

莫比乌斯反演

定义

通过求和关系 $F(n) = \sum_{d|n} f(d)$, (容斥定理)求函数值 (1)

$$F(n) = \sum_{d|n} f(d) = \sum_{d|n} f\left(\frac{n}{d}\right) \Rightarrow f(n) = \sum_{d|n} \mu(d) * F\left(\frac{n}{d}\right) = \sum_{d|n} \mu\left(\frac{n}{d}\right) * F(d)$$

证明

已知 $F = f * 1$, 求证 $f = F * \mu$ 。 (2)

$$F * \mu = F * 1 * \mu = F * (1 * \mu) = F * \mu = f$$