

Информатика. Вычислительная геометрия

И.С. Мокроусов

2022 г.

Определение (Длина вектора)

Длина вектора - это длина отрезка, который образует вектор.

Утверждение

Для определения длины вектора в декартовом пространстве можно использовать формулу

$$\vec{p} = (m, n) \Rightarrow |\vec{p}| = \sqrt{m^2 + n^2}$$

$$A = (x_1, y_1), B = (x_2, y_2) \Rightarrow |\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Определение (Угол между векторами)

Угол между векторами \vec{p} , \vec{q} - это угол, полученный при отложении данных векторов из одной точки. Обозначается $\angle(\vec{p}, \vec{q})$.

Определение (Скалярное произведение векторов)

Скалярное произведение векторов равняется произведению длин этих векторов, умноженному на косинус угла между ними. Обозначается как $(\vec{p}, \vec{q}) = |\vec{p}| |\vec{q}| \cos \angle(\vec{p}, \vec{q})$.

Утверждение

Для определения скалярного произведения векторов в декартовом пространстве можно использовать формулу

$$\vec{p} = (m_1, n_1), \vec{q} = (m_2, n_2) \Rightarrow (\vec{p}, \vec{q}) = m_1 m_2 + n_1 n_2$$

Утверждение

Для определения угла между векторами можно использовать формулу

$$\vec{p} = (m_1, n_1), \vec{q} = (m_2, n_2) \Rightarrow \angle(\vec{p}, \vec{q}) = \arccos \frac{(\vec{p}, \vec{q})}{|\vec{p}| |\vec{q}|}$$

Определение (Псевдовекторное произведение)

Псевдовекторное произведение векторов равняется произведению длин этих векторов, умноженному на синус угла между ними. Знак этого произведения согласуется с правилом поворота от первого вектора ко второму. Если этот поворот против часовой стрелки, знак псевдовекторного произведения положительный, иначе отрицательный. Обозначается как $[\vec{p}, \vec{q}]$.

Утверждение

Для определения псевдовекторного произведения векторов в декартовом пространстве можно использовать формулу

$$\vec{p} = (m_1, n_1), \quad \vec{q} = (m_2, n_2) \Rightarrow [\vec{p}, \vec{q}] = m_1 n_2 - m_2 n_1$$

Утверждение

Модуль псевдовекторного произведения векторов - это площадь параллелограмма, у которого стороны образованы данными векторами.

Утверждение

Модуль псевдовекторного произведения векторов пополам - это площадь треугольника, у которого стороны образованы данными векторами.

Утверждение

Прямая заданная уравнением $Ax + By + C = 0$ разделяет декартову плоскость на две полуплоскости π^+, π^- .

Если точка $M = (x_1, y_1)$ лежит в $\pi^+ \Rightarrow Ax_1 + By_1 + C > 0$

Если точка $M = (x_1, y_1)$ лежит в $\pi^- \Rightarrow Ax_1 + By_1 + C < 0$

Утверждение

Расстояние от прямой $l : Ax + By + C = 0$ до точки $M = (x_1, y_1)$ обозначается $\rho(l, M)$ и равно

$$\rho(l, M) = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$