**

**Задание №6.** Задана двумерная плотность вероятности системы случайных величин (X, Y). Найти функцию распределения системы.

$$p(x, y) = \frac{N}{\pi^2 (N^2 + x^2)((N-10)^2 + y^2)}.$$

**Методические указания:**

Функцию распределения необходимо рассчитать по формуле:

$$F(x, y) = \int_{-\infty}^y \int_{-\infty}^x p(x, y) dx dy.$$

**Контрольные вопросы:**

1. Что такое двумерная случайная величина?
2. В каком виде можно записать закон распределения дискретной двумерной случайной величины?
3. Как определяется плотность распределения двумерной случайной величины?
4. Как можно вычислить вероятность попадания значений двумерной случайной величины в заданный прямоугольник?

**Литература**

Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для вузов/В. Е. Гмурман. — 9-е изд., стер. — М.: Высш. шк., 2003. — с.155 – 161.

Преподаватель

**В.П. Кошелева**