

Laboratorium 6

Równania różniczkowe zwyczajne - metody numeryczne

1. Rozważmy następujące równanie różniczkowe:

$$\frac{dx}{dt} = f(t) = -2t^3 + 12t^2 - 20t + 8.5.$$

- a) Znajdź analityczne rozwiązanie równania dla warunku początkowego $x(0) = 1$.
- b) Używając metody Eulera rozwiąż równanie różniczkowe na przedziale $[0,4]$ dla kroku całkowania $h = 0.5$. Uzupełnij poniższą tabelę:

t	x_{true}	x_{Euler}	<i>Procentowy wzgl. błąd</i>	
			<i>globalny</i>	<i>lokalny</i>
0.0			-	-
0.5				
1.0				
...				

Lokalny błąd to różnica między wartością rozwiązania numerycznego w danej chwili czasu a rozwiązaniem dokładnym, pomniejszona o wartość błędu bezwzględnego w poprzednim kroku. Względny błąd lokalny uzyskamy dzieląc lokalny błąd przez wartość dokładną.

- c) Na wykresie porównaj rozwiązanie numeryczne z rozwiązaniem dokładnym.
- d) Porównaj na wykresie błąd lokalny na przedziale $[0,4]$ z wykresem funkcji $0.5f'(t)h^2$
- e) Porównaj na wykresie rozwiązania numeryczne dla $h = 0.5$ i $h = 0.25$ z rozwiązaniem dokładnym.
- f) Wykonaj wykres procentowego błędu bezwzględnego dla rozwiązania dla $t = 5$ dla kroków całkowania h z przedziału $[0.5, 0.001]$.