

浙 江 大 学

物 理 实 验 报 告

实验名称：动态法测量材料杨氏模量

指导教师：_____

信 箱 号：_____

专 业：_____

班 级：_____

姓 名：_____

学 号：_____

实验日期：___月___日 星期__上__下午

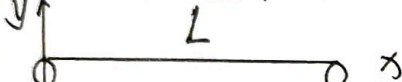
【实验目的】

1. 熟悉动态法测量杨氏模量的基本原理
2. 掌握动态测量材料杨氏模量的基本测量方法

3. 学习用外延法测定试样节点处共振频率

【实验原理】(电学、光学画出原理图)

1. 动态杨氏模量



长度 $L \gg d$ 的细长棒作微小弯曲
振动时满足动力学方程:

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{\rho S}{EJ} \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} = 0$$

(E 为杨氏模量, ρ 为材料密度, S 为截面积, J 为截面惯性矩)

对于 $L \gg d$ 圆棒: $J = S(\frac{d}{4})^2$

边界条件: $x=0$, $x=L$ 处是自由端, 既不受正应力也不受切应力。

令 $y(x, t) = X(x)T(t)$ 有:

$$\frac{1}{x} \frac{d^4 X}{dx^4} = -\frac{\rho S}{EJ} \frac{1}{T} \frac{d^4 T}{dt^4}$$

被等式两边均等于常数 K^4 时成立

$$\text{则: } \frac{d^4 X}{dx^4} - K^4 X = 0$$

$$\frac{d^4 T}{dt^4} + \frac{K^4 EJ}{\rho S} T = 0$$

$$\text{通解为: } X(x) = A_1 \cosh Kx + A_2 \sinh Kx + A_3 \cos Kx + A_4 \sin Kx$$

$$T(x) = b \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\Rightarrow y(x, t) = X(x) \cdot T(x) \text{ 频率公式}$$

$$\text{其中 } \omega = \sqrt{\frac{K^4 EJ}{\rho S}}$$

$$\text{由边界条件: } \cos KL \cdot \cosh KL = 1$$

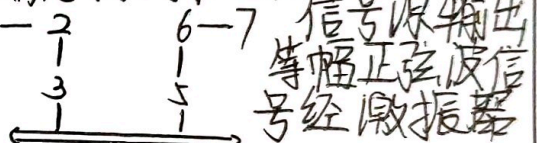
当 $KL = 4.730$, 称为基频, 得杨氏模量 $E = 7.887 \times 10^{-2} \frac{L^3 m}{J s^2}$

$$\text{代入 } J = \frac{\pi d^4}{64} \text{ (圆棒)}$$

$$\Rightarrow E = 1.6067 \frac{L^3 m}{d^4 s^2}$$

其中 m 为被测件质量, f 为基频共振频率

2. 动态杨氏模量测量方法



(3) 转为机械振动加在被测器件(4)上, 使其受迫作横振动

拾振器(5)将其振动转为电信号, 经(6)放大后通过示波器(7)显示出来

利用共振频率预估法或峰宽预估法判断真正的共振峰, 测出共振频率计算 E 。

3. 外延法测量共振频率

由于节点处被测器件难以被激励和合成, 我们使用外延法测量, 将测量数据拟合成曲线, 求得最低点所对应的共振频率, 即为试样的基频共振频率。

【实验内容】(重点说明)

1. 用螺旋测微器测量铜棒直径 d
2. 用刻度尺测量铜棒长度 L
3. 用天平测量铜棒质量 m
4. 共振频率测量:
 - (1) 连接实验装置, 将悬丝分别连接在测试棒两端各 1cm 处
 - (2) 调节信号发生器的频率, 并观察示波器上信号的变化
当示波器上的拾振信号达到最大, 则认为信号发生器的激励频率与测试棒共振, 记下该频率 f
 - (3) 将两悬丝等间距往里靠拢, 调节激励器和拾振器使悬线竖直, 重复步骤 2.

(4) 由于节点处被测器件难以做激励和合成, 采用外延法作图, 求出 f .

(5) 代入公式计算杨氏模量 E , 并计算 ΔE

$$\Delta E = E \sqrt{\left(3 \frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(4 \frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta f}{f}\right)^2}$$

【实验器材及注意事项】

实验器材:
信号发生器、动态法杨氏模量测试台、示波器、测量仪器等.

注意事项:

- ① 注意螺旋测微器测量前检查零点修正
- ② 注意在每次调节悬线后尽可能保持被测棒水平
- ③ 调节悬线时应将悬线放在相应的刻度凹槽上
- ④ 注意调节换能器使得悬线尽可能保持竖直.

⑤ 注意激励器信号频率不能过高或过低.

d 、 L 、 m 测量

实验次数	1	2	3	4	5	6	7
d/mm	5.485	5.479	5.482	5.469	5.458	5.471	5.471
L/mm	159.5	159.4	159.2	159.3	159.2	159.5	159.3
m/g	37.544	37.543	37.544	37.544	37.545	37.544	37.545

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^7 d_i}{7} = 5.434 \text{ mm}$$

$$u_{dA} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^7 (d_i - \bar{d})^2}{7 \times 6}} = 0.003 \text{ mm}$$

$$u_{dB} = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{\sqrt{3}} = \frac{0.004}{\sqrt{3}} = 0.002 \text{ mm}$$

$$u_d = \sqrt{u_{dA}^2 + u_{dB}^2} = 0.004 \text{ mm}$$

$$d = (5.434 \pm 0.004) \text{ mm}$$

$$\bar{L} = \frac{\sum_{i=1}^7 L_i}{7} = 159.34 \text{ mm}$$

$$u_{LA} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^7 (L_i - \bar{L})^2}{7 \times 6}} = 0.05 \text{ mm}$$

$$u_{LB} = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{\sqrt{3}} = \frac{0.2}{\sqrt{3}} = 0.12 \text{ mm}$$

$$u_L = \sqrt{u_{LA}^2 + u_{LB}^2} = 0.13 \text{ mm}$$

$$L = (159.34 \pm 0.13) \text{ mm}$$

$$\bar{m} = \frac{\sum_{i=1}^7 m_i}{7} = 37.5441 \text{ g}$$

$$u_{mA} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^7 (m_i - \bar{m})^2}{7 \times 6}} = 0.0003 \text{ g}$$

$$u_{mB} = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{\sqrt{3}} = \frac{0.001}{\sqrt{3}} = 0.0006 \text{ g}$$

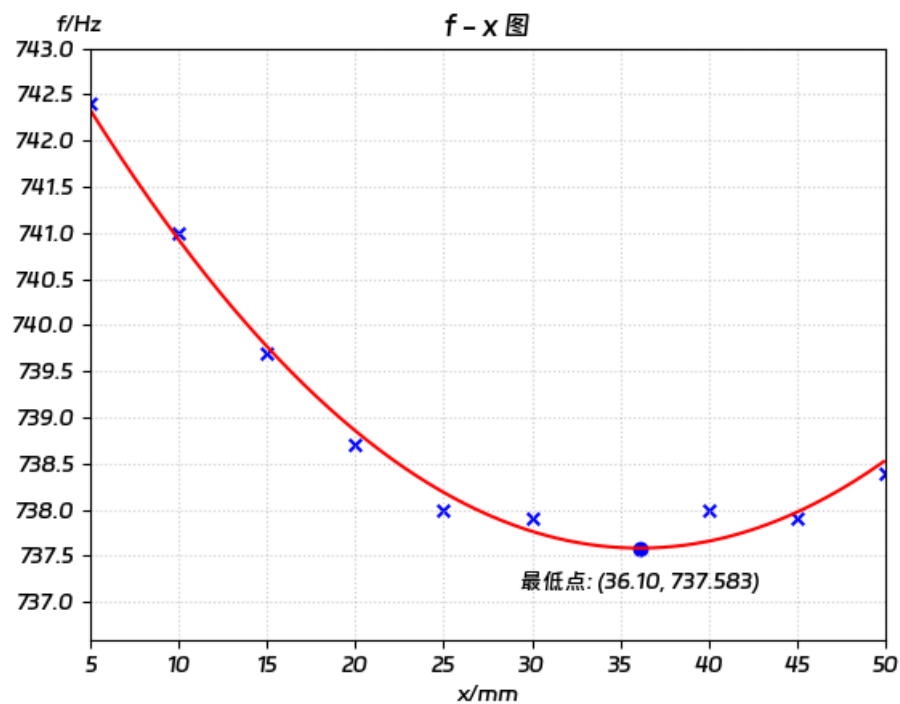
$$u_m = \sqrt{u_{mA}^2 + u_{mB}^2} = 0.0007 \text{ g}$$

$$m = (37.5441 \pm 0.0007) \text{ g}$$

共振频率测量

悬丝点 距端点 的位置 x/mm	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
x/L	0.937	0.874	0.812	0.749	0.686	0.623	0.561	0.498	0.435	0.372
共振频率 f/Hz	742.4	741.0	739.7	738.7	738.0	737.9		738.0	737.9	738.4

用外延法作图：



得到固有频率 $f = 737.58 \text{ Hz}$

$$u_f = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{\sqrt{3}} = 0.06 \text{ Hz}$$

$$\text{计算杨氏模量 } \bar{E} = 1.6067 \frac{L^3 m}{d^4} f^2 = 1.523 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$$

$$\text{计算 } u_E = \bar{E} \sqrt{\left(3 \frac{u_L}{\bar{L}}\right)^2 + \left(4 \frac{u_d}{\bar{d}}\right)^2 + \left(\frac{u_m}{\bar{m}}\right)^2 + \left(2 \frac{u_f}{\bar{f}}\right)^2} = 6 \times 10^8 \text{ N/m}^2$$

$$E = (1.523 \pm 0.006) \times 10^{11} \text{ N/m}^2$$

【误差分析】
1. 直径测量：在铜棒的不同位置测量直径得到的结果有偏差，说明实验中的铜棒不是完美的圆棒，最后的直径为各个位置直径的平均值，这可能会产生误差。
2. 调节铜棒水平以及使丝线垂直于铜棒较为困难，会造成误差。

3. 测量时，在固有频率附近的点的频率值由于未知原因使出的数据并不严格遵守先增后减的趋势，可能是由于子使用时的精度不够，导致拟合曲线的误差增加，从而影响最后的固有频率测定。

4. 试样铜棒可能由于使用时间过久，纯度下降，实际杨氏模量会与理论值有偏差。

【实验心得及思考题】

思考题1：

答：(1) 共振频率预估法：做实验前先用理论公式估算出共振频率的大致范围，然后进行细致的测量。

(2) 峰宽判别法：真正的共振峰的峰宽十分尖锐，特别是在室温时，只要改变激励信号约0.1Hz，即可判断出试样是否处于最佳共振状态，而虚假共振峰的峰宽较宽。

思考题2：

若不满足 $d \ll L$ ，则需要引入一个修正因子 R ，修正后公式为

$$E = 1.6067 \frac{L^3 m}{d^4} f^2 \cdot R$$

修正因子 R 与 $\frac{d}{L}$ 有关，有如下关系：

$\frac{d}{L}$	0.01	0.02	0.03	0.04
R	1.001	1.002	1.005	1.008

$\frac{d}{L}$	0.05	0.06
R	1.014	1.019

在实验中 $\frac{d}{L} = 0.03$ ，可通过此方法对测量值进行修正。

实验心得：

在实验中我学会了如何利用动态法测量材料杨氏模量。实验中需认真、严谨的进行操作。

【数据记录及草表】

	1	2	3	4	5	6	7
d/mm	5.485	5.479	5.482	5.469	5.458	5.471	5.471
L/mm	159.5	159.4	159.2	159.3	159.2	159.5	159.3
m/g	37.544	37.543	37.544	37.544	37.545	37.544	37.545
$\bar{L} = 159.3$	$\bar{d} = 5.474$		$\bar{m} = 37.544$				

x/mm 5 10 15 20 25 30 35

x/L 0.937 0.874 0.812 0.749 0.686 0.623.

f/Hz 742.4 741.0 739.7 738.7 738.0 737.9

40 45 50
738.0 737.9 738.4