dr hab. inż. inż. Mirosław Łątka
mgr inż. Klaudia Kozłowska
Metody numeryczne
Semestr zimowy 2019/20

Laboratorium 2
Szereg Taylora i błędy metody

1. Szereg Taylora funkcji *f(x)* ma następującą postać

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)h + \frac{f''(x_i)}{2!}h^2 + \frac{f^{(3)}(x_i)}{3!}h^3 + \cdots + \frac{f^{(n)}(x_i)}{n!}h^n,$$

gdzie $x_{i+1} = x_i + h$ (*h* - długość kroku).

Wyznacz aproksymację wielomianu

$$f(x) = = -0.1x^4 - 0.15x^3 - 0.5x^2 - 0.25x + 1.2$$

w punkcie $x_{i+1} = 1$ dla $x_i = 0$ i $h = 1$ za pomocą szeregu Taylora od zerowego do czwartego rzędu (*n*). Przybliżenie zerowego rzędu ma postać

$$f(x_{i+1}) \cong f(x_i).$$

Wykonaj wykres *f(x)* i na wykresie zaznacz wartości aproksymacji $f(x_{i+1})$ dla zadanego *n*.

2. Wyznacz aproksymację funkcji

$$f(x) = \cos x$$

w punkcie $x_{i+1} = \pi/3$ dla $x_i = \pi/4$ i $h = \pi/12$ za pomocą szeregu Taylora od zerowego do szóstego rzędu (*n*). Dla każdego kroku oblicz ε_t. Wyniki przedstaw w tabeli.

3. Oblicz aproksymację pierwszego rzędu funkcji potęgowej

$$f(x) = x^m$$

dla $m \in \{1,2,3,4\}$ i $x_i = 1$ w punkcie x_{i+1} dla różnych wartości $h \in \{0.015625, 0.03125, 0.0625, 0.125, 0.25, 0.5, 1\}$. Aproksymacja pierwszego rzędu ma postać

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + m x_i^{m-1} h$$

z resztą równą

$$R_1 = \frac{f''(x_i)}{2!}h^2 + \frac{f^{(3)}(x_i)}{3!}h^3 + \cdots$$

Wykonaj wykres zależności log R_1 od log *h* dla różnych wartości *m*.

4. Wartość pierwszej pochodnej funkcji *f(x)* w punkcie x_i można aproksymować w następujący sposób

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{2h} - O(h^2).$$

Dla funkcji z zadania 1:

1) Oblicz wartości pochodnej i ε_t dla $x = 0.5$ i $h = 0.25$ i 0.5.

2) Oblicz wartości pochodnej dla $x = 0.5$ i $h = 1/10^k$, gdzie $k = 0, 1, 2, \ldots$ Dla każdego k wyznacz $|\varepsilon_t|$. Wykonaj wykres log $|\varepsilon_t|$ od log h. Zinterpretuj wykres.