

Рассмотрено на заседании цикловой комиссии
общепрофессиональных и специальных дисциплин

Протокол № _____ от _____ Председатель _____

Протокол № _____ от _____ Председатель _____

Протокол № _____ от _____ Председатель _____

Протокол № _____ от _____ Председатель _____

Протокол № _____ от _____ Председатель _____

Дисциплина

«Теория вероятностей и математическая статистика»

Задания для проведения практической работы №1

НАИМЕНОВАНИЕ РАБОТЫ: Вычисление вероятностей событий с помощью формул комбинаторики.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

- изучение основных понятий комбинаторики и понятия классической вероятности;
- изучение основных методов вычисления вероятностей событий;
- применение элементов комбинаторики при вычислении вероятностей событий.

МЕСТО ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ: Аудитория.

ДИДАКТИЧЕСКОЕ И МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ: Счетная техника.

ТЕХНИКА БЕЗОПАСНОСТИ И ПОЖАРНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ НА РАБОЧЕМ МЕСТЕ: Общая.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Внеурочная подготовка

Подготовиться к практическому занятию, изучив следующие теоретические вопросы:

1. Правила комбинаторики.
2. Понятие факториала.
3. Перестановки.
4. Размещения.
5. Сочетания.
6. Классическое определение вероятности.

2. Работа в аудитории

2.1. Решение типовых заданий

Задание №1. Сколько различных перестановок можно составить из букв слов: число, способ, статистика?

Решение:

- 1) В слове «число» все буквы различны, всего их 5. Значит, $P_5 = n! = 120$.
- 2) В слове «способ», состоящем из шести букв, буквы «с» и «о» повторяются дважды.

Для подсчета различных перестановок применим формулу $P_n(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$:

$$P_6(2, 2) = \frac{6!}{2! \cdot 2!} = 180.$$

3) В слове «статистика» из десяти букв повторяются буквы «с» 2 раза, «т» – 3, «и» – 2, «а» – 2 раза, следовательно

$$P_{10}(2,2,2,3) = \frac{10!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 75600.$$

Ответ: 120; 180; 75600.

Задание №2. Подбрасываются две игральные кости. Определить вероятность того, что сумма выпавших очков равна шести.

Решение

В данной ситуации множество элементарных исходов удобно представить таблицей.

Строки соответствуют количеству очков на первом кубике, столбцы – на втором кубике.

Всего элементарных событий по правилу умножения равно $n = 36$.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Напишем в каждой клетке сумму выпавших очков и закрасим клетки, где сумма равна 6.

Таких ячеек 5. Значит, событию А – «сумма выпавших очков равна 6» благоприятствует 5 элементарных исходов.

Следовательно, $m = 5$.

Поэтому, $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{5}{36} = 0,14$.

Ответ: 0,14.

Задание №3. Из десяти билетов выигрышными являются два. Чему равна вероятность того, что среди взятых наудачу пяти билетов один выигрышный?

Решение:

Событие А – «среди взятых наудачу пяти билетов один является выигрышным».

Один выигрышный билет из 2 можно выбрать C_2^1 способами, оставшиеся 4 невыигрышных из 8 – C_8^4 способами.

По правилу умножения число благоприятных исходов событию А равно $m = C_2^1 \cdot C_8^4$.

Число всех возможных исходов равно $n = C_{10}^5$.

Значит, $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_2^1 \cdot C_8^4}{C_{10}^5} = 0,5556$.

Ответ: 0,5556.

2.2. Выполните задания, используя формулы комбинаторики и классическую вероятность

Уровень 1

Задание №1. Вычислить: P_n , A_n^m , C_n^m (значения n и m взять из таблицы согласно своему варианту).

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
n	8	5	6	5	6	7	6	7	5	7	8	7	6	8	7
m	5	3	4	4	3	4	2	5	2	6	4	3	5	6	2

Задание №2.

№ варианта	Задание
1	В магазин поступило 30 холодильников, пять из которых имеют заводской дефект. Случайным образом выбирают один холодильник. Какова вероятность того, что он будет без дефекта?
2	Из слова ФАКТОРИАЛ выбирается одна буква. Какова вероятность, что это буква А?
3	В урне 10 пронумерованных бочонков с номерами от 1 до 10. Вынули один шар. Какова вероятность того, что номер вынутого бочонка не превосходит 4?
4	В магазин поступило 40 новых цветных телевизоров, среди которых 7 имеют скрытые дефекты. Наудачу отбирается один телевизор для проверки. Какова вероятность, что он не имеет скрытых дефектов?
5	Загадано трехзначное число. Какова вероятность того, что загаданное число будет содержать одинаковые цифры?
6	В коробке 2 красных, 3 черных и 5 белых шаров. Найти вероятности того, что наугад взятый шар будет красным.
7	На станке произведено 10000 деталей, из которых 500 деталей оказались бракованными. Какова вероятность изготовления стандартной детали?
8	Какова вероятность того, что случайно вырванный листок из календаря текущего года соответствует первому числу месяца?
9	Из колоды в 36 карты извлекают одну карту. Какова вероятность того, что это дама?
10	Экзменационные билеты пронумерованы от 1 до 25. Какова вероятность того, что номер выбранного билета четный?
11	Из букв слова ВЕРОЯТНОСТЬ выбирается одна буква. Какова вероятность того, что выбрана гласная буква?
12	Из колоды в 36 карты извлекают одну карту. Какова вероятность того, что вынута пика?
13	Загадано однозначное число. Какова вероятность того, что оно нечетное?
14	Конференция длится три дня. В первый и второй день выступают по 15 докладчиков, в третий день – 20. Какова вероятность того, что доклад профессора М. выпадет на третий день, если порядок докладов определяется жеребьевкой?
15	В аквариуме плавают рыбки: 10 меченосцев и 6 вуалехвостов. Наугад ловится одна рыбка. Какова вероятность того, что это будет меченосец?

Уровень II

Задание №3.

№ варианта	Задание
1	Подбрасываются две игральные кости. Определить вероятность того, что сумма выпавших очков равна восьми.
2	Подбрасываются две игральные кости. Определить вероятность того, что сумма выпавших очков больше шести.
3	Подбрасываются две игральные кости. Определить вероятность того, что сумма выпавших очков делится без остатка на шесть.
4	Подбрасываются две игральные кости. Определить вероятность того, что выпадут разные, но четные числа.
5	Подбрасываются две игральные кости. Определить вероятность того, что сумма выпавших очков равна девяти.
6	Подбрасываются две игральные кости. Определить вероятность того, что сумма выпавших очков меньше девяти.
7	Подбрасываются две игральные кости. Определить вероятность того, что произведение выпавших очков больше 12.
8	Подбрасываются две игральные кости. Определить вероятность того, что на верхних гранях одно число будет на единицу больше другого.
9	Подбрасываются две игральные кости. Определить вероятность того, что произведение

	выпавших очков – четное число.
10	Подбрасываются две игральные кости. Определить вероятность того, что сумма выпавших очков равна семи.
11	Подбрасываются две игральные кости. Определить вероятность того, что выпадут разные, но нечетные числа.
12	Подбрасываются две игральные кости. Определить вероятность того, что на обеих верхних гранях выпадет одинаковое число очков.
13	Подбрасываются две игральные кости. Определить вероятность того, что сумма выпавших очков больше восьми.
14	Подбрасываются две игральные кости. Определить вероятность того, что появится одно четное число очков, а второе – нечетное.
15	Подбрасываются две игральные кости. Определить вероятность того, что произведение выпавших очков меньше 12.

Задание №4.

На склад поступило N изделий, среди которых M бракованных. Определить вероятность того, что среди n наугад взятых со склада изделий окажется m бракованных. (значения N , M , n и m взять из таблицы согласно своему варианту).

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
N	40	50	30	50	40	30	30	50	40	60	40	50	40	50	30
M	5	5	4	5	5	5	3	5	5	6	5	5	5	4	6
n	8	10	6	10	8	7	6	7	5	7	8	7	6	8	7
m	2	3	2	2	3	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2

Уровень III

Задание №5.

№ варианта	Задание
1	На одинаковых карточках написаны буквы И, К, М, Н, С. Карточки перемешивают и наугад раскладываются в ряд. Какова вероятность того, что получится слово МИНСК?
2	Цифры 0,1,2,3 написаны на четырех карточках. Карточки расположили в случайном порядке. Какова вероятность того, что из них сложено 4-х-значное число?
3	Четверо солдат разного роста по команде «Встать в строй» встают в строй случайным порядком. Какова вероятность того, что они встанут по росту (по уменьшению или по увеличению)?
4	На одинаковых карточках написаны буквы К, А, Г, Э, Б. Карточки перемешивают и наугад раскладываются в ряд. Какова вероятность того, что получится слово БГАЭК?
5	На каждой из 4 карточек написаны по одной различные буквы: Б, Е, Н, О. Из этих букв ребенок, не умеющий читать, складывает четырехзначные буквосочетания. Какова вероятность, того, что у него получится слово НЕБО?
6	На одинаковых карточках написаны цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6. Карточки перемешивают и наугад раскладываются в ряд. Какова вероятность того, что получится следующая последовательность 6, 5, 4, 3, 2, 1?
7	Четыре тома собрания Я.Купалы расположены на полке в случайном порядке. Какова вероятность того, что тома стоят по порядку?
8	Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово КНИГА. Ребенок, не умеющий читать, рассыпал эти буквы, а затем собрал в произвольном порядке. Какова вероятность того, что у него получилось слово КНИГА?
9	Буквы Т, Е, И, Я, Р, О написаны на отдельных карточках. Ребенок берет карточки в случайном порядке и прикладывает одну к другой. Какова вероятность получить слово ТЕОРИЯ?
10	На одинаковых карточках написаны буквы О, С, Е, Ц, Н, Л. Карточки перемешивают и наугад раскладываются в ряд. Какова вероятность того, что получится слово СОЛНЦЕ?

11	Найдите вероятность выигрыша в лотерее 6 из 36?
12	Восемь одинаково сильных пловцов стартовали в финале по плаванию на 100 м вольным стилем. Работает лотерея: надо угадать фамилии трех призеров (порядок не имеет значения). Какова вероятность угадать?
13	Из коробки, содержащей четыре пронумерованных жетона, вынимают и укладывают один за другим все находящиеся в ней жетоны. Какова вероятность того, что номера вынутых жетонов будут идти по порядку?
14	На одинаковых карточках написаны цифры 1, 2, 3, 4, 5. Карточки перемешивают и наугад раскладываются в ряд. Какова вероятность того, что получится следующая последовательность 1. 2, 3, 4, 5?
15	Шесть человек сдали в гардероб свои пальто. Гардеробщица выдала всем номерки наугад. Какова вероятность того, что она выдаст каждому его собственное пальто?

Задание №6.

№ варианта	Задание
1	Учащийся знает ответ на 30 вопросов из 50. Какова вероятность ответить на билет, состоящий из 3 вопросов?
2	В партии из 40 изделий 10 бракованных. Случайным образом отобрано 5 изделий. Какова вероятность того, что они все без брака?
3	На полке 24 книги, из которых 16 по теории вероятностей. Наугад берутся 3 книги. Какова вероятность того, что они все по теории вероятностей?
4	В урне 11 белых и 14 красных. Наугад выбирают 5 шаров. Какова вероятность того, что они все белые?
5	В группе из 15 человек 6 человек занимаются спортом. Какова вероятность того, что из случайно отобранных 7 человек 5 занимаются спортом?
6	Из десяти билетов выигрышными являются два. Чему равна вероятность того, что среди взятых наудачу пяти билетов один выигрышный?
7	В группе из 25 человек 20 человек знают, как найти число перестановок из n различных элементов. К доске вызывается 5 человек. Какова вероятность того, что только один учащийся не сможет решить задачу, в которой нужно найти число перестановок из n элементов?
8	Среди 25 учащихся группы, в которой 10 девушек, разыгрывается 5 билетов. Найти вероятность того, что среди обладателей билетов окажутся 2 девушки.
9	В спортивном зале находятся 20 гирь, среди которых 12 гирь по 16 кг и 8 – по 32 кг. На занятие по физкультуре случайным образом взяты 8 гирь. Какова вероятность того, что 5 из них будут по 16 кг?
10	На прием к врачу пришли 15 больных. Шестерым из них врач поставил диагноз грипп, остальным – ОРВИ. Какова вероятность того, что в группе из 7 случайных больных был поставлен диагноз грипп?
11	К концу дня в магазине осталось 60 арбузов, из которых 50 спелых. Покупатель выбирает 5 арбузов. Какова вероятность того, что 2 из них будут спелыми?
12	В организации работают 12 мужчин и 8 женщин. Для них выделены 3 премии. Какова вероятность того, что премию получают двое мужчин и одна женщина?
13	Собрание, на котором присутствуют 25 человек, в том числе 7 женщин, выбирают делегацию из 5 человек. Какова вероятность того, что в делегацию войдут 3 женщины?
14	В магазине имеется в продаже 20 пар обуви, из которых 7 пар 43 размера. Какова вероятность того, что из восьми покупателей трое выберут обувь 43 размера?
15	В партии из 10 деталей 7 стандартных. Найти вероятность того, что среди 6 взятых наудачу деталей 4 стандартные.

Уровень IV. Составьте и решите задачу, в которой необходимо определить вероятность, используя формулы комбинаторики.

Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте правило сложения.
2. Сформулируйте правило умножения.
3. В чем отличие выбора элементов с возвращениями и без возвращений?
4. По какой формуле вычисляют число перестановок из n различных элементов?
5. По какой формуле вычисляют число перестановок из n различных элементов с повторениями?
6. По какой формуле вычисляют число размещений из n различных элементов по m элементов?
7. По какой формуле вычисляют число сочетаний из элементов n различных элементов по m элементов?
8. Дайте классическое определение вероятности.

Литература

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для вузов/В. Е. Гмурман. — 9-е изд., стер. — М.: Высш. шк., 2003. — с.22 – 23.
2. Гусак А.А. Теория вероятностей: справ. Пособие к решению задач / А.А. Гусак, Е.А. Бричикова. — 6-е изд. — Минск: ТетраСистемс, 2007. — с.13 – 21.

Преподаватель

В.П. Кошелева