Математика

Мы

31 августа 2022 г.

Оглавление

Глава 1

Логика

Из посылки A вытекает вывод B:

$$A \longrightarrow B$$

A - достаточное условие для B.
B - необходимое условие для A.

Эквивалентные утверждения A и B - это утверждения, при которых из посылки A вытекает вывод B и из посылки B вытекает вывод A.

Обратное утверждение:

$$B \longrightarrow A$$

$A \longrightarrow B$

Противоположное утверждение:

$$\overline{A} \longrightarrow \overline{B}$$

$A \longrightarrow B$

Утверждение, противоположное обратному:

$$\overline{B} \longrightarrow \overline{A}$$

$A \longrightarrow B$

Утверждение A и утверждение, обратное противоположному A, эквивалентны.

Доказательство от противного:
Чтобы доказать $A \longrightarrow B$, надо доказать $A \wedge \overline{\overline{B}}$

Метод математической индукции для натуральных чисел:
Чтобы доказать $f(x) = g(x)$, надо доказать $f(1) = g(1) \wedge f(n+1) = g(n+1)$, приняв $f(n) = g(n)$.

Глава 2

Числа

Числовое кольцо - это множество чисел, результат суммы, разности, произведения любых чисел которого принадлежит ему тоже.

Числовое поле - это множество чисел, результат выполнения рациональных действий над любыми числами которого принадлежит ему тоже.

2.1 Натуральные числа (N)

Свойства сложения и умножения:

1. Переместительное.

   $$a + b = b + a$$

   $$ab = ba$$

2. Сочетательное (ассоциативное).

   $$(a + b) + c = a + (b + c)$$

   $$(ab)c = a(bc)$$

3. Распределительное.

   $$c(a + b) = ac + cb$$

Делитель а - это число, на которое а делится без остатка.

Кратное а - это всякое число, которое делится на а без остатка.

Простое число - это число, не имеющее никаких других делителей, кроме единицы и себя. ($\overline{\textbf{составное число}}$)

Простых чисел имеется бесконечное множество.

Разложение числа на простые множители взаимно однозначно.

Взаимно простые числа - это числа, не имеющие общих делителей.

Чётное число - это число, кратное 2. ($\overline{\textbf{нечётное число}}$)

Число 2 - единственное чётное простое число.

Признаки делимости в 10-й системе счисления:

1. Признак делимости на 2: последняя цифра в записи числа выражает чётное число.

2. Признак делимости на 3: сумма цифр записи числа делится на 3.

3. Признак делимости на 4: последние две цифры в записи числа выражают число, делящееся на 4.

4. Признак делимости на 5: последняя цифра в записи числа является 0 или 5.

5. Признак делимости на 9: сумма цифр записи числа делится на 9.

Наибольший общий делитель (НОД) а и b:

$$(a, b)$$

Наименьшее общее кратное (НОК) а и b:

$$[a, b]$$

$(a, b)[a, b] = ab$

2.2 Целые числа (Z)

$N \in Z$

Положительное число - это число, большее нуля.

Отрицательное число - это число, меньшее нуля.

Противоположные числа - это числа, отличающиеся знаком.

$a - b = a + (-b)$

$a(-b) = -ab$

Абсолютная величина (модуль) x:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} |x| = x \\ x \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} |x| = -x \\ x < 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

2.3 Рациональные числа (Q)

$Z \in Q$

Рациональное число - это число, представимое в виде $\frac{a}{b}$, где числитель $a \in Z$, а знаменатель $b \in N$.

Рациональные числа образуют поле.

Арифметические (рациональные) действия: сложение, вычитание, умножение, деление.

Дробное число - это рациональное число, числитель которого не делится на знаменатель нацело.

Целая часть числа - это наибольшее целое число, не превосходящее данного ($[x]$) .

Дробная часть числа - это разность между данным числом и его целой частью ((x)) .

$$x - [x] \geq 0$$

$$x - [x] < 1$$

Разложение рационального числа на сумму целой и дробной частей взаимно однозначно.

Десятичная дробь - это дробь, у которой знаменатель представляет собой натуральную степень числа 10.

Всякое рациональное число может быть представленно бесконечной десятичной периодической дробью взаимно однозначно.

2.4 Иррациональные числа (I)

Всякое иррациональное число может быть представленно бесконечной десятичной непериодической дробью взаимно однозначно.

2.5 Действительные числа (R)

$$Q \in R$$

$$I \in R$$

Действительные числа образуют поле.

Множество действительных чисел упорядочено.

Множество действительных чисел непрерывно.

Всякое деятичное число определяет действительное число взаимно однозначно.

n-ая степень числа a - это произведение n сомножителей, равных a. (a^n)
a - основание степени.
n - показатель степени.

Возведение отрицательного числа в иррациональную степень не определено.

Возведение нуля в не положительную степень не определено.

Корень n-ой степени из числа a - это число, n-ая степень которого равна a. ($\sqrt[n]{a}$)

Извлечение корня степени из a - это отыскание корня из a.

Арифметический корень (арифметическое значение корня) - это положительный корень чётной степени из положительного числа.

Корень чётной степени по умолчанию арифметический.

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sqrt[n]{a^n} = a \\ n \text{ - нечётное.} \end{cases} \\ \begin{cases} \sqrt[n]{a^n} = |a| \\ n \text{ - чётное.} \end{cases} \end{array}\right.$$

Квадратный корень:

$$\sqrt[2]{x} = \sqrt{x}$$

Кубический корень:

$$\sqrt[3]{x}$$

$$\sqrt[b]{x^a} = x^{\frac{a}{b}}$$

2.6 Комплексные числа (C)

$R \in C$

Комплексное число:

$z = a + bi$

a - действительная часть
b - мнимая часть или коэффициент при мнимой единице.
$i^2 = -1$

$z_1 = z_1$, если $a_1 = a_2$ и $b_1 = b_2$.

$a_1 = a_2$ и $b_1 = b_2$, если $z_1 = z_2$.