Min_25筛

定义

$$\text{比杜教筛更牛逼的特殊的求积性函数的前缀和} \sum_{i=1}^{n} f(i), \text{其中} f(p^c) \text{要能快速求值} \tag{1}$$

思路

$$\begin{gathered}\text{类似于杜教筛的思路, 只是进一步的，在递推时分成合数部分} F \text{和质数部分} G\text{。} \\ \text{根据定义质数部分我们能快速处理出来, 然后弄出} F(\frac{n}{d}) \text{和} G \rightarrow F(n)\end{gathered} \tag{2}$$

结论

$$\text{记} mfp(n) = min\{p : p|n\} * [n > 1] + [n = 1]; F(k, n) = \sum_{i=2}^{n} f(i) * [p_k \leq mfp(i)]; G(k, n) = \sum_{1}^{n} f(i) * [p_k < mfp(i) \cup i \in P]$$

$$\text{答案} = F(1, n) + f(1)$$

$$\text{递推式：}$$

$$\begin{aligned} && (3) \\ F(k, n) &= \sum_{i=2}^{n} (f(i) * [p_k \leq mfp(i)]) & (4) \\ &= \Big[G(1, n) - G(1, p_{k-1})\Big] + \left[\sum_{k \leq i, p_i^2 \leq n} \sum_{c \geq 1, p_i^{i+1} \leq n} [f(p_i^c) * F(i+1, \frac{n}{p_i^c}) + f(p_i^{i+1})]\right] & (5) \\ G(k, n) &= G(k-1, n) - [p_k^2 \leq n] * g(p_k) * [G(k-1, \frac{n}{p_k}) - G(k-1, p_{k-1})] \end{aligned}$$

实现

$$\text{线性筛预处理筛出} \sqrt{n} \text{内的} p, f \text{值, 此时还能根据筛出的} f \text{把对应} g \text{也晒出来, 合并并记忆化} g \text{后得到} G \text{，根据} F \text{递推式递归求} F(1, n) \tag{6}$$