Université de Yaoundé I **Ecole Nationale Supérieure Polytechnique**

Année académique 2019 – 2020

Département de Mathématiques et Sciences Physiques

UE PHY224 : TRAVAUX DIRIGES DE THERMODYNAMIQUE – Fiche n°1

<u>Exercice 1:</u> Différentiation des coordonnées thermodynamiques d'un gaz parfait

L'équation d'état d'un gaz parfait peut être mis sous la forme : f(P,V,T) = PV-nRT = 0.
1°) – Calculer les dérivées partielles suivantes :
a) - $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$ b) - $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V$ c) - $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$ d) - $\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$ e) $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$ f) - $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P$

2°) – Comparer les expressions du type $\left(\frac{\partial X}{\partial Y}\right)_Z$ avec celles $.\frac{1}{\left(\frac{\partial Y}{\partial X}\right)_Z}$ .Calculer le produit : $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \times \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P \times \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$

4°) – Comparer :
a) - $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$ et $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \times \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$ b) - $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$ et $\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \times \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$ c) - $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V$ et $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P \times \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$

<u>Exercice 2:</u> Généralisation des différentiations

Considérant un système dont les variables d'état x, y et z sont liées par une équation (l'équation d'état) de la forme f(x,y,z) = 0.
1°) – Ecrire la différentielle de chacune des variables en fonction de celles des deux autres
2°) – Par substitution, déterminer α et β tels que $\alpha.dx + \beta.dz = 0$. En déduire les égalités :
$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z = \frac{1}{\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z}$ et $\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z = -\left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_y \times \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x$

3°) – Montrer enfin que : $\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$

<u>Exercice 3</u>: **Gaz de Diétérici et coefficients thermo élastiques**
Un gaz a pour équation d'état: $P(V-b) = RT\exp\frac{-a}{RTV}$ (pour une mole), où a et b sont des constantes, P, V et T étant les coordonnées thermodynamiques du gaz.
1°) - Déterminer les coefficients thermo élastiques α et β de ce gaz.
2°) - Dans le domaine des faibles pressions, on peut utiliser pour ce gaz une équation d'état du type: $PV = RT(1+\frac{A}{V})$ où A est une constante donnée.

Que deviennent alors α et β dont on rappelle ici la définition : $\alpha = \frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial T}\Big)_P$ $\beta = \frac{1}{P}\frac{\partial P}{\partial T}\Big)_V$

<u>Exercice 4</u>: **Coefficients thermo élastiques et gaz de Van der Waals**
1°) - Montrer que pour toute substance matérielle, les coefficients β et χ vérifient les égalités suivantes : $\frac{\partial\alpha}{\partial P}\Big)_T = -\frac{\partial\chi}{\partial T}\Big)_P$ $\frac{\alpha}{\chi} = \frac{\partial P}{\partial T}\Big)_V$
2°) - Calculer les coefficients thermo élastiquesα, β et, χ pour un gaz obéissant à la loi de Van Der Waals, savoir pour une mole: $(P+\frac{a}{V^2})(V-b) = RT$ <u>Rappel</u> : $\chi = -\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial P}\Big)_T$

<u>A.N</u>: O_2 (a = 0,14 S.I. et b = $3{,}22.10^{-5}$ S.I) occupant V=1 litre à T=27°C

<u>Exercice 5</u> : Equation d'état. Coefficients thermo élastiques

L'étude expérimentale d'un gaz réel a permis de déterminer ses coefficients thermo élastiques :

$$\alpha = \frac{R}{PV} + \frac{a}{VT^2} \qquad \text{et} \qquad \chi = \frac{RT}{VP^2} \qquad \text{où a = constante}$$

Etablir l'équation d'état du gaz

<u>Exercice 6</u> : Equation d'état. Coefficients thermo élastiques

L'étude expérimentale d'une substance a permis de déterminer son coefficient de dilatation à pression constante α et son coefficient de compressibilité isotherme χ :

$$\alpha = \frac{3aT^3}{V} \qquad \text{et} \qquad \chi = \frac{b}{V} \qquad \text{où a et b sont des constantes}$$

Trouver l'équation d'état f(P,V,T)=0 de cette substance

<u>Exercice 7</u> : Equation d'état d'un fil élastique

Considérons un fil élastique de longueur au repos L_0 à la température T_0 ; Lorsqu'on exerce sur ce fil une traction F, la longueur L et la température T varient.

1° Justifier l'écriture :

$$dL = \left.\frac{\partial L}{\partial T}\right)_F dT + \left.\frac{\partial L}{\partial F}\right)_T dF$$

2° On définit le coefficient de dilatation linéaire à force constante $\lambda = \frac{1}{L}\left.\frac{\partial L}{\partial T}\right)_F$ et le module de Young $E = \frac{L}{S}\left.\frac{\partial F}{\partial L}\right)_T$ où S est la section du fil. Calculer $\left.\frac{\partial F}{\partial T}\right)_L$ et dF

3° Pour la substance parfaitement élastique constituant le fil, l'équation d'état s'écrit : $F = AT\left(\frac{L}{L_0} - \frac{L_0^2}{L^2}\right)$

Où A est une constante. Calculer, E, E_0=E (F=0),λ, $\lambda_0=\lambda$(F=0)

<u>Exercice 8:</u>

Soi la forme différentielle suivante exprimée en fonction des deux variables x et y.

$\delta z = (4xy + 3y^5 - x)dx + (x^2 + 2xy)dy$

Montrer que δz n'est pas une différentielle totale.

<u>Exercice 9 :</u>

1° Montrer que la forme différentielle suivante est une différentielle totale exacte :

$\delta z = 2xydx + (x^2 + cosy)dy$

2° Quelle est la fonction $z(x, y)$ correspondante ?