**Сформулировать определение плоской квадрируемой фигуры** Пусть дана некоторая плоская фигура D. Обозначим через (S – площади), где m – всевозможные многоугольники, целиком *содержащиеся в* фигуре D, а M – многоугольники, целиком *содержащие в себе* фигуру D. Тогда область D называют квадрируемой, если , при этом S – площадь фигуры.

Пусть D – плоская область. D квадрируема тогда и только тогда, когда её граница имеет площадь нуль.

**Задача о вычислении объема z-цилиндрического тела. Сформулировать определение двойного интеграла**  • Пусть тело Q ограничено плоскостью Оху; графиком функции ; цилиндрической поверхностью, образующие которой параллельны оси Z и пересекают D.  
Разобъём D на непересекающиеся участки Di, так чтобы . Внутри Di выберем точку Mi. Тогда объём части , а весь объём . Чем меньше , тем точнее формула – переходя к пределу, получаем

•Пусть D – квадрируемая замкнутая плоская область. Двойным интегралом функции f по области D называется число , где , а d(T) – диаметр разбиения T области D.

**Задача о вычислении массы пластины. Сформулировать определение двойного интеграла**

Пусть D – квадрируемая замкнутая плоская область. Двойным интегралом функции f по области D называется число , где , а d(T) – диаметр разбиения T области D.

Вычисление массы пластины D. Если плотность определяется как f(x,y), то масса пластины .

**Сформулировать свойства линейности и аддитивности двойного интеграла, сохранения двойным интегралом знака функции**  2° Линейность:

3° Аддитивность: пусть интегрируема в каждой из областей D1, D2. Тогда f интегрируема и в D, причем

͜4° Пусть в D и интегрируема в D. Тогда и .

**Сформулировать теоремы об оценке модуля двойного интеграла, об оценке двойного интеграла и следствие из нее, теорему о среднем значении для двойного интеграла**  **Теорема** об оценке модуля: Пусть f интегрируема в D. Тогда модуль этой функции |f| интегрируема в D, причем . | **Теорема** об оценке интеграла: Пусть функции f и g интегрируемы в D, причем . Тогда . | **Следствие** теоремы об оценке: если f интегрируема в D и , то . | **Теорема** о среднем значении: Пусть f непрерывна в D, а D – линейно связная квадрируемая область (т.е. любые 2 точки можно соединить кривой, лежащей в области). Тогда .

**Сформулировать теорему о вычислении двойного интеграла по прямоугольной области**  **Теорема**: Пусть существует прямоугольная область Dy такая, что ; , и . Тогда интеграл .

**Сформулировать определение y-правильной области и теорему о вычислении двойного интеграла по произвольной у-правильной области.**

Область D на Оху называют у-правильной, если ее можно задать в виде .

**Теорема**: Пусть область D – у-правильная, . Тогда существует повторный интеграл , и I=Iп.

**Сформулировать теорему о замене переменных в двойном интеграле Теорема**: Пусть Ф –биективна, непрерывна и непрерывно дифференцируема в Duv; якобиан . Тогда, .

**Приложения двойного интеграла: записать формулы для вычисления площади плоской фигуры, объема z-цилиндрического тела, массы пластины с использованием двойного интеграла**  Вычисление массы пластины D. Если плотность определяется как f(x,y), то масса пластины .

Вычисление объёма z-цилиндрического тела Q, ограниченного функцией z=f(x,y), плоскостью Oxy и цилиндрической поверхностью, образующие которой параллельны Oz и пересекают границу D:

Вычисление площади плоской фигуры. Если фигура занимает область D, то её площадь .

**Сформулировать определение кубируемого тела и его объема. Сформулировать критерий кубируемости тела (в терминах границы)** Рассмотрим область . Пусть q – множество многогранников, которые целиком содержатся в G, , а Q – множество многогранников, целиком содержащих в себе G, . Область G называется кубируемой, если , при этом V называют объёмом области G.

**Теорема**: область кубируема тогда и только тогда, когда её граница имеет объём нуль.

**Задача о вычислении массы тела. Сформулировать определение тройного интеграла** • Пусть тело занимает область G, а f(x,y,z) – значение плотности материала тела в точке (xyz). Разобъём тело на непересекающиеся области Gi и в каждой выберем точку Mi. Тогда масса части Gi , а масса всего тела . Чем меньше , тем точнее формула: переходя к пределу имеем

• Тройным интегралом функции f(x,y,z) по области G называют число , где d(T) – диаметр разбиения Т области G.

**Сформулировать свойства линейности и аддитивности тройного интеграла, сохранения тройным интегралом знака функции** *<полностью аналогичны свойствам для двойного интеграла>* =>

2° Линейность:

3° Аддитивность: пусть интегрируема в каждой из областей D1, D2. Тогда f интегрируема и в D, причем

4° Пусть в D и интегрируема в D. Тогда и .

**Сформулировать теоремы об оценке модуля тройного интеграла, об оценке тройного интеграла и следствие из нее, обобщенную теорему о среднем значении для тройного интеграла. Теорема** об оценке модуля: Пусть f интегрируема в D. Тогда модуль этой функции |f| интегрируема в D, причем . | **Теорема** об оценке интеграла: Пусть функции f и g интегрируемы в D, причем . Тогда . | **Следствие** теоремы об оценке: если f интегрируема в D и , то . | **Теорема** о среднем значении: Пусть f непрерывна в D, а D – линейно связная квадрируемая область (т.е. любые 2 точки можно соединить кривой, лежащей в области). Тогда . | **Теорема** обобщенная о среднем значении: пусть функция f непрерывна в G, а функция g – интегрируема и знакопостоянав G, а сама G является линейно связанной областью. Тогда .

**Сформулировать теорему о сведении тройного интеграла к повторному для z-правильной области** Область G называется z-правильной, если её можно задать в виде **(\*)**.  
**Теорема**: пусть G задана в виде \*; для каждой фиксированной точки . Тогда существует повторный интеграл , и I=Iп. | • Тройным интегралом функции f(x,y,z) по области G называют число , где d(T) – диаметр разбиения Т области G.

**Сформулировать теорему о замене переменных в тройном интеграле Теорема**: Пусть ; Ф – биективна, непрерывна и непрерывно диффрецируема в ; якобиан в Guvw; f – интегрируема в Gxyz. Тогда .