

# $a^x \equiv b \pmod p$ model bsgs

$a^x \equiv b \pmod p$ . 这样的  $x$  称为离散对数, 可以写为  $\log_a(b) \pmod p$

设  $x = k * n + i$  ( $n$  为某常正整数), 则原方程  $\rightarrow (a^n)^k \equiv b * (a^{-1})^i$

将  $(b * a^{-1})^i, i, i = 0, 1, \dots, n - 1$  存入表 (`table`, `c++` 中可以用 `unordered_map`) 中,

然后枚举  $k$ , 在表中查找  $(a^n)^k$  即可, 复杂度  $O(n + p/n)$ , 取  $n = \sqrt{p}$ , 则  $O(\sqrt{p})$ .

```
1  #define ll long long
2  ll bsgs(ll a, ll b, ll p){
3      static unordered_map<ll, ll> tab;
4      tab.clear();
5      ll u = (ll)sqrt(p) + 1;
6      ll now = 1, step;
7      for(int i = 0; i < u - 1; i++){
8          ll tmp = b * inv(now, p) % p;
9          if(!tab.count(tmp))
10             tab[tmp] = i;
11         (now *= a) % p;
12     }
13     step = now;
14     now = 1;
15     for(ll i = 0; i < p; i += u){
16         if(tab.count(now))
17             return i + tab[now];
18         (now *= step) % p;
19     }
20     return -1;
21 }
22
```