

Exercice 1. Etudier la nature des intégrales suivantes

$$I = \int_0^{+\infty} \frac{\arctan(x)}{x^2} dx; J = \int_0^{+\infty} \frac{\arctan(x)}{x} dx; K = \int_0^{+\infty} \frac{\cos(x)}{x^2} dx$$

Exercice 2. Etudier la nature des intégrales suivantes

1. $\int_0^1 \frac{e^x}{x} dx$

5. $\int_0^1 \frac{1 - \cos(x)}{x^2} dx$

8. $\int_1^{+\infty} \frac{e^{-x}}{x^2} dx$

12. $\int_1^{+\infty} \frac{\cos(x)}{x^2} dx$

2. $\int_0^1 \frac{e^x}{x^2} dx$

6. $\int_0^1 \frac{\cos(x)}{x} dx$

9. $\int_1^{+\infty} \frac{e^x}{x} dx$

13. $\int_0^{+\infty} \frac{\sin(x)}{x} dx$

3. $\int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{x}} dx$

7. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x+5x^3}} dx$

10. $\int_1^{+\infty} \frac{\arctan(x)}{x} dx$

4. $\int_0^1 \frac{\sin(\ln(x))}{\sqrt{x}} dx$

7. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x+5x^3}} dx$

11. $\int_1^{+\infty} \frac{\sin(x)}{x^2} dx$

Exercice 3. Etudier la nature des intégrales

$$I = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}}{1+t} dt; J = \int_{-1}^0 \frac{e^{-t}}{1+t} dt$$

Puis déduire la nature l'intégrale

$$K = \int_{-1}^{+\infty} \frac{e^{-t}}{1+t} dt;$$

Exercice 4. Etudier la nature de l'intégrale

$$\int_0^1 \frac{1}{(1-t^5)^{1/2}} dt;$$

Exercice 5. Soient $f \in C^2(\mathbb{R}_+, \mathbb{R})$ telle que $\int_0^{+\infty} f^2(t) dt$ et $\int_0^{+\infty} (f''(t))^2 dt$ convergent. Montrer que $\int_0^{+\infty} (f'(t))^2 dt$ converge.

Exercice 6.

Soit $f \in C^0(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ telle que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = l'$.

Existence et calcul de $\int_{-\infty}^{+\infty} (f(x+1) - f(x-1)) dx$.

Exercice 7.

Calculer $\int_0^{+\infty} e^{(-t^2 - \frac{1}{t^2})} dt$.

Exercice 8.

Calculer $\int_0^1 \frac{\ln t}{1-t} dt$, $\int_0^1 \frac{\ln t}{1-t^2} dt$, $\int_0^1 \frac{\ln t}{1+t} dt$.

Exercice 9.

Nature, selon α , et calcul de $\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{x}} \frac{dx}{x-\alpha}$.

Exercice 10.

Nature de l'intégrale $\int_0^{+\infty} \frac{e^x dx}{e^{-x} + e^{2x} |\sin x|}$.

Exercice 11.

Convergence de l'intégrale $\int_0^{+\infty} \frac{dt}{(1+t^2 |\sin t|)^{3/2}}$.

Exercice 12.

Nature de $\int_0^{+\infty} \frac{t \ln t}{(1+t^2)^\alpha} dt$, ($\alpha > 0$). Calcul pour $\alpha = 1, 2, 3$.

Exercice 13.

Nature de l'intégrale $\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} \sin(x + \frac{1}{x}) dx$.