Min_25筛

定义

比杜教筛更牛逼的特殊的求积性函数的前缀和$\sum_{i=1}^{n} f(i)$, 其中$f(p^c)$要能快速求值

思路

类似于杜教筛的思路, 只是进一步的，在递推时分成合数部分F和质数部分G。

根据定义质数部分我们能快速处理出来, 然后弄出$F(\frac{n}{d})$和$G \to F(n)$

结论

记$mfp(n) = min\{p : p|n\} * [n > 1] + [n = 1]; F(k, n) = \sum_{i=2}^{n} f(i) * [p_k \leq mfp(i)]; G(k, n) = \sum_{1}^{n} f(i) * [p_k < mfp(i) \cup i \in P]$

答案 $= F(1, n) + f(1)$

递推式：

$$
\begin{aligned}
F(k, n) &= \sum_{i=2}^{n} (f(i) * [p_k \leq mfp(i)]) \\
&= \Big[G(1, n) - G(1, p_{k-1})\Big] + \left[\sum_{k \leq i, p_i^2 \leq n} \sum_{c \geq 1, p_i^{i+1} \leq n} [f(p_i^c) * F(i+1, \frac{n}{p_i^c}) + f(p_i^{i+1})]\right] \\
G(k, n) &= G(k-1, n) - [p_k^2 \leq n] * g(p_k) * [G(k-1, \frac{n}{p_k}) - G(k-1, p_{k-1})]
\end{aligned}
$$

实现

线性筛预处理筛出$\sqrt{n}$内的p, f值, 此时还能根据筛出的f把对应g也晒出来, 合并并记忆化g后得到G，根据F递推式递归求$F(1, n)$