

Exercice 1 (5pts) :

- 1) Dans un lot de 100 composants électroniques, chaque composant a la probabilité $p = 0,02$ d'être défectueux, indépendamment des autres. On note X le nombre de composants défectueux.
 - a) Donner la loi de X .
 - b) Calculer la probabilité qu'il y ait 4 composants défectueux dans le lot et en donner une approximation grâce à la loi de Poisson.
- 2) Dans un lot de 100 composants électroniques, il y a 2 composants défectueux. On prélève sans remise n composants et on note Y le nombre de composants défectueux parmi les n prélevés.
 - a) Donner la loi de Y lorsque $n = 2$, puis pour n quelconque entre 2 et 98.
 - b) Calculer $P(Y = 2)$ dans le cas général et simplifier le résultat en explicitant les coefficients binomiaux. Lorsque $n = 2$, retrouver ce résultat grâce à un arbre de choix.

Exercice 2 (8pts) : Couple de variables aléatoires

Soit (X, Y) un couple de variables aléatoires de densité conjointe $f(x, y) = 8xy 1_{\Delta}(x, y)$, où $\Delta = \{(x, y) / x \in [0, 1], y \in [0, x]\}$.

- 1) Représenter Δ .
- 2) Vérifier que f est bien une densité.
- 3) Déterminer les densités marginales f_X et f_Y .
- 4) Calculer la covariance $Cov(X, Y)$.
- 5) Les variances aléatoires X et Y sont-elles indépendantes ? Justifier votre réponse.

Exercice 3 (7pts) :

On considère un jeu de loterie qui consiste à effectuer un tirage sans remise de 5 boules parmi 50 boules numérotées de 1 à 50 puis un tirage sans remise de 2 étoiles parmi 11 étoiles numérotées de 1 à 11. Chaque personne mise 2 euros et choisit 5 numéros de boules et 2 numéros d'étoile. Après chaque tirage (où l'ordre dans lequel sont tirées les boules et les étoiles n'est pas pris en compte), une personne gagne une certaine somme en fonction du nombre de boules et d'étoiles tirées, qu'elle avait préalablement choisi.

- 1) Quel univers des possibles Ω peut-on choisir ? Quel ensemble des événements E peut-on choisir ? Quelle loi de probabilité P peut-on raisonnablement choisir ?
- 2) Quelle est la probabilité de tirer le gros lot (c'est à dire d'obtenir les 5 bonnes boules et les 2 bonnes étoiles) ?
- 3) On suppose que l'on gagne à partir du moment où l'on a au moins 2 bons numéros de boules, ou alors un bon numéro de boules et deux bonnes étoiles. Quelle est la probabilité de gagner quelque chose ? Exprimer ceci sous la forme « on a environ une chance sur ... de gagner ».
- 4) Est-il plus probable d'avoir deux boules et pas d'étoiles ou alors d'avoir une boule et deux étoiles ? Même question si l'on compare deux boules et une étoile avec une boule et deux étoiles. Est-ce intuitivement cohérent ?