莫比乌斯函数

定义

一个关于非平方数的质因子数目的函数(本质容斥定理)

$$\mu(n) = egin{cases} 1, n = 1 \ (-1)^k, n = \prod_{i=1}^k p_i \ 0, n = \prod p_i^{lpha_i}, \exists lpha_i > 1 \end{pmatrix} = \prod_{i=1}^k \left[p_i
mid \mid n
ight] st (-1)^{[p_i \mid n]}$$

性质

$$1: \mu(n)$$
是个积性函数

$$2:[n=1]=\sum_{d|n}\mu(d)$$

$$3:\sum_{d|n}\mu(d)=\begin{cases}1,n=1\\0,n\neq1\end{cases}$$

$$4:\sum_{d\mid n}rac{\mu(d)}{d}=rac{arphi(n)}{n}$$