E.N.S.P. .... *Niveau II/Année 2019-20, Semestre 1* .... ND/NG

***** U.E. MAT 217 *« Séries et Intégrales généralisées »* : Examen Final *(3H00mn)* *****

1. **TOUT DOCUMENT INTERDIT (SOUS QUELQUE FORMAT QUE CE SOIT).**
2. **Le correcteur appréciera le SOIN apporté à la REDACTION et à la PRESENTATION du devoir.**
3. **Toute réponse doit être justifiée, mais éviter des explications INUTILEMENT KILOMETRIQUES.**
4. **L'objectif ici ne doit pas être de chercher à traiter à tout prix toute l'épreuve, en sprintant inconsidérément et en bâclant. Mais, plutôt, d'en *couvrir une part significative de manière convaincante.***
5. ***Effort personnel apprécié, mais toute tricherie ou tentative de tricherie sera sévèrement sanctionnée.***

****** *EXERCICE 1* (7 POINTS) ****** On pose : $A = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$, $B = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$, $C = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$.

Pour $N \in \mathbb{N}^*$, on note respectivement A_N, B_N, C_N, les sommes partielles de rang N de A, B, C.

1°) Sans chercher à calculer aucune des 3 sommes infinies A, B, C, répondre aux 4 questions suivantes :

a) Montrer que $A, B, C \in \mathbb{R}$.

b) Montrer qu'il existe une constante $d_0 \in \mathbb{N}^*$ (*à préciser*) telle que : $\forall N \in \mathbb{N}^*$, $A_{2N+1} = \frac{A_N}{d_0} + C_N$.

c) En déduire qu'il existe une constante réelle d_1 (*à préciser*) telle que : $C = d_1 A$.

d) Montrer qu'il existe aussi une constante réelle d_2 (*à préciser*) telle que : $B = d_2 A$.

2°) a) Sachant que $A = \pi^2/6$, en déduire les valeurs respectives de B et C.

b) Pour chacune des 3 sommes A, B et C, que signifie, en pratique, sa valeur numérique ci-dessus ?

****** *EXERCICE 2* (3 POINTS) ****** Pour $x, \alpha \in \mathbb{R}$, on pose : $S(x,\alpha) = \sum_{n=3}^{+\infty} \frac{\sin^2(\alpha n)}{n!} x^n$.

1°) Sans calculer $S(x,\alpha)$, montrer que $S(x,\alpha) \in \mathbb{R}$.

2°) Calculer $S(x,\alpha)$, sachant qu'on a : $\forall z \in \mathbb{C}$, $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{n!} = e^z$.

****** *EXERCICE 3* (6,5 POINTS) ****** Soit la fonction $G(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} [a_n \cos(n\omega x) + b_n \sin(n\omega x)]$,

où x est la variable réelle tandis que ω est une constante réelle et on a 2 suites de nombres réels ou complexes $(a_n)_{n \geqslant 0}$, $(b_n)_{n \geqslant 0}$ telles que les 2 séries numériques $\sum_{n \geqslant 0} a_n$ et $\sum_{n \geqslant 0} b_n$ sont ***absolument convergentes***.

1°) Quelle relation existe-t-il entre la fonction G et la notion de *série de fonctions* ?

2°) Montrer que la fonction G est : a) définie en tout $x \in \mathbb{R}$; b) continue sur $\mathbb{R}$; c) bornée sur $\mathbb{R}$.

3°) Pour $\omega \neq 0$, montrer que $\int_0^{2\pi/\omega} G(x)\,dx$ est une intégrale définie, puis calculer sa valeur (en vous justifiant).

4°) Trouver une condition suffisante sur les 2 suites $(a_n)_{n \geqslant 0}$, $(b_n)_{n \geqslant 0}$ pour que G soit dérivable sur $\mathbb{R}$.

****** *EXERCICE 4* (7 POINTS) ****** On veut calculer une valeur approchée de I, avec :

$$I = \int_0^1 \frac{\operatorname{sh} x}{\sqrt{x}}\,dx, \quad J = \int_{-1}^1 \operatorname{sh}(x^2)\,dx, \quad K = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(4n+3)\cdot(2n+1)!}, \quad T(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}.$$

1°) Sans chercher à calculer ni I, ni J, ni K, montrer que : a) $I \in \mathbb{R}$; b) $J \in \mathbb{R}$; c) $K \in \mathbb{R}$;

d) $I = c_1 J = c_2 K$, avec c_1 et c_2, 2 constantes réelles à préciser (et sachant que : $\forall x \in \mathbb{R}$, $T(x) = \operatorname{sh} x$).

N.B. ***Ceci ne revient pas seulement à faire des calculs, mais d'abord à vérifier préalablement les hypothèses qui permettent ces calculs.***

2°) Utiliser ce dernier résultat pour calculer une *valeur approchée* de l'intégrale I à 10^{-10} près.

KMG

ENSP, Niveau 2 — Examen de MAT218

Janvier 2020

Note : Les questions $1, 2, \cdots$ sont indépendantes. Les calculatrices sont interdites.

1. On considère $\mathbb{R}^2$ muni du produit scalaire usuel. Orthonormaliser la base $((1,1),(3,2))$.
2. On considère le R-espace vectoriel $\mathbb{R}_3[X]$ des polynômes de la variable X de degré inférieur ou égal à 3.
   (a) Montrer que l'application définie sur $\mathbb{R}_3[X] \times \mathbb{R}_3[X]$ par
   $$\Phi(P,Q) = \int_{-1}^{1} P(t)Q(t)dt$$
   définit un produit scalaire sur $\mathbb{R}_3[X]$.
   (b) Calculer l'orthogonal de $P = 1 + X + X^2 + X^3$.
3. On considère le $\mathbb{R}$-espace vectoriel $\mathcal{F}$ des fonctions réelles d'une variable réelle, continues et 2π-périodiques.
   (a) Montrer que l'application définie sur $\mathcal{F} \times \mathcal{F}$ par
   $$\Phi(f,g) = \int_{-\pi}^{\pi} f(t)g(t)dt$$
   définit un produit scalaire sur $\mathcal{F}$.
   (b) Montrer que la famille $\{\cos(nt),\ \sin(mt) |\ (n,m) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}^*\}$ est orthogonale pour le produit scalaire Φ.
   (c) Montrer que l'ensemble $\mathcal{P}_n$ des fonctions polynomiales trigonométriques de degré inférieur ou égal à n est un sous-espace vectoriel de $\mathcal{F}$. On rappelle que $P \in \mathcal{P}_n$ si et seulement si P est sous la forme
   $$P(x) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^{n} \left(\alpha_k \cos(kx) + \beta_k \sin(kx)\right),$$
   avec $\alpha_0, \alpha_1, \cdots, \beta_1, \cdots \in \mathbb{R}$.
   (d) Soit $P \in \mathcal{P}_n$. Montrer que si P s'annule en $2n+1$ points deux à deux distincts, alors $P = 0$.
4. Soit f une fonction réelle de classe C^1 sur l'intervalle $[-1, 1]$ satisfaisant $f(-1) = 0$.
   Montrer que
   $$\int_{-1}^{1} |f(t)|^2\, dt \leq 2 \int_{-1}^{1} |f'(t)|^2\, dt.$$
5. On munit le $\mathbb{R}$-espace vectoriel $\mathbb{R}[X]$ des polynômes en X du produit scalaire
   $$\langle P, Q\rangle = \int_{0}^{+\infty} P(t)Q(t)e^{-t}dt.$$
   (a) Vérifie que $\langle \cdot, \cdot \rangle$ définit bien un produit scalaire sur $\mathbb{R}[X]$.
   (b) Construire une base orthonormale de $\mathbb{R}_2[X]$.
   (c) Soit $P = 1 + x + x^3$. Déterminer $H \in \mathbb{R}_2[X]$ tel que $\langle P - H, P - H\rangle$ est minimal.

Dr. Wilson Toussile

Université de Yaoundé I
Ecole Nationale Supérieure
Polytechnique
Département de
Mathématiques et Sciences
Physiques

The University of Yaounde I
National Advanced School of
Engineering
Department of Mathematics
and Physics

Examen de fin de premier semestre/UE PHY 215 : Travaux pratiques de Physique II
Mercredi 15 Janvier 2020-Durée : 3H (12H00-15H00)/Examinateur : VKK

I. Etude d'un quadripôle : Adaptateur d'impédance/2.75pt

On considère un quadripôle Q'' associé en cascade à la sortie d'un quadripôle Q'. Soit $\overline{Z}_s = R_s + jX_s$ l'impédance de sortie du quadripôle Q' et soit $\overline{V}_{s0}$ sa tension de sortie à vide. Soit $\overline{Z}_e = R_e + jX_e$ l'impédance d'entrée du quadripôle Q'' (figure 1). On posera $\overline{V}_{s0} = E_{eff}$.

I.1. Calculer l'expression $\overline{P}_0$ de la puissance complexe fournie par le générateur $\overline{V}_{s0}$ et celle de $\overline{P}_s$, puissance complexe consommée par l'impédance de sortie du quadripôle Q'. (0.5ptx2)

I.2. En déduire la puissance active $\overline{P}_{oa}$ délivrée par $\overline{V}_{s0}$ ainsi que la puissance active $\overline{P}_{sa}$ consommée par la partie résistive de $\overline{Z}_s$, puis la puissance active $\overline{P}_{ea}$ dissipée dans l'impédance d'entrée $\overline{Z}_e$ du quadripôle Q''. (0.25ptx3)

I.3. En supposant que $X_s = -X_e$, que R_s est donnée et que R_e est réglable, montrer qu'en choisissant $R_e = R_s$, la puissance $\overline{P}_{ea}$ est maximale. En déduire que, dans ces conditions, la puissance fournie par le quadripôle Q' au quadripôle Q'' est maximale. (0.5ptx2)

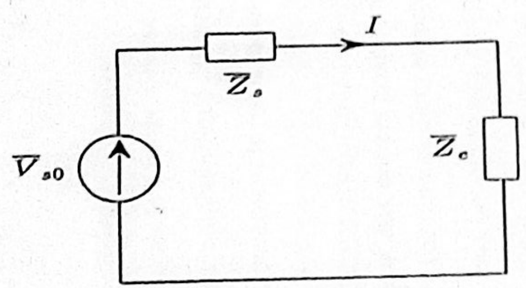


FIGURE 1 – Adaptateur d'impédance.

II. Wattmètre électronique/13.25pt

On se propose d'étudier le fonctionnement d'un wattmètre électronique comprenant un capteur de tension, un capteur de courant, un multiplieur et un filtre passe-bas. Aucune connaissance préalable du wattmètre n'est nécessaire.

II.1. Soit un dipôle d'impédance $\underline{Z} = R + jX$ alimenté par une tension sinusoïdale $v(t) = V_M\cos(\omega t)$ et parcouru par un courant $i(t) = I_M\cos(\omega t - \varphi)$. On utilise la convention récepteur.

II.1.1. Ecrire les expressions de l'amplitude I_M et du déphasage φ en fonction de V_M, R et X. (0.25ptx2)

II.1.2. Ecrire le signe de φ si le dipôle est inductif. (0.5pt)

II.1.3. Calculer la puissance moyenne P reçue par le dipôle en fonction de V_M, I_M et φ.

II.1.4. Pour une impédance $\underline{Z} = 5 + 10j$ exprimée en ohms et une amplitude $V_M = 320V$, exprimer les valeurs numériques de I_M, φ et P. (0.5ptx

II.2. Pour mesurer la puissance P absorbée par la charge, on utilise un wattmètre dont le schéma fonctionnel est le suivant : la tension $v(t)$ est envoyée dans un capteur de tension qui délivre en sortie une tension $v_a(t) = k_a v(t)$; l'intensité est envoyée dans un capteur de courant délivrant en sortie une tension $v_b(t) = k_b i(t)$. Ces deux signaux $v_a(t)$ et $v_b(t)$ entrent dans un multiplieur produisant la tension $v_1(t) = Kv_a(t)v_b(t)$. La tension $v_1(t)$ passe ensuite dans un moyenne permettant d'obtenir une tension "lissée" $v_2(t)$ telle que la valeur moyenne de v_2 est l'opposée de celle de v_1.

II.2.1. Etablir l'expression de la valeur moyenne de $v_2(t)$. (0.5pt)

II.2.2. Montrer qu'elle est proportionnelle à la puissance P. On explicitera la constante de proportionnalité k_m. (0.25pt

II.2.3. On mesure une valeur moyenne de (-1.5 V) pour v_2. Sachant que $k_a = 0.02$, $k_b = 10.0mV \cdot A^{-1}$ et $K = 2.00V^{-1}$, Ecrire la valeur de la puissance P mesurée. (0.5pt)

II.3. Pour obtenir la valeur moyenne du signal $v_1(t)$, on utilise un filtre passe-bas dont le montage dit de Rauch est donné à la figure 2 ci-dessous.

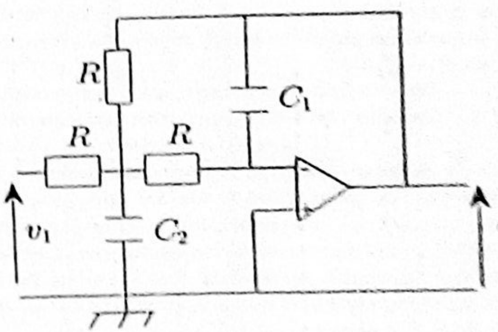


FIGURE 2 – Wattmètre électronique.

II.3.1. Établir la fonction de transfert $\underline{H}$ de ce montage. (0.5pt)

II.3.2. L'écrire sous la forme canonique (0.5pt)

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + 2mj\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}, \quad (1)$$

tout en explicitant m, H_0 et ω_0 en fonction des paramètres du circuits.

II.4. On souhaite obtenir une fréquence $f_0 = 5.0Hz$ avec un coefficient $m = \sqrt{2}/2$ et $R = 470k\Omega$.

II.4.1. Calculer les valeurs des capacités C_1 et C_2. (0.25p

II.4.2. Etablir le sens de variation du gain. (0.5p

II.4.3. Etablir le diagramme asymptotique du diagramme de Bode en gain. (0.5p

II.4.4. Ecrire l'expression du déphasage φ. (0.5p

II.4.5. Etablir son sens de variation. (0.5p

II.4.6. Ecrire les valeurs limites du déphasage. (0.5p

II.4.7. En déduire le tracé du diagramme de Bode. (0.5p

II.4.8. Ecrire, sans nouveau calcul, l'équation différentielle reliant v_1 et v_2 en utilisant les constantes v_0 et m. (0.5pt)

II.5. On applique à l'entrée du filtre passe-bas la sortie du multiplieur $v_1(t)$ sachant qu'en entrée du wattmètre on envoie $v(t) = V_M \cos(\omega t)$ et $i(t) = I_M \cos(\omega t - \varphi)$ avec $V_M = 320V$, $f = 50Hz$, $I_M = 20A$ et $\varphi = 1.0rd$.

II.5.1. Etablir qu'en régime forcé, la tension du sortie du filtre passe-bas est l'opposé de la valeur moyenne de $v_1(t)$ à laquelle on superpose une composante alternative. (0.5pt)

II.5.2. Etablir l'amplitude A_M de cette composante alternative. (0.5pt)

II.5.3. Ecrire alors sa valeur numérique. (0.5pt)

II.5.4. En déduire la précision relative de la mesure de la puissance P. (0.5pt)

II.6. Le capteur de tension est un transformateur dont le primaire comprend N_1 spires et le secondaire N_2 spires. On suppose le transformateur parfait soit

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}, \qquad (2)$$

en indiçant par le chiffre 1 les valeurs du primaire et par le chiffre 2 celles du secondaires, le primaire et le secondaire étant en convention récepteur.

II.6.1. Etablir le rapport N_2/N_1 pour obtenir une tension efficace de 5.0 V au secondaire pour une tension efficace de 230 V au primaire. (0.5pt)

II.6.2. En déduire le nombre de spires du secondaire sachant que $N_1 = 500$. (0.5pt)

II.7. Pour prélever la tension aux bornes de dipôle d'impédance $\underline{Z}$, le primaire est branché en parallèle sur ce dipôle. La résistance d'entrée du multiplieur valant $R_e = 10.0kV$.

II.7.1. Ecrire la puissance moyenne P_c consommée par le capteur de tension. (0.5pt)

II.7.2. Calculer cette puissance avec les valeurs numériques précédentes. (0.5pt)

III. Circuit redresseur : Le limiteur/2pt

Il s'agit de montages dont la principale fonction est de protéger les circuits électriques ou électroniques. On les appelle aussi circuits écrêteurs. Nous allons étudier un des multiples montages qui réalisent cette fonction de façon à bien comprendre le fonctionnement et la démarche qui permet de résoudre l'exercice. Le schéma d'un écrêteur parallèle est représenté figure 2. Nous utiliserons la seconde approximation pour représenter la diode avec $V_s = 0,7V$. On donne $R_1 = 1kV$ et $R_2 = 2,2kV$.

III.1. On demande de déterminer la fonction de transfert du circuit, soit V_L/V_e. (1pt)

III.2. Le signal appliqué à l'entrée $V_e(t)$ est un signal triangulaire de période T et d'amplitude maximale $E_0 = 2V$. (1pt)
Représenter le signal de sortie.

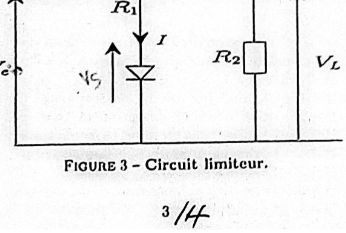


FIGURE 3 – Circuit limiteur.

IV. Circuit logique à diodes et transistor/2pt

Dans le montage de la figure 4, on se propose de réaliser une fonction logique V_s de deux tensions V_1 et V_2 ne pouvant valoir que 0 ou 5V. Les diodes sont supposées parfaites (tensions de seuil égales à 0,7V).

IV.1. Calculer la valeur de la tension V_s dans le cas où l'on a $V_1 = V_2 = 5V$. (0.5p

IV.2. Calculer également la valeur de V_s dans le cas où une seule des deux tensions V_1 et V_2 est égale à 0V (l'autre restant à 5V), puis dans le cas où elles sont toutes deux égales à 0V. (0.5p

IV.3. Conclure sur la fonction réalisée par ce montage. (0.5p

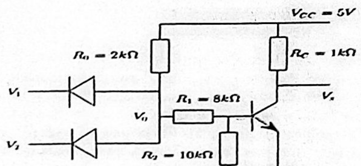


FIGURE 4 – Circuit logique à diodes et transistor.

Bonne année 2020 !

Yaoundé, le 16 janvier 2020

Université de Yaoundé I
Ecole Polytechnique / 2MSP
M. MBOUH GHOGOMU Pryde Aimé

Examen d'Informatique 3 (INF 212)

3h. Document interdit

Exercice n° 1 : 6pts

1. Définir **mots clés (ou mots réservés) d'un langage de programmation** ; ***(1pt)***
2. Lister par ordre alphabétique 20 mots-clés du langage C. ***(0,25pt par mot correct et -0,25pt sinon)***

Exercice n° 2 : 6pts Concernant le pgcd, nous avons les égalités suivantes :

— $\forall a \geq 0, \forall b > 0, pgcd(a, b) = pgcd(b, a \mod b)$

— $\forall a_{i(1 \leq i \leq n)} \geq 0, pgcd(a_1, a_2, ..., a_n) = pgcd(a_1, pgcd(a_2, ..., a_n)), n \geq 3$

En se restreignant aux entiers positifs ou nuls, écrire en pseudo-code **une fonction récursive (a)** et **une fonction itérative (b)** qui calculent et renvoient : ***(1,5pt*4)***

1. le pgcd de deux entiers passés en argument ;
2. le pgcd de plus de deux entiers (un pointeur sur un entier est l'un des arguments).

Exercice n° 3 : 8pts On donne la fonction TRI suivante :

Temps	Fois	**FONCTION** TRI (↓entier : Tab, entier : n)
		// Objectif : Trier par ordre croissant
		VARIABLE
		entier : cle, i, j
		Debut
t_1	x_1	Pour i ← 1 (1) n-1 faire
t_2	x_2	cle ← Tab[i]
t_3	x_3	j ← i-1
t_4	$\sum_{i=1}^{n-1} nb_i$	TantQue ((j $\geqslant$ 0) ET (Tab[j] > cle)) Faire
t_5	x_5	Tab[j+1] ← Tab[j]
t_6	x_6	j ← j-1
		FinTantque
t_7	x_7	Tab[j+1] ← cle
		FinPour
		Fin

1. Supposons qu'en entrée de la fonction TRI, Tab pointe sur [5,2,4,6,1,3].
   (a) Illustrer les 5 états successives de Tab à chaque itération i de la boucle Pour ; ***(1pt)***
   (b) en déduire le nom de la méthode du tri utilisé par la fonction TRI. ***(0.5pt)***
2. Réécrire la fonction TRI pour trier dans l'ordre décroissant ; ***(1pt)***
3. Nous voulons calculer le temps d'exécution $T(n)$ de la la fonction TRI : $T(n) = \sum_{k=1}^{7} t_k * x_k$.
   t_k étant le temps d'exécution de la ligne $n^o\ k$ et x_k le nombre de fois que la ligne $n^o\ k$ est exécutée.
   (a) Déterminer le nombre de fois x_k que chaque ligne $n^o\ k,_{1 \leq k \leq 7}$ est exécutée ; ***(0,5pt*6)***
   NB : le nombre de fois x_4 que la ligne $n^o\ 4$ est exécuté est $x_4 = \sum_{i=1}^{n-1} nb_i$; nb_i étant le nombre de fois que le test de la boucle *TantQue* est exécuté pour une valeur de i.
   (b) En déduire l'expression de $T(n)$ en fonction des t_k, de nb_i et de n ; ***(0.5pt)***
   (c) Dans le cas le plus favorable, quelle est la valeur de nb_i ? en déduire $T(n)$; ***(0.5pt+0.5pt)***
   (d) Dans le cas le plus défavorable, quelle est la valeur de nb_i ? en déduire $T(n)$. ***(0.5pt+0.5pt)***

Université de Yaoundé I
Ecole Nationale Supérieure Polytechnique
Département de Mathématiques et Sciences Physiques

The University of Yaounde I
National Advanced School of Engineering
Department of Mathematics and Physics

Examen de fin de semestre/UE PHY 214 : Mécanique II

Vendredi 17 Janvier 2020-Durée : 3H (08H00-11H00)/*Examinateur : VKK*

(Documents non autorisés sauf graphique machine à fileter et papier millimetré)

I. Notes de cours/3pt

I.1. Définir : -LE -SCM -MPP -IPM. (0.25ptx4)

I.2. Enoncer les principes suivants : -TP -PFD -TAM -TEC. (0.5ptx4)

II. Cinématique/9.5pt

II.1. **Modélisation et parametrage des mécanismes :** On considère un système mécanique DIRAVI CITROËN dont le régulateur centrifuge schematisé à la figure 1 est entraîné à partir de la boîte de vitesse par un flexible, monté sur l'arbre (20). Ce système permet de «durcir» la direction en fonction de la vitesse du véhicule.

II.1.1. Modéliser les liaisons de mécanisme. (0.5pt)

II.1.2. Tracer le schéma cinématique correspondant. Repérer les ensembles de pièces cinématiquement liées par leur numéro de classe d'équivalence. (0.5pt)

II.1.3. Parametrer la position d'une masselotte par rapport au bâti. (0.25ptx2)

II.2. **Vecteurs position, vitesse et accéleration d'un point d'un solide :** La figure 2 représente une tronçonneuse destinée à couper un tube fabriqué en continu.

II.2.1. Représenter le schéma cinématique du mécanisme. (0.5pt)

II.2.2. Tracer la courbe des abscisses du point C, par rapport au bâti, en fonction de l'angle de rotation θ du plateau (5). Pour $\theta = 0$, la bielle (8) est portée par l'axe $(O, \vec{x}_0)$. (0.5pt)

II.2.3. En déduire la courbe des vitesses du point C, par rapport au bâti en fonction de θ. Exprimer l'angle dont a tourné le plateau (5) pendant la période où la vitesse du point C est constante à 10% près. (0.5ptx2)

II.2.4. En déduire la courbe des accélérations du point C, par rapport au bâti, en fonction de θ. (0.5pt)

Données : $\overrightarrow{O'O} = \Delta\vec{y}_0$ avec $\Delta = 30mm$, $O'M = R = 90mm$ et $MC = l = 900mm$.

II.3. **Champs des vecteurs vitesse et d'acceleration des points d'un solide :** Mécanisme de prise de passes automatiques d'une machine à fileter.

II.3.1. Déterminer graphiquement en justifiant (les caractéristiques) le vecteur vitesse $\vec{v}_7^0(H)$ sachant que le vecteur $\vec{v}_1^0(C)$ est vertical descendant tel que $\|\vec{v}_1^0(C)\| = 181mm \cdot s^{-1}$. (Echelle : 1mm pour $1mm \cdot s^{-1}$). (0.25ptx4)

II.3.2. Calculer les vitesses de rotation $\vec{\Omega}_7^0$ et $\vec{\Omega}_{10}^0$. (0.25ptx2)

II.3.3. En déduire le vecteur vitesse $\vec{v}_{10}^0(N)$. (0.25ptx2)

II.4. **Composition des mouvements :** Le dessin du variateur de vitesse GRAHAM est donné à la figure 3. Soit $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère lié au bâti (S_0) du variateur. L'arbre moteur (S_1) et l'arbre récepteur (S_2) ont une liaison pivot d'axe $(O, \vec{x}_0)$ avec (S_0). On pose $\vec{\Omega}(S_1/R_0) = \omega_1\vec{x}_0$, $\vec{\Omega}(S_2/R_0) = \omega_2\vec{x}_0$. Soient $R_1(O, \vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ et $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_1)$ deux repères lié à (S_1) tel que $\overrightarrow{OA}$ ait même sens que $\vec{y}_1$. On pose $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$, α constant. Le satellite (S) a une liaison pivot d'axe $(A, \vec{x}_2)$ avec (S_1). (S) est un tronc de cône de révolution d'axe $(A, \vec{x}_2)$, de demi-angle au sommet α. On pose $\vec{\Omega}(S/S_1) = \omega\vec{x}_2$. La génératrice de (S) du plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_1)$ la plus éloignée de l'axe $(O, \vec{x}_0)$ est parallèle à $\vec{x}_0$. Notons d la distance à l'axe $(O, \vec{x}_0)$. (S) roule sans glisser au point I sur une couronne (S_3), liée à (S_0) pendant le fonctionnement. Le réglage du rapport de variation s'obtient en déplaçant (S_3) suivant l'axe $(O, \vec{x}_0)$.

Soit B le centre de la section droite du tronc de cône passant par I. On pose $\overrightarrow{BI} = \lambda\vec{y}_2$. A l'extrémité de (S) est fixée une roue dentée de n dents, d'axe $(A, \vec{x}_2)$, qui engrène avec une couronne dentée intérieure d'axe $(O, \vec{x}_0)$, de n_2 dents, liée à S_2.

II.4.1. Tracer le schéma cinématique de mécanisme correspondant. (0.5pt)

II.4.2. En exprimant que (S) roule sans glisser sur (S_3) au point I, exprimer ω en fonction de ω_1. (0.25pt)

II.4.3. Ecrire la relation entre ω_1, ω_2, et ω en exprimant l'engrènement des deux roues dentées. (0.25pt)

II.4.4. En déduire la rapport de variation ω_2/ω_1 du mécanisme en fonction de λ. (0.25pt)

II.4.5. Tracer avec applications la courbe représentative de ce rapport en fonction de λ, sachant que $n/n_2 = 11/38$, $d = 55mm$, et que λ varie entre les valeurs $\lambda_{min} = 12mm$ et $\lambda_{max} = 23mm$. (0.5pt)

II.5. **Mouvement plan sur plan :** Un véhicule à quatre roues roulant sur une surface plane comme l'indique la figure 4, est décrite de la façon suivante. Le châssi est un solide (S). A_1, A_2, A_3, et A_4 sont quatre points liés à (S) formant un rectangle. Soit $R(C, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ un repère lié à (S), le point C est le milieu du segment $[A_3A_4]$. On pose $\overrightarrow{A_4A_3} = 2d\vec{x}$ et $\overrightarrow{A_3A_2} = l\vec{y}$. ($2d$ est la voie du véhicule et l représente l'empattement). Les quatre roues sont assimilés à des disques identiques, d'épaisseur négligeable, de rayon r. Chaque roue $(S_k)(k = 1, \ldots, 4)$ a pour centre $A_k(k = 1, \ldots, 4)$ et pour axe une droite $(D_k)(k = 1, \ldots, 4)$, située dans le plan du rectangle $A_1A_2A_3A_4$. Soit $(A_k, \vec{y}_k)(k = 1, \ldots, 4)$ un axe lié à la roue $(S_k)(k = 1, \ldots, 4)$ et situé dans son plan. on pose $\theta_k = (\vec{z}, \vec{y}_k)(k = 1, \ldots, 4)$. Les roues-arrières (S_3) et (S_4) ont pour axe (A_3A_4). Soit $\vec{u}_k(k = 1, 2)$ un vecteur unitaire orientant l'axe $(D_k)(k = 1, 2)$ de la roue-avant $(S_k)(k = 1, 2)$. On pose $\psi_k = (\vec{x}, \vec{u}_k)(k = 1, 2)$. Ce véhicule se déplace sur le plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ du repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Chaque roue est en contact avec ce plan an un point $I_k(k = 1, \ldots, 4)$ de sa circonférence. On pose $\psi = (\vec{x}_0, \vec{x})$. Les angles ψ, ψ_k et θ_k sont des fonctions du temps. Soit I le CIR du mouvement du plan $(C, \vec{x}, \vec{y})$ de (S) par rapport à R_0.

II.5.1. Ecrire la condition d'existence du point I. Cette condition établie sera admise pour la suite du problème. (0.25pt)

II.5.2. Exprimer le vecteur vitesse $\vec{v}^0(A_1)$ en fonction de $\vec{\Omega}(S/R_0)$ et $\overrightarrow{IA_1}$. (0.25pt)

II.5.3. Ecrire l'expression du vecteur vitesse de glissement $\vec{v}(I_1 \in S_1/R_0)$. (0.25pt)

II.5.4. Etablir que si ce vecteur vitesse de glissement est nul, l'axe (D_1) de la roue (S_1) passe par le point I. (0.25pt)

II.5.5. On suppose que les quatre roues roulent sans glisser sur le plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$. On pose $\overrightarrow{IC} = \rho\vec{x}$ et $\vec{v}^0(C) = v\vec{y}$. (ρ représente le rayon de virage et v le module de la vitesse du véhicule). Ecrire la relation entre le paramètres v et ρ. (0.25pt)

II.5.6. Ecrire alors les vitesses de rotation $\dot{\theta}_3$ et $\dot{\theta}_4$ des roues-arrières (S_3) et (S_4), respectivement, en fonction de ρ, r, d et v. (0.25ptx

III. Dynamique/7.5pt

Cinétique, Principe fondamental de la dynamique et Energetique

La figure 5 représente une broche multiplicatrice adaptable sur fraiseuse, machine à pointer, perceuse ou alèseuse dont la vitesse de rotation est généralement insuffisante pour donner la vitesse de coupe rationnelle aux fraises couteaux de petit diamètre. Soit $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère galiléen lié au corps (0) de la broche. Les arbre (1) et (2) ont une liaison pivot sans frottement d'axe $(O, \vec{y}_0)$ avec le corps (0). Soit $R(O, \vec{x}_1, \vec{y}_0, \vec{z}_1)$ un repère lié à l'arbre moteur (1). On pose $\theta = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$, avec $\dot{\theta} = \omega_1$, ω_1 constante positive. L'arbre (1) entraîne en rotation trois sphères telles que (3), homogènes, de masse m, de rayon a, disposées à 120° les unes des autres. Le centre O_1 de la sphère (3) décrit un cercle de centre O et de rayon r, tel que $\overrightarrow{OO_1} = r\vec{x}_1$. La sphère (3) roule sans glisser aux points B et C sur deux bagues coniques (4) et (5) liées au corps (0), et communique son mouvement à l'arbre récepteur (2) en roulant sans glisser aux points A et D sur celui-ci. On pose $\vec{\Omega}((2)/R_0) = \omega_2\vec{y}_0$. Les points A, B, C, et D sont les quatre sommets d'un rectangle, comme indiqué sur la figure.

Notons $\alpha = (\vec{z}_1, DB) = (AC, \vec{x}_1)$. (1) est en contact avec (3) au point I tel que $\overrightarrow{O_1 I} = a\vec{z}_1$. Soit f le coefficient de frottement aux points A, B, C, D, et I entre les différentes pièces en contact. On définit l'action mécanique de l'arbre (2) sur la sphère (3), au niveau du point A, par le torseur suivant

$$\{\mathcal{T}((2) \to (3))\}_A = \left\{ \begin{array}{c} N_A\vec{n} + T_A\vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}, \tag{1}$$

où $\vec{n}$ est un vecteur unitaire dirigé du point A vers le centre O_1 de la sphère (3) (alors $N_A > 0$). Les autres torseurs d'action mécanique sur (3), aux points B, C, D, et I, sont définis d'une façon analogue. L'action mécanique de la pesanteur étant négligée, on suppose que les composantes normales en B et C sont égales, ainsi que les composantes tangentielles ($N_B = N_C$ et $T_B = T_C$). Le but de l'étude est de savoir comment regler la bague (6) pour qu'elle engendre une action mécanique suffisante entre les sphères, l'arbre (2) et les bagues coniques (4) et (5), de façon à transmettre la puissance motrice, sans toute fois dépasser les pressions de contact maximales que peuvent supporter les matériaux. On donne : $\omega_e = 157,08 rd \cdot s^{-1} (1500 tr \cdot min^{-1})$, $r = 48mm$, $a = 32,5mm$, $f = 0,12$, $m = 1,121 Kg$, $\alpha = 14°$, puissance fournie à l'arbre moteur (1) $P = 750W$.

III.1. Ecrire au point O_1 l'expression du torseur cinématique du mouvement de la sphère (3) par rapport au repère R_0. (1pt)

III.2. Ecrire le rapport de multiplication de la broche ω_s/ω_e. (1pt)

III.3. Ecrire le vecteur vitesse de glissement du point I de la sphère (3) par rapport à l'arbre moteur (1). (1pt)

III.4. Ecrire au point O_1 le torseur dynamique de la sphère (3) dans son mouvement par rapport au repère R_0. (1pt)

III.5. Ecrire les équations scalaires déduites du PFD appliqué à la sphère (3) dans son mouvement par rapport au repère R_0, en projection sur $\vec{x}_1$, $\vec{y}_0$, $\vec{z}_1$ (le théorème du moment dynamique sera écrit au point O_1). (1pt)

III.6. Calculer la composante normale N_I de la résultante générale du torseur d'action mécanique de (1) sur (3). (0.5pt)

III.7. Calculer les composantes tangentielles T_A et T_B des résultantes générales des torseurs d'action mécanique de (2) sur (3) et (4) sur (3), respectivement. (1pt)

III.8. Calculer la valeur minimale de N_B pour qu'il ait roulement sans glissement aux points A, B, C, D entre les solides en contact. (0.5pt)

III.9. La puissance perdue par frottement au contact de la sphère (3) et de l'arbre moteur (1) est $P_f = T_I\vec{x}_1 \cdot \vec{v}_3^1(I)$. Calculer alors le rendement η du mécanisme $\left(\eta = \frac{P - 3|P_f|}{P}\right)$. (0.5pt)

IV. Représentations physiques

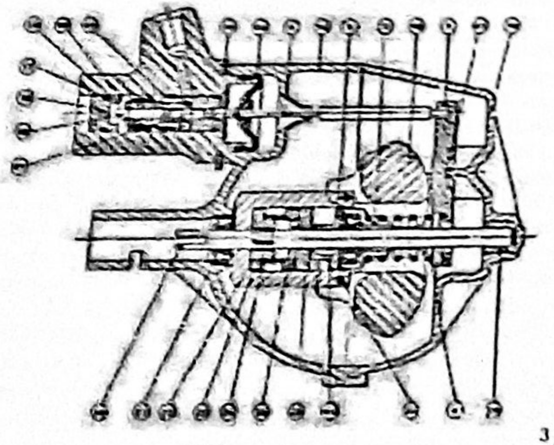


Fig. 1

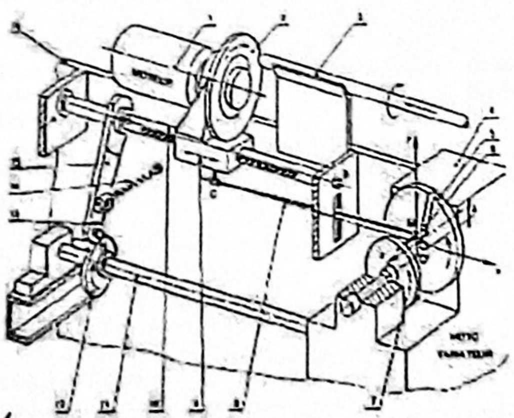


Fig. 2

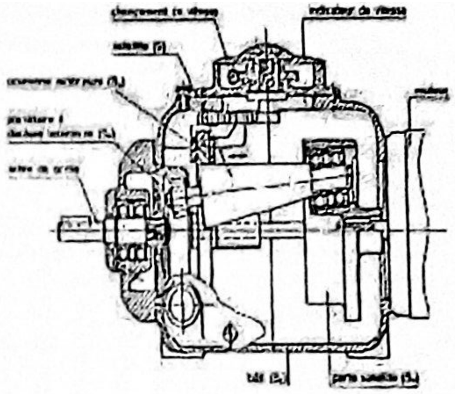


Fig. 3

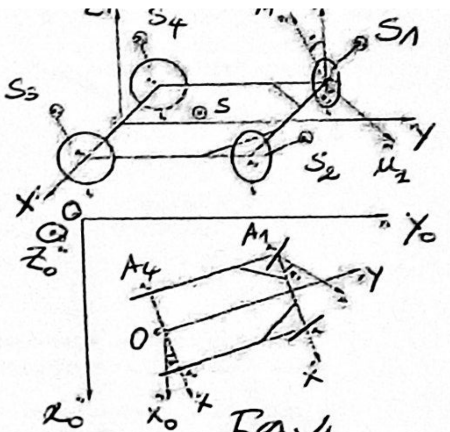


Fig. 4

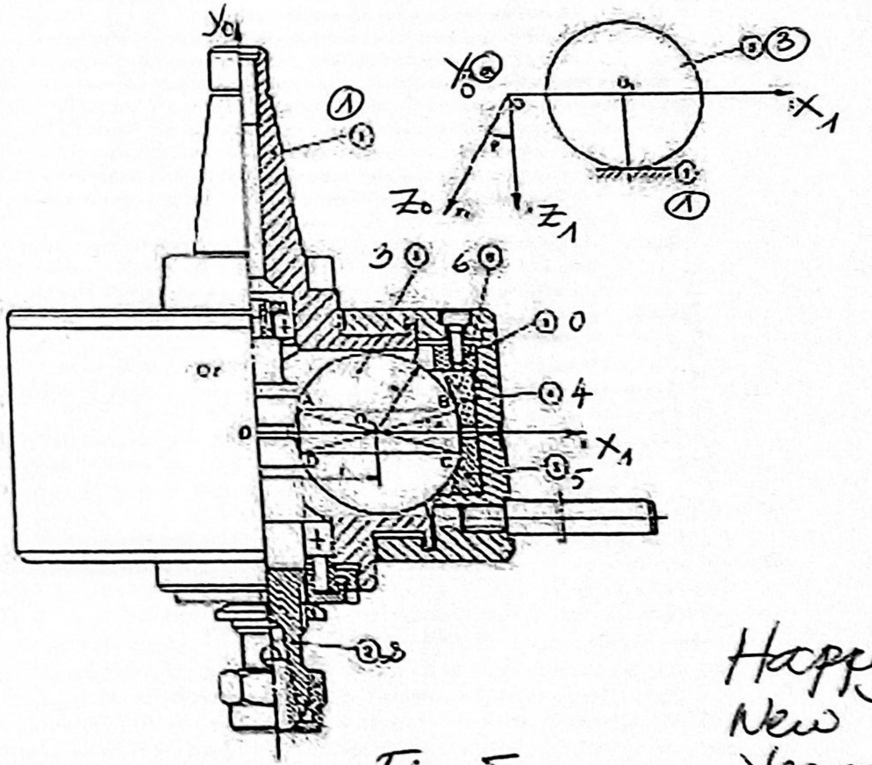


Fig. 5

Happy New Year 202

Ecole Nationale Supérieure Polytechnique **Année académique 2019/2020**

Examen de fin de premier Semestre d'Electrocinétique (Durée 02h30')

Votre travail doit être bien rédigé et vos démonstrations claires.
Eviter les ratures.

NB: Tous vos résultats doivent être donnés sous la forme phasorielle

Exercice 1 (8pts)

On considère le circuit de la figure 1 ci contre:

1. Ecrire littéralement les équations de maille de ce circuit en utilisant les impédances z_1 et z_2. (*On ne résoudra pas cette équation*). **(2 pts)**
2. On pose : $z_1 = 15\Omega\angle 30^0$, $z_2 = 30\Omega\angle 45^0$.
   a) Transformer le circuit en un circuit triangle et donner l'expression théorique et la valeur de l'impédance triangle z_Δ . **(1.5pt)**
   b) Transformer le circuit en un circuit étoile et donner l'expression théorique et la valeur de l'impédance étoile z_Y . **(1.5 pt)**
   c) Trouver les valeurs des courants $\underline{i_1}$, $\underline{i_2}$ et $\underline{i_3}$. **(1.5 pts)**
3. Faire le schéma équivalent à un conducteur et déduire la puissance active totale et le facteur de puissance. **(1.5 pts)**

Exercice 2 (5 pts)

Un système triphasé direct trois fils de 381V alimente une charge connectée en triangle d'impédances $z_{12} = 25\Omega\angle 90^0$, $z_{23} = 15\Omega\angle 30^0$, et $z_{31} = 20\Omega\angle 0^0$.

1. En prenant comme origine des phases la tension $\underline{u_{12}}$, calculer les courants ligne $\underline{j_1}$, $\underline{j_2}$ et $\underline{j_3}$ qui circulent respectivement dans les impédances z_{12}, z_{23}, et z_{31}. **(1.5 pts)**
2. En déduire les courants de ligne $\underline{i_1}$, $\underline{i_2}$ et $\underline{i_3}$. **(1.5 pts)**
3. calculer la puissance active consommée par la charge. **(2 pts)**

Exercice 3 (7 pts)

A. On considère lè quadripôle en T de la figure 2
   1. Exprimer z_1' , z_2', et z_3' en fonction des paramètres impédances. **(1.5 pts)**
   2. Exprimer les paramètres hybrides en fonction de z_1' , z_2', et z_3'. **(1.5 pts)**

B. On veut trouver le quadripôle en T équivalent au quadripôle en T ponté de la figure 3.
   1. Calculer la matrice impédance de ce quadripôle en utilisant la methode des mailles. (On considérera $\underline{v_1}$ et $\underline{v_2}$ comme des sources de tension). **(2 pts)**
   2. En déduire les impédances z_1' , z_2', et z_3' en fonction de z_1, z_2, z_3, *et* z_4. **(1pt)**

3. **Retrouver les impédances z_1' , z_2', et z_3' en utilisant le théorème de Kenelly. (1pt)**

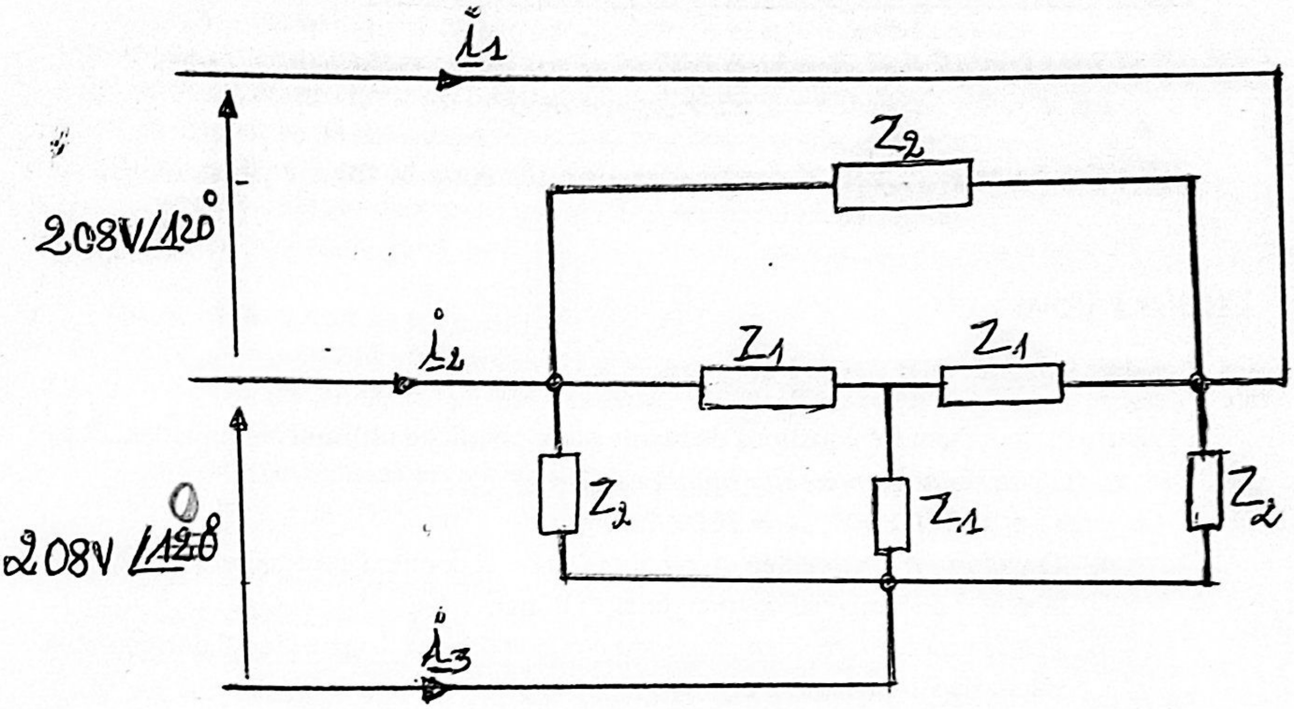


Figure 1

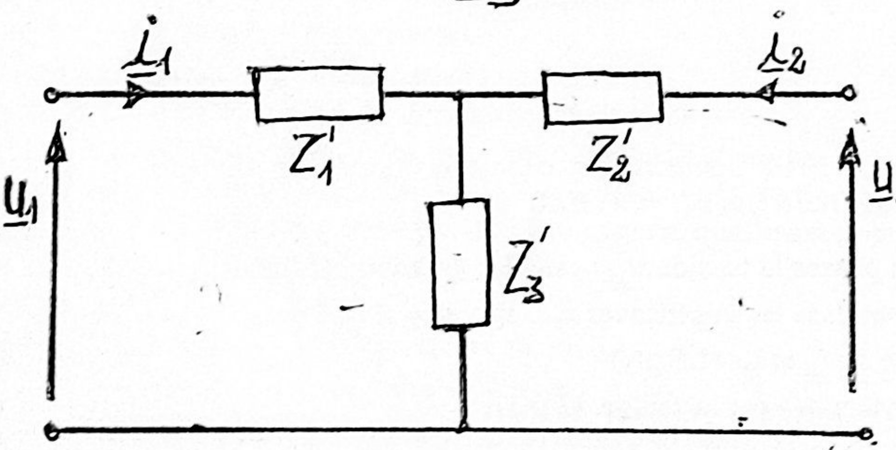


Figure 2

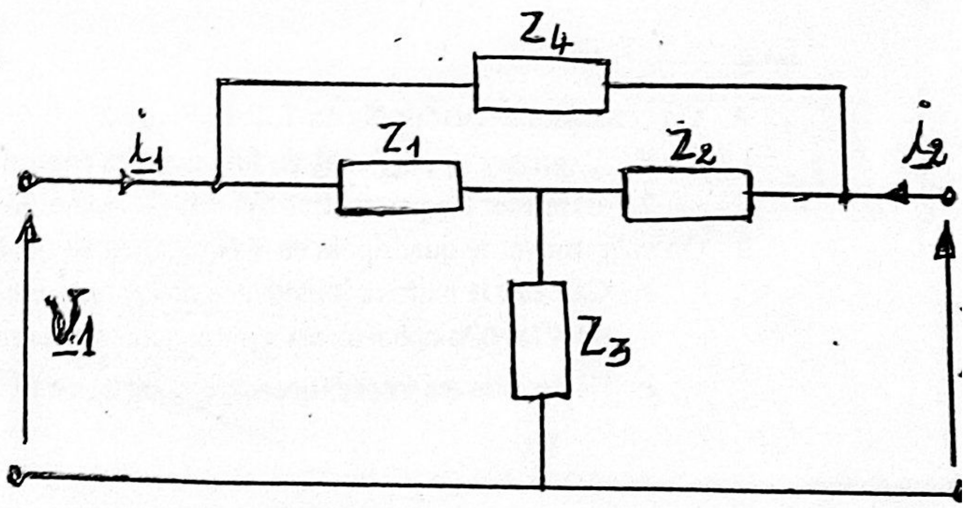


Figure 3

UNIVERSITE DE YAOUNDE I
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE POLYTECHNIQUE
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES
EPREUVE DE PROBABILITES-STATISTIQUE

Examen final
Cycle Ingénieur II
Session Normale 2020
Examinateur : Pr TEWA Jean Jules
Durée : 03h00- Janvier 2020

<u>*Exercice 1*</u> **(7 pts) :**
Un gène présent dans une population est formé de 2 allèles A et a. Un individu peut donc avoir l'un des trois génotypes suivants : AA, Aa, aa. Un enfant lors de la conception hérite d'un allèle de chacun de ses parents, chacun d'eux étant choisi au hasard. Ainsi si le père est du type AA et la mère de type Aa, les enfants peuvent être du type AA ou Aa. On considère une population (génération 0) et on note p_0, q_0, r_0 les proportions respectives de chacun des phénotypes AA, Aa et aa. On admet que les couples se forment au hasard indépendamment des génotypes considérés.

1) Calculer en fonction de p_0, q_0, r_0 la probabilité p_1 qu'un enfant de la génération 1 ait un génotype AA.
2) Calculer r_1 puis q_1 en fonction de p_0, q_0, r_0.
3) Calculer p_1, q_1 et r_1 uniquement en fonction de $\alpha = p_0 - r_0$. En déduire l'expression de $p_1 - r_1$.
4) Calculer les probabilités p_2, q_2 et r_2 qu'un enfant de la génération 2 ait pour génotype respectivement AA, Aa et aa.
5) Que peut-on conclure concernant les suites p_n, q_n et r_n ?

<u>*Exercice 2*</u> **(7 pts) :**
Un joueur décide de jouer aux machines à sous. Il va jouer sur deux machines A et B qui sont réglées de la façon suivante : la probabilité de gagner sur la machine A est de $1/5$ et celle de gagner sur la machine B est de $1/10$. Comme le joueur soupçonne les machines d'avoir des réglages différents, mais ne sait pas laquelle est la plus favorable, il décide d'adopter la stratégie suivante : il commence par choisir une machine au hasard ; après chaque partie, il change de machine s'il vient de perdre, il rejoue sur la même machine s'il vient de gagner.
On définit pour tout $k \geq 1$ les évènements suivants :
G_k : Le joueur gagne la k-ième partie.
A_k : La k-ième partie se déroule sur la machine A.

1) Faire une simulation du déroulement de n parties.
2) Déterminer la probabilité de gagner la première partie.
3) Déterminer la probabilité de gagner la deuxième partie.
4) Sachant que la deuxième partie a été gagnée, quelle est la probabilité que la première partie ait eu lieu sur la machine A ?
5) Soit $k \geq 1$
   a) Exprimer $p(G_k)$ en fonction de $p(A_k)$.
   b) Montrer que $p(A_{k+1}) = -\frac{7}{10}p(A_k) + \frac{9}{10}$
   c) En déduire $p(A_k)$, puis $p(G_k)$ en fonction de k.
   d) Pour $n \geq 1$, on pose $S_n = \sum_{k=1}^{n} p(G_k)$. Calculer S_n, puis déterminer la limite de $\frac{S_n}{n}$ quand $n \longrightarrow +\infty$.

<u>*Exercice 3*</u> **(6pts) :** Soit une v.a de densité $f(x) = \begin{cases} 2\theta x e^{-\theta x^2} & si\ x > 0, \\ 0 & sinon \end{cases}$
Où θ est un paramètre strictement positif.

1) Vérifier que f est une fonction densité de probabilité.
2) Déterminer la fonction de répartition F de la variable aléatoire X.
3) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X.
4) Soit Y la variable aléatoire définie par $Y = \theta x^2$. Déterminer le loi de Y.

The university of Yaounde 1
National Advanced School of Engineering
First semester examination 2020
MSP: Level 2 U.E HUM 210. English Expression

DON'T WRITE ON THIS PAPER!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

I Use meaningful grammatical constructions to complete the definitions below :(15 pts)

1) A compound is a substance...
2) When we put a liquid in a container...
3) Buoyancy is..
4) Archimedes discoverd that an object immersed in a liquid...
5) A scalar is is a quantity...
6) Newton discovered that the force of attraction between two bodies is..........................
7) Acceleration due to gravity has a standard value, but in practice.............................
8) We use the term velocity to mean..
9) Work is done when...
10) Power is...

II Explain the transformation of energy in a hydro-electric power station (5pts)

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE POLYTECHNIQUE

UE 210 – Communication

Contrôle continu

Sujet : La communication et l'information sont deux notions assez proches. Définissez-les. Laquelle des deux préférez-vous ? Énumérez dix raisons pour lesquelles vous la préférez à l'autre.

NB : ***Travaillez uniquement sur cette feuille.***

Université de Yaoundé I
Ecole Nationale Supérieure Polytechnique
Département de Mathématiques et Sciences Physiques

The University of Yaounde I
National Advanced School of Engineering
Department of Mathematics and Physics

CC/UE PHY 214 : Mécanique II

30 novembre 2019-Durée : 3H/*Examinateur : VKK*

(Documents non autorisés)

I. Notes de cours/5pt

I.1. Définir : -LR -SCM -MPP -IPM. (0.25ptx4)

I.2. Enoncer les principes suivants : -PCM -PFD -TAM -TEC. (1ptx4)

II. Cinématique/7pt

II.1. Le joint articulé dit de Cardan permet de transmettre une puissance entre deux arbres concourants (angle de brisure $\alpha = 45°$). L'arbre d'entrée (S_1) est relié à l'arbre de sortie (S_2) par un croisillon (S_3).

II.1.1. Etablir un schéma cinématique spatial parametré de ce mécanisme, en prenant les bases intermédiaires. (0.5pt)

II.1.2. Ecrire alors la loi «entrée-sortie» du joint. (0.5pt)

II.2. Le dispositif de la figure 1 est une partie du mécanisme de prise de passes automatiques d'une machine à fileter. La rotation de la came (1) autour de l'axe $(O, \vec{x}_0)$ provoque la rotation autour de l'axe $(A, \vec{z}_0)$ du levier (3) qui entraîne la biellette (4), donc la rotation autour de l'axe $(E, \vec{z}_0)$ de la pièce (5). Par l'intermédiaire du cliquet (6), (5) engendre la rotation de la roue à rochet (7) et du pignon (8) autour de $(K, \vec{z}_0)$. L'engrenage (8)-(9) provoque la rotation de l'excentrique (10) autour de $(M, \vec{z}_0)$ qui permet le déplacement d'une butée (non représentée sur la figure) en contact avec (10) au point N.

Le but de l'étude est de déterminer dans la configuration proposée, le vecteur vitesse du point N de l'excentrique par rapport au bâti, $\vec{v}^0_{10}(N)$, connaissant le vecteur vitesse du point C de la came par rapport au bâti, $\vec{v}^0_1(C)$. En supposant que le galet (2) roule sans glisser sur la came (1),

II.2.1. Déterminer graphiquement en justifiant (les caractéristiques) le vecteur vitesse $\vec{v}^0_7(H)$ sachant que le vecteur $\vec{v}^0_1(C)$ est vertical ascendant tel que $\|\vec{v}^0_1(C)\| = 90mm \cdot s^{-1}$. (Echelle : 1mm pour 1 $mm \cdot s^{-1}$). (1ptx4)

II.2.2. Calculer les vitesses de rotation $\vec{\Omega}^0_7$ et $\vec{\Omega}^0_{10}$. (0.5ptx2)

II.2.3. En déduire le vecteur vitesse $\vec{v}^0_{10}(N)$. (0.5ptx2)

III. Dynamique/8pt

III.1. Considérons une toupie (S) de masse m (figure 2), de centre d'inertie G et d'axe de symétrie matérielle $(O, \vec{z}_1)$, dont la pointe O reste immobile sur un plan (Π) horizontal.

Soit $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère galiléen lié au plan (Π), l'axe $(O, \vec{z}_0)$ étant dirigé suivant la verticale ascendante. On note $\vec{g} = -g\vec{z}_0$ l'accélération de la pesanteur.

La liaison entre (Π) et (S) est une liaison ponctuelle avec frottement de normale $(O, \vec{z}_0)$. On pose

$$\{\mathfrak{T}(\Pi \to S)\}_O = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\mathfrak{R}} \\ \vec{0} \end{array} \right\}. \quad (1)$$

Soit $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ un repère lié à (S). On pose $\overrightarrow{OG} = l\vec{z}_1$ $(l > 0)$.

La matrice d'inertie de (S) au point O est de la forme

$$[I_O(S)] = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{<-,-,\vec{z}_1>} . \quad (2)$$

La position de la base de R_1 par rapport à la base de R_0 est définie par les trois angles d'Euler ψ, θ, et φ. Tout le travail s'effectuera dans la base de Résale, référence très utile aux problèmes à symetrie de révolution.

III.1.1. Ecrire l'expression du moment cinétique au point O de (S) dans son mouvement par rapport à R_0. (1pt)

III.1.2. Ecrire l'expression de l'énergie cinétique de (S) dans son mouvement par rapport à R_0. (1pt)

III.1.3. Ecrire l'expression du moment dynamique au point O de (S) dans son mouvement par rapport à R_0 : (0.25ptx3)

1. en projection sur $\vec{u}$;
2. en projection sur $\vec{w}$;
3. en projection sur $\vec{z}_1$;

III.1.4. Ecrire alors les équations de mouvement de (S) par rapport à (Π). (0.25ptx3)

III.1.5. Ecrire les conditions pour des mouvements tels $\dot{\psi} = \dot{\psi}_0$, $\dot{\psi}_0$ paramètre constant ? (0.5ptx2)

Considérons des mouvements où $\dot{\psi} = \dot{\psi}_0$, $\dot{\theta} = \dot{\theta}_0$, et $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0$ avec $\dot{\psi}_0$, $\dot{\theta}_0$ et $\dot{\varphi}_0$ constants. En admettant que la rotation propre $\dot{\varphi}_0$ est très grande devant $\dot{\psi}_0$ et $\dot{\theta}_0$,

III.1.6. Ecrire $\dot{\varphi}_0$ en fonction de $\dot{\psi}_0$. On supposera A et C du même ordre de grandeur. (0.5ptx2)

A.N. $m = 60$ *grammes*, $g = 10m \cdot s^{-2}$, $l = 6cm$, $C = 3 \cdot 10^{-5} kg \cdot m^2$, $\dot{\psi}_0 = \pi$ *radians* $\cdot s^{-1}$

III.2. Le schéma de principe d'un réducteur à train épicycloïdal à axes parallèles est représenté à la figure 3. Soit $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère galiléen lié au bâti (S_0) du réducteur. L'ensemble (S_1), constitué par l'arbre moteur et la roue dentée de n_1 dents qui lui est liée, a une liaison pivot d'axe $(O, \vec{x}_0)$ avec (S_0). Soit I_1 le moment d'inertie de (S_1) par rapport à l'axe $(O, \vec{x}_0)$. On pose $\vec{\Omega}(S_1/R_0) = \omega_1 \vec{x}_0$. L'arbre récepteur (S_2) a une liaison pivot d'axe $(O, \vec{x}_0)$ avec (S_0). Soit I_2 le moment d'inertie de (S_2) par rapport à l'axe $(O, \vec{x}_0)$. On pose $\vec{\Omega}(S_2/R_0) = \omega_2 \vec{x}_0$. Le repère $R_1(O, \vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est lié à (S_2). Le satéllite (S) de n dents, a une liaison pivot d'axe $(A, \vec{x}_0)$ avec (S_2), telle que $\overrightarrow{OA} = d\vec{y}_1$ $(d > 0)$. Soient m la masse de (S) et I son moment d'inertie par rapport à l'axe $(A, \vec{x}_0)$. Le point A est le centre d'inertie de (S). On pose $\vec{\Omega}(S/R_0) = \omega \vec{x}_0$. (S) engrène avec une couronne de n_0 dents d'axe $(O, \vec{x}_0)$, liée Ãă (S_0). Le moteur exerce sur (S_1) une action mécanique représentée par un couple de moment $C_1 \vec{x}_0$. Le récepteur exerce sur (S_2) une action mécanique représentée par le couple de moment $-C_2 \vec{x}_0$. Toutes les liaisons sont parfaites, l'action mécanique de la pesanteur es négligée. On pose $\lambda = \frac{\omega_2}{\omega_1}$ et $\mu_1 = \frac{\omega}{\omega_1}$. (On montre que : $\lambda = \frac{n_1}{n_0 + n_1}$ et $\mu_1 = -\frac{n_1}{2n}$).

III.2.1. Ecrire l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble (E) des trois solides (S_1), (S_2), et (S) dans leur mouvement par rapport à R_0. (0.5ptx3)

III.2.2. Ecrire l'équation obtenue en appliquant le théorème de l'énergie cinétique à (E) dans son mouvement par rapport à R_0. (0.5ptx2)

REPRESENTATIONS PHYSIQUES

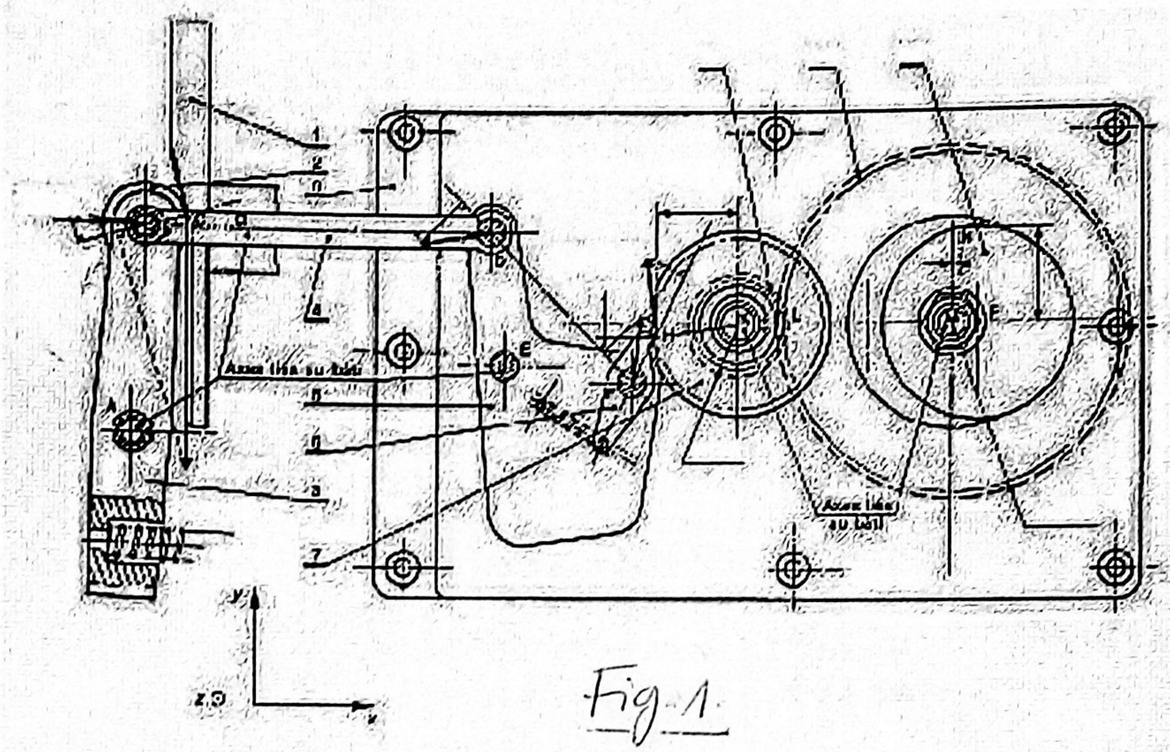


Fig. 1.

7 = 30
8 = 16
l = 4 mm
g = 59
2 = 32
/2 = 2

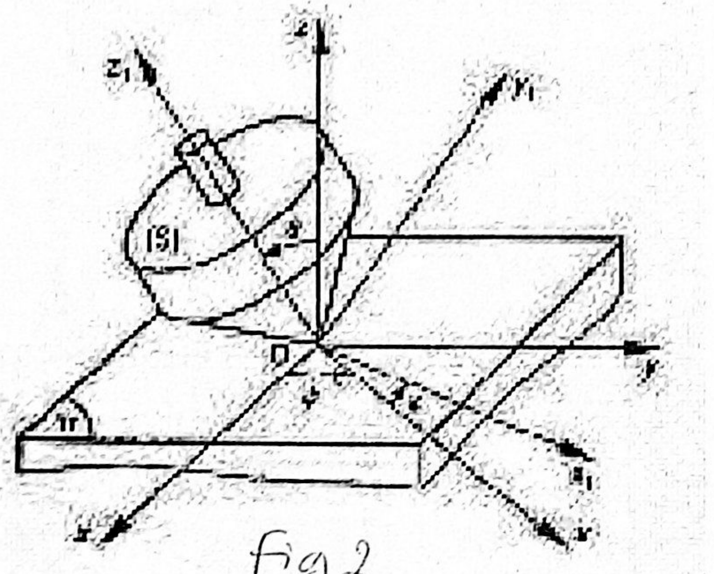


Fig. 2.

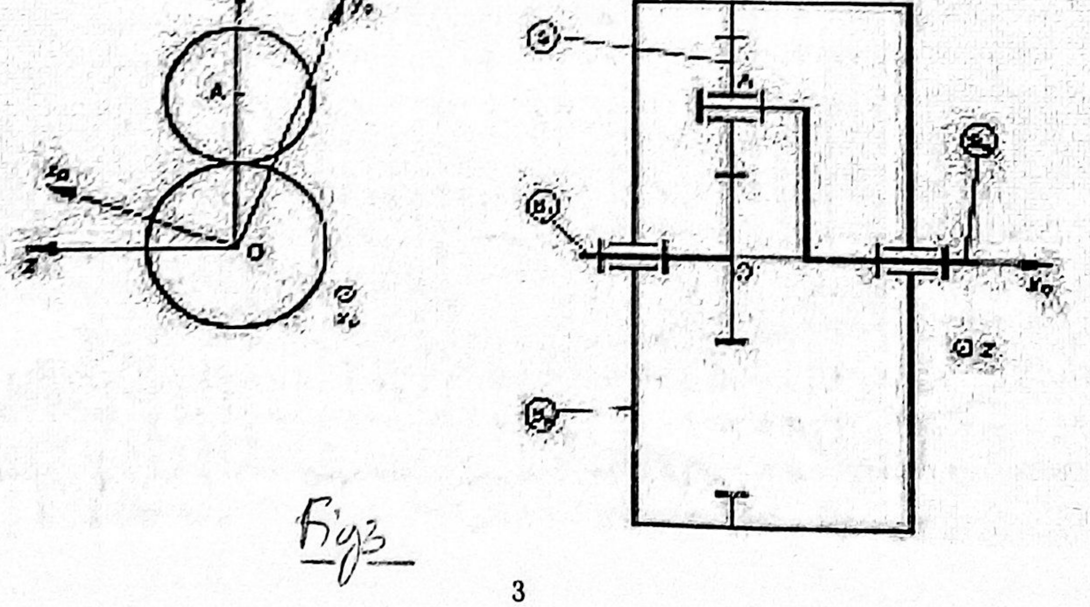


Fig3

Université de Yaoundé I
Ecole Polytechnique / 2MSP
M. MBOUH GHOGOMU Pryde Aimé

Yaoundé, le 30 novembre 2019

Contrôle continu d'Informatique 3 (INF 212)

3h. Document interdit

Exercice n^o 1 : En commentant, donner 5 bonnes raisons pour lesquelles il est conseillé de structurer un programme informatique en plusieurs fonctions.

Exercice n^o 2 : Concernant le pgcd et le ppcm, on a les égalités suivantes :

— $\forall a \geq 0, \forall b > 0, pgcd(a, b) = pgcd(b, a \mod b)$
— $\forall a_{i(1 \leq i \leq n)} \geq 0, pgcd(a_1, a_2, ..., a_n) = pgcd(a_1, pgcd(a_2, ..., a_n)), n \geq 3$
— $\forall a, b \geq 0, pgcd(a, b) \times ppcm(a, b) = a \times b$
— $\forall a_{i(1 \leq i \leq n)} \geq 0, ppcm(a_1, a_2, ..., a_n) = ppcm(a_1, ppcm(a_2, ..., a_n)), n \geq 3$

En se restreignant aux entiers positifs ou nuls, écrire en pseudo-code la fonction qui calcule en renvoie :

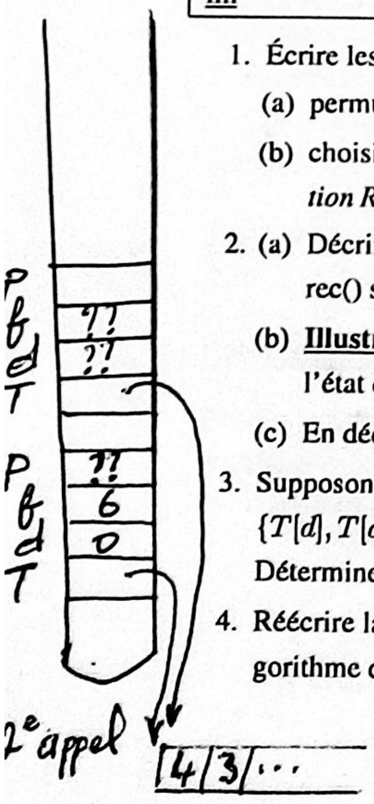
1. le pgcd de deux entiers passés en argument ;
2. le pgcd de plus de deux entiers (un pointeur sur un entier est l'un des arguments) ;
3. le ppcm de plus de deux entiers.

Exercice n^o 3 : Soit T un tableau de n entiers distincts ($n = f - d + 1$). On donne les fonctions suivantes :

```
entier : Fonction h(↓entier : T,
                    entier : d,f )
//objectif : choix de p tel que d ≤ p ≤ f
Variable
    entier : p
Debut
    p ← choisir(d,f)
    permuter(T, p, f)
    renvoyer (partition(T,d,f))
    //la fonction partition est la même que
    //celle du tri-rapide, le pivot étant à la fin
fin
```

```
Fonction rec (↓entier : T
              entier : d,f)
//objectif : à déterminer à la question nº 2
Variable
    entier : p
Debut
    Tantque (d<f) Faire
        p ← h(T, d, f)
        rec(T, d, p-1)          //appel récursif
        d ← p+1
    finTantque
fin
```

1. Écrire les fonctions suivantes :
   (a) permuter(T, i, j) qui permute les 2 éléments situés aux indices i et j de T ;
   (b) choisir(d,f) qui renvoie un nombre aléatoire compris entre d et f ; (***Indication :*** *utiliser la fonction Random() qui ne prend aucun argument et qui renvoie aléatoirement un entier* $\in [0, +\infty[$) ;
2. (a) Décrire un scénario dans lequel la profondeur de la pile (nombre maximal d'appel à la fonction rec() stocké dans la pile) soit de $\Theta(n)$.
   (b) **Illustration** de votre scénario : sur T = [4,3,7,6,1,2,5], le 1er appel étant rec(T,0,6), dessiner l'état de la pile à chaque appel récursif de la fonction rec() en faisant les choix adéquats.
   (c) En déduire l'objectif de la fonction rec().
3. Supposons que $\forall d, \forall f, choisir(d, f)$ renvoie p tel que T[p] soit l'élément médian de l'ensemble $\{T[d], T[d+1], ..., T[f]\}$ (c'est-à-dire le ($n^{eime}/2$) plus petit élément - "le point du milieu").
   Déterminer la profondeur de la pile pour un tableau de n éléments.
4. Réécrire la fonction partition() de l'algorithme tri-rapide afin que la complexité en espace de l'algorithme dans le cas le plus défavorable soit en $\Theta(\log_2 n)$.



Ecole Nationale Supérieure Polytechnique **Année académique 2019/2020**

Contrôle Continu d'Electrocinetique (Durée 02h)

Votre travail doit être bien rédigé et vos démonstrations claires.
Ne pas utiliser l'écriture directe dans la résolution des exercices

Exercice 1

1- Donner les schémas équivalents de Thévenin et de Norton du circuit de la figure 1 vu des points A et B.

2- Déterminer le courant i sur le schéma de la figure 2 en utilisant la transformation de Thevenin. En déduire α pour que le courant i soit nul.

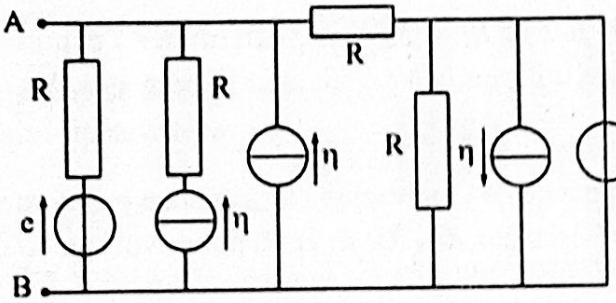


Figure 1

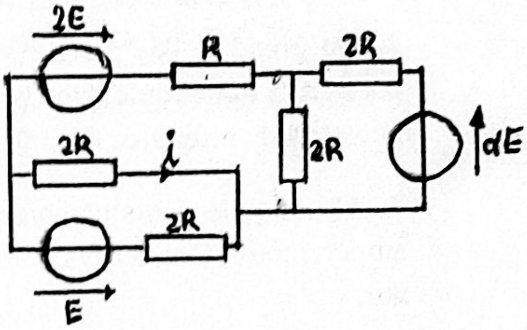
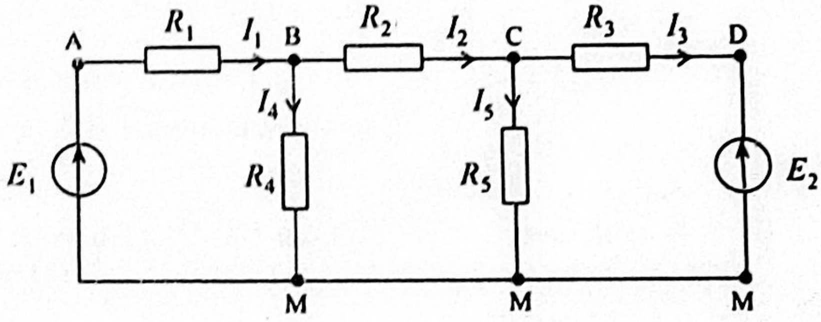


Figure 2

Exercice 2 D

1- Déterminer en fonction des éléments du montage les intensités I_1 , I_2 , I_3 , I_4 et I_5 dans chaque branche du réseau en utilisant la méthode des courants de maille ou courants fictifs.

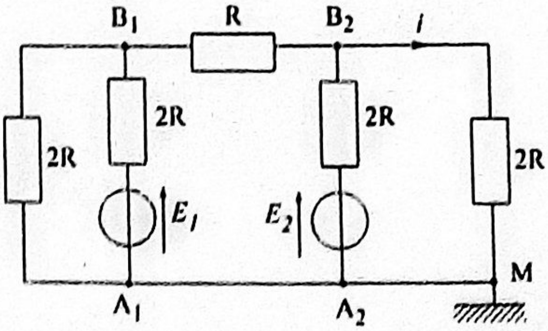


2- Reprendre la question 1 en utilisant la méthode des tensions de nœuds.

3- Applications numériques :
$R_1 = R_2 = R_3 = 1\ k\Omega$, $R_4 = R_5 = 2\ k\Omega$, $E_1 = 10$ V et $E_2 = 20$ V

Exercice 3

Déterminer l'intensité du courant I qui circule dans la branche B_2MA_2 en utilisant le théorème de superposition. Déduire la tension V_{MB2}



ENSP, Niveau 2
CC de MAT218

Contrôle continu de MAT218

Note : Les questions 1, 2, 3 et 4 sont indépendantes. Les calculatrices sont interdites.

1. Soient $E = \mathbb{R}^3$ et $\beta = (e_1, e_2, e_3)$ sa base canonique. On considère les vecteurs

$$u_1 = e_2 + e_3; \quad u_2 = e_2 - e_3; \quad u_3 = e_1 + e_2 + e_3.$$

   (a) Montrer que $\gamma = (u_1, u_2, u_3)$ est une base de E.
   (b) Déterminer la base duale γ^* associée à γ

.

2. Soit f une application linéaire définie d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel E dans un autre F. Notons ${}^t f$ l'application transposée de f.
   (a) Montrer que $Ker\left({}^t f\right) = Im\,(f)^{\perp}$ et $Im\left({}^t f\right) = Ker\,(f)^{\perp}$.
   (b) En déduire que $rg\,(f) = rg\left({}^t f\right)$.
   (c) Supposer que E et F sont de dimensions finies et considérer des bases β et γ de E et F respectivement. Montrer que la matrice de ${}^t f$ relativement aux bases duales β^* et γ^* de E^* et F^* est égale à la transposée de la matrice de f relativement aux bases β et γ.

3. On considère le $\mathbb{R}$-espace vectoriel $E = \mathbb{R}_3[X]$ des polynômes de degré inférieur ou égal à 3, et les formes linéaires suivantes :

$$\psi_1(P) = P(0); \quad \psi_2(P) = P'(0); \quad \psi_3(P) = P(-1); \quad \psi_4(P) = P'(-1).$$

   La famille $\gamma = (\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4)$ est-elle une base de E^*? Le cas échéant,
   (a) Déterminer sa base préduale;
   (b) Déterminer $(\alpha_i)_{i=1}^4 \in \mathbb{R}^4$ tels que pour tout $P \in E$, $\displaystyle\int_0^1 P(t)\,dt = \sum_{i=1}^{4} \alpha_i \psi_i(P)$.

4. On considère le $\mathbb{R}$-espace vectoriel $E = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ des matrices carrées d'ordre 2 à coefficients réels, et l'application

$$\phi(A, B) \in E^2 \mapsto \phi(A, B) = \frac{1}{2}\left[tr\,(A)\,tr\,(B) - tr\,(AB)\right].$$

   (a) Montrer que ϕ est une application bilinéaire symétrique.
   (b) Déterminer la matrice de ϕ relativement à la base canonique de E.
   (c) ϕ est-elle non-dégénérée?
   (d) Montrer que pour tout $A \in E$, $\phi(A, A) = det\,(A)$. A-t-on $\phi(A, A) > 0$ pour tout $A \in E$, $A \neq 0_E$?
   (e) Déduire des question précédentes que pour tous $A, B \in E$,

$$tr\,(A)\,tr\,(B) - tr\,(AB) = det\,(A + B) - \left[det\,(A) + det\,(B)\right].$$

Dr. Wilson Toussile

UNIVERSITE DE YAOUNDE I
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE POLYTECHNIQUE
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES
EPREUVE DE PROBABILITES-STATISTIQUE

Contrôle Continu
Cycle Ingénieur II
Session 2019
Examinateur : Pr TEWA Jean Jules
Durée : 03h00- Novembre 2019

CONTRÔLE CONTINU DE PROBABILITÉS

Exercice 1 (4pts) : ***Calcul de probabilité***

Un émetteur envoie des messages en binaire. Chaque bit (0 ou 1) transmis doit passer par trois relais. À chaque relais, il y a 10% de chances que le bit transmis soit différent de celui reçu. On suppose que les relais opèrent de façon indépendante.

1) Si un 0 est envoyé par l'émetteur, quelle est la probabilité qu'un 0 soit transmis par chaque relais ?
2) Si un 0 est envoyé par l'émetteur, quelle est la probabilité qu'un 0 soit reçu par le récepteur ?
3) 60% des bits émis par l'émetteur sont des 0. Si un 0 et reçu par le récepteur, quelle est la probabilité qu'un 0 a été émis par l'émetteur ?

Exercice 2 (5pts) : ***Calcul de probabilité***

Soit $n > 1$ un entier. Soit X une v.a de densité f définie par : $f(x) = \begin{cases} a\,x^{n-1} & si\ 0 \leq x < 1; \\ 0 & sinon \end{cases}$

où a est une constante réelle.

1) Calculer a
2) Calculer l'espérance et la variance de X
3) Déterminer la fonction de répartition de X

Exercice 3 (5pts) : ***Calcul de probabilité***

Un grossiste en appareils ménagers est approvisionné par trois marques, notées respectivement M_1, M_2, M_3. La moitié des appareils de son stock provient de M_1, un huitième de M_2 et trois huitièmes de M_3. Ce grossiste sait que dans son stock, 13% des appareils de la marque M_1 sont rouges, que 5% des appareils de la marque M_2 sont rouges et que 10% des appareils de la marque M_3 le sont aussi. On choisit au hasard un appareil emballé dans le stock de ce grossiste.

1) Quelle est la probabilité qu'il vienne de M_3 ?
2) Quelle est la probabilité qu'il soit rouge sachant qu'il vienne de M_2 ?
3) Quelle est la probabilité que l'appareil choisi ne soit pas de couleur rouge ?
4) Après examen, on s'aperçoit que l'appareil choisi est de couleur rouge. Quelle est la probabilité qu'il soit de la marque M_1 ?

Exercice 4 (6pts) : ***Calcul de probabilité***

On tire au hasard et sans remise 5 cartes dans un jeu de 32 cartes (il y a 4 couleurs dans ce jeu et 8 hauteurs par couleurs). Calculer la probabilité pour que parmi les 5 cartes il y ait :

1) Cinq cartes de hauteur différente.
2) Exactement deux cartes de même hauteur (une paire).
3) Exactement trois cartes de même hauteur (un brelan).
4) Exactement quatre cartes de même hauteur (deux paires).
5) Un brelan et une paire.
6) Exactement deux paires.

Université de Yaoundé I
Ecole Polytechnique / 2MSP
M. MBOUH GHOGOMU Pryde Aimé

Yaoundé, le 7 décembre 2019

Travaux Pratiques d'Informatique 3 (INF 212)

1h. Document interdit

Énoncé : Écrire un programme C qui permet de trier par ordre croissant un tableau de nombres entiers positifs ; la taille du tableau est donnée par l'utilisateur tandis que les éléments du tableau sont fournis par le système.

NB :

— Écrire en commentaire votre nom, ainsi que l'algorithme de tri implémenté ;
— Les éléments du tableau sont inférieurs à une constante donnée ;
— Afficher le tableau avant et après le tri ;
— Structurer votre programme en plusieurs fonctions.

Indication : *la fonction **int rand(void)** fournit un nombre entier aléatoire compris dans l'intervalle [0, 32767].*

Answer the questions only on this paper!!!!!! 11'

1) Matter can change from one state to another. Each change of state has a technical appellation. Give the different change of states and their appellation in the table below :(2,5pts)

	change from	to	appellation
i	Solid	liquid	melting ✓
ii	liquid	gas	evaporation ✓
iii	liquid	solid	condensation ✗ freezing
iv	gas	liquid	Freezing ✗ condensation
v	gas	solid	cristalisation. ✗
	solide	gas	

1

2) The pressure at sea level is sufficient to **support** a 76cm column of mercury in a vacuum tube. Give 3 synonyms of *'support* in this sentence' i) conserve Bear ii) ~~remaind~~ contain resist iii) stabilise resist (3pts)

3) The units for measuring time and mass are fundamental units and that for area and densityare derived units(1pts) 1

4) A liquid in a container exerts a force in three directions namely sideways, upwards and ~~downward~~ forces. downwards ~~forces~~ directions. **(2pts)** 1.5

5) The hydraulic press works following two principles about liquids.Give the principles**(2pts)**

i) the pressure exerted by a liquid is proportional to the depth 1

ii) when we exert pressure on a confined area, the extra pressure which is created is evenly transmited to the whole liquid. 1

6) An aneroid barometer **consists of** many elements. Give three expressions with the same meaning as'*consists of*. has made up of is form by is compesed of is constituate by **(3pts)** 0

7) Using the parallelogram of forces rule, magnitude is represented by the length of the resultant line and direction by the arrow of that resultant line. **(2pts)** 2

8) A body is in equilibrium if the resultant of forces acting on the body equals zero. 2 **(2pts)**

9) The earth's gravity is exerting pulls downwards on the particles of a body, the forces appear to act through the center of gravity of the body**(1,5pt)** 1

10) The **product of mass and velocity** of a body is called Momentum. 1 **(1pt)**