M.K.J

E.N.S.P. .... *Niveau II/Année 2018-19, Semestre 1* .... ND/NG

*** U.E. MAT 217 « *Séries et Intégrales généralisées* » ***

***** Test n°1 *(3H 00mn)* *****

1. TOUT DOCUMENT INTERDIT.
2. Le correcteur appréciera le SOIN apporté à la REDACTION et à la PRESENTATION du devoir.
3. Toute réponse doit être justifiée, mais éviter des explications INUTILEMENT KILOMETRIQUES.
4. L'objectif ici ne doit pas être de chercher à traiter à tout prix toute l'épreuve, en sprintant inconsidérément et en bâclant. Mais, plutôt, d'en couvrir une part significative de manière convaincante.

**** *EXERCICE 1* (3 POINTS) ****

Soit la série $\displaystyle\sum_{n \geqslant 1} \frac{1}{(5n-2)(5n+3)}$.

1°) Calculer S_N, la *somme partielle* de rang N de cette série.

2°) En déduire la nature de la série et, *en cas de convergence*, préciser la valeur de sa *somme* et donner la signification pratique de cette somme (dire, notamment, pourquoi on parle, plus précisément, de *somme totale*, et de quoi).

**** *EXERCICE 2* (3 POINTS) ****

On pose : $A = \displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n \sin(3n)}{\mathrm{sh}(2n) + \mathrm{ch}(2n)}$.

1°) Sans calculer A, montrer que $A \in \mathrm{IR}$.

2°) Calculer A

**** *EXERCICE 3* (3 POINTS) ****

1°) Etudier la nature de la série numérique $\displaystyle\sum_{n \geqslant 1} \frac{\cos^2 n}{n}$.

2°) S'appuyer sur ce résultat pour montrer que la série numérique $\displaystyle\sum_{n \geqslant 1} \frac{(-1)^n \cos n}{n}$ est *semi-convergente*.

**** *EXERCICE 4* (4,5 POINTS) ****

Soit la fonction f définie par : $f(x,y) = \displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{y^n}{x^{2n} + \sqrt{3}}$.

1°) Trouver le domaine de définition $\mathcal{D}_f$ de f dans IR^2.

2°) Représenter $\mathcal{D}_f$ dans le plan.

**** *EXERCICE 5* (9 POINTS) ****

Etudier la nature des séries : *(1)* $\displaystyle\sum_{n \geqslant 0} \frac{(-16)^n [(2n)!]^2}{(4n+1)!}$; *(2)* $\displaystyle\sum_{n \geqslant 1} \frac{(-1)^n}{(\mathrm{Arctg}\, n)^3 + \sqrt[4]{\ln n}}$; *(3)* $\displaystyle\sum_{n \geqslant 0} \frac{2^n \,\mathrm{sh}\, n}{2^n + 3^n}$; *(4)* $\displaystyle\sum_{n \geqslant 1} \frac{(-1)^n}{(\mathrm{th}\, n)^2}$; *(5)* $\displaystyle\sum_{n \geqslant 1} n^n e^{-n^2}$; *(6)* $\displaystyle\sum_{n \geqslant 1} \frac{(\cos n)\sqrt[3]{n}}{\sqrt{n} - (-1)^n}$

(7) $\displaystyle\sum_{n \geqslant 0} e^{-in^2}$; *(8)* $\displaystyle\sum_{n \geqslant 0} e^{(7-3i)n}$; *(9)* $\displaystyle\sum_{n \geqslant 0} e^{-(7+3i)\ln n}$.

FIN