

Particle Dynamics

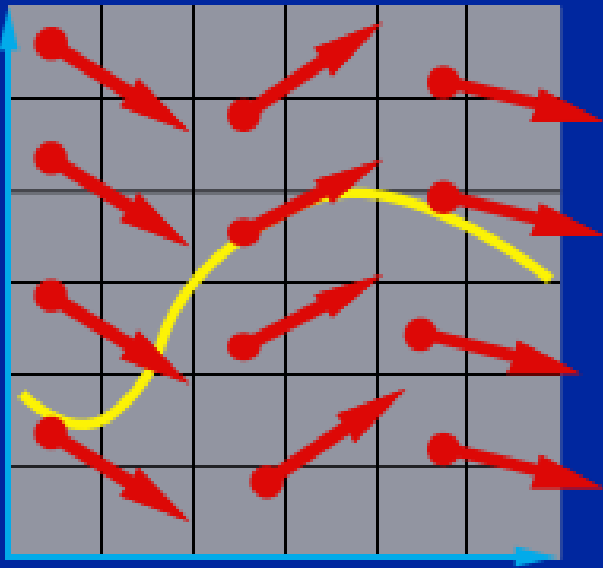
[Physics Basics]

- Mass (질량) [kg]
- Gravitational Acceleration (중력 가속도) [m/s^2]
- Force (힘) [$\text{kg}\cdot\text{m/s}^2$]
- Weight (무게) [kgf]
- Ground Reaction Force (지면 반력) [$\text{kg}\cdot\text{m/s}^2$]
지면과 물체가 맞닿을 지, 지면 방향의 반대로 작용하는 힘
- Linear Momentum (선운동량) [$\text{N}\cdot\text{s}$],[$\text{kg}\cdot\text{m/s}$]
- Law of Momentum Conservation (운동량 보존의 법칙)
어떤 계의 외부에서 힘이 가해지지 않는다면,
계의 총 운동량은 보존
- Impulse (충격량) [$\text{N}\cdot\text{s}$]

Particle Dynamics

[Differential Equation]

- Vector Field



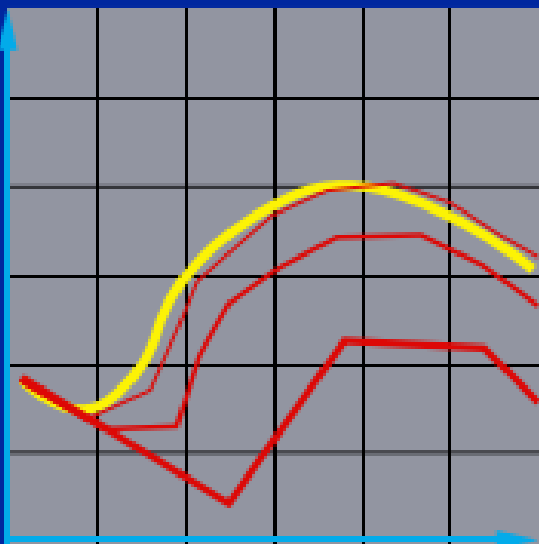
The differential equation

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$$

defines a vector field over \mathbf{x} .

> Position(좌표 정보), Velocity(속도 정보), Force(힘 정보)

- Euler's Method



- Simplest numerical solution method
- Discrete time steps
- Bigger steps, bigger errors.

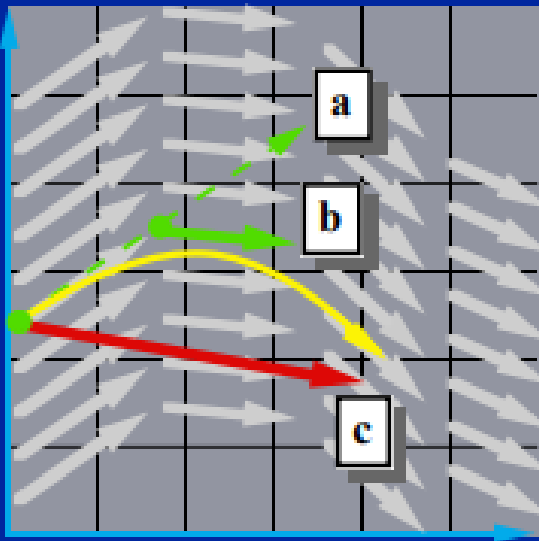
$$\mathbf{x}(t + \Delta t) = \mathbf{x}(t) + \Delta t \mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$$

- > \mathbf{x} (좌표, 속도) 값을 초기 기울기와 시간간격을 통해 구함
- > **정확성X**, **안정성X**의 문제점을 지니고 있음

Particle Dynamics

[Differential Equation]

- The Mid Point Method



a. Compute an Euler step

$$\Delta \mathbf{x} = \Delta t \mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$$

b. Evaluate \mathbf{f} at the midpoint

$$\mathbf{f}_{\text{mid}} = \mathbf{f}\left(\frac{\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}}{2}, \frac{t + \Delta t}{2}\right)$$

c. Take a step using the midpoint value

$$\mathbf{x}(t + \Delta t) = \mathbf{x}(t) + \Delta t \mathbf{f}_{\text{mid}}$$

> \mathbf{x} (좌표, 속도) 값을 중간값의 기울기를 통해서 구함

Particle Dynamics

[Particle Dynamics]

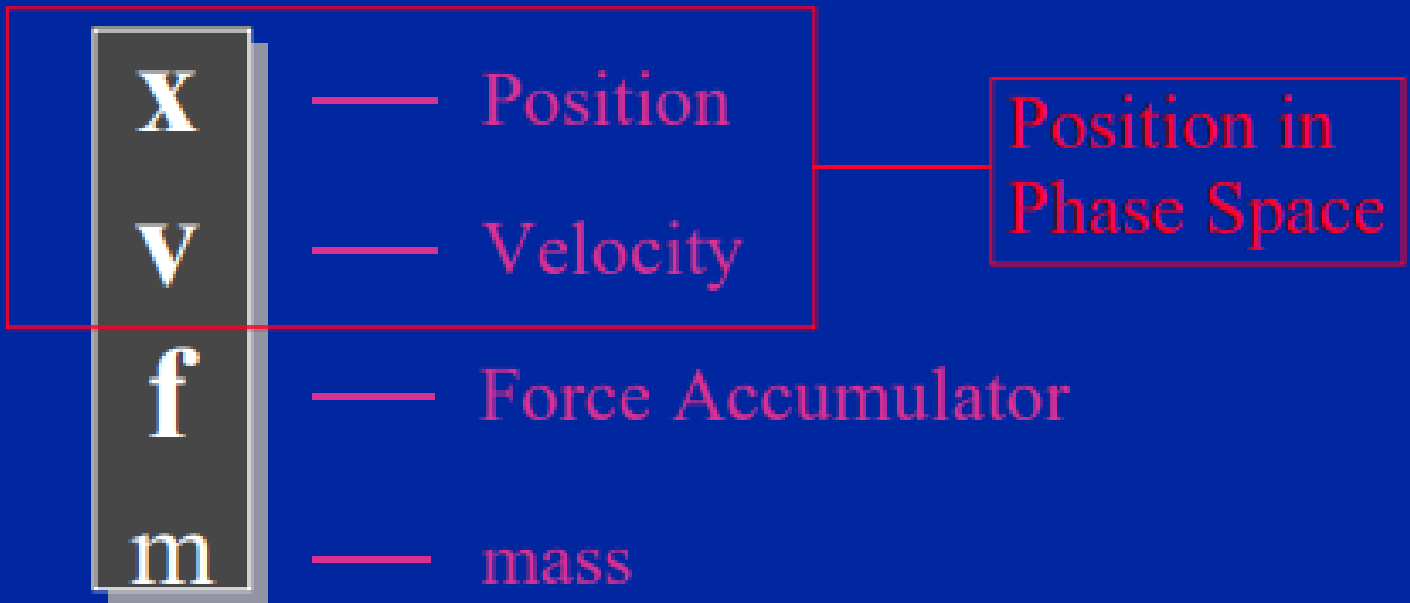
- A Newtonian Particle

$$\ddot{\mathbf{x}} = \frac{\mathbf{f}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t)}{m}$$

> 가속도 : 위치, 속도, 시간, 무게로 결정

- Particle Structure

Particle Structure



> 입자 1개가 지니는 정보

>> 위치 : $\langle x, y, z \rangle$ 형태의 Vector

>> 속도 : $\langle x, y, z \rangle$ 형태의 Vector

>> 힘 : $\langle x, y, z \rangle$ 형태의 Vector

>> 무게

Particle Dynamics

[Particle Dynamics] - Force

- Gravity

Force Law:

$$\mathbf{f}_{grav} = m\mathbf{G}$$

> 중력 : 무게 * G(중력 상수) [y축 방향]

- Drag Force

Force Law:

$$\mathbf{f}_{drag} = -k_{drag}\mathbf{v}$$

> 항력 : -Kd(항력계수) * 속도

>> (-) : 운동방향과 반대로 작용

>> Kd : 항력 계수

>> v : 속도

- Damped Spring

Force Law:

$$\mathbf{f}_1 = -\left[k_s(|\Delta\mathbf{x}| - r) + k_d\left(\frac{\Delta\mathbf{v} \cdot \Delta\mathbf{x}}{|\Delta\mathbf{x}|}\right) \right] \frac{\Delta\mathbf{x}}{|\Delta\mathbf{x}|}$$
$$\mathbf{f}_2 = -\mathbf{f}_1$$



> 탄성력

>> (-) : (현재 길이 - 원래 길이)의 반대 방향으로 작용

>> Ks : 용수철 상수

>> Δx : 용수철 길이의 차이(1점과 2점)

>> r : 원래 용수철 길이

>> Kd : 항력 계수

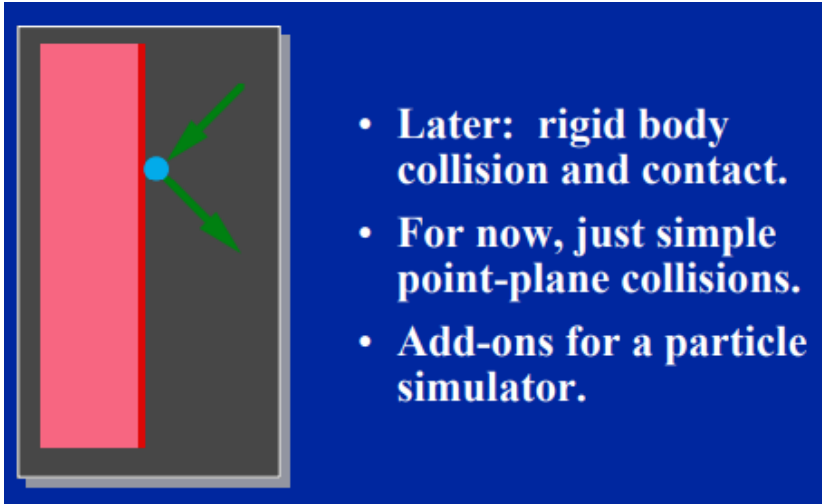
>> Δv : 속도의 차이(1점과 2점)

>> Δv * Δx : 속도차와 길이차 벡터의 내적

>> 1점에 작용하는 탄성력 = (-1) * 2점에 작용하는 탄성력

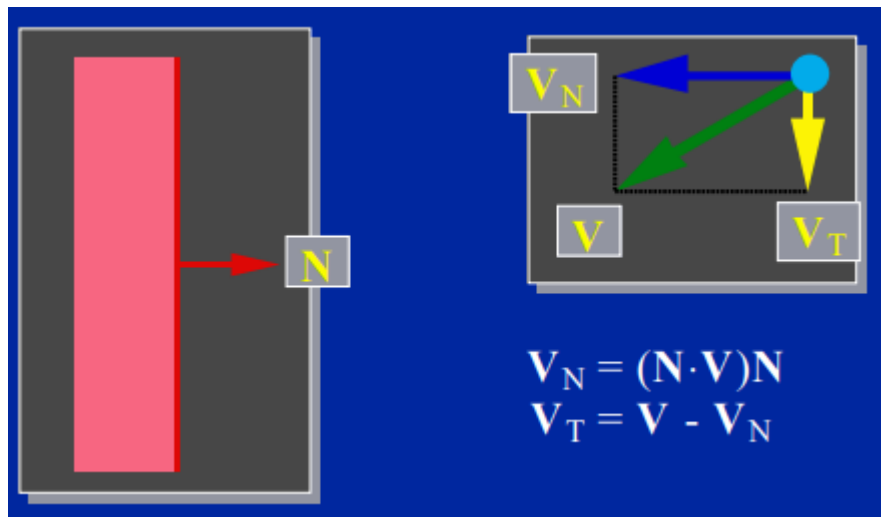
Particle Dynamics

[Particle Dynamics] - Bouncing off the walls



- > 반응의 결과
 - >> 충돌
 - >> 접촉

- Normal and Tangential Components

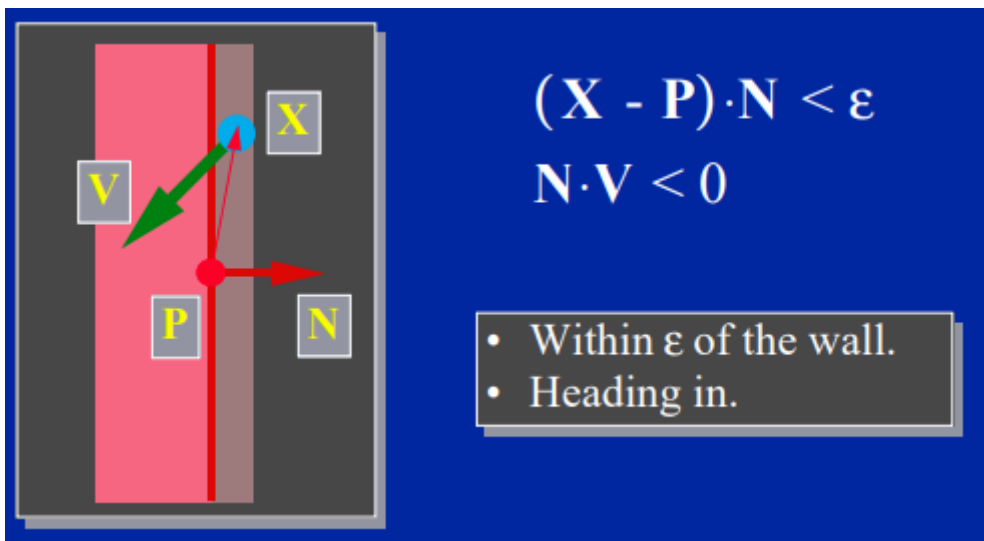


- > 충돌하기까지의 속도
 - >> N : 충돌면 법선벡터
 - >> V_N : 충돌면 수직속도
 - >> V_T : 충돌면 수평속도
- >> 수평속도 유지
- >> 수직속도 반대로

Particle Dynamics

[Particle Dynamics] - Collision and Contact

- Collision



> 충돌 판정

>> $(X - P) \cdot N < e$

>>> X : 점의 위치

>>> P : 충돌면의 임의의 점 (중간점으로 생각)

>>> N : 충돌면의 법선 벡터

>>> e : 0으로 넣을 시, 인식하기 어려움

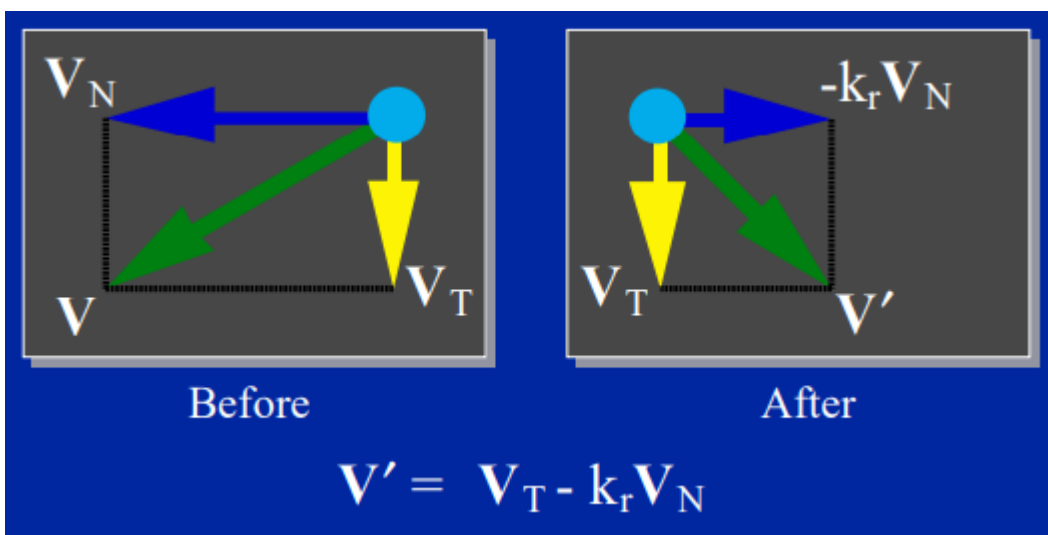
임의의 작은 값으로 지정 or 점의 반지름

>>> 뜻 : 점(X)가 벽면에 거의 근접한 상태인가?

>> $N \cdot V < 0$

>>> V : 점의 속도

>>> 뜻 : 점(X)가 벽면에 가까워지는가?



> 반응의 결과

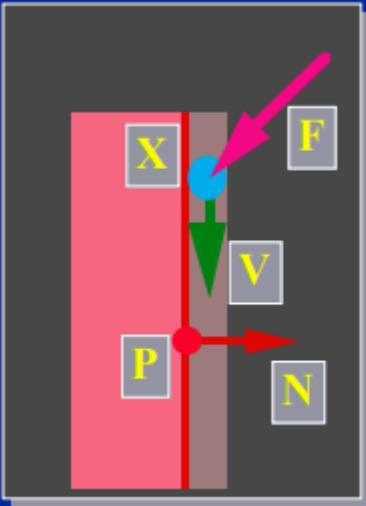
>> k_r : 반발계수??

>> 수직속도 반대

Particle Dynamics

[Particle Dynamics] - Collision and Contact

- Contact



$$|(X - P) \cdot N| < \varepsilon$$

$$|N \cdot V| < \varepsilon$$

- On the wall
- Moving along the wall
- Pushing against the wall

> 접촉 판정

>> $|(X-P) \cdot N| < e$

>>> X : 점의 위치

>>> P : 충돌면의 임의의 점 (중간점으로 생각)

>>> N : 충돌면의 법선 벡터

>>> e : 0으로 넣을 시, 인식하기 어려움

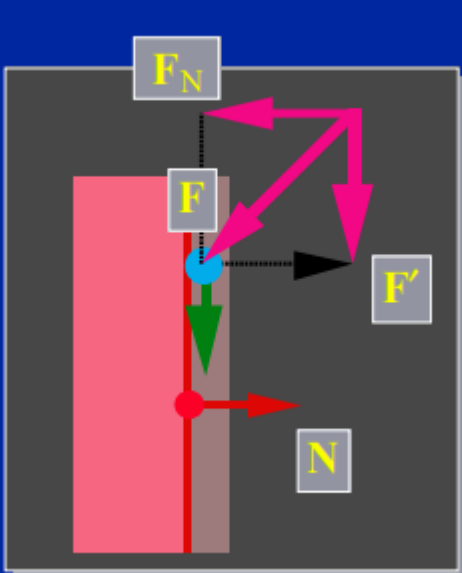
임의의 작은 값으로 지정 or 점의 반지름

>>> 뜻 : 점(X)가 벽면에 거의 근접한 상태인가?

>> $|N \cdot V| < e$

>>> V : 점의 속도

>>> 뜻 : 점(X)의 N방향 속도가 거의 없는가?



Contact Force

$$F' = F_T$$

The wall pushes back, cancelling the normal component of F.

(An example of a constraint force.)

> 반응의 결과

>> 지면 반력 작용

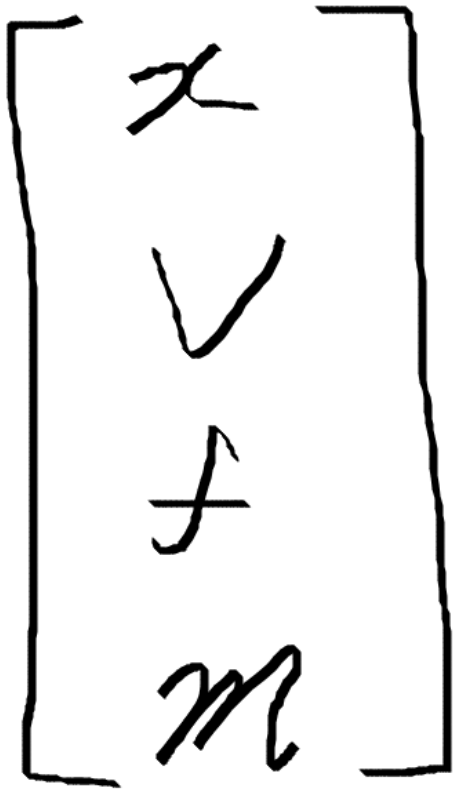
>> N방향 총힘 0

>> T방향 힘만 有

Particle Dynamics

[Particle Dynamics] - 구현

- 입자 정보



> 다중 배열(선택)

X : [3] 배열 (x,y,z)

V : [3] 배열 (x,y,z)

F : [3] 배열 (x,y,z)

m : [1] 배열 (m,m,m)

> 포인터 배열

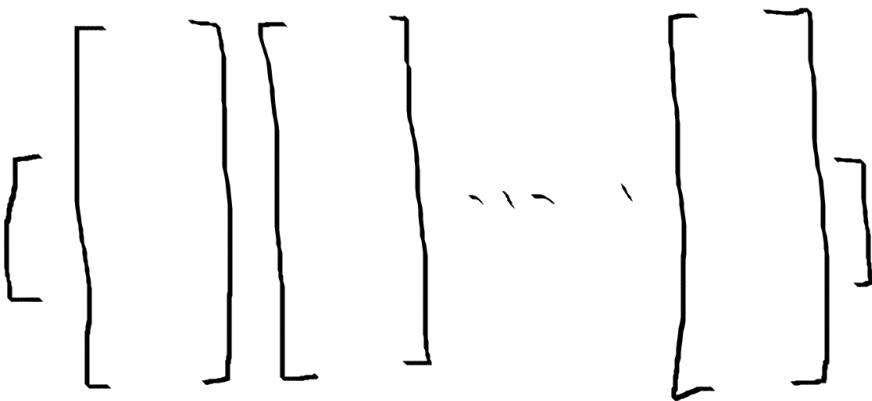
X : [3] Vector의 주소

V : [3] Vector의 주소

F : [3] Vector의 주소

m : m의 주소

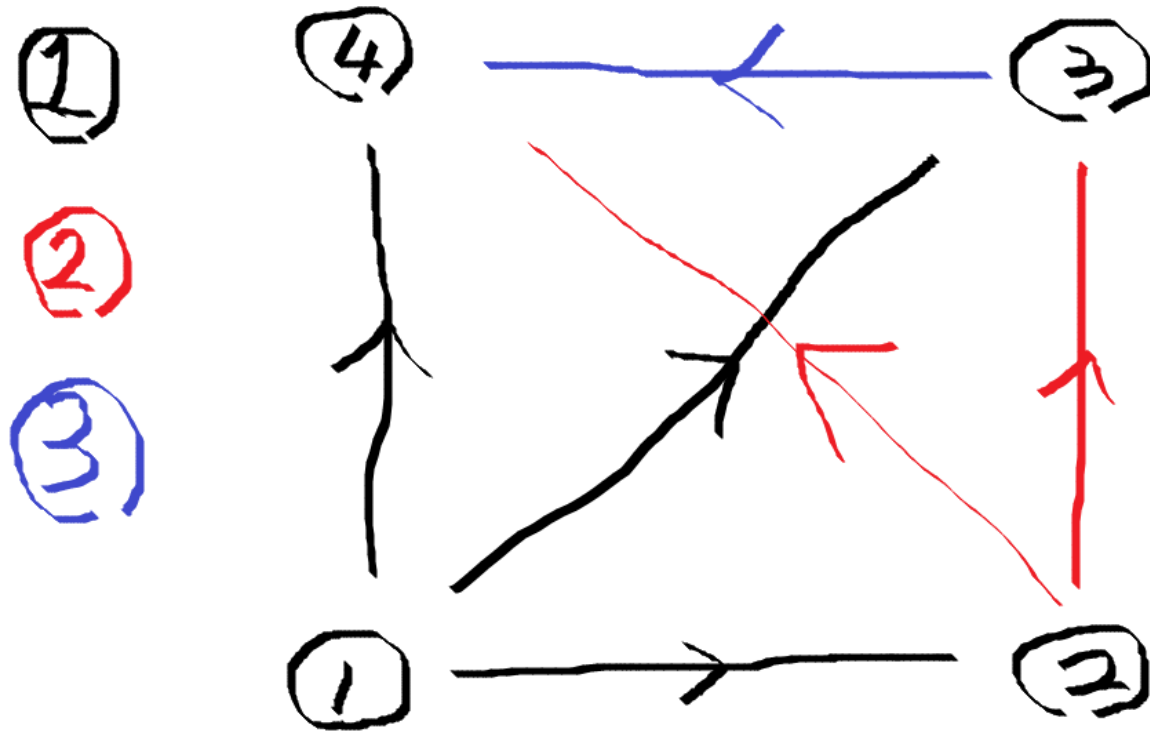
- 입자 정보를 모은 배열



Particle Dynamics

[Particle Dynamics] - 구현

- 점 및 선 그리기



> 순차적으로

>> 점

>> 순서에 맞춰 점 찍음

>> 선

>> 순서에 맞춰 선 그림

>> 낮은 것에서 높은 것으로 그림

[Particle Dynamics] - 코드

- 탄성력, 중력만 구현

https://github.com/Winteradio/_OPENGL_make_Spring2D

- 탄성력, 중력, 항력만 넣음(아직 구현 X)

https://github.com/Winteradio/_OPENGL_make_Spring2D_Force

강화 학습

[Chapter 1. 강화 학습이란]

[1.1] 지도 학습과 강화 학습

- 지도 학습 : 지도자(혹은 정답)가 있는 상태에서 배우는 것
 - > 학습 데이터
 - >> 학습 데이터 안의 인풋과 아웃풋 사이 관계를 통해 학습
 - > 테스트 데이터
 - >> 정답을 맞히고자 하는 데이터
 - >> 학습 데이터 안에 없는 데이터
- 강화 학습 : 홀로 시행착오를 통해 배우는 것

[1.2] 순차적 의사결정 문제

- 순차적 의사결정 문제
 - > 각 상황의 행동이 다음 상황에도 영향을 줌
 - > 이어진 행동을 잘 선택해야 하는 문제

[1.3] 보상

- 보상 : 의사결정을 얼마나 잘하고 있는지 알려주는 신호
 - > 어떻게 X, 얼마나 O
 - > 스칼라 : 다양한 변수 속에서 가중치를 주어 하나의 숫자로
 - > 희소 & 지연
- 누적 보상 : 과정에서 받은 보상의 총합

강화 학습

[Chapter 1. 강화 학습이란]

[1.4] 에이전트와 환경

- 에이전트(Agent) : 강화학습의 주체
 - > 어떤 액션을 할지 정하는 것이 주된 역할
- 환경(Environment) : 에이전트를 제외한 모든 요소
 - > 액션이 주어졌을 시, 결과에 영향을 주는 모든 요소

[1.5] 강화학습의 위력

- 병렬성의 힘 : 머린 하나, 몸은 여러 개
 - > 서로 다른 경험을 쌓는 시간 단축
- 자가학습(self-learning)의 매력
 - > 다양한 시도를 통해 스스로 성장

강화 학습

[Chapter 2. 마르코프 결정 프로세스]

[2.1] 마르코프 프로세스 $MP = (S, P)$

- 상태의 집합 S
 - > 가능한 상태를 모두 모은 집합
- 전이 확률 행렬 P
 - > 상태 전이가 이루어질 확률 : 전이 확률
 - > 각 상태에 대한 표로 표현할 수 있음(행렬)
- 마르코프 성질
 - > “미래는 오직 현재에 의해 결정된다.”(조건부 확률)
 - > 마르코프한 상태 : 체스판
 - > 마르코프하지 않은 상태 : 특정 시점에 따라 움직이는 차

[2.2] 마르코프 리워드 프로세스 $MRP = (S, P, R, \gamma)$

- 상태의 집합 S
- 전이 확률 행렬 P
- 보상함수 R
 - > 어떤 상태 S 에 도착했을 때 받는 보상
- 감쇠인자 γ
 - > 0 ~ 1 사이 숫자
 - > 현재 당장 얻는 보상이 더 중요함을 나타내는 인자

강화 학습

[Chapter 2. 마르코프 결정 프로세스]

[2.2] 마르코프 리워드 프로세스 $MRP = (S, P, R, \gamma)$

- 리턴 G_t

- > 에피소드 : 하나의 강화학습 시작부터 끝까지의 과정
- > 리턴 : t 시점부터 미래에 받을 감쇠된 보상의 합
 - >> $G_t = R_{t+1} + \gamma * R_{t+2} + \gamma^2 * R_{t+3} + \dots$

- γ 의 존재 이유

- > 수학적 편리성
 - >> G_t 의 유한성을 나타냄
 - >> MRP가 무한한 스텝 동안 진행되어도 G_t 는 유한한 값 지님
- > 사람의 선호 반영
 - >> 사람은 미래의 보상보다 현재의 보상을 더 선호
- > 미래에 대한 불확실성 반영
 - >> 미래의 보상에 대한 가치가 달라질 수 있음

- 벨류 Value

- > 상태에 대한 가치(미래에 받을 보상에 대한)
- > 리턴의 기댓값에 대한 평가

- 상태 가치 함수

- > 상태 S 로부터 시작하여 얻는 리턴의 기댓값
- > $V(S) = E[G_t \mid S_t = S]$

강화 학습

[Chapter 2. 마르코프 결정 프로세스]

[2.3] 마르코프 결정 프로세스 $MDP = (S, A, P, R, \gamma)$

- 상태의 집합 S
- 액션의 집합 A
 - > 에이전트가 취할 수 있는 액션들을 모은 것
- 전이 확률 행렬 P
 - > 현상태 S , 에이전트 액션 A 선택 > 다음 상태 S' 확률
 - > 같은 상태에서 같은 액션을 해도 다른 상태로 도달 가능
- 보상함수 R
 - > 상태 S 에서 액션 A 를 선택할 시 받는 보상
- 감쇠인자 γ

강화 학습

[Chapter 2. 마르코프 결정 프로세스]

[2.3] 마르코프 결정 프로세스 $MDP = (S, A, P, R, \gamma)$

- 정책 함수
 - > 각 상태에서 어떤 액션을 선택할 지 정해주는 함수
 - > 각 상태에서 할 수 있는 모든 액션의 확률 값의 합 : 1
 - > $\pi(a|s) = P[A_t = a \mid S_t = s]$
- 상태 가치 함수
 - > 상태 s 부터 끝까지 π 를 따라 움직일 때의 리턴의 기댓값
 - > $V \pi(s) = E \pi[G_t \mid S_t = s]$
- 액션 가치 함수
 - > 상태 s 에서 a 를 선택, 그 후 π 를 따라갈 때 리턴의 기댓값
 - > $q \pi(s, a) = E \pi[G_t \mid S_t = s, A_t = a]$

[2.4] Prediction 과 Control

- Prediction
 - > π 가 주어졌을 때 각 상태의 벨류를 평가하는 문제
- Control
 - > 최적 정책 π' 를 찾는 문제
 - > 최적 가치 함수

강화 학습

[Chapter 3. 벨만 방정식]

[3.1] 벨만 기대 방정식

- 재귀함수 : 자기 자신을 호출하는 함수
- 0 단계
 - > $V \pi(S_t) = E \pi[r_{t+1} + \gamma * V \pi(S_{t+1})]$
 - > $q \pi(S_t, a_t) = E \pi[r_{t+1} + \gamma * q \pi(S_{t+1}, a_{t+1})]$
- 1 단계
 - > $V \pi(s) = \sum \pi(a|s) * q \pi(s,a)$
 - > $q \pi(s, a) = r(a,s) + \gamma * \sum P(a,s,s') * V \pi(s')$
- 2 단계
 - > $V \pi(s) = \sum \pi(a|s) (r(a,s) + \gamma * \sum P(a,s,s') * V \pi(s'))$
 - > $q \pi(s, a) = r(a,s) + \gamma * \sum P(a,s,s') * (\sum \pi(a'|s') * q \pi(s',a'))$

[3.1] 벨만 최적 방정식

- 0 단계
 - > $V^* \pi(S_t) = \max(a) [E \pi[r_{t+1} + \gamma * V^* \pi(S_{t+1})]]$
 - > $q^* \pi(S_t, a_t) = E \pi[r_{t+1} + \gamma * q^* \pi(S_{t+1}, a_{t+1})]$
- 1 단계
 - > $V^* \pi(s) = \max(a) [q^* \pi(s,a)]$
 - > $q^* \pi(s, a) = r(a,s) + \gamma * \sum P(a,s,s') * V \pi(s')$
- 2 단계
 - > $V^* \pi(s) = \max(a) [r(a,s) + \gamma * \sum P(a,s,s') * V^* \pi(s')]$
 - > $q^* \pi(s, a) = r(a,s) + \gamma * \sum P(a,s,s') * (\max(a') [q^* \pi(s', a')])$

강화 학습

[Chapter 4. MDP를 알 때의 플래닝]

[4.1] 벨류 평가하기 – 반복적 정책 평가

- 반복적 정책 평가
 - > 테이블의 값들을 초기화
 - > 벨만 기대 방정식을 반복적으로 사용
 - > 테이블의 값들을 조금씩 업데이트
 - > **MDP에 대한 모든 정보를 알 때 사용 가능**
- 코드 제목 : MDP-그리드 테이블.ipynb
https://github.com/Winteradio/_REINFORCEMENT_LEARNING_FOLDERS/tree/main

[4.2] 최고의 정책 찾기 – 정책 이터레이션

- **그리드 정책**
 - > **그리드 정책 : π' 은 원래의 정책 π 보다 나은 정책**
 - > **현재의 이익 최대화**
- 평가와 개선의 반복
 - > 정책 평가 : 반복적 정책 평가
 - > 정책 개선 : 그리드 정책 생성
 - >> 최적 정책, 최적 가치 생성

강화 학습

[Chapter 4. MDP를 알 때의 플래닝]

[4.3] 최고의 정책 찾기 – 벨류 이터레이션

- 벨류 이터레이션
 - > 최적 정책이 만들어내는 최적 벨류만 쫓아감
- 최적 벨류
 - > 최적 정책을 따랐을 때 얻는 벨류
- 코드 MDP-그리드 테이블(최적).ipynb

https://github.com/Winteradio/_REINFORCEMENT_LEARNING_FOLDERS/tree/main