MaxMinQuery 题解

$$F(r)=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=i}^{r}f(i,j)$$

$$F(r+1)=F(r)+\sum_{i=1}^{r+1}f(i,r+1)$$

$$T(r)=\sum_{i=1}^{r}f(i,r),\text{则：}F(r+1)=F(r)+T(r+1)$$

$$T(r+1)=\sum_{i=1}^{r}f(i,r)*g(r,r+1)+f(r+1,r+1),\text{即：}f(i,r+1)=f(i,r)*g(r,r+1)$$

$$\text{调整函数}g(r,r+1)=\begin{cases}1,a_{r+1}\text{对}f(i,r)\text{没贡献}\\ \frac{a_{r+1}}{a_{pre}},a_{r+1}\text{是新的极值}\end{cases}$$

由于极值的贡献范围是一段一段的，所以可以知道：a_{r+1}的影响至多只有$(p,r+1),p$为$r\rightarrow 1$中第一个$a_p <> a_{r+1}$

$$\text{故}:T(r+1)=(\sum_{i=1}^{p}f(i,r))*1+(\sum_{i=p+1}^{r}f(i,r))*\frac{a_{r+1}}{a_{pre}}+f(r+1,r+1)$$

$$T(r+1)=1*\sum_{1}^{p}f_j*len_j+\sum_{p+1}^{r+1}f_j\frac{a_{r+1}}{a_j}*len_j+f(r+1,r+1)$$

我们事实上只关心贡献更改的那一部分(事实上我们更新的时候也只更新这一部分)

$$\text{所以我们忽略掉不变的那一部分，则：}T(r+1)=\sum_{p+1}^{r+1}f_j\frac{a_{r+1}}{a_j}*len_j$$

这里下标j表示考虑成一段一段后的第j段

这样子还是不好维护，因为每段的len_j都不一样，考虑如何处理len_j

依旧是前缀和思想$len_j=id(r_j)-id(l_j)$,不难知道$id(r_j)=r+1$,这里指的是有贡献的那部分的

那么$T(r+1)$就分为两段，即：

$$T(r+1)=-\Big[\sum_{p+1}^{r+1}f_j\frac{a_{r+1}}{a_j}*id(l_j)\Big]+\Big[\sum_{p+1}^{r+1}f_j\frac{a_{r+1}}{a_j}*(r+1)\Big]$$

$$L(r+1)=-\Big[\sum_{p+1}^{r+1}f_j\frac{a_{r+1}}{a_j}*id(l_j)\Big]$$

$$(r+1)R(r+1)=(r+1)\Big[\sum_{p+1}^{r+1}f_j\frac{a_{r+1}}{a_j}\Big]\Rightarrow R(r+1)=\Big[\sum_{p+1}^{r+1}f_j\frac{a_{r+1}}{a_j}\Big]$$

$$T(r+1)=L(r+1)+R(r+1)*(r+1)$$

$$F(r+1)=F(r-1)+L(r+1)+R(r+1)*(r+1)$$

用线段树维护F,L,R，即：$F(x)=F(x-1)+f(x,x)+L(x)+R(x)*x$

事实上我们可以将F并入L中一起维护，那么答案就是$ans=L+R*len$