

cocktail with hearthstone - 杨辉三角

题意

有 2^{n+m} 个人参加比赛, 每个人都有输赢状态 (a, b) , 即: 当前赢了 a 场, 输了 b 场, 初始状态都为 $(0, 0)$.

每场比赛由两个具有相同 (a, b) 状态的人组成, 每场比赛没有平局, 即: 有一个变成 $(a+1, b)$, 另一个变成 $(a, b+1)$.

每个人退出参赛的条件是其 $a = n$ 或 $b = m$.

q 次询问, 每次询问以 (a, b) 退出参赛的人有多少个, 其中 $a = n$ 或 $b = m$.

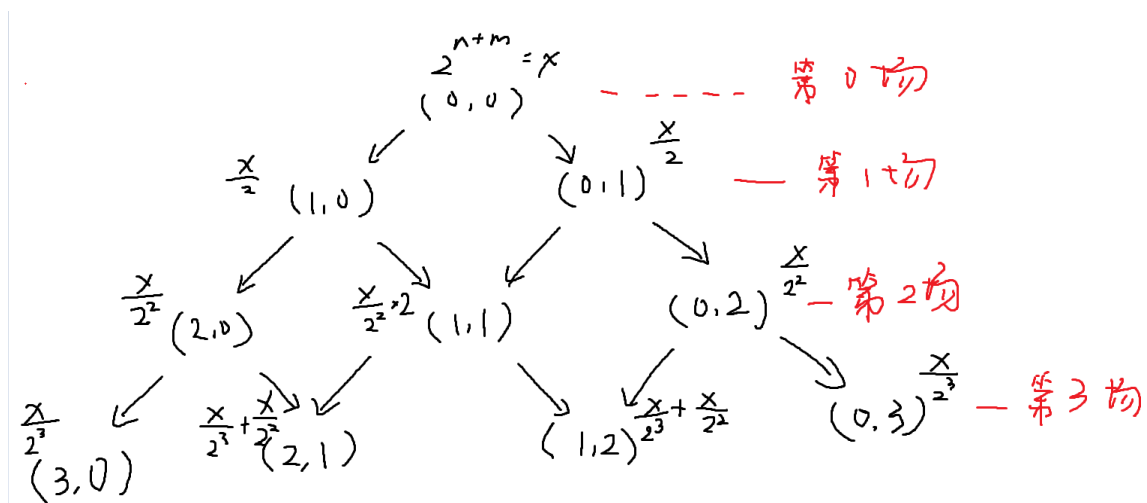
$n, m, q \in [1, 2 * 10^5]$, 确保每个未退赛的人都有比赛参加

分析

不难知道对于 $f(a, b) = f(a-1, b)/2 + f(a, b-1)/2$

但是因为 2^{n+m} 太大了, 所以 dp 不了, 尝试下找规律.

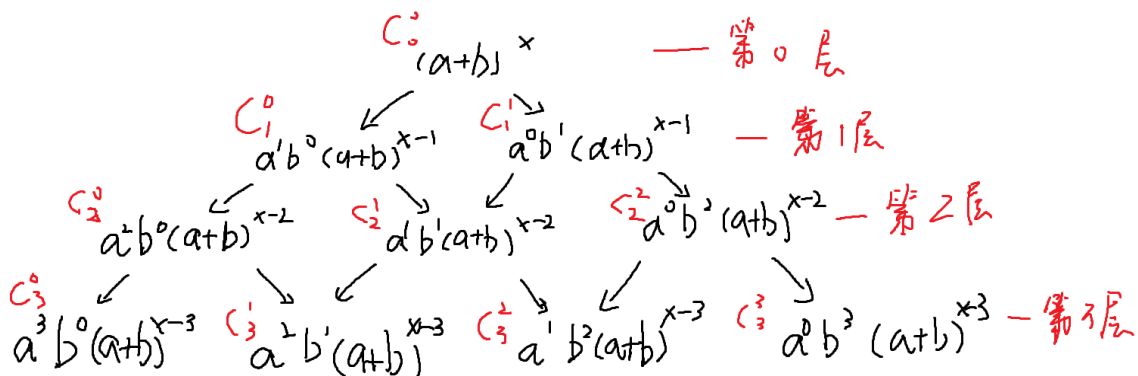
先画图模拟一下:



显然每次询问就是询问这个图上的某个节点.

不难联想到这图和杨辉三角很像, 尝试把杨辉三角运用进来, 因为杨辉三角我们显然能直接求出每个节点的值

考虑下杨辉三角的定义:



不难发现, a, b 的幂次就是对应的状态 (x, y) , 即: 选择 x 场赢, 选择 y 场输, $a^x * b^y \Leftrightarrow (x, y)$

则: 每个节点的含义不难理解为, 比赛了 $x+y$ 场, 输 x 场的贡献有 C_{x+y}^x , 那么如果有 λ 个人参加, 则该节点的答案就是 $= \lambda * C_{x+y}^x$

或者说不考虑参与人数的情况下, 那么题目的图等价于杨辉三角的图

因此我们可以直接求出题目的图上的每个节点, 具体而言, 对于 $f(a+b) = C_{a+b}^a * 2^{n+m-(a+b)}$

注意到询问是 (n, b) 或者 (a, m) , 因为状态转移的时候 $f(n, b) \leftarrow f(n-1, b) + f(n, b-1)$, 根据题目条件发现, $f(n, b-1)$ 已经结束了, 所以对 $f(n, b)$ 没有

所以求 $f(n, b) = f(n-1, b)/2, f(a, m) = f(a, m-1)/2$

