小测三

1. 横截面为矩形的环形螺绕环（如图 1 所示），共绕有线圈1000匝，内半径$R_1 = 0.05m$，外半径$R_2 = 0.10m$，厚度$b = 0.01m$，其自感系数为____________。

2. 真空中两根很长的相距$2a$的平行直导线与电源组成闭合回路如图 2。已知导线中的电流为I，则在两导线正中间某点P处的磁能密度为____________。

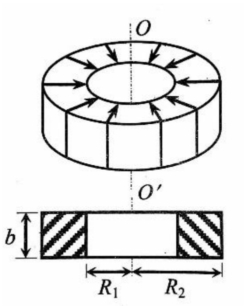


图 1

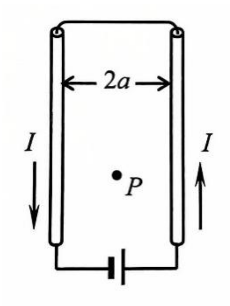


图 2

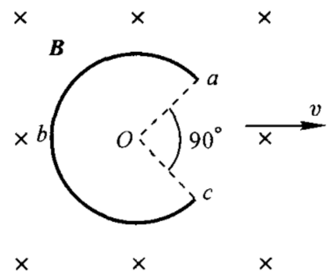
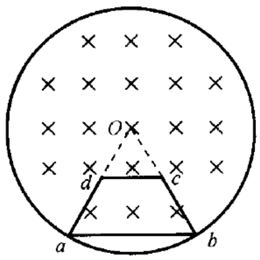


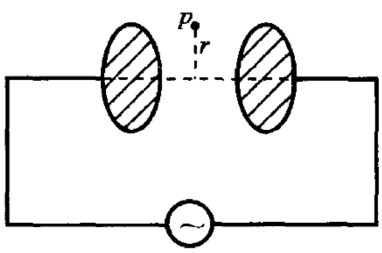
图 3

3. 如图 3 所示，在与均匀恒定磁场$\mathbf{B}$垂直的平面内，有一半径为R的3/4圆弧形导线abc。导线沿x轴方向以速度v向右平动。导线上的动生电动势大小为______________，方向为____________。

4. 如图所示,均匀磁场$\mathbf{B}$被限制在半径R的无限长圆柱空间中,方向垂直纸面向里。磁场中放置一等腰梯形金属框$abcd$。设此磁场正以$\frac{\mathrm{dB}}{\mathrm{dt}}$的速率增加，已知$ab = R$，$cd = R/2$。问：各边中的感生电动势大小分别为$\varepsilon_{\mathrm{ab}} =$_________、$\varepsilon_{\mathrm{bc}} =$_________、$\varepsilon_{\mathrm{cd}} =$_________、$\varepsilon_{\mathrm{ad}} =$________，线框中的总感应电动势为$\varepsilon =$________。



5. 一平板电容器两圆形极板的面积均为A，其间距为d。一电阻为R、长度为d的细直导线沿电容器的轴线放置，并将两极板连接起来。极板外部引线与一电压$\mathrm{V} = \mathrm{V_0}\sin\omega t$的交流电源连接。求：



（1）细导线中的电流大小；

（2）穿过电容器的位移电流大小；

（3）电容器的外部引线上的电流大小；

（4）在电容器中距轴为r处的磁感应强度。

小测三答案

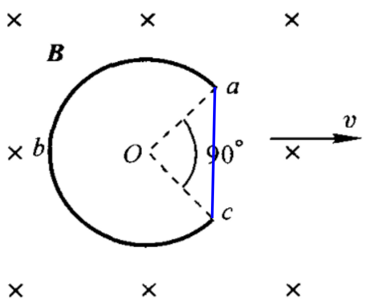
1. $\Phi_m = \int_{R_1}^{R_2} N\frac{\mu_0 NI}{2\pi r}bdr = \frac{\mu_0 N^2 Ib}{2\pi}\ln 2$

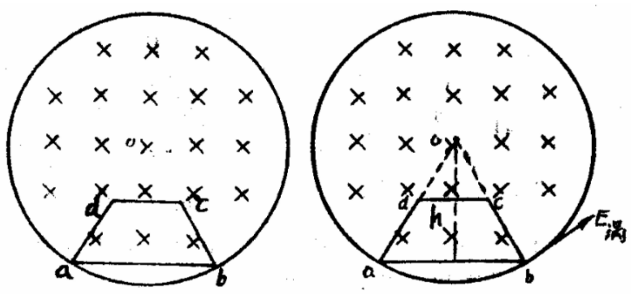
$L = \frac{\Phi_m}{I} = \frac{\mu_0 N^2 b}{2\pi}\ln 2 = 1.4\times 10^{-3}$ (H)

2. $B = 2\times\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

$W_m = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi^2 a^2}$

3. 如图所示，作辅助线ac，闭合回路$abca$在运动过程中磁通量不变，则$\varepsilon_{总} = 0$，则有$\varepsilon_{abc} = \varepsilon_{ac}$，由$l_{ac} = \sqrt{R^2+R^2} = \sqrt{2}R$且与$v$垂直，可计算得$\varepsilon_{ac} = Bl_{ac}v = \sqrt{2}BRv$。由此可知$\varepsilon_{abc} = \sqrt{2}BRv$，方向是$c\to b\to a$，$a$点电势高。





（第 3 题图）　　　　（第 4 题图）

4. 由分析可知，在长直圆柱体内外空间的涡旋电场方向均沿切线，且指向逆时针方向，所以$\varepsilon_{bc} = \varepsilon_{da} = 0$。有$\varepsilon_{ab} = \varepsilon_{\Delta abo} = \left|-\frac{d\Phi}{dt}\right| = S\frac{dB}{dt} = \frac{1}{2}hR\frac{dB}{dt} = \frac{\sqrt{3}}{4}R^2\frac{dB}{dt}$，方向是$a\to b$。同理有$\varepsilon_{dc} = \varepsilon_{\Delta odc} = \frac{1}{2}\cdot\frac{R}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}R\frac{dB}{dt} = \frac{\sqrt{3}}{16}R^2\frac{dB}{dt}$，方向是$d\to c$。由此可知线框内的总电动势是$\varepsilon = \varepsilon_{ab} - \varepsilon_{dc} = \frac{3\sqrt{3}}{16}R^2\frac{dB}{dt}$，方向沿逆时针方向。

5.

（1）　$i = \frac{V}{R} = V_0\frac{\sin\omega t}{R}$

（2）　$I_d = \frac{d\Phi_D}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\varepsilon_0\frac{V_0\sin\omega t}{R}\cdot A\right) = \frac{A\varepsilon_0 V_0\omega}{R}\cos\omega t$

（3）　$I = i + I_d = V_0\frac{\sin\omega t}{R} + \frac{A\varepsilon_0 V_0\omega}{R}\cos\omega t$

（4） $\oint \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = i + I'_d$，其中$I'_d$为回路$L$所包围的位移电流；

因为$j_d = \frac{dD}{dt} = \varepsilon_0 \frac{dE}{dt} = \frac{\varepsilon_0}{d}\frac{dV}{dt} = \frac{\varepsilon_0 V_0 \omega \cos \omega t}{d}$，$I'_d = \pi r^2 \cdot j_d$

所以$H_r = \frac{1}{2\pi}(\frac{V_0 \sin \omega t}{rR} + \frac{\varepsilon_0 \pi V_0 \omega r \cos \omega t}{d})$

$B_r = \mu_0 H_r = \frac{\mu_0}{2\pi}(\frac{V_0 \sin \omega t}{rR} + \frac{\varepsilon_0 \pi V_0 \omega r \cos \omega t}{d})$