

République du Cameroun  
Republic of Cameroun

Université de  
Yaoundé I



University of  
Yaoundé I



# ELECTRONIQUE

par

**DR. ALAIN TIEDEU**



**Ecole Nationale  
Supérieure Polytechnique**

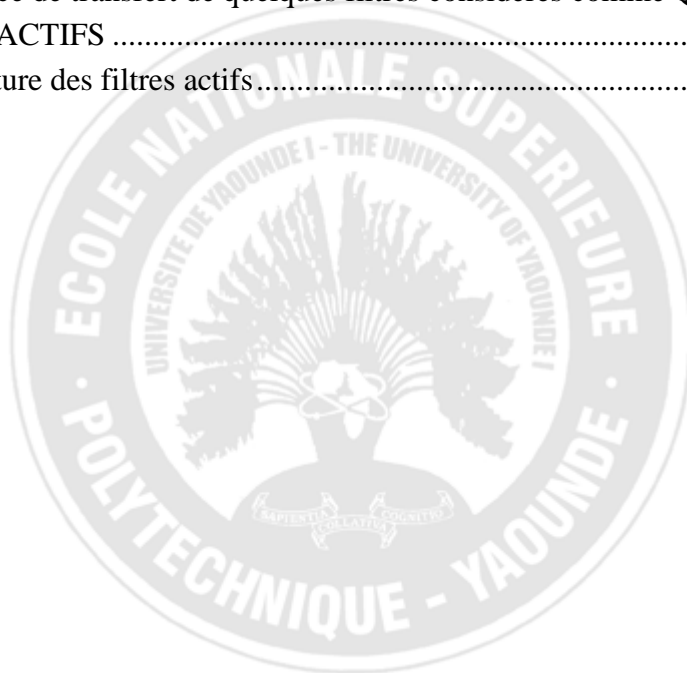
## SOMMAIRE

1.	DIODES ET APPLICATIONS .....	5
1.1.	Semi-conducteurs .....	5
1.1.1.	Semi-conducteur intrinsèque.....	5
1.1.2.	Semi-conducteur dopé.....	6
1.2.	La jonction PN .....	7
1.3.	La diode à jonction .....	8
1.3.1.	Courant inverse de la diode.....	9
1.3.2.	Courant direct de la diode .....	10
1.4.	Caractéristique de la diode à jonction .....	10
1.4.1.	Tracé.....	10
1.4.2.	Résistance de la diode .....	12
1.5.	Redressement .....	15
1.5.1.	Redressement une alternance .....	15
1.5.2.	Redressement deux alternances.....	16
1.5.3.	Facteur de forme et Taux d'ondulation .....	22
1.5.4.	Filtrage .....	23
1.6.	Diode Zener.....	26
1.6.1.	Définitions .....	26
1.6.2.	Stabilisation de tension par une diode Zener .....	31
2.	TRANSISTOR BIPOLAIRE EN REGIME CONTINUE .....	36
2.1.	NOTIONS FONDAMENTALES .....	36
2.1.1.	STRUCTURE DUN TRANSISTOR BIPOLAIRE .....	36
2.1.2.	EFFET TRANSISTOR .....	36
2.1.3.	QUELQUES CONSTANTES FONDAMENTALES DES TRANSISTORS .....	38
2.2.	CARACTERISTIQUES D'UN TRANSISTOR BIPOLAIRE .....	40
2.2.1.	CARACTERISTIQUES DE COLLECTEUR .....	41
2.2.2.	CARACTERISTIQUES DE BASE .....	43
2.2.3.	CARACTERISTIQUES DU GAIN EN COURANT .....	44
2.2.4.	DROITE DE CHARGE EN CONTINU .....	45
2.3.	QUELQUES CIRCUITS DE POLARISATION DES TRANSISTORS.....	47
2.3.1.	Polarisation de base.....	48
2.3.2.	Polarisation par réaction d'émetteur .....	49
2.3.3.	Polarisation par réaction de collecteur (aussi appelée polarisation automatique) 51	
2.3.4.	Polarisation par diviseur de tension .....	51
2.3.5.	Polarisation d'émetteur .....	52
2.4.	STABILISATION THERMIQUE .....	53
3.	TRANSISTOR BIPOLAIRE EN REGIME ALTERNATIF .....	56
3.1.	Circuits équivalents en alternatif et en continu .....	56

3.2.	SCHEMA ALTERNATIF EN PETIT SIGNAUX DU BJT .....	60
3.3.	CALCUL DES CIRCUITS A TRANSISTOR .....	60
3.3.1.	Définitions .....	60
3.3.2.	Rappel sur les quadripôles.....	67
3.3.3.	Exemple de calcul d'un amplificateur simple à BJT.....	70
3.4.	AMPLIFICATION EN PUISSANCE ADAPTATION .....	74
3.4.1.	Adaptation à la sortie.....	74
3.4.2.	Notion d'amplification de transfert en puissance.....	75
3.5.	AUTRES MONTAGES AMPLIFICATEURS A BJT .....	78
3.5.1.	Montage à Résistance d'émetteur .....	78
3.5.2.	Montage collecteur commun et base commune d'un BJT .....	82
4.	AMPLIFICATEUR OPERATIONNEL ET APPLICATIONS .....	87
4.1.	PROPRIETES DE L'AMPLIFICATEUR OPERATIONNEL.....	87
4.1.1.	Présentation.....	87
4.1.2.	Paramètres fondamentaux .....	87
4.2.	AMPLIFICATEUR OPERATIONNEL IDEAL .....	95
4.3.	Une bande passante infinie.....	95
4.4.	MODELES DE L'AOP .....	96
4.4.1.	Modélisation avec générateur de Thévenin.....	97
4.4.2.	Modélisation avec générateur de Norton .....	98
4.4.3.	Modélisation de l'AOP.....	98
4.5.	DEFAUTS DE L'AOP.....	99
4.5.1.	Tension de décalage (ou tension d'offset).....	99
4.5.2.	Courant de décalage .....	100
4.5.3.	Modèle modifié de l'AOP .....	100
4.6.	MONTAGES FONDAMENTAUX A AOP EN REGIME LINEAIRE.....	101
4.6.1.	Montage suiveur .....	101
4.6.2.	AMPLIFICATEUR DE TENSION .....	103
4.6.3.	Montage sommateur .....	105
4.6.4.	Soustracteur .....	107
4.6.5.	Dérivateur.....	108
4.6.6.	Intégrateur .....	109
4.7.	MONTAGES FONDAMENTAUX EN REGIME SATURE.....	110
4.7.1.	Trigger de Schmitt : comparateur à Hystérésis .....	111
4.7.2.	Multivibrateur.....	113
4.7.3.	Oscillateur à AOP.....	116
4.8.	APPLICATION DES AOP A LA RESOLUTION DES EQUATIONS DIFFERENTIELLS .....	118
5.	FILTRES .....	120
5.1.	THEOREME DE FOURRIER .....	120
5.1.1.	Cas particuliers .....	121
5.1.2.	Exemples de décomposition.....	121

---

5.2.	TRANSFORMEE DE LAPLACE (TTP) .....	124
5.2.1.	Propriété de la T.P .....	124
5.3.	APPLICATIONS : FILTRES ET ANALYSE DES CIRCUITS .....	125
5.3.1.	L'application de la T.L à l'analyse des circuits (en régime transitoire).....	125
5.3.2.	Filtres.....	129
5.4.	ETUDE DES FILTRES PAR LES MATRICES DE QUADRIPOLES .....	142
5.4.1.	NOTION DE MATRICE DE TRANSFERT .....	142
5.4.2.	Matrice de transfert de quelques filtres considérés comme Quadripôle .....	143
5.5.	FILTRES ACTIFS .....	144
5.5.1.	Structure des filtres actifs.....	144

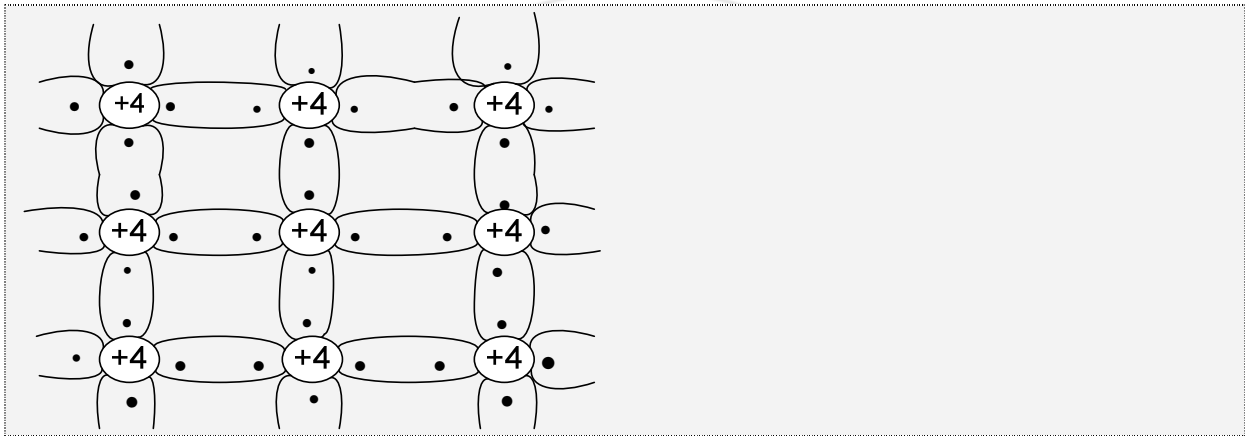


# 1. DIODES ET APPLICATIONS

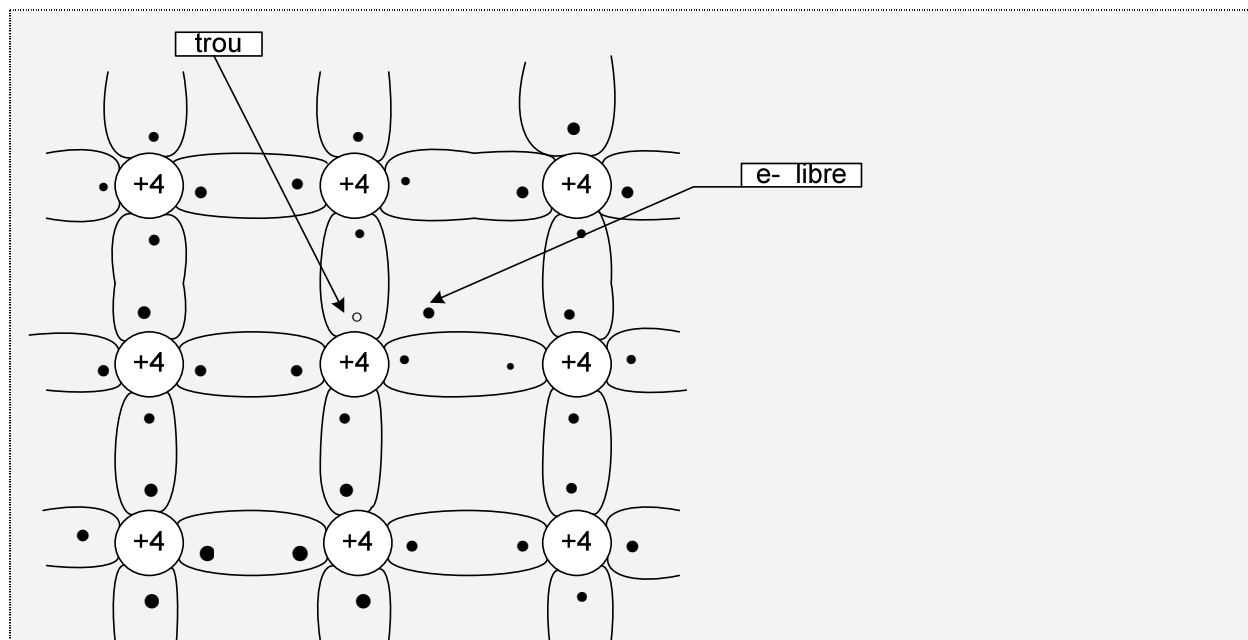
## 1.1. Semi-conducteurs

### 1.1.1. Semi-conducteur intrinsèque

C'est un élément de la colonne IV du tableau périodique qui possède 4 électrons de valence sur sa couche externe. Dans le cristal, les atomes sont liés de façon covalente, chacun mettant en commun ses quatre électrons avec ses quatre plus proches voisins.



Les électrons ne sont pas libres et ne permettent pas le passage du courant. A  $T = -273^{\circ}\text{C}$ , le semi-conducteur est un isolant parfait. Si on excite ces électrons de valence par une élévation de température ou au moyen de la lumière, un électron peut acquérir suffisamment d'énergie ( $0,75\text{eV}$   $1\text{eV} = 1,6 \times 10^{-19}$  Joule pour le germanium) pour s'arracher à l'attraction du noyau, devenant un électrons libre. Il laisse une place libre dans le réseau appelé trou.



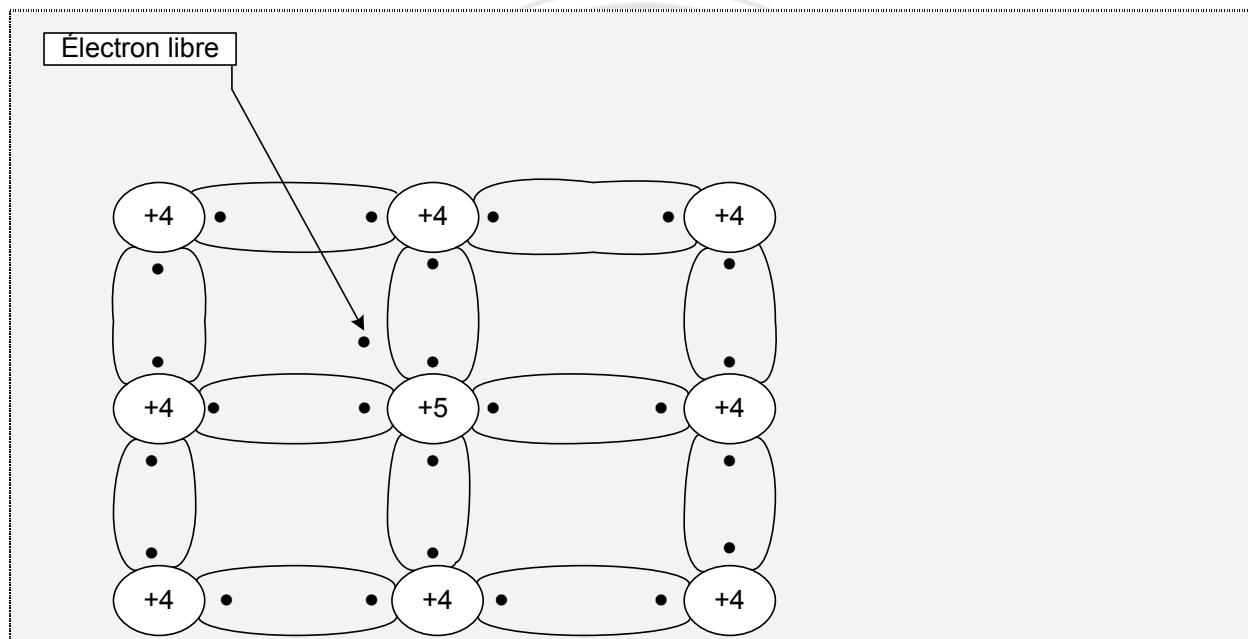
L'atome qui a perdu un électron peut capter celui d'un atome voisin, ce qui provoque le déplacement du trou.

Le courant électrique est donc constitué par un double déplacement d'électrons et de trous en sens inverse et on a le même nombre d'électrons et de trous. Le semi conducteur est intrinsèque.

### 1.1.2. Semi-conducteur dopé

#### Semi conducteur de type N

Introduisons en quantité très faibles (1 atome pour 106) des impuretés de valence 5 (arsenic, antimoine). On ne modifie pas la structure du cristal.

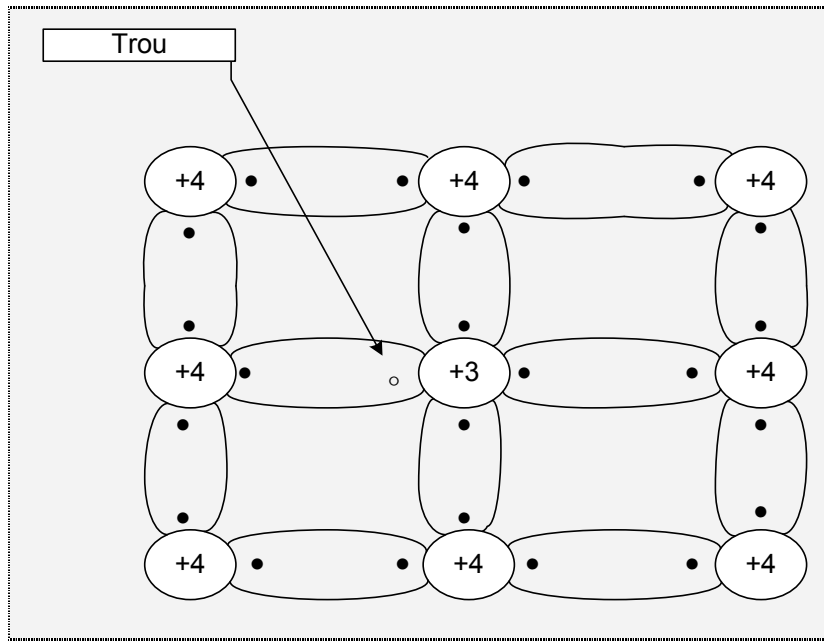


L'atome d'impureté ne peut échanger que quatre électrons avec quatre atomes de silicium. Il reste un électron libre. Il y aura donc un excès d'électrons de cristal.

Dans ce semi-conducteur dopé N, les électrons sont majoritaires et les trous, provenant de la conduction intrinsèque, seront minoritaires

#### Semi conducteur de type P

Si on introduit maintenant une impureté de valence 3(indium ou gallium), l'atome d'impureté ne peut assurer que trois liaisons avec les quatre atomes de silicium voisins.



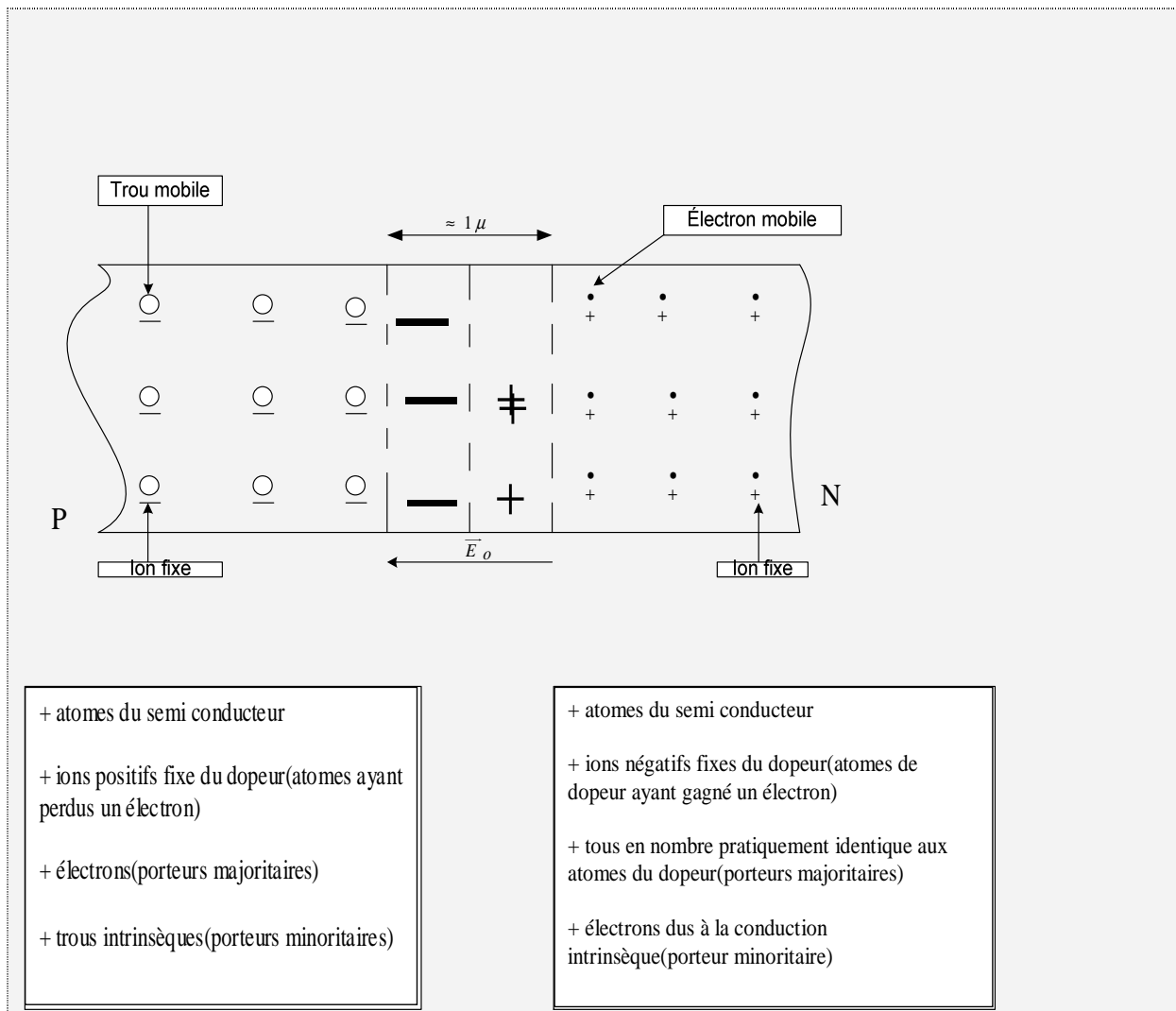
Il y a un manque d'électrons et tout se passe comme s'il y avait un trou. Dans ce semi conducteur dopé P, les trous sont majoritaires et les électrons sont minoritaires.

*Remarque :*

La conduction intrinsèque des majoritaire est très faible par rapport à celle due aux impuretés.

## 1.2. La jonction PN

C'est la mise en contact de deux semi conducteurs de type différent P et N.



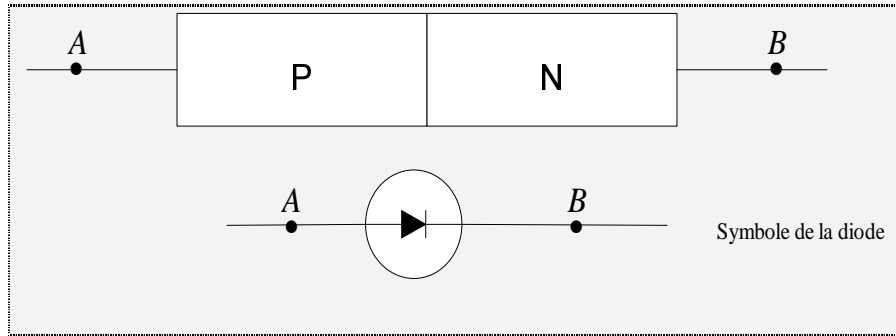
A l'établissement de la jonction, des trous diffusent de la zone P vers la zone N où ils piègent les électrons et les électrons diffusent de la zone N vers la zone P où ils piègent les trous. Il se forme une zone de transition sans porteurs de charges possédant des ions fixes (négatif pour N et positif pour P). Ces ions fixes créent un champ électrique  $\vec{E}_0$

Dirigé de N vers P (105 à 106 V/m) et une barrière de potentiel de l'ordre de quelques dixièmes de volts existe à la jonction. Le champ  $\vec{E}_0$  repousse les trous dans la zone P et les électrons dans la zone N. Il s'oppose au déplacement des majoritaires (trous dans P et électrons dans N) mais favorise le déplacement des minoritaires (électrons dans P et trous dans N).

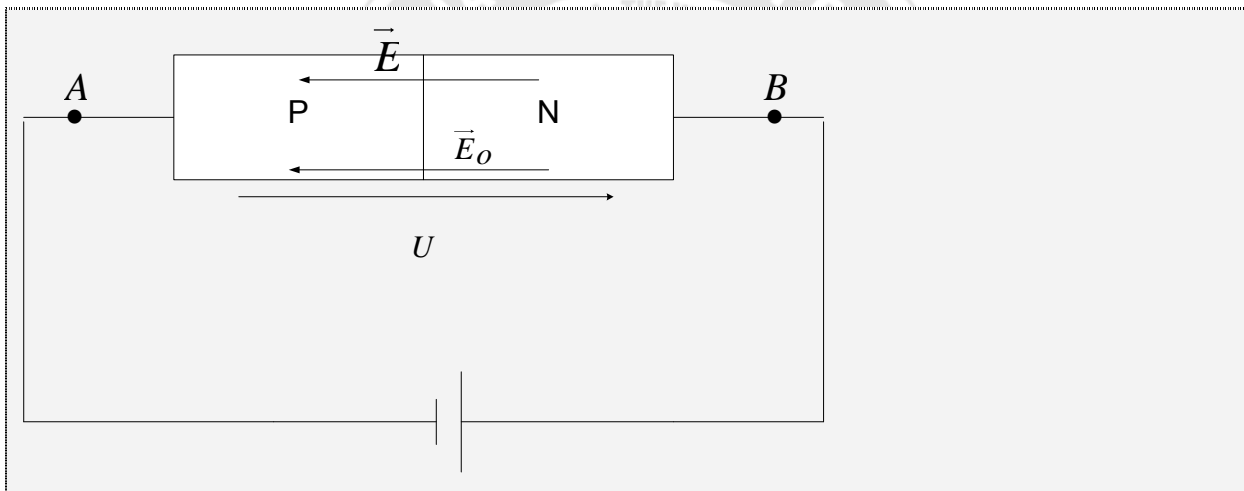
### 1.3. La diode à jonction

Lorsque l'on soumet la jonction PN à une différence de potentiel, on réalise une diode à jonction.





### 1.3.1. Courant inverse de la diode

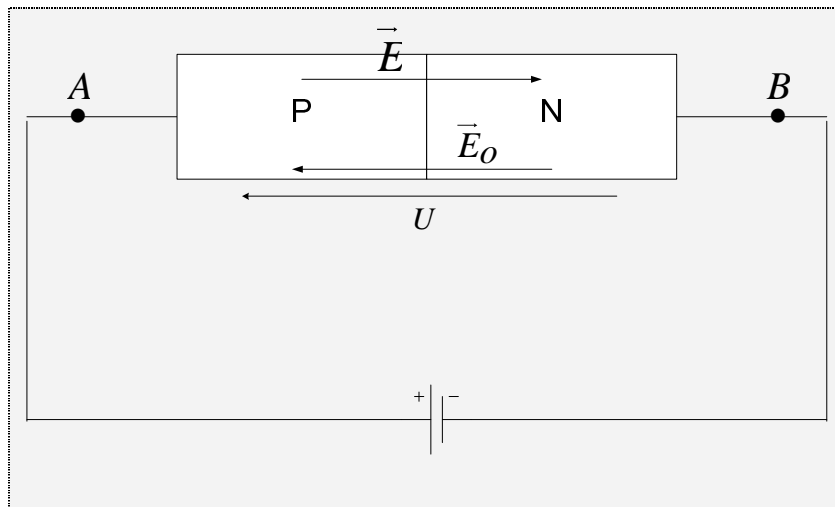


$$U = V_A - V_B < 0$$

La zone P est reliée au pôle négatif de la pile et on dit que la diode est polarisée dans le sens inverse.

Le champ  $\vec{E}$  créé par  $U$  s'ajoute à  $\vec{E}_0$ , ce qui augmente la barrière de potentiel et rend encore plus difficile le déplacement des porteurs majoritaires. Le courant qui passe dans la jonction n'est dû qu'aux minoritaires (électrons dans P et trous dans N) et il est très faible. C'est le courant inverse de la diode.

### 1.3.2. Courant direct de la diode



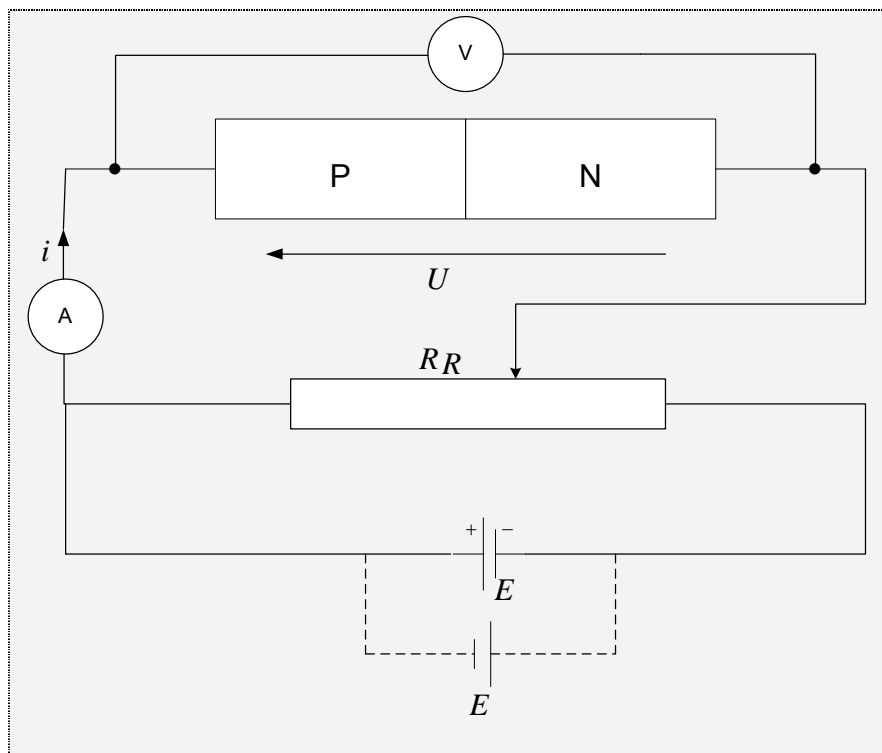
$$U = V_A - V_B > 0$$

La zone P est reliée au potentiel positif de la pile et la diode est polarisée dans le sens direct.

Le champ  $\vec{E}$  s'oppose à  $\vec{E}_0$  provoquant une diminution de la barrière de potentiel, ce qui facilite le déplacement des porteurs majoritaires. C'est le courant direct de la diode qui est d'autant plus élevé que U est grand.

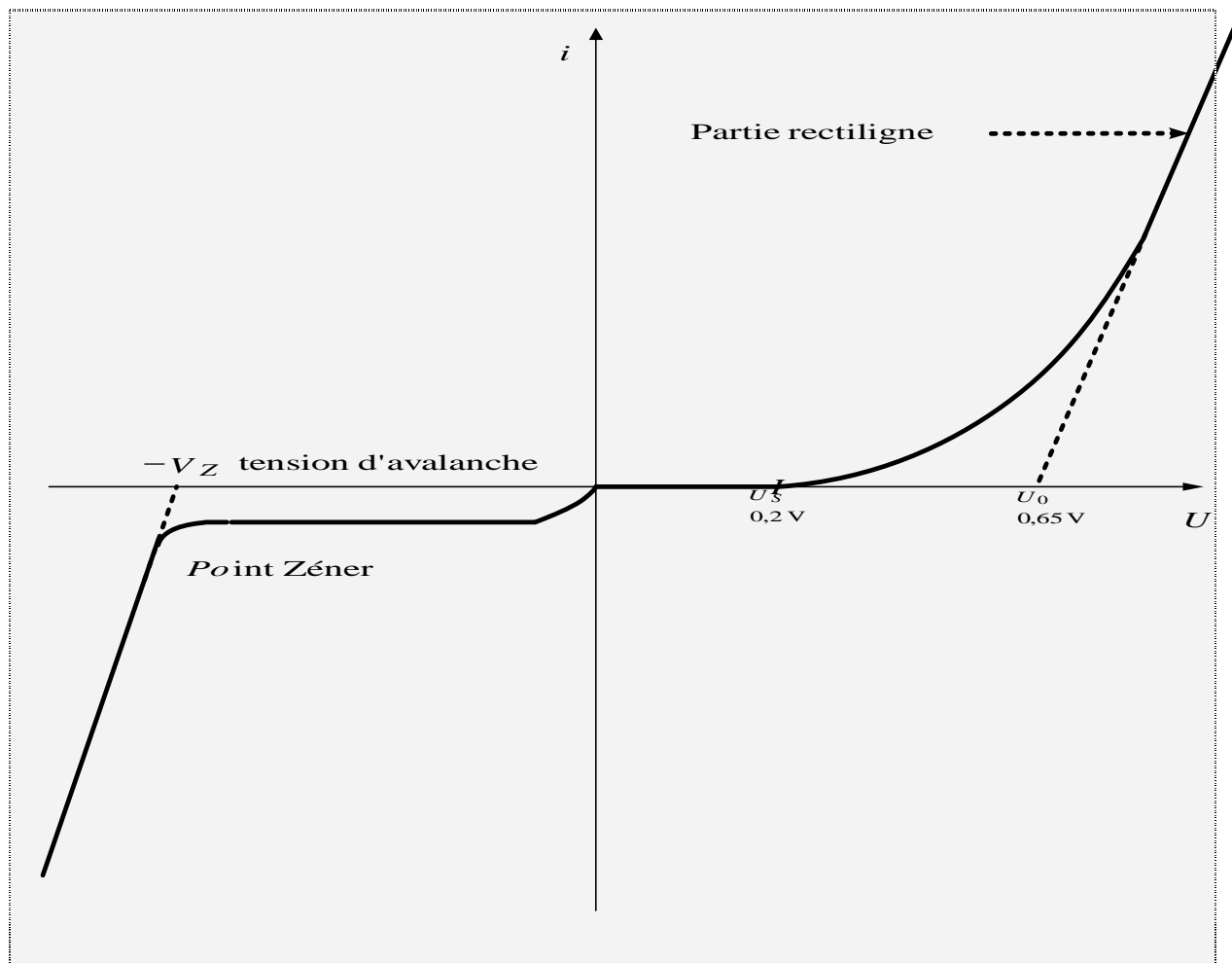
### 1.4. Caractéristique de la diode à jonction

#### 1.4.1. Tracé



On fait varier la tension aux bornes de la diode en valeur et en signe.

La variation de  $i$  en fonction de  $U$  est représentée sur la figure ci-dessous.



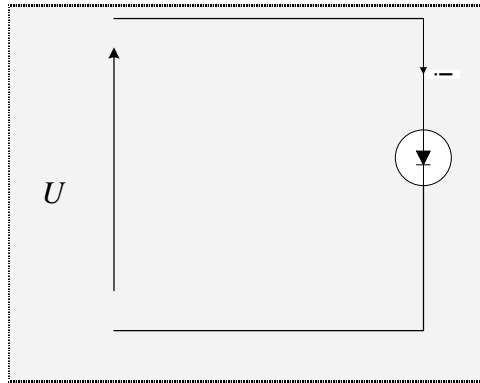
+  $U_S$  : tension de seuil réelle (valeur de  $U$  en dessous de laquelle le courant  $i$  est pratiquement nul)

+  $U_0$  : tension de seuil pratique (intersection de la partie rectiligne de la courbe avec l'axe des  $u$ ).

$V_Z$  : tension d'avalanche ou tension de Zéner (l'énergie cinétique des minoritaires devient suffisamment élevée pour provoquer la rupture des liaisons entre les atomes du cristal et la production de paires d'électrons trous ; la diode étant polarisée en inverse, ces minoritaires traversent la jonction et il s'en suit une réaction en chaîne appelée phénomène d'avalanche qui provoque la destruction du cristal ; la tension inverse de la diode doit donc être limitée).

On peut cependant utiliser ce phénomène d'avalanche dans les diodes Zeners.

Le courant de la diode s'écrit :



$$i = I_s \left( \exp \frac{eU}{\eta kT} - 1 \right) \quad \text{pour } u > -V_z$$

$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Coulomb : charge élémentaire

$k = 1,34 \cdot 10^{-23}$  J/K ; Constante de Boltzmann

$T$  : température absolue en Kelvin

$\eta$  : constante dépendant du semi conducteur et de l'intensité

#### **Polarisation inverse $-V_z < U < 0$**

$$\text{Si } |u| \gg \frac{\eta kT}{e}, \quad \exp \frac{eU}{\eta kT} \rightarrow 0 \quad \text{et} \quad i = -I_s$$

#### **Polarisation directe $U > 0$**

$$\text{Si } |u| \gg \frac{\eta kT}{e}, \quad \exp \frac{eU}{\eta kT} \gg 1$$

$$\text{Partie rectiligne de la caractéristique} \quad i = I_s \exp \frac{eU}{\eta kT}$$

#### **1.4.2. Résistance de la diode**

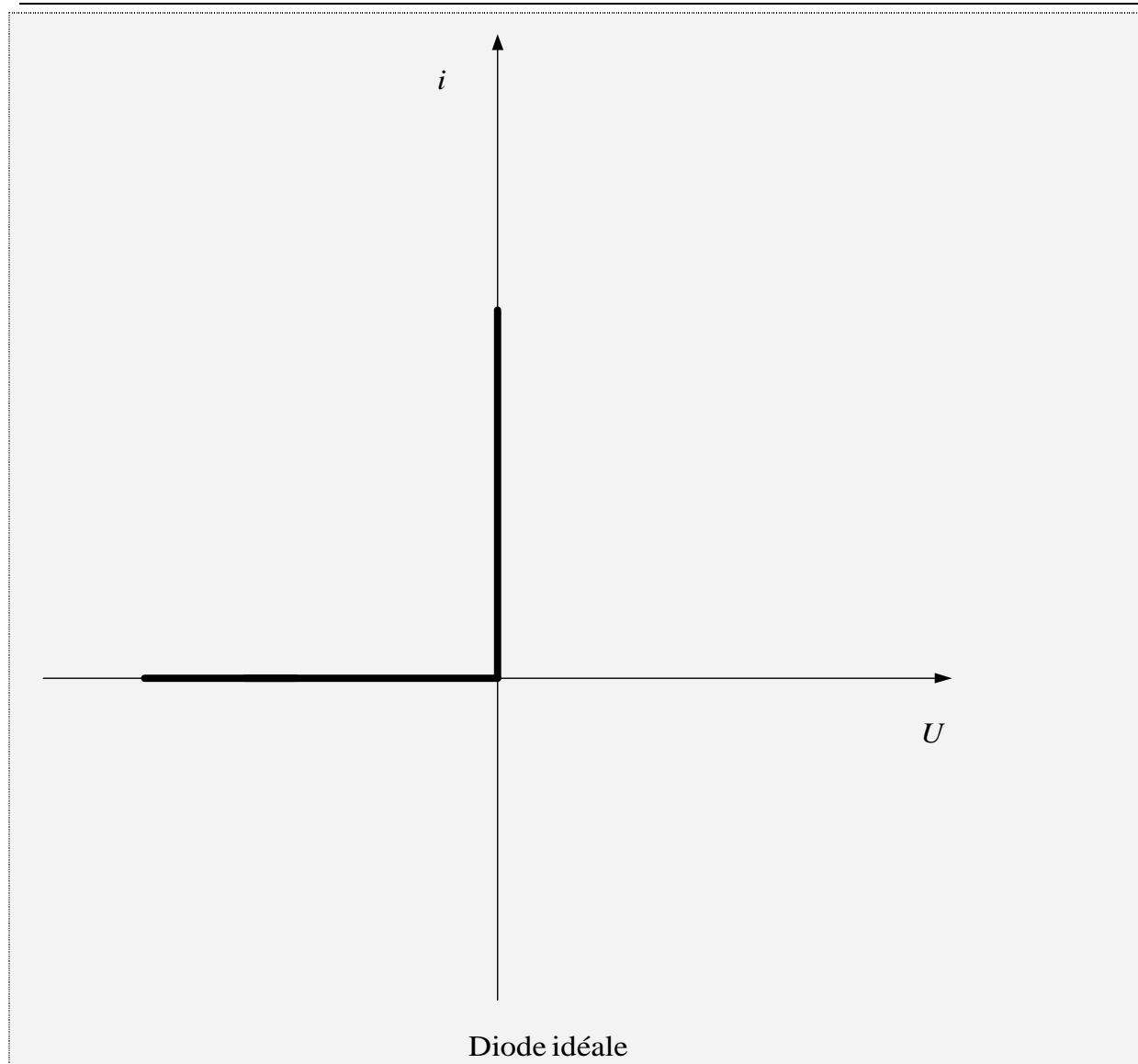
+  $U > 0$  : la résistance statique dépend du point de fonctionnement mais dans la partie rectiligne de la courbe, elle est pratiquement constante et très faible (inférieure à  $1 \Omega$ ) ; c'est

$$\text{la résistance directe} \quad R_d = \frac{\Delta u}{\Delta i}$$

+  $U < 0$   $-V_z < U < 0$  saturation

La résistance est très élevée (plusieurs centaines de mégohms) ; c'est la résistance inverse.

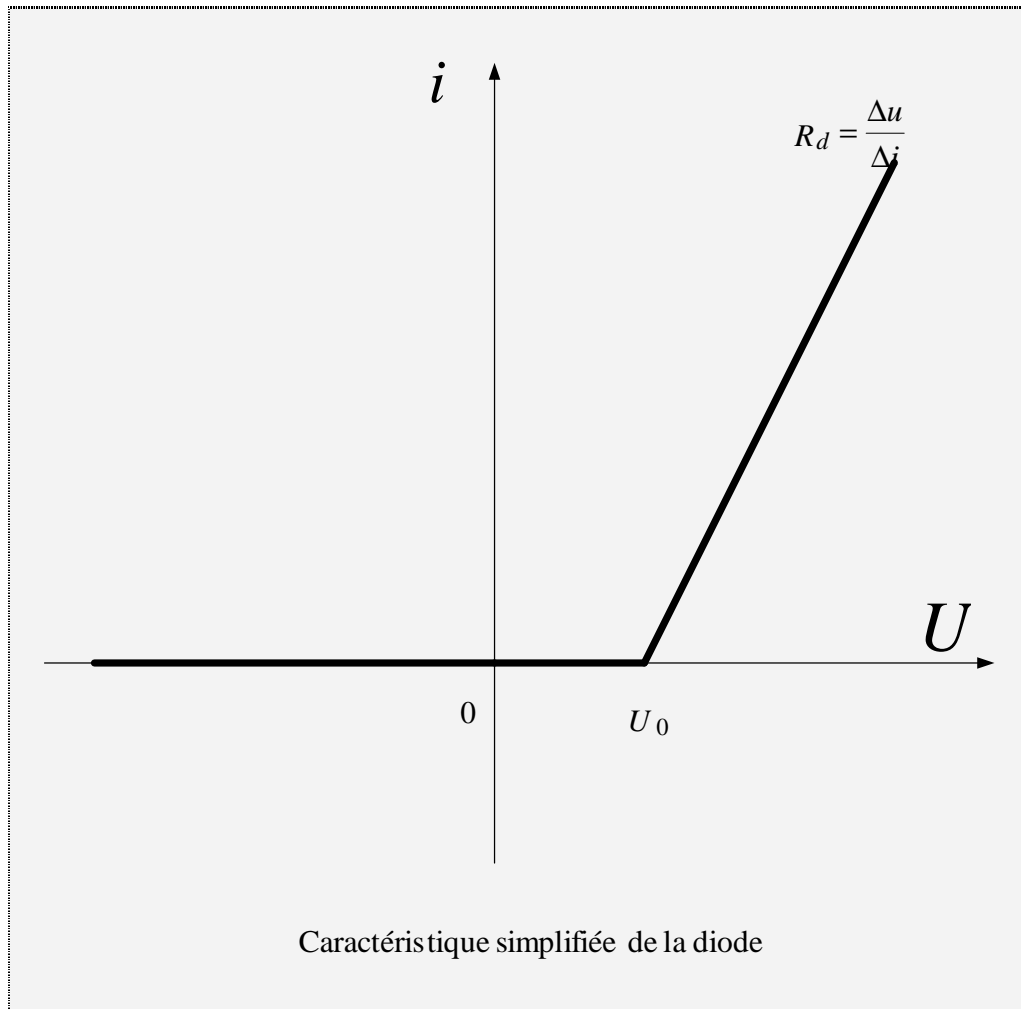
On peut donc définir la diode idéale par :  $U_0 = 0$  ; résistance directe nulle ; résistance inverse infinie.



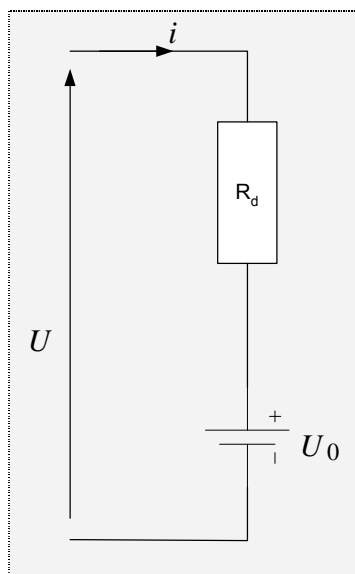
Pour la diode réelle, on peut aussi définir une caractéristique simplifiée par :

$$U \leq U_0 \quad i = 0$$

$$U \geq U_0 \quad U = U_0 + R_d i \quad \text{où} \quad i = G (U - U_0)$$



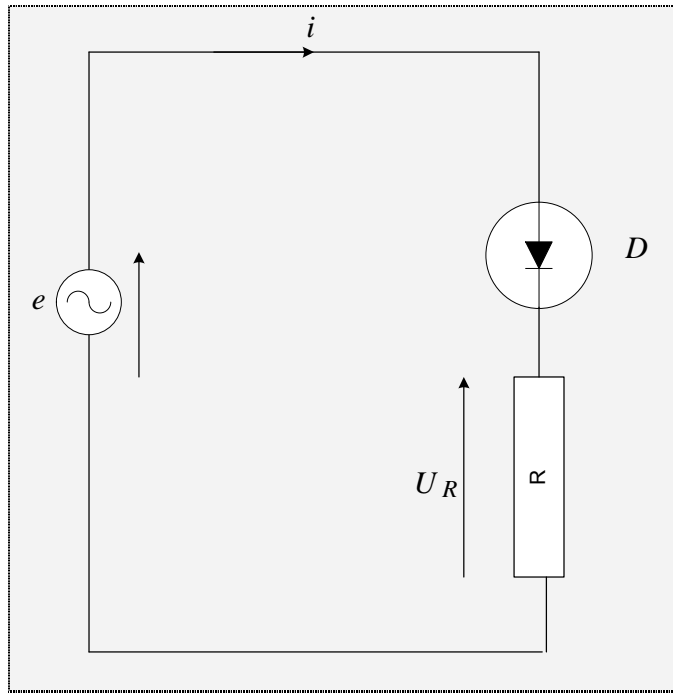
On a alors le schéma équivalent :



En pratique  $R_d$  est très faible. On peut négliger  $U_0$ , ce qui nous ramène à la caractéristique d'une diode idéale.

## 1.5. Redressement

### 1.5.1. Redressement une alternance

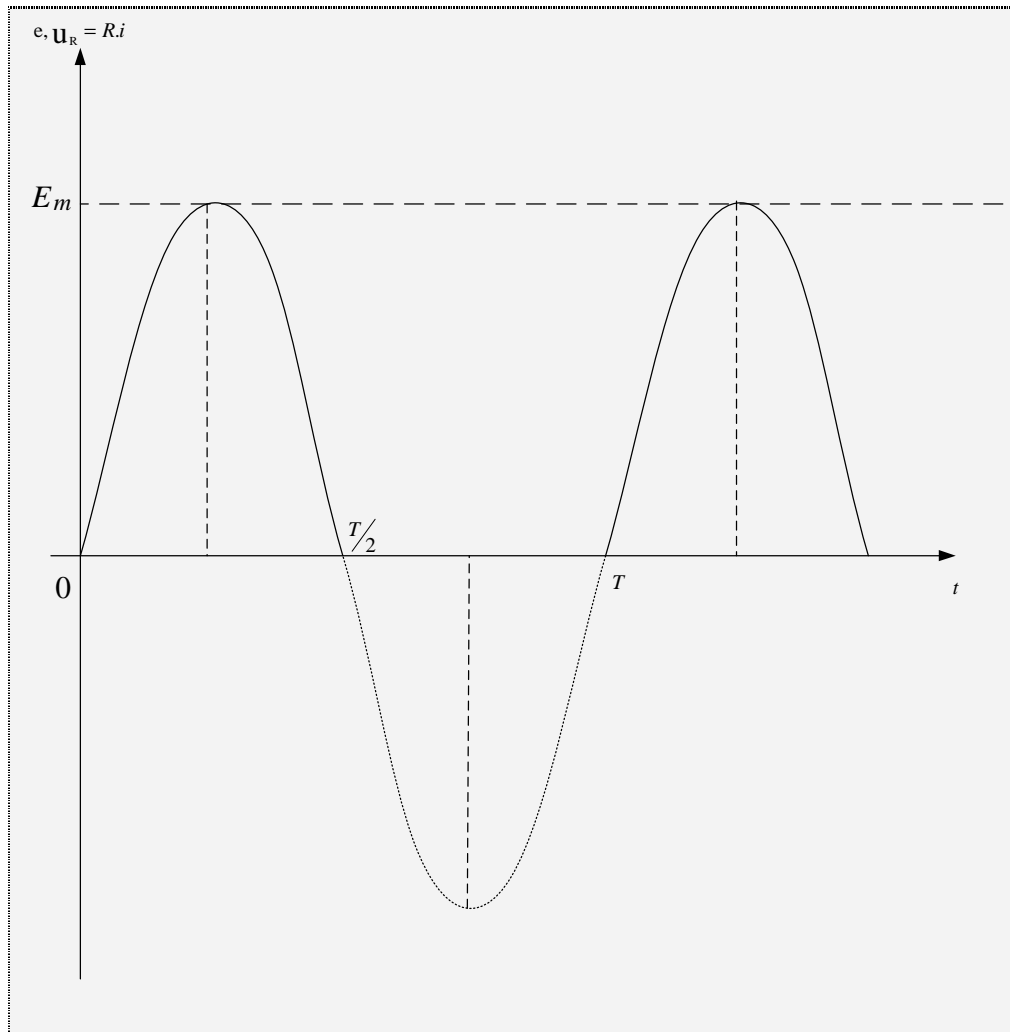


$$e = E\sqrt{2} \sin \omega t$$

Pendant l'alternance positive, la diode est polarisée dans le sens direct. Si on néglige  $R_d$  et  $U_0$

(diode idéale), on a :  $U_R = e$  et  $i = \frac{e}{R}$

Pendant l'alternance négative, la diode est polarisée dans le sens inverse et  $i = 0$



La valeur moyenne de  $U_R$  est :  $U_{R\text{moy}} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^{T/2} E\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t) \cdot dt = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{\pi} E\sqrt{2} \cdot \sin(\theta) \cdot d\theta$

$$U_{R\text{moy}} = \frac{E \sqrt{2}}{\pi} = 0,45 E$$

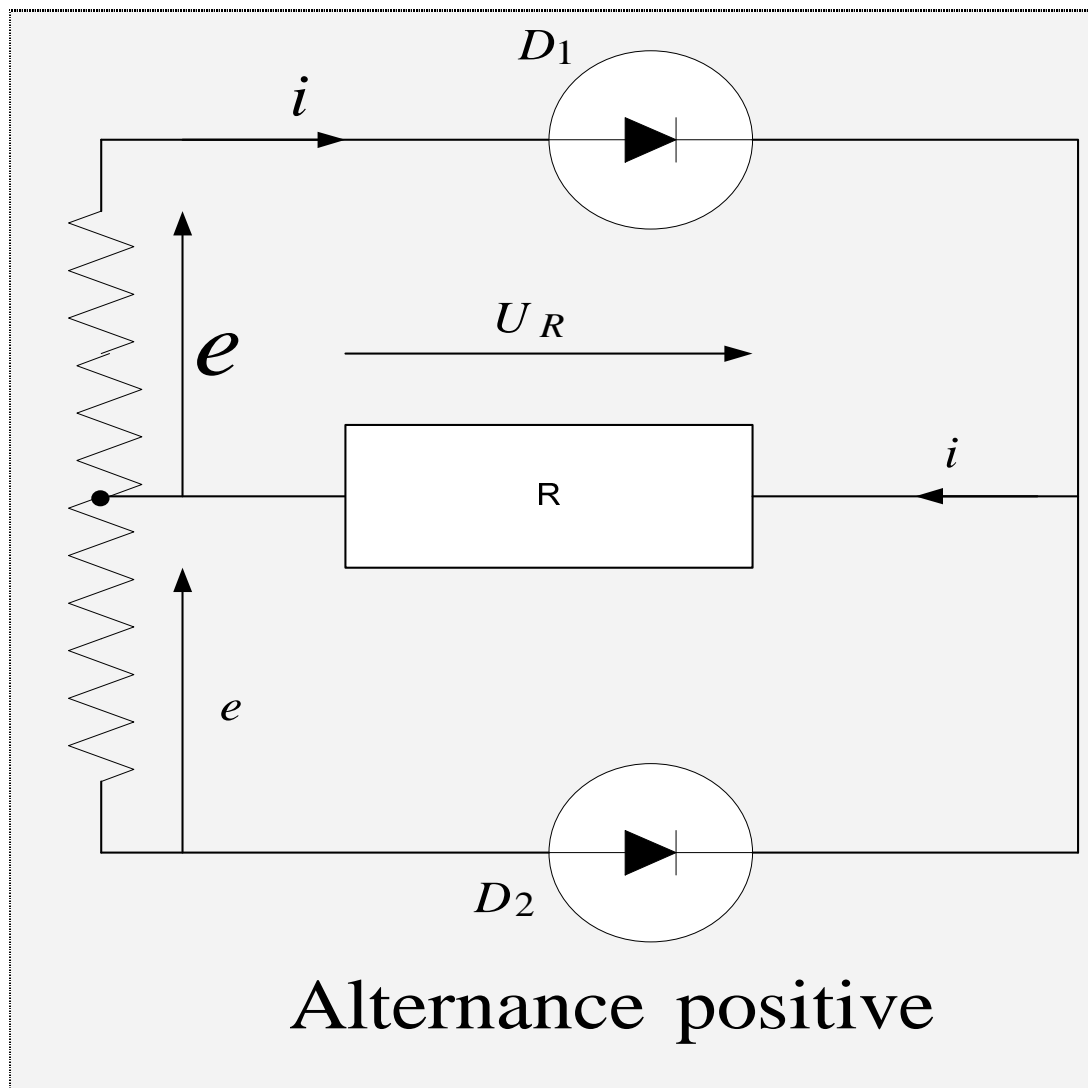
Tension inverse récurrente aux bornes de la diode  $E\sqrt{2}$  ou  $E_m$ ,  $E_m < V_Z$

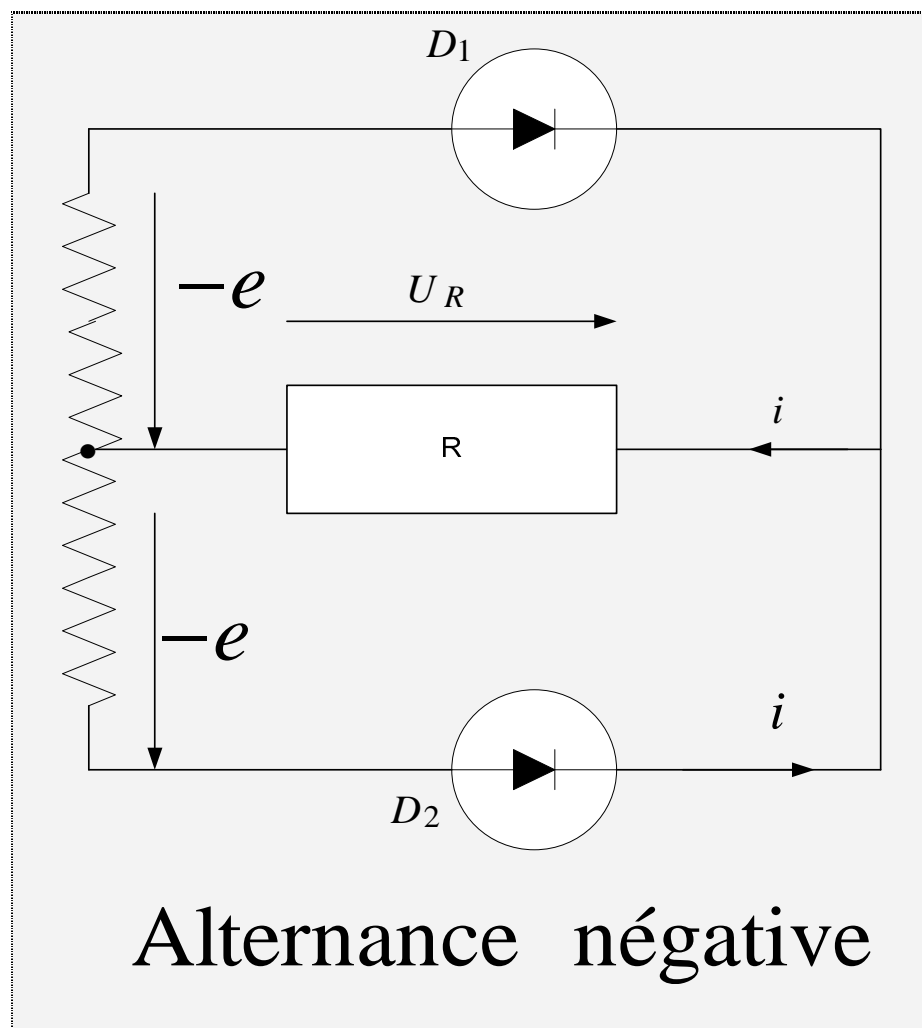
### 1.5.2. Redressement deux alternances

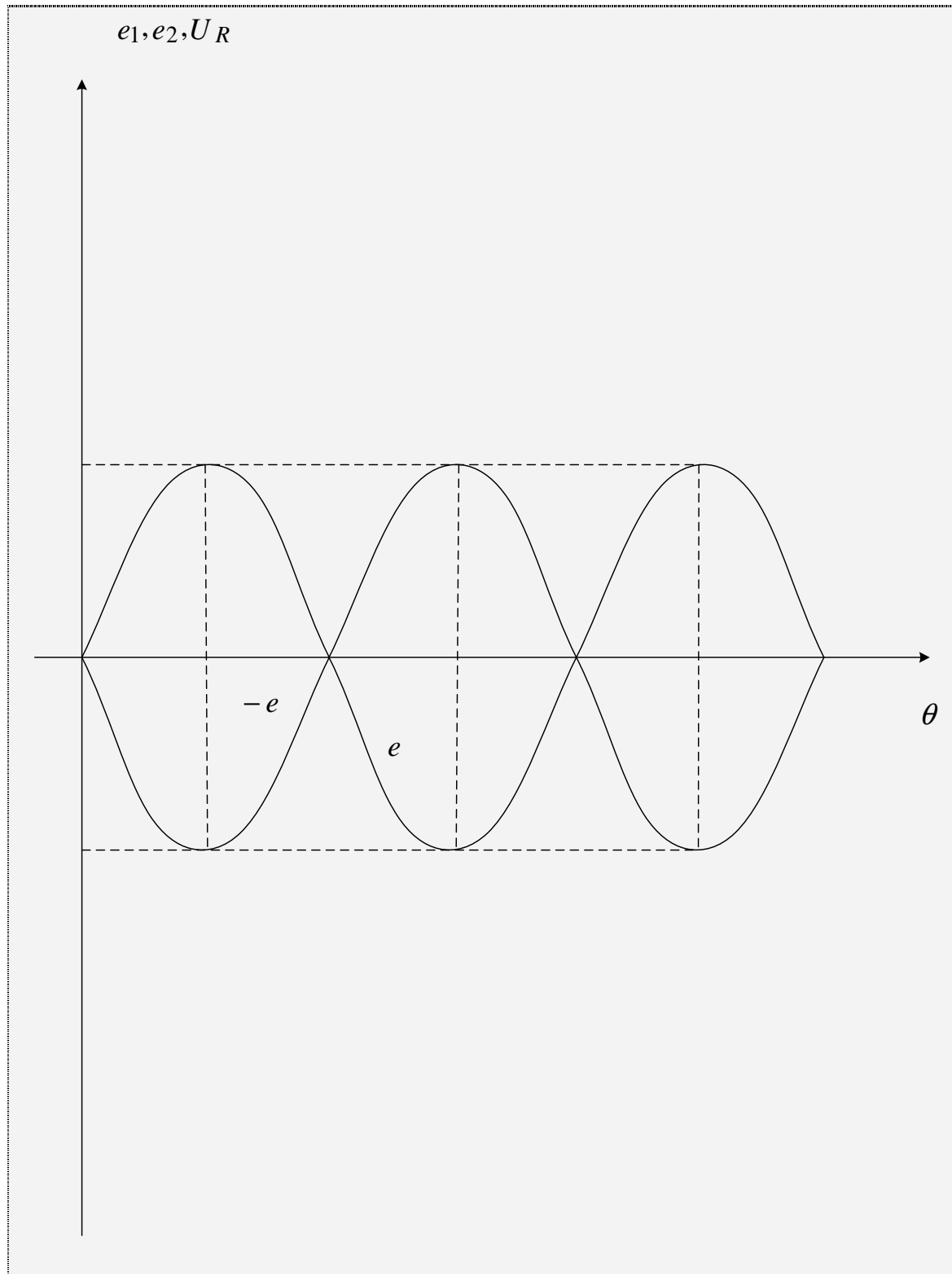
#### Redressement avec point milieu

$$e = E\sqrt{2} \sin \omega t$$









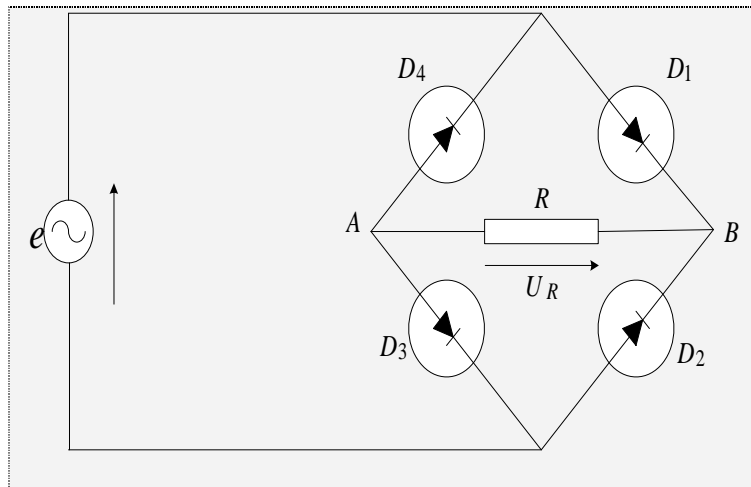
Alternance positive : D1 passante et D2 bloquée  $U_R = e$

Alternance négative : D1 bloquée et D2 passante  $U_R = -e$

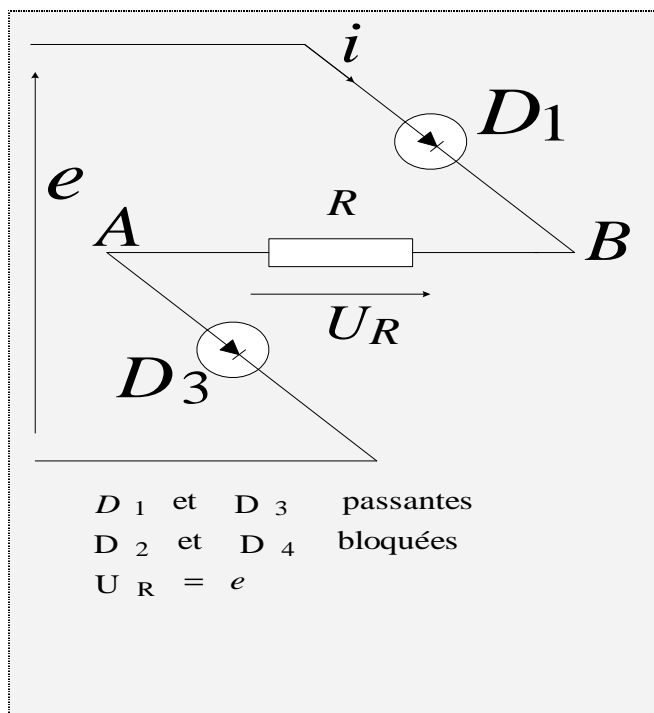
$$U_{R\text{moy}} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} E\sqrt{2} \cdot \sin(\theta) \cdot d\theta = \frac{2E\sqrt{2}}{\pi} = 0,90.E$$

La tension inverse récurrente est  $2E_m$

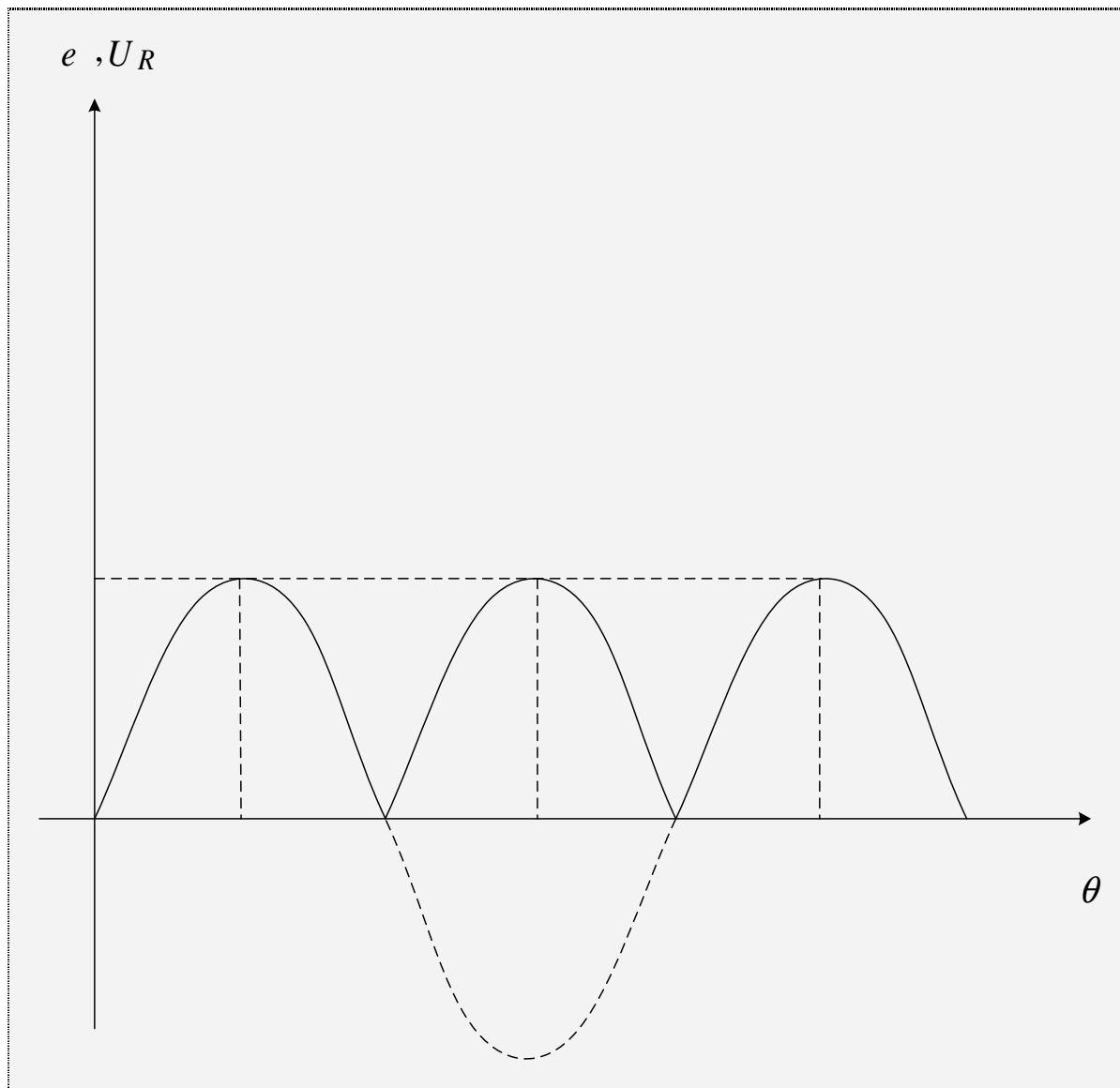
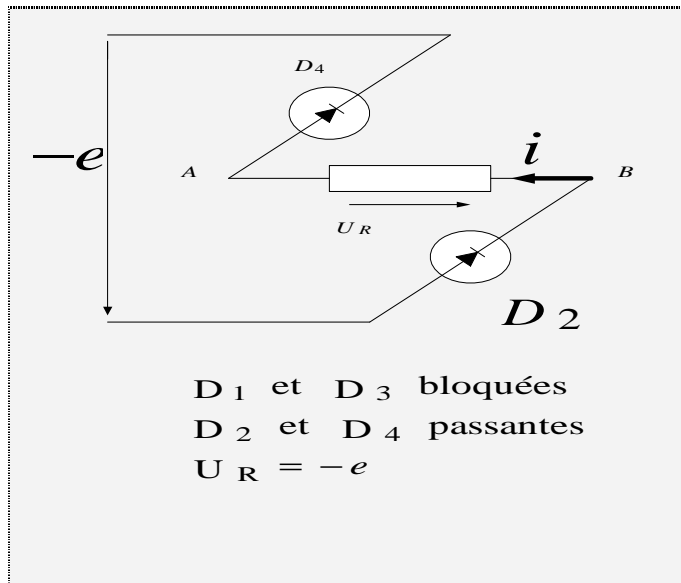
## Pont de Graetz



Alternance positive



Alternance négative



$U_{R\text{moy}} = 0,90.E$  Tension inverse récurrente  $\frac{E_m}{2}$  plus faible.  
Une seule source de tension, mais utilisation de 4 diodes.

### 1.5.3. Facteur de forme et Taux d'ondulation

La tension redressée s'écrit :  $U_R = U_{\text{moy}} + U_{\text{ond}}$

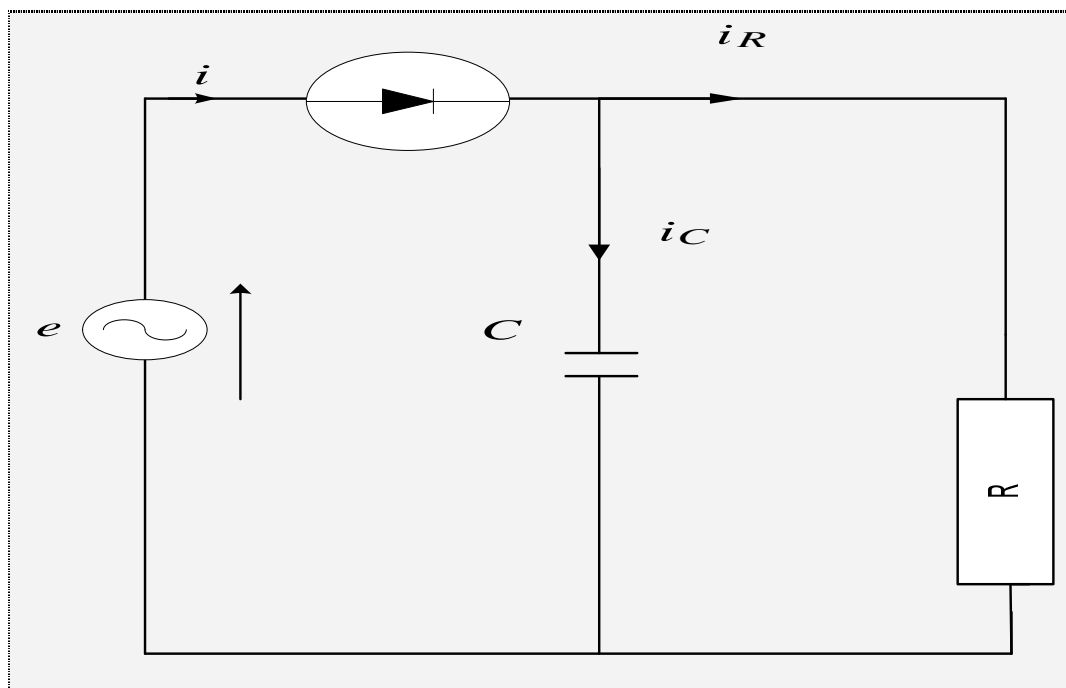
Taux d'ondulation  $\tau = \frac{U_{\text{ond}}}{U_{R\text{moy}}}$

Facteur de forme  $F = \frac{U_R}{U_{R\text{moy}}}$

$$U_R^2 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T (U_{R\text{moy}} + U_{\text{ond}})^2 dt = U_{R\text{moy}}^2 + U_{\text{ond}}^2 \quad \text{donc}$$

$$F^2 = 1 + \tau^2$$

### 1.5.4. Filtrage



On suppose qu'à  $t = 0$ ,  $q = 0$

Pendant la charge :

$$i_R = \frac{E\sqrt{2}}{R} \sin \theta \quad \text{avec } \theta = \omega t$$

$$i_C = \frac{dq}{dt} = C \frac{de}{dt} = C\omega E\sqrt{2} \cos \theta$$

$$U_R = R i_R$$

La conduction de la diode cesse lorsque :

$$i = i_R + i_C = 0$$

$$\text{tg } \theta_1 = -RC\omega \quad \theta_1 > \frac{\pi}{2}$$

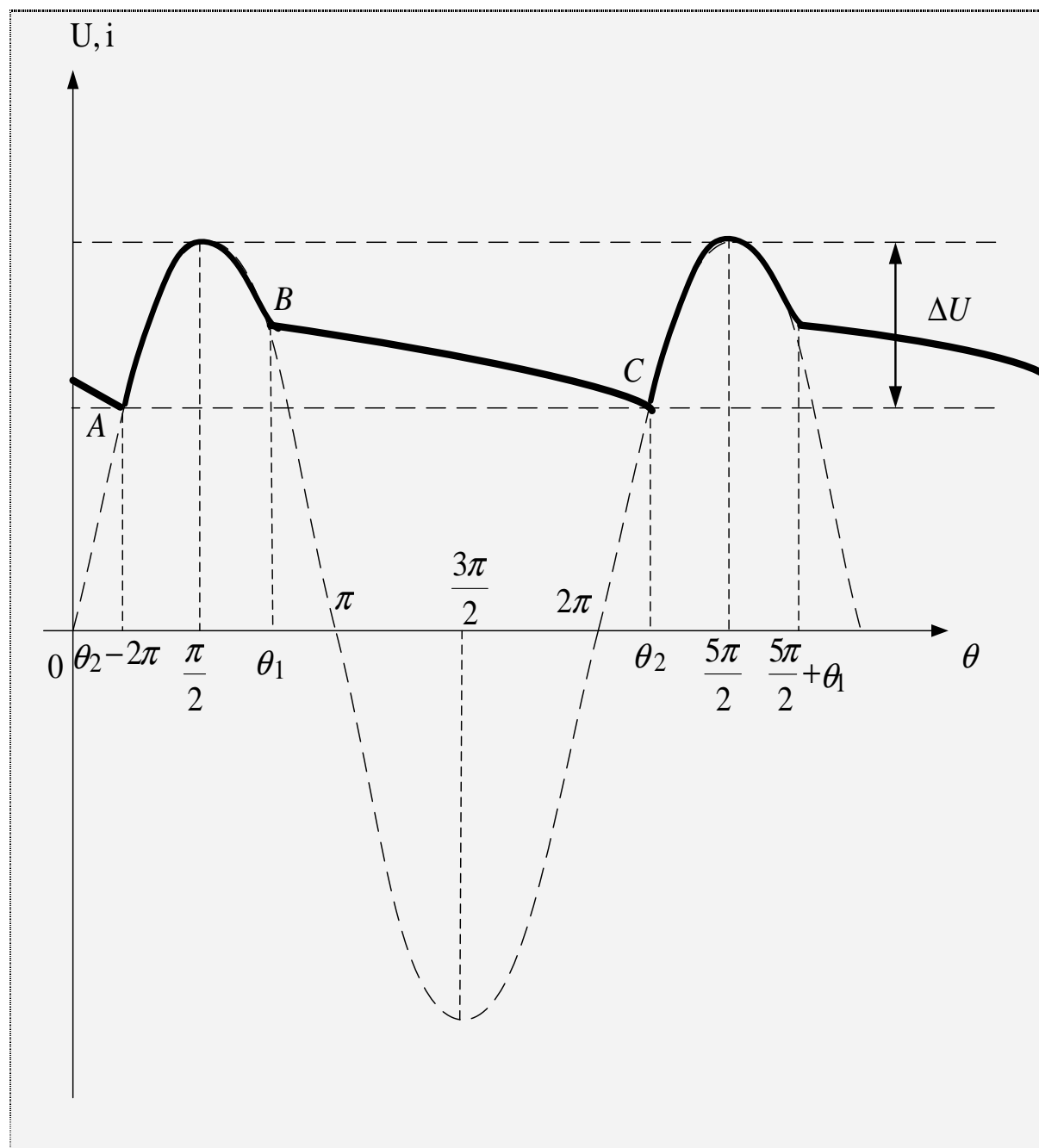
Décalage du condensateur

$$U_R = R i_R = \frac{E\sqrt{2} \sin \theta_1 \cdot \exp \frac{-(\theta - \theta_1)}{RC\omega}}{\quad} \quad \left( R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad ; \quad R \frac{di_R}{dt} + \frac{i_R}{C} = 0 \right)$$

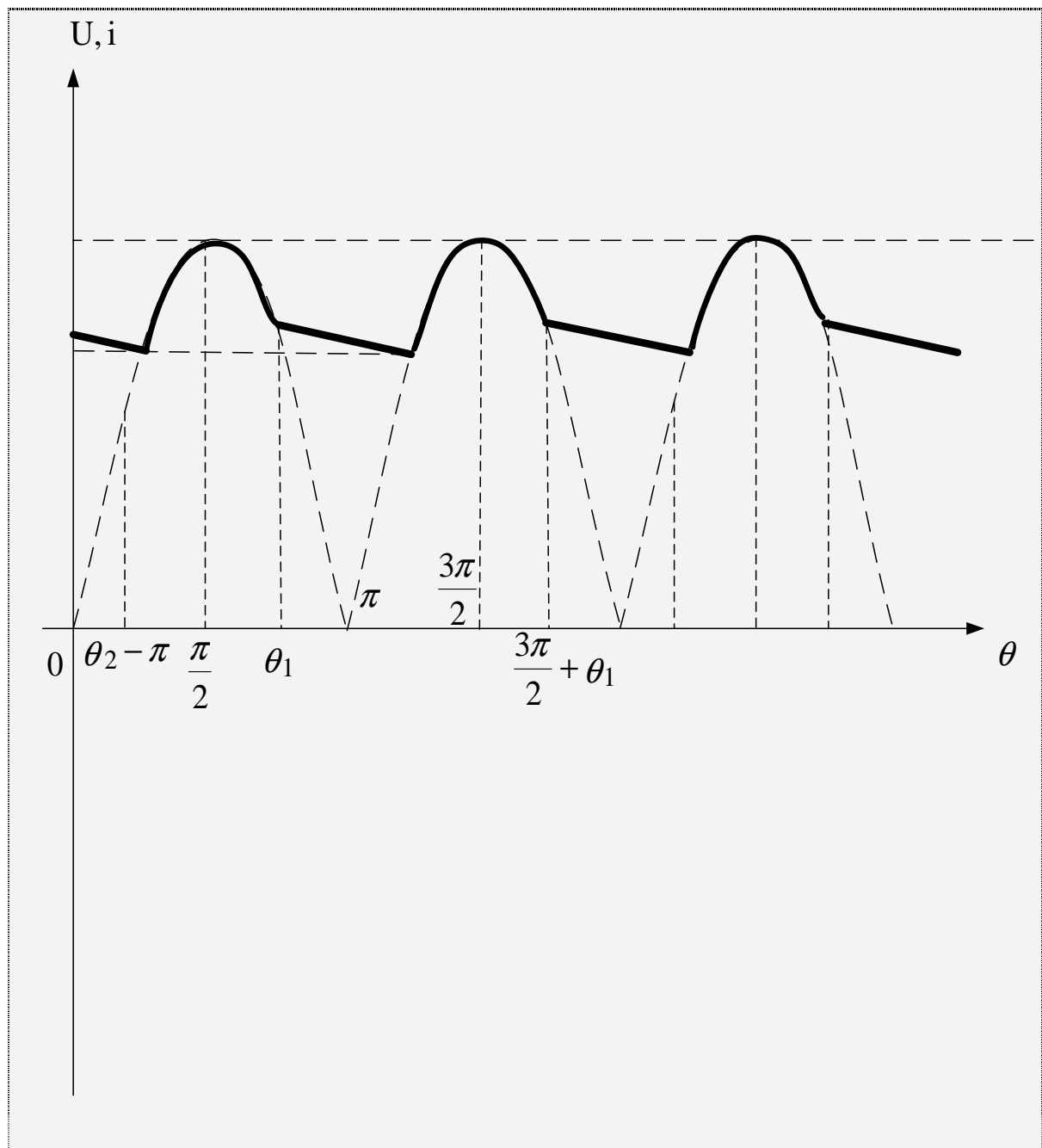
$$i_R = A \cdot \exp \frac{-t}{RC} = A \cdot \exp \frac{-\theta}{RC\omega}$$

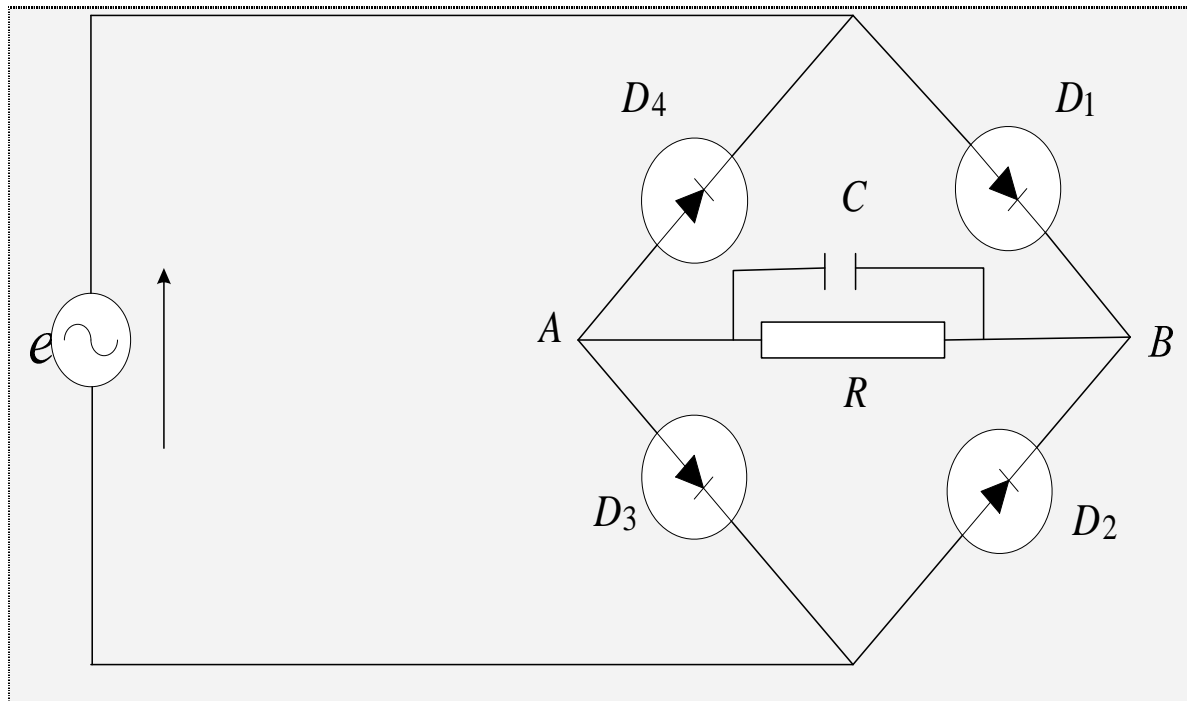
$$t = \theta_1 \quad i_R = \frac{E\sqrt{2} \sin \theta_1}{R} = A \cdot \exp \frac{-\theta_1}{RC\omega}$$

$$\text{La conduction reprendra au point C tel que : } E\sqrt{2} \sin \theta_1 \exp \frac{-(\theta_2 - \theta_1)}{RC\omega} = E\sqrt{2} \sin \theta_2$$





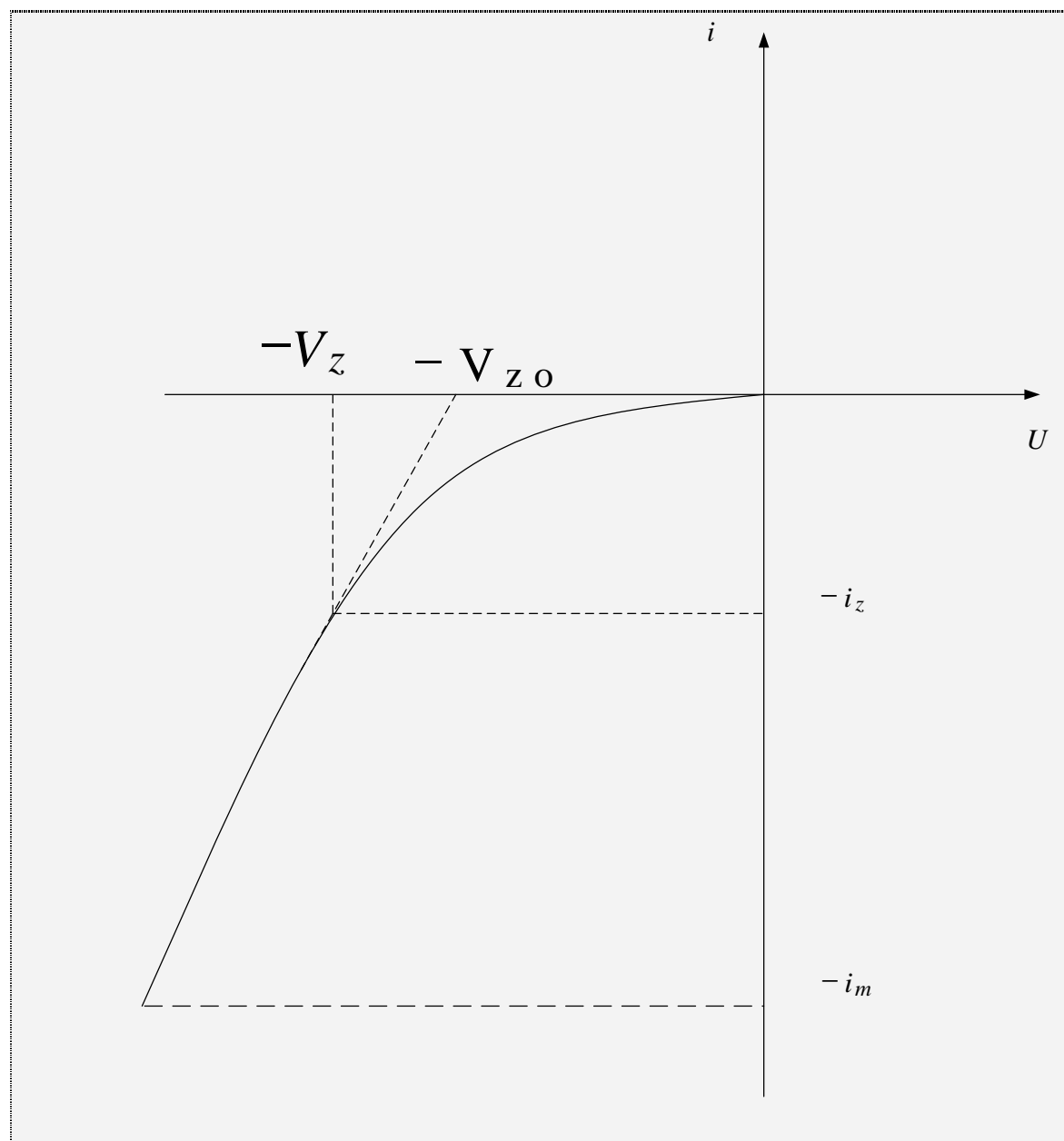




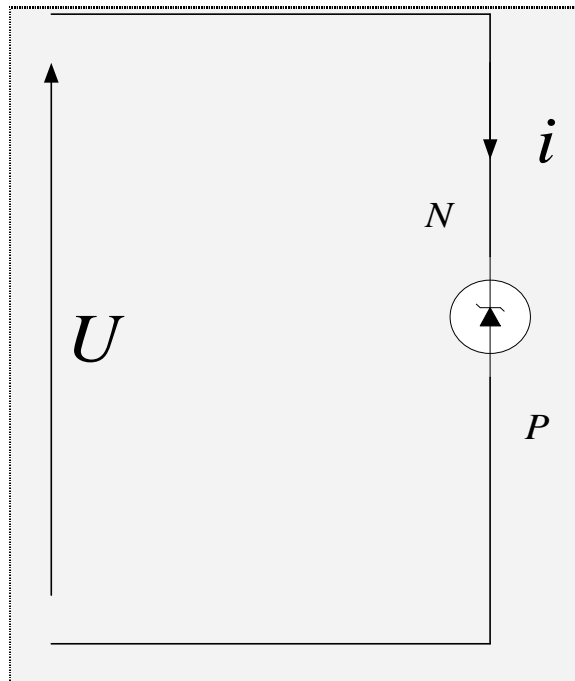
## 1.6. Diode Zener

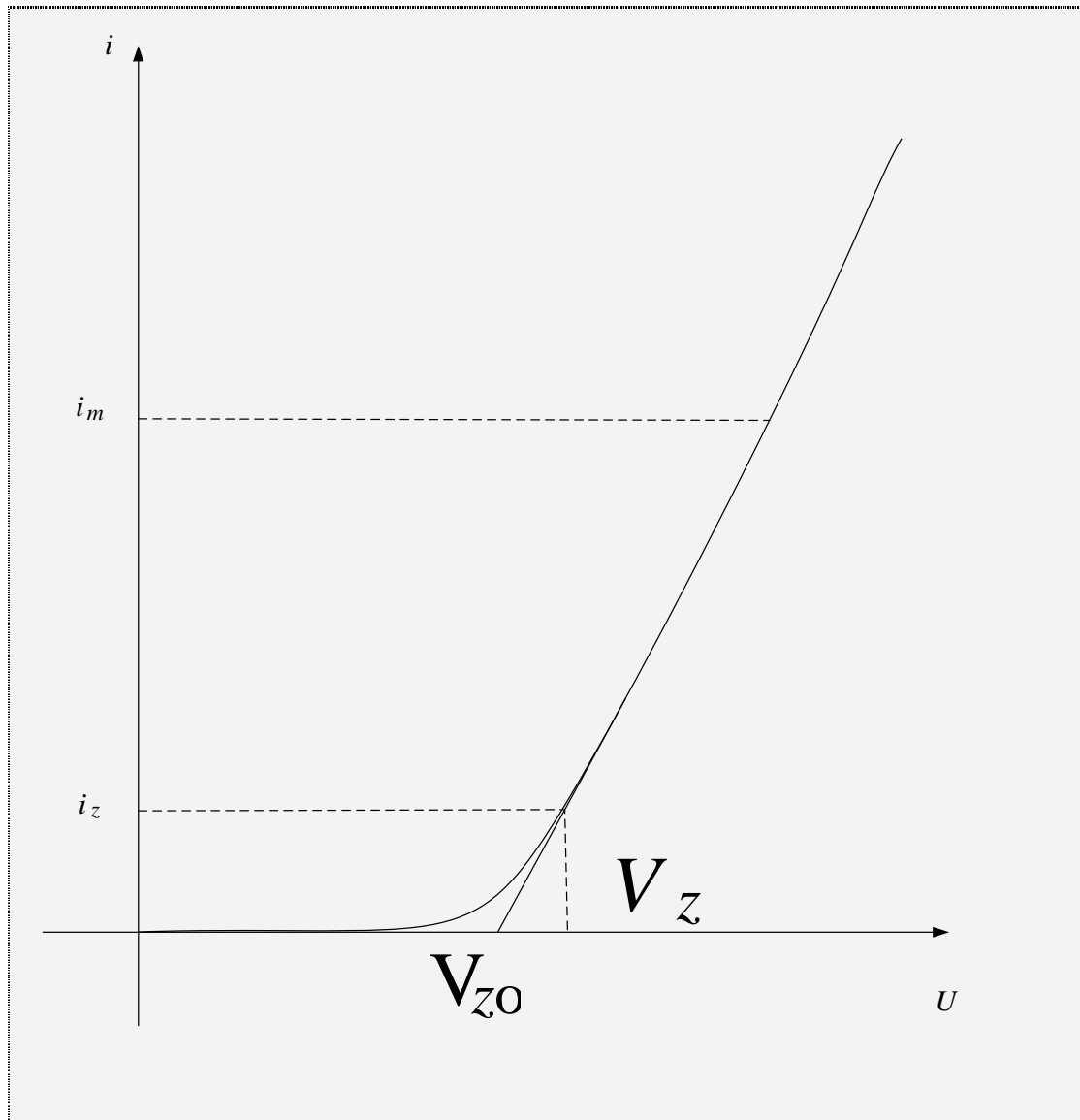
### 1.6.1. Définitions

La diode Zéner fonctionne en inverse dans la partie de la caractéristique  $U < -V_z$ , le courant diminuant rapidement lorsque  $U$  diminue légèrement.



Le comportement de cette diode n'est intéressant qu'en polarisation inverse. En adoptant le schéma ci-après :





Il y a phénomène d'avalanche :

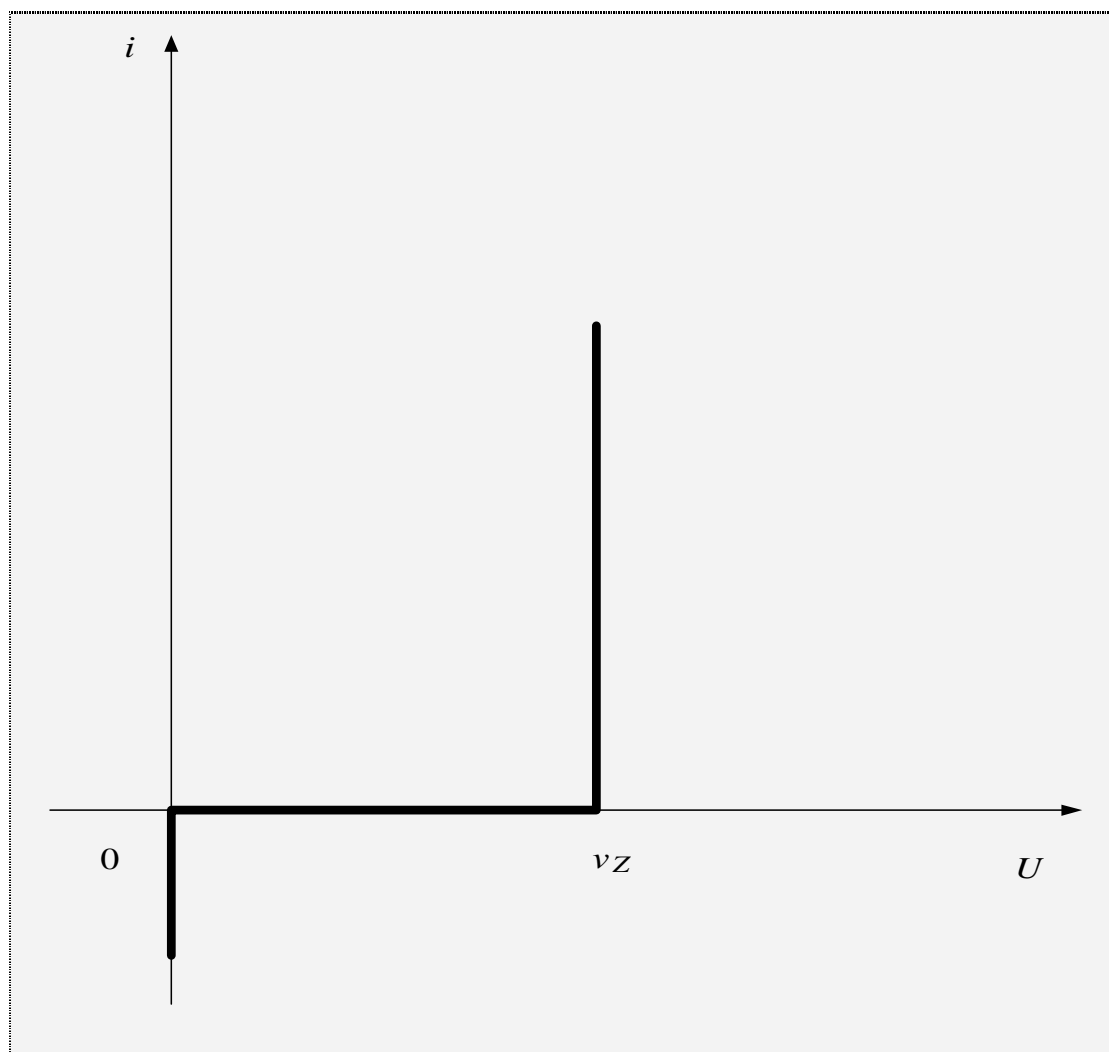
- réversible tant que  $i < i_m$ .
- irréversible pour  $i > i_m$ .

$$\frac{\Delta U}{\Delta i}$$

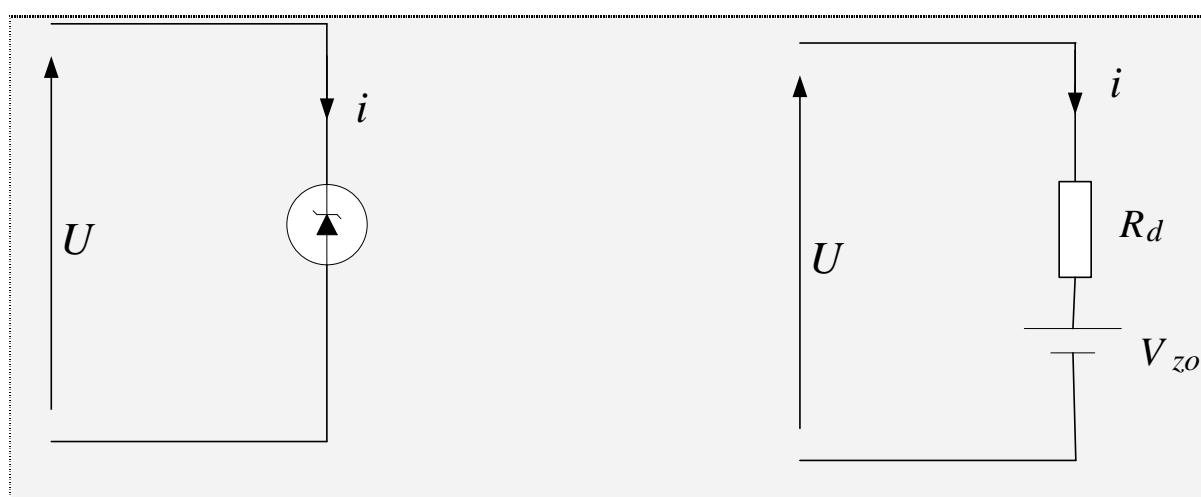
Pour  $U > V_z$ , la résistance de la diode  $R_d = \frac{\Delta U}{\Delta i}$  est très faible.

Pour  $0 < i < I_z$ , la résistance varie avec le point de fonctionnement et peut atteindre plusieurs centaines d'Ohms.

### Diodes Zéner idéale



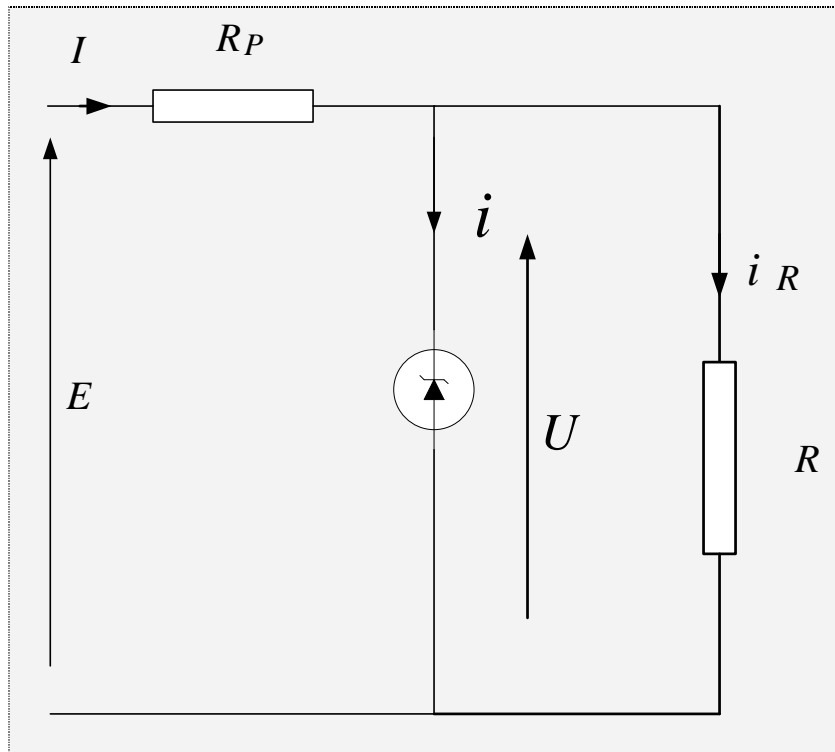
### Diodes Zéner réelle (schéma équivalent)



$$U = V_{zo} + R.i$$

### 1.6.2. Stabilisation de tension par une diode Zéner

#### Diode idéale



$R_P$  : résistance de protection pour limiter le courant dans la diode ;  $i < i_m$

Si  $0 < U < V_Z$   $i = 0$  et  $U = R \cdot i_R$  ;  $i_R = I$

$$U = \frac{R}{R + R_P} E$$

si  $i > 0$   $u = V_Z = \text{cte.}$

$$E = R_P \cdot I + V_Z ; V_Z = R \cdot i_R$$

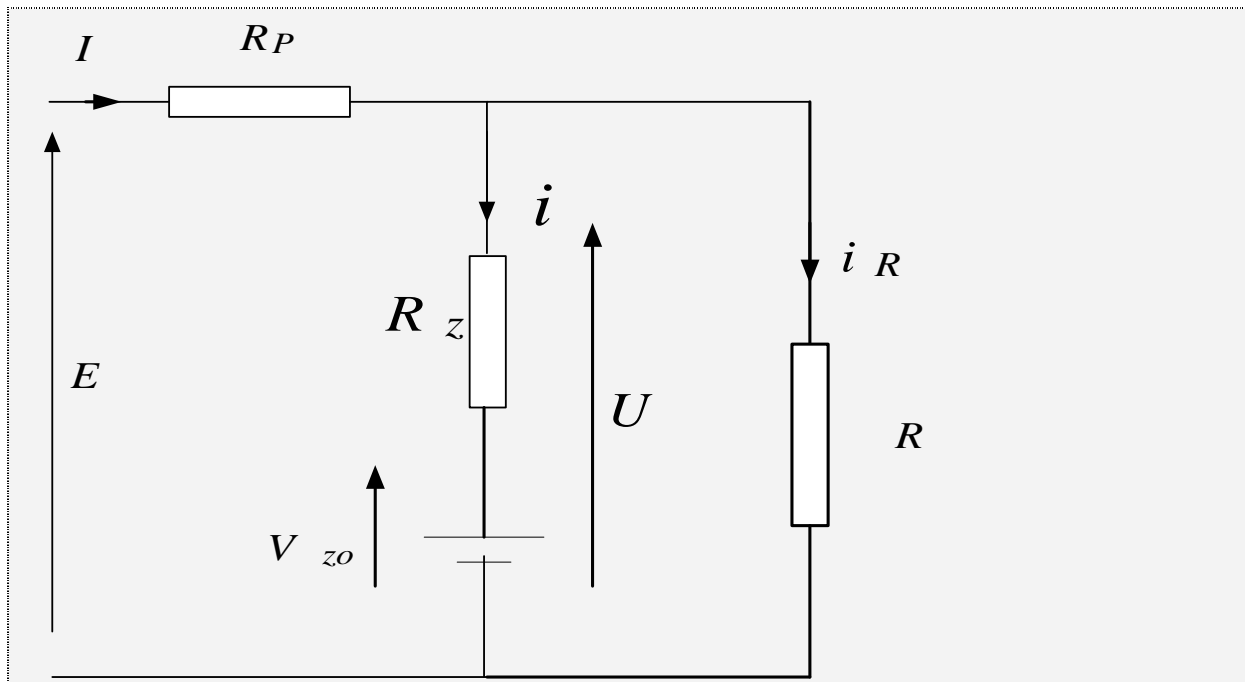
$$i = I - i_R = \frac{E - V_Z}{R_P} - \frac{V_Z}{R}$$

$$\frac{E - V_Z}{R_P} = \frac{V_Z}{R} + i$$

$$E = \frac{V_Z (R + R_P)}{R} + R_P \cdot i$$

$$E < \frac{V_Z (R + R_P)}{R} + R_P \cdot i_m$$

Il faut que  $i < i_m$  donc

**Diode Zéner réelle****Coefficient de régulation amont et rapport de stabilisation**

$$A = \left( \frac{\Delta E}{\Delta U} \right)_{R=cte}$$

Le coefficient de régulation amont est défini par :

$$\frac{1}{A}$$

Le rapport de stabilisation est

On peut écrire que :

$$E = R_P I + U$$

$$I = I_R + i$$

$$E = R_P \left( \frac{U}{R} + \frac{U - V_{Z0}}{R_Z} \right) + U$$

$$E = U \left( \frac{R_P}{R} + \frac{R_P}{R_Z} + 1 \right) - \frac{V_{Z0}}{R_Z} R_P$$

$$\left( \frac{\Delta E}{\Delta U} \right)_{R=cte} = \frac{R_P}{R} + \frac{R_P}{R_Z} + 1 = \frac{R_P}{R_Z} \left( \frac{R_Z}{R} + \frac{R_Z}{R_P} + 1 \right)$$

$$U = R i_R \Rightarrow i_R = \frac{U}{R}$$

$$U = V_{Z0} + R_Z i \Rightarrow i = \frac{U - V_{Z0}}{R_Z}$$



Comme  $R_Z \ll R_P$  et  $R_Z \ll R$  on tire :

$$A = \left( \frac{\Delta E}{\Delta U} \right)_{R=cte} = \frac{R_P}{R_Z}$$

Comme on veut réguler la tension de sortie, il convient qu'une forte variation de E provoque une faible variation de U, donc A doit être très grand et  $\frac{1}{A}$  doit être très petit.

### ***Coefficient de régulation aval***

$$\rho = \left( \frac{\Delta U}{\Delta i_R} \right)_{E=cte}$$

C'est le rapport

Une forte variation de  $i_R$  (variation de R) doit provoquer une faible variation de U, donc  $\rho$  doit être le plus petit possible.

$$E = R_P + U \Rightarrow I = \frac{E - U}{R_P}$$

$$U = R_Z \cdot i + V_{Z_0} \Rightarrow i = \frac{U - V_{Z_0}}{R_Z}$$

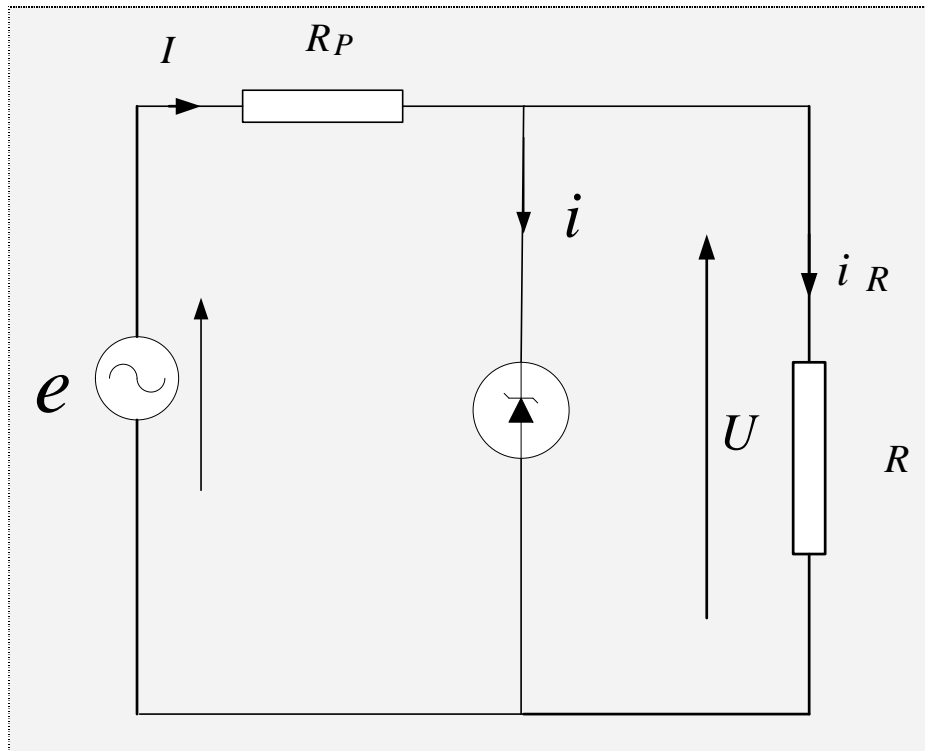
$$i_R = I - i = \frac{E - U}{R_P} - \frac{U - V_{Z_0}}{R_Z}$$

$$i_R = \frac{E}{R_P} + \frac{V_{Z_0}}{R_Z} - \frac{(R_P + R_Z)}{R_P R_Z} U$$

$$\rho = \left( \frac{\Delta U}{\Delta i_R} \right)_{E=cte} = \frac{R_Z R_P}{R_Z + R_P}$$

$$R_Z \ll R_P ; \quad \rho \approx R_Z$$

## Comportement d'une diode Zéner en courant alternatif



$$e = E_m \sin \omega t = E_m \sin \theta$$

$$E_m > V_z$$

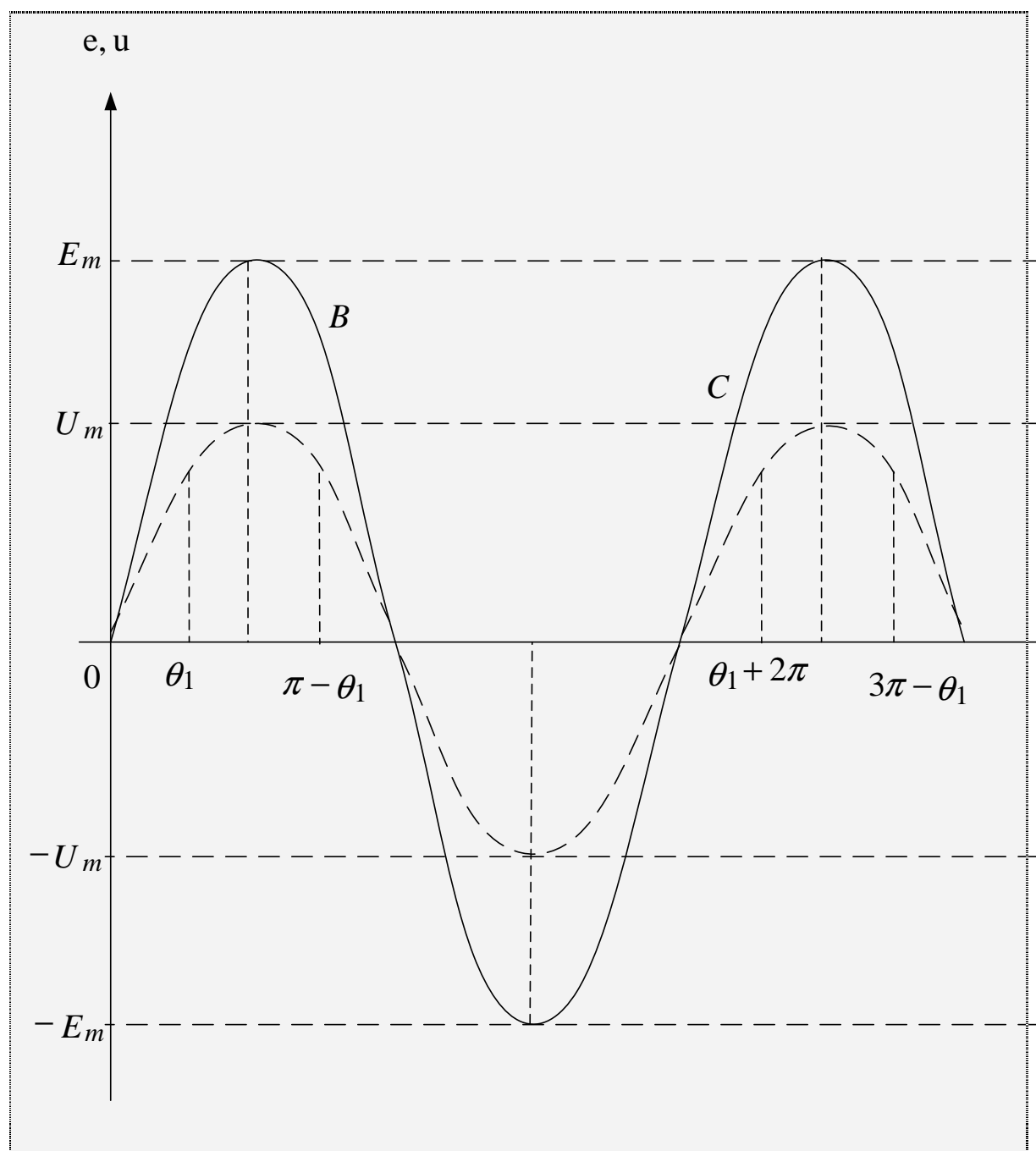
Plaçons nous dans le cas d'une diode idéale.

### Alternance positive (polarisation inverse)

$$\begin{aligned} \text{➤ } U < V_z \quad i = 0, \text{ donc } U &= \frac{R}{R + R_P} e = \frac{E_m R}{R + R_P} \sin \omega t = U_m \sin \omega t \\ \text{➤ } U = V_z = U_m \sin \omega t = U_m \sin \theta_1 \quad \text{pour } \theta &= \theta_1 \end{aligned}$$

$$\theta_1 = \text{Arcsin} \left( \frac{V_z}{U_m} \right)$$

- u reste constant jusqu'à  $\theta_2 = \pi - \theta_1$  tel que  $\sin \theta_2 = \sin \theta_1$
- $\pi - \theta_1 < \theta < \pi \quad U = U_m \sin \omega t \quad (U < V_z, i = 0)$
- $\pi < \theta < 2\pi$  diode polarisée dans le sens direct :  $U=0$



## 2. TRANSISTOR BIPOLAIRE EN REGIME CONTINUE

### 2.1. NOTIONS FONDAMENTALES

#### 2.1.1. STRUCTURE DUN TRANSISTOR BIPOLAIRE

La figure ci-dessous représente un semi conducteur NPN. La fonction de l'émetteur fortement dopé est d'émettre ou d'éjecter des électrons dans la base. La base est légèrement dopé et très étroite ; elle conduit la plupart des électrons injectés par l'émetteur dans le collecteur . le collecteur recueille ou collecte les électrons provenant de la loupe, d'où son nom. Elle est 1 plus large des trois régions et son niveau de dopage est intermédiaire entre celui de l'émetteur et de la base.

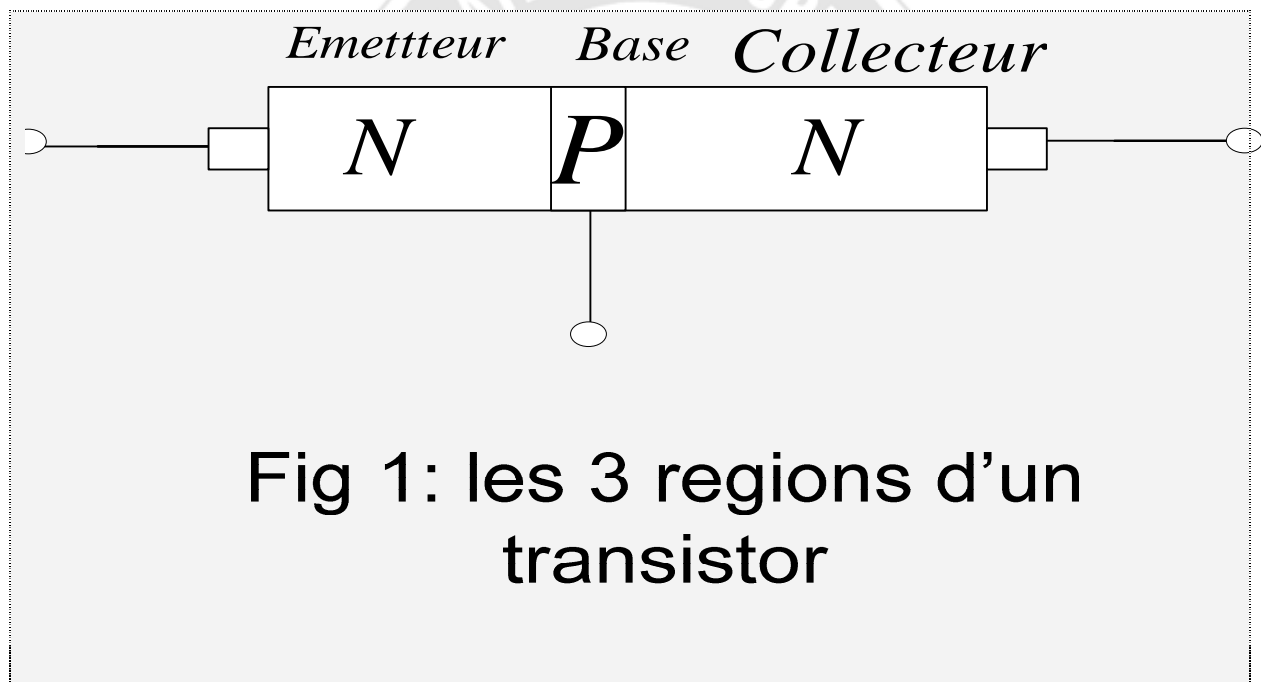


Fig 1: les 3 regions d'un transistor

#### 2.1.2. EFFET TRANSISTOR

En l'absence de polarisation, la diffusion des électrons libres à travers la jonction produit deux couches de déplétion présentant chacune une barrière de potentiel.

En raison du niveau de dopage différent des trois régions, les langues des couches d'appauvrissement ( ou couche de déplétion ) sont différents

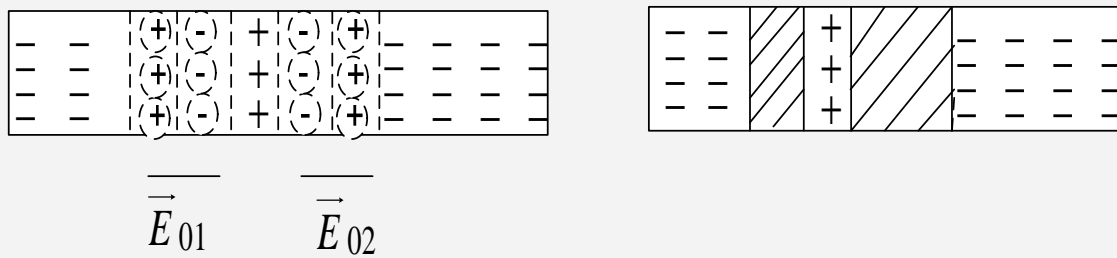
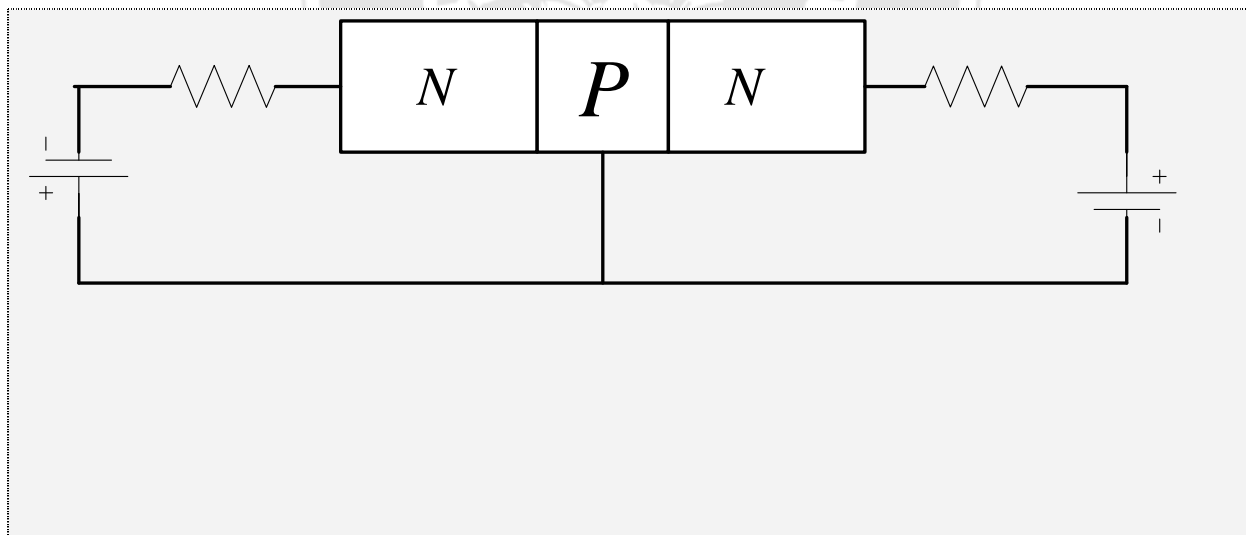


Fig 2: les couches de depletion, les barrières de potentiel et les largeurs des couches

Polarisons la diode émetteur en direct et la diode collecteur en inverse.



Les porteurs majoritaires(e-) partent en grand nombre de l'émetteur fortement dopé, favorisés par la polarisation directe de la diode d'émetteur. Ils pénètrent dans la base. Par fabrication, elle est étroite et faiblement dopé P. quelques uns des électrons provenant de l'émetteur y sont piégés et recombinaison.

Parce que la base est étroite et faiblement dopé, ces électrons sont en petit nombre. La grande majorité des électrons émis par l'émetteur parvient à traverser la base et est attirée dans le collecteur par la liaison inverse qui régit dans la jonction de collecteur. On retrouve aussi un grand courant au collecteur et un faible courant à la base (courant de recombinaison).

Dans la plupart des transistors, plus de 95% des électrons injectés par l'émetteur passent au collecteur et moins de 5 % tombent dans les trous de la base et passent au conducteur externe.

**Remarque:**

Deux diodes discrètes montées dos à dos ne forment pas un transistor.

### 2.1.3. QUELQUES CONSTANTES FONDAMENTALES DES TRANSISTORS

#### RAPPORT $\alpha$ EN CONTINU ( $\alpha_{cc}$ )

Dire que plus de 95% des électrons injectés atteignent le collecteur revient à dire que le courant collecteur égale presque le courant émetteur. Le rapport  $\alpha$  en courant continu (ou régime statique) ;

$\alpha_{cc}$  indique la proximité des valeurs des 2 courant.

Par définition :

$$\alpha_{cc} = \frac{I_C}{I_E}$$

Pour la base étroite et légèrement dopée, plus  $\alpha_{cc}$  est grand.

De manière générale,  $\alpha_{cc} > 95\%$  et dans beaucoup de transistors,  $\alpha_{cc} \approx 0,99$

C'est pourquoi on approxime  $\alpha_{cc}$  à 1 dans la plus part des analyses.

#### RESISTANCE DE RETRECISSEMENT DE BASE ( $r'_b$ )

Comme deux couches de déplétion pénètrent la base, les trous de base sont confinés au canal étroit du semi-conducteur de type P. la résistance de cet étroit canal s'appelle résistance de rétrécissement de base  $r'_b$ .

L'augmentation de la tension de polarisation inverse  $V_{CB}$  de la diode de collecteur diminue la largeur du canal P et augmente  $r'_b$ .

Dans de rares cas  $r'_b$  grimpe jusqu'à 1000  $\Omega$ . Mais il est ordinairement compris entre 50 et 150  $\Omega$ .

$r'_b$  est important dans les circuits HF ; en BF, habituellement  $r'_b$  a peu d'effet et on le néglige souvent.

#### TENSION DE CLAQUAGE ( $BV_{BE}$ et $BV_{CE}$ )

Comme les deux moitiés d'un transistor sont des diodes, l'application d'une tension inverse trop grande sur une diode peut provoquer le claquage.

En raison du fort niveau de dopage, la tension de claquage  $BV_{BE}$  de la diode émetteur est comprise entre 5 et 30 v. la diode collecteur étant moins dopée, sa tension de claquage  $BV_{CE}$  est plus grande et comprise entre 20 et 300 v.

Pour avoir un effet transistor normal, la diode collectrice doit être polarisée en inverse. Si  $V_{CB}$  est trop grande, la diode collecteur entre en claquage et peut être endommagée. Il faut donc garder la tension collecteur inférieure à la tension limite  $BV_{CE}$  spécifiée sur les fiches signalétiques des fabricants.

La diode émetteur de certains transistors est parfois polarisée temporairement en inverse, mais la tension inverse ne doit jamais excéder la tension limite  $BV_{BE}$ .

#### GAIN $\beta$ EN COURANT CONTINU ( ou en régime statique) ( $\beta_{cc}$ )

Le rapport  $\alpha_{cc}$  lie le courant collecteur au courant émetteur. Le gain  $\beta$  en courant continu ( ou en statique) lie le courant collecteur au courant de base d'un transistor.

$$\beta_{cc} = \frac{I_c}{I_s}$$

Par définition :

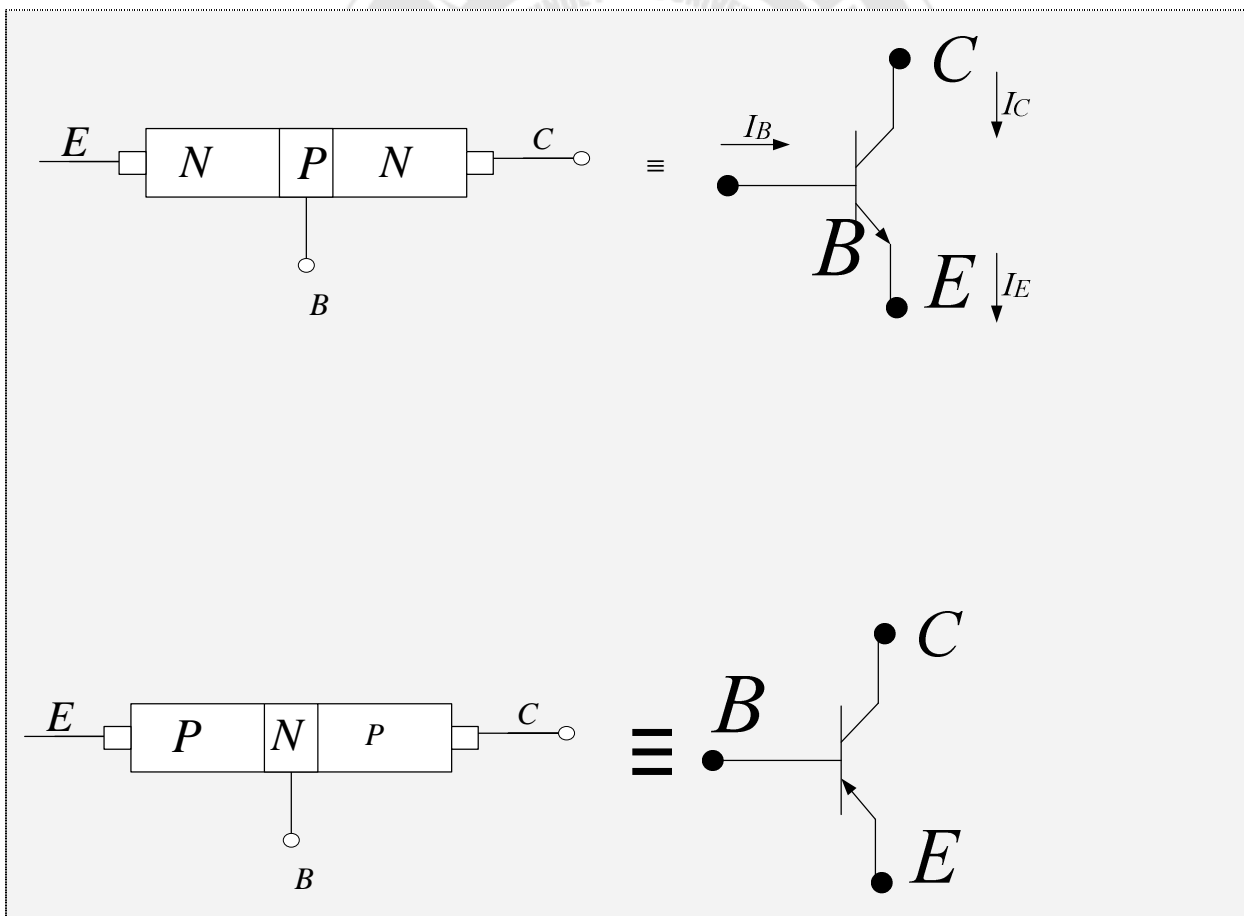
Mais 5% des électrons injectés par l'émetteur de presque tous les transistors se recombinent avec les trous pour produire  $I_B$ . Par conséquent  $\beta_{cc}$  est presque toujours supérieur à 20.

Typiquement  $50 \leq \beta_{cc} \leq 300$ , mais certains transistors ont  $\beta_{cc} = 1000$ .

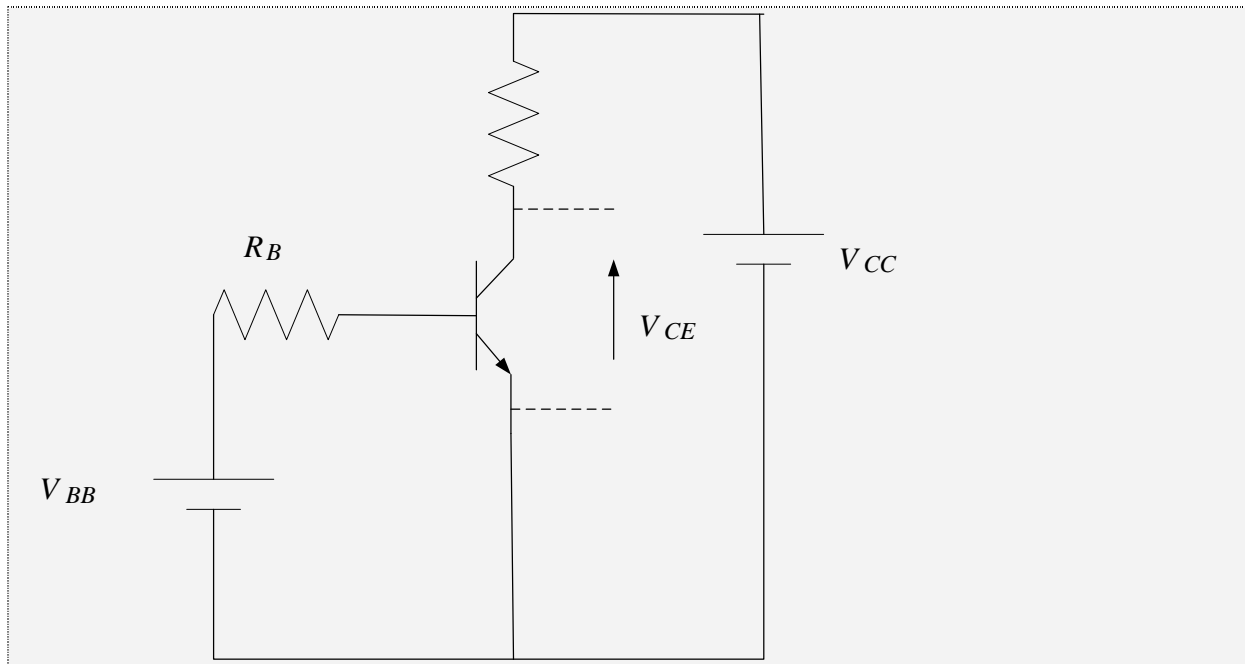
Les fabricants désignent le gain en courant continu sur les fiches signalétiques par  $h_{FE}$ .

## RELATION ENTRE $\beta_{cc}$ ET $\alpha_{cc}$

### Symbole d'un transistor



### Montage d'un transistor en émetteur commun



D'après la loi de Kirchhoff :

$$I_E = I_C + I_B$$

$$\frac{I_E}{I_C} = 1 + \frac{I_B}{I_C}$$

$$\frac{1}{\alpha_{cc}} = 1 + \frac{1}{\beta_{cc}}$$

$$\beta_{cc} = \frac{\alpha_{cc}}{1 - \alpha_{cc}}$$

## 2.2. CARACTERISTIQUES D'UN TRANSISTOR BIPOLAIRE

Rappel

Pour qu'un transistor fonctionne de façon linéaire, il faut que :

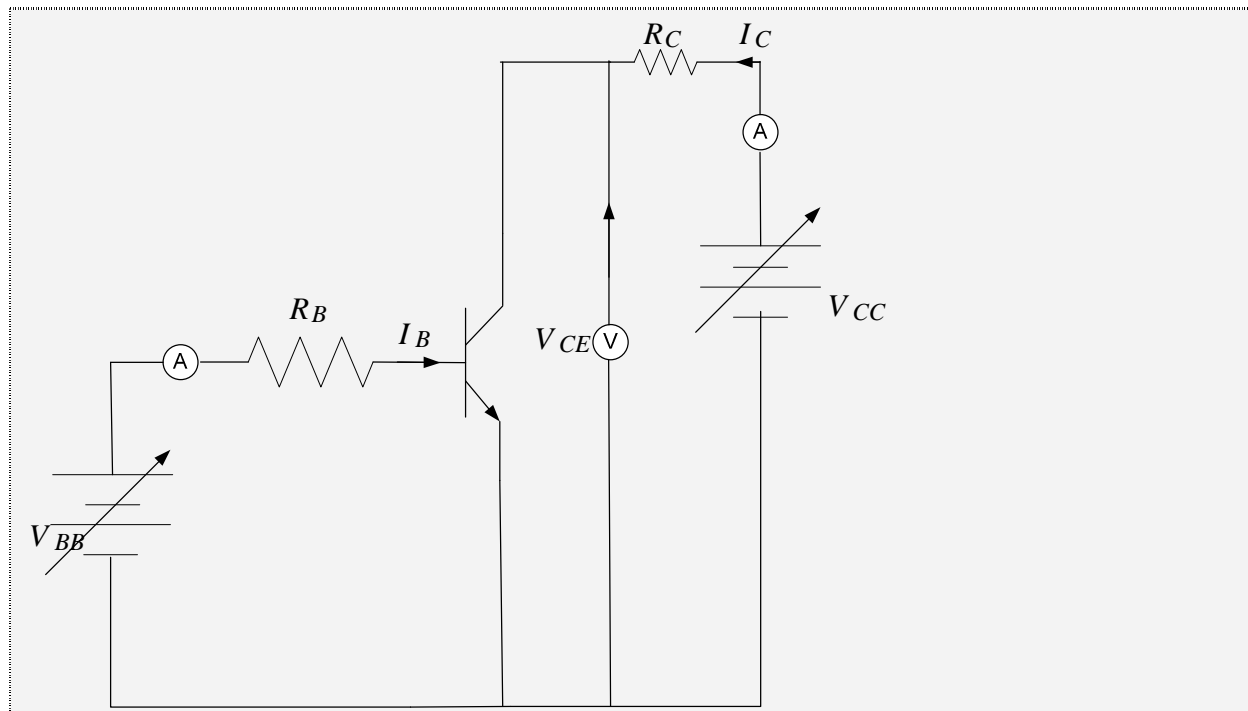
La diode émetteur soit polarisée en direct

La diode collecteur soit polarisée en inverse

La tension entre les bornes de la diode collecteur soit inférieure à la tension de claquage.

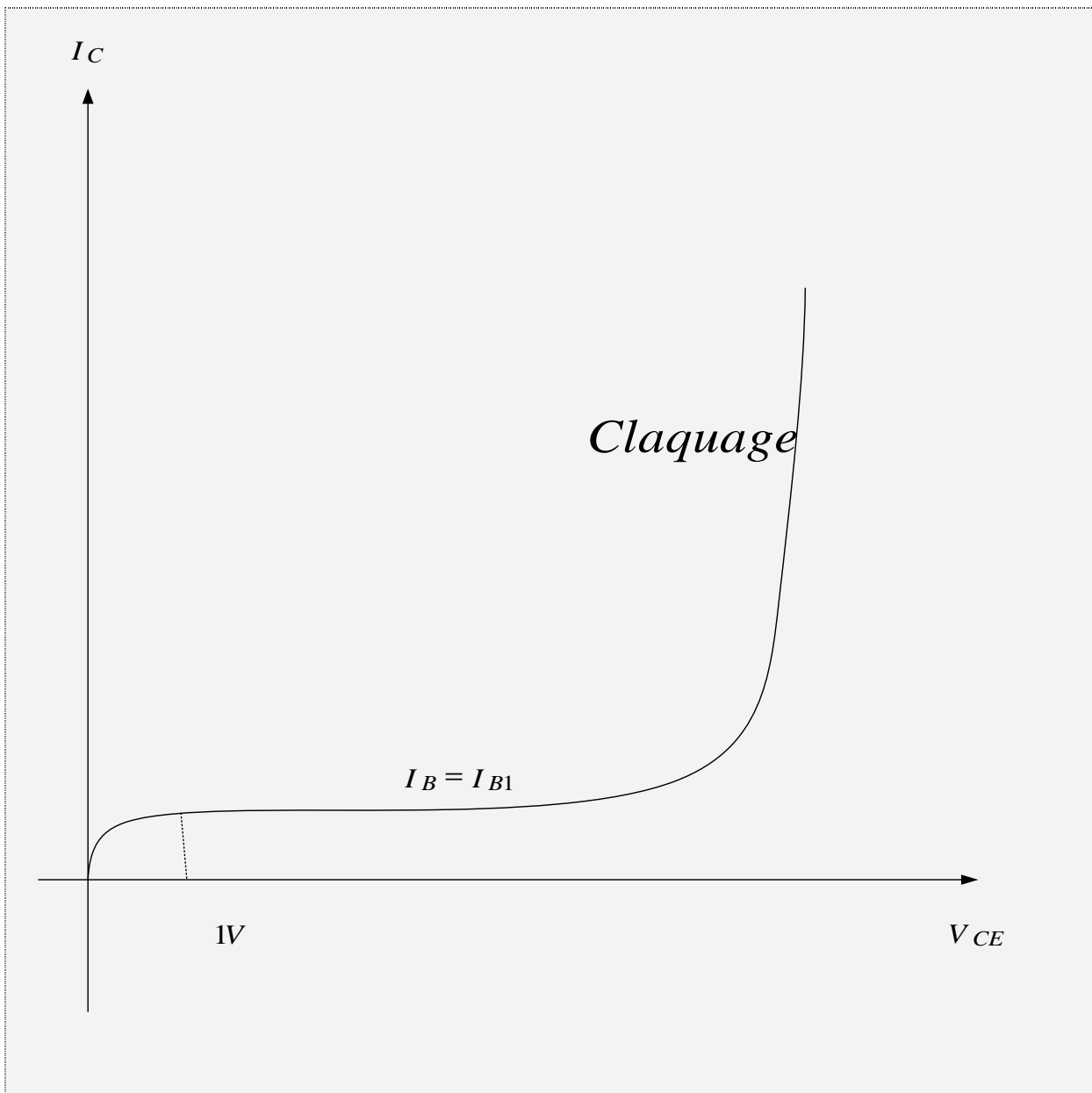
Si ces conditions sont satisfaites, le transistor est un dispositif actif parce qu'il amplifie un signal d'entrée et sort un signal de sortie plus grand.



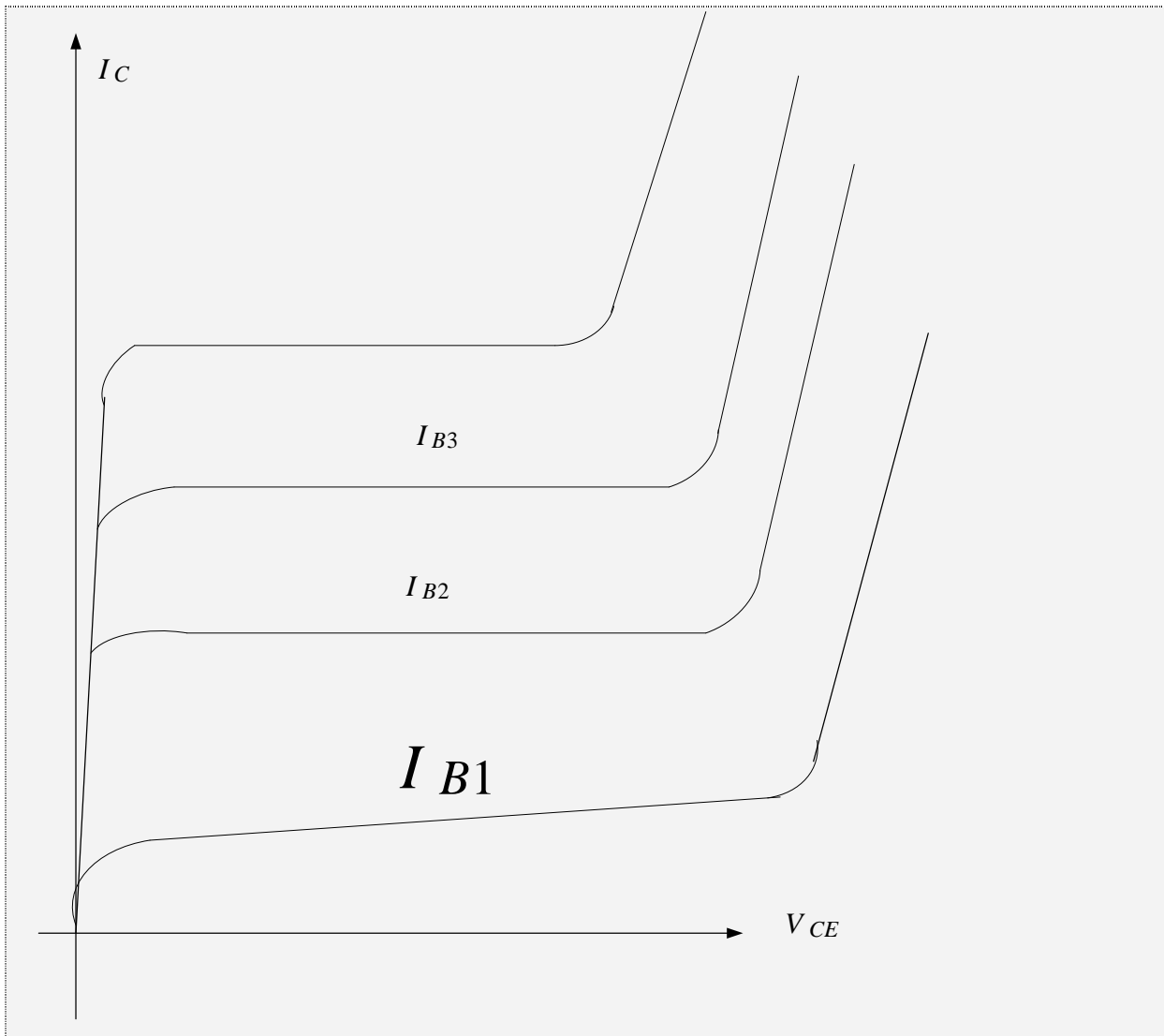
**2.2.1. CARACTERISTIQUES DE COLLECTEUR**

On donne une valeur à  $V_{BB}$  et cela fixe  $I_B$  à  $I_{B1}$ .

On fait varier  $V_{CC}$  et on relève les couples  $(V_{CE}, I_C)$  pour différentes valeurs, on fait varier  $V_{CC}$  et on trace la courbe



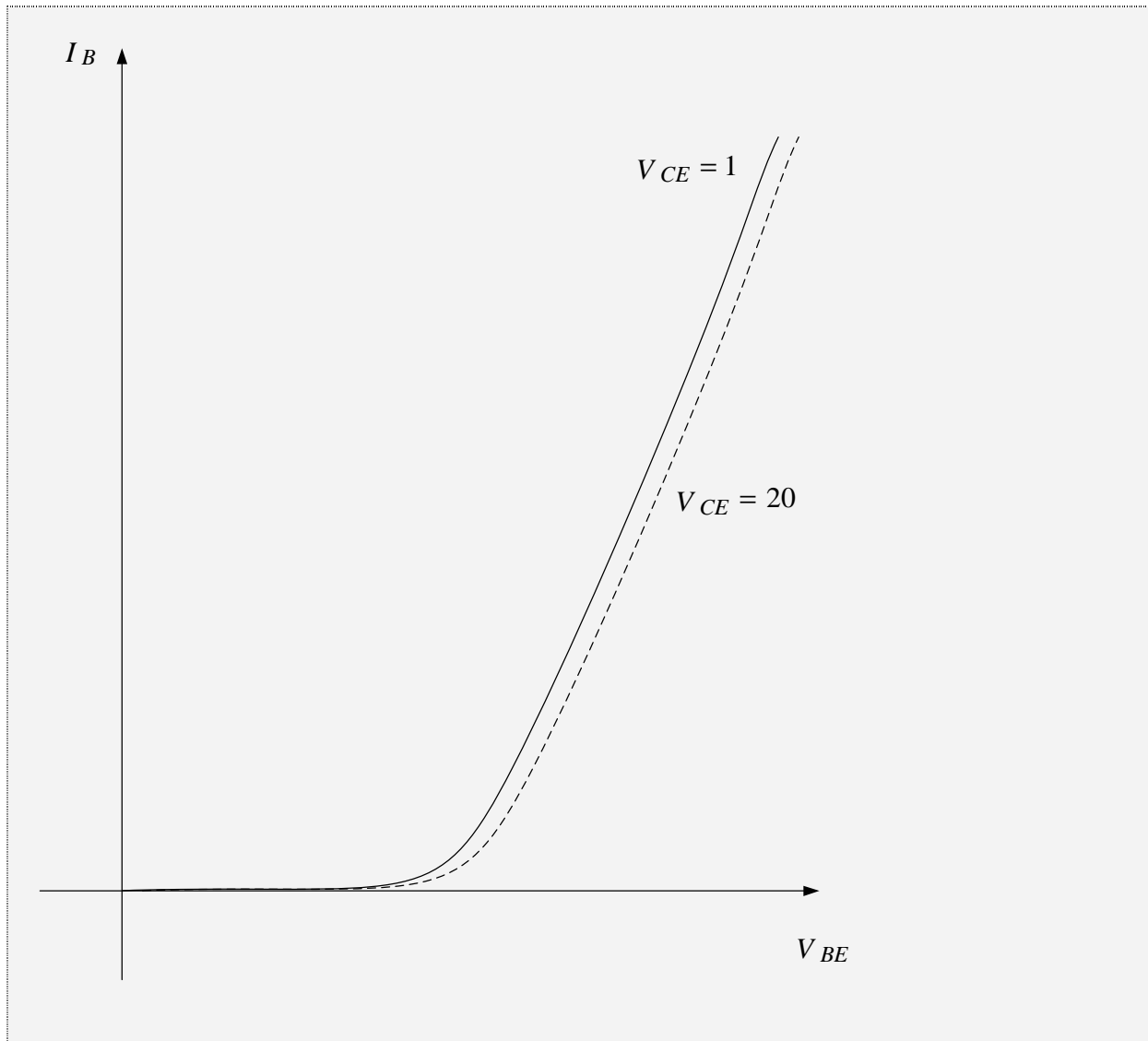
On passe à une autre valeur de  $I_B$  et on reprend le procédé, ceci conduit au réseau de caractéristique suivant :



### 2.2.2. CARACTERISTIQUES DE BASE

La cellule base-emetteur d'un transistor est une diode. On s'attend à ce que la caractéristique de la jonction base-emetteur ressemble à celle d'une diode. C'est ce que l'on obtient à peu près. La différence est qu'à des hautes tension collecteur, le collecteur recueille quelques électrons supplémentaires. Cela diminue le courant de base.

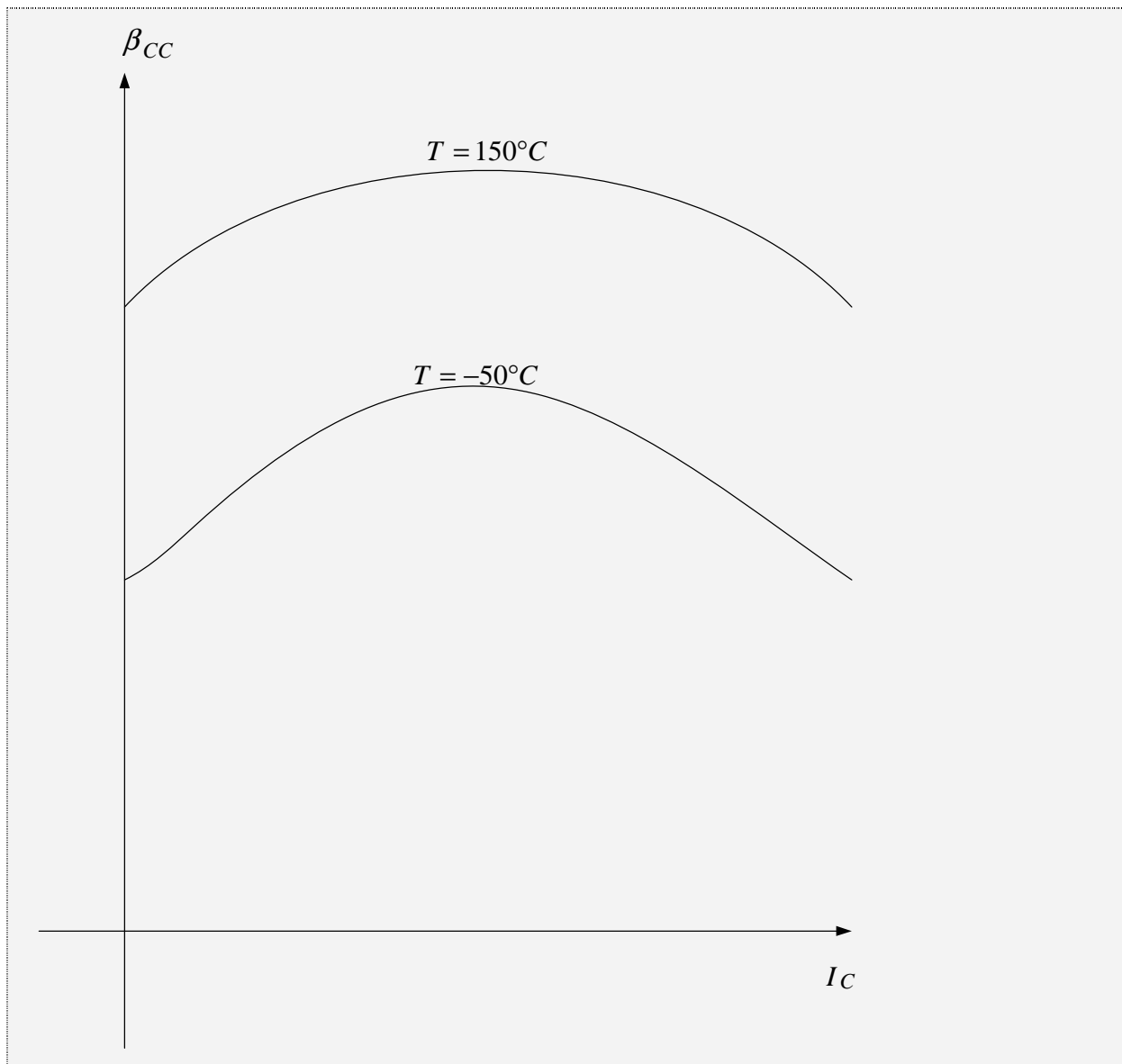
La caractéristique de la plus grande tension de base  $V_{CE}$  a un courant de base légèrement inférieur pour la même tension  $V_{BE}$ . Ce phénomène est connu sous le nom d'effet Early.



### 2.2.3. CARACTERISTIQUES DU GAIN EN COURANT

Le gain  $\beta_{CC}$  d'un transistor, aussi appelé gain en courant, varie fortement.

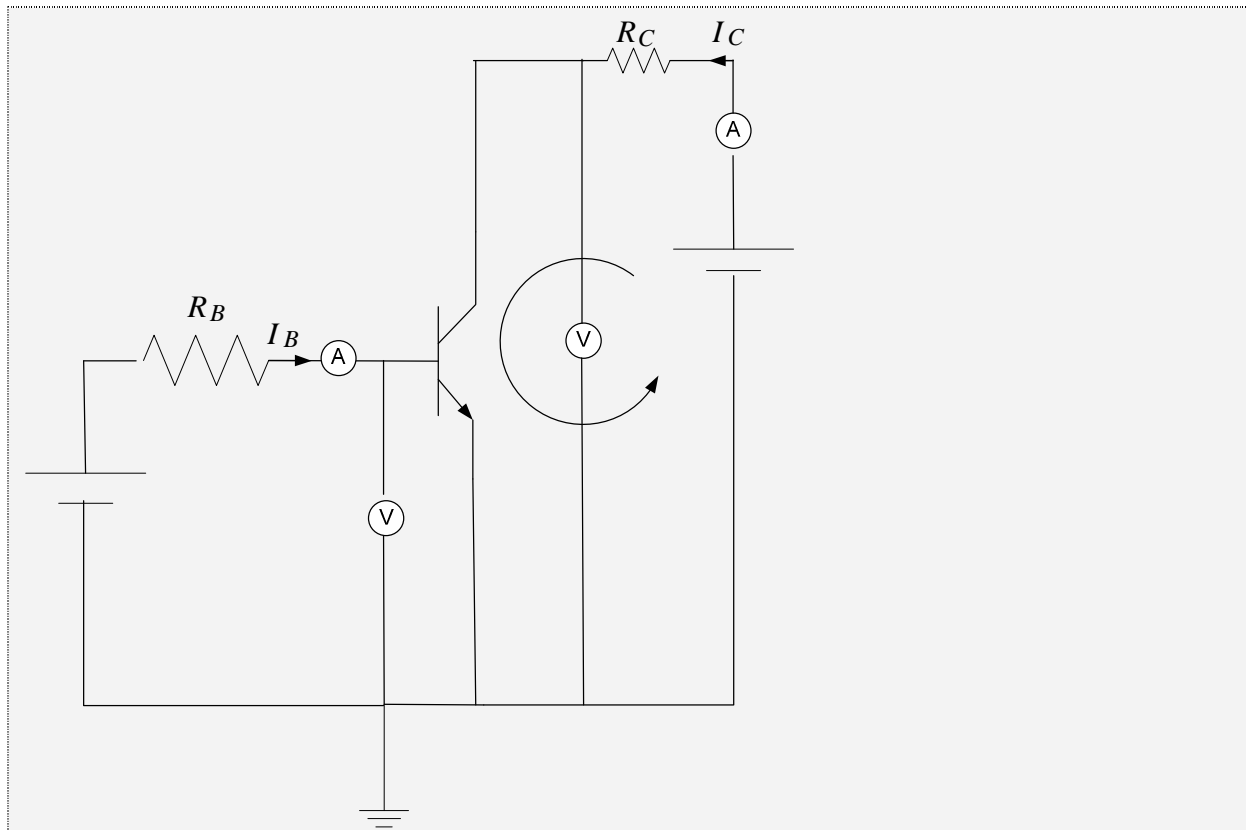
A température constante,  $\beta_{CC}$  augmente jusqu'à un maximum lorsque le courant collecteur augmente. Si  $I_C$  continue à augmenter  $\beta_{CC}$  diminue.  $\beta_{CC}$  augmente également en fonction de la température pour un courant collecteur donné.



#### 2.2.4. DROITE DE CHARGE EN CONTINU

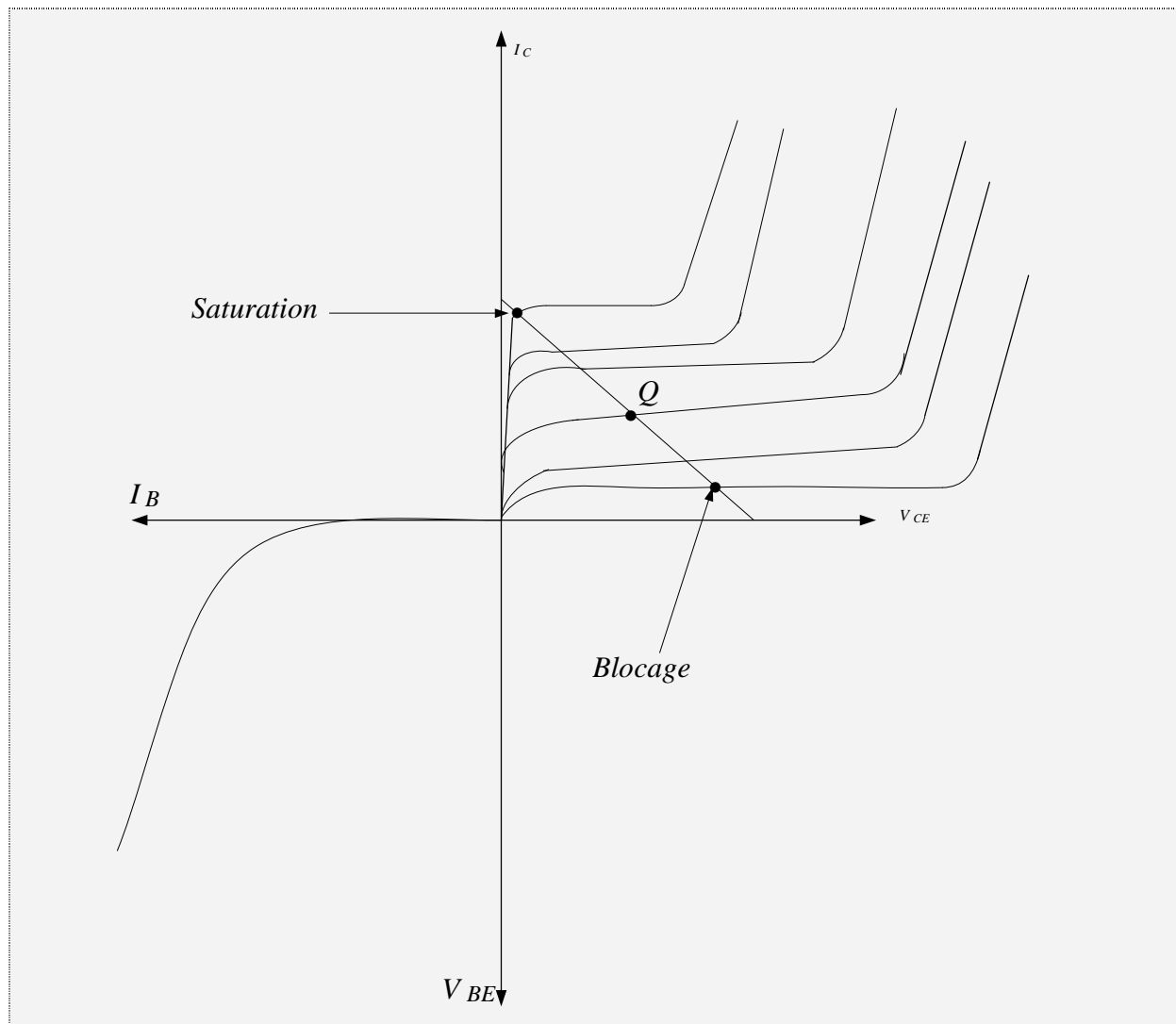
On peut tracer la droite de charge sur les caractéristiques de collecteur pour mieux saisir le fonctionnement du transistor et dans quelle région il fonctionne.

Soit



$$I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_C}$$

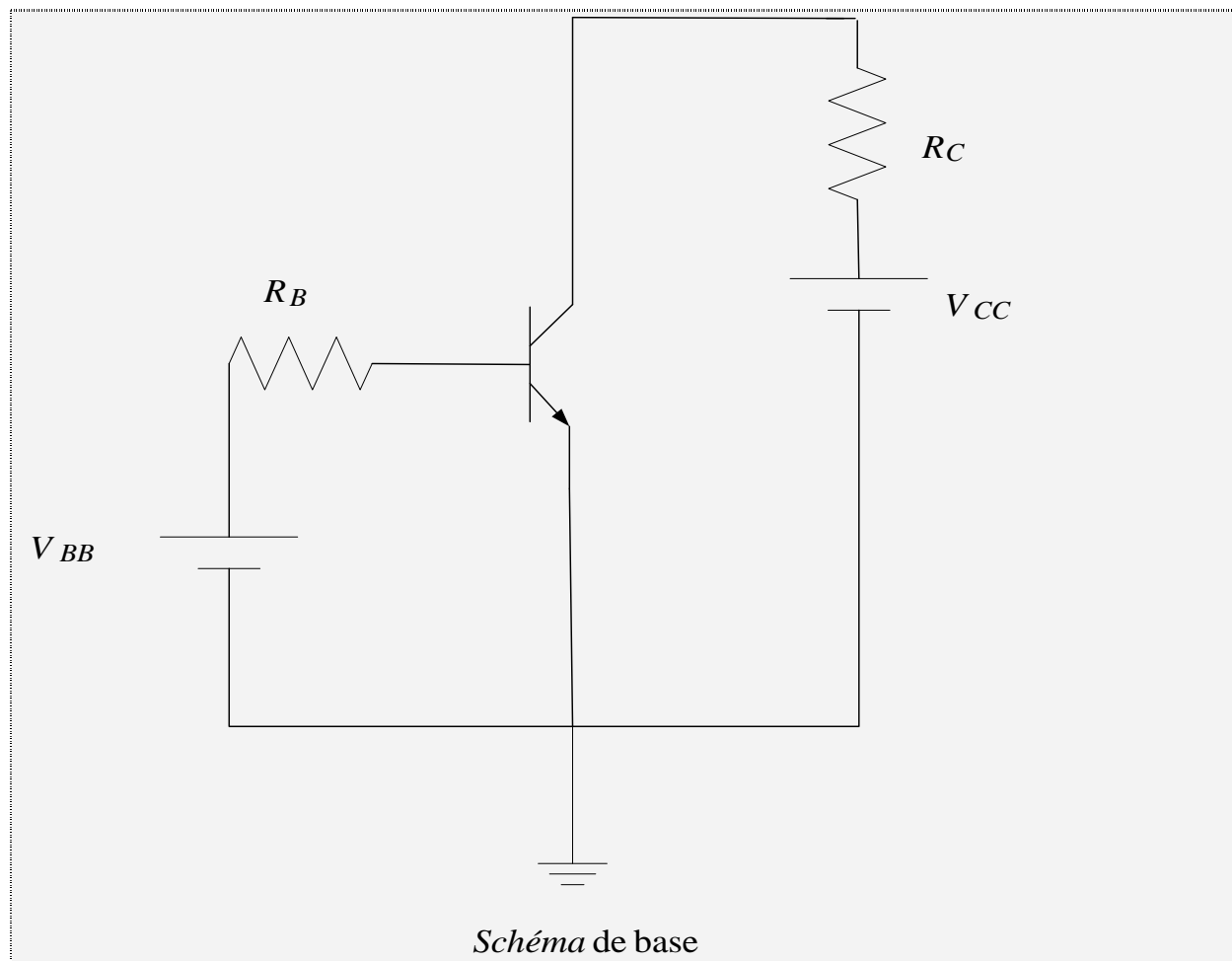
Cette relation est l'équation de la droite de charge statique



### 2.3. QUELQUES CIRCUITS DE POLARISATION DES TRANSISTORS

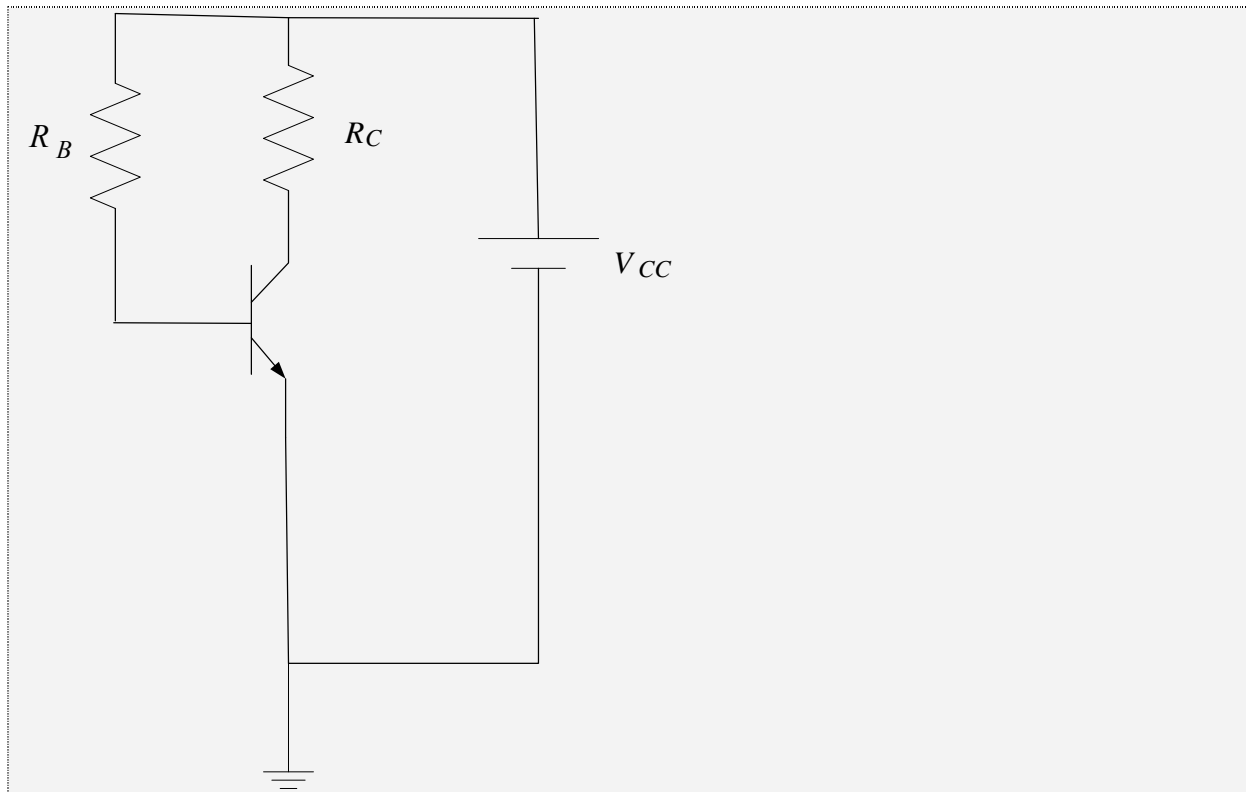
- Circuits numériques : le transistor fonctionne en interrupteur.
- Circuits linéaires (amplificateurs, etc....) le transistor fonctionne dans la zone linéaire.

On s'arrange pour mettre  $Q$  vers le milieu de la droite de charge pour que le signal utile (alternatif) ne sature ni ne bloque le transistor.

**2.3.1. Polarisation de base**

Mais généralement,  $V_{BB} = V_{CC}$  et on est ramené à





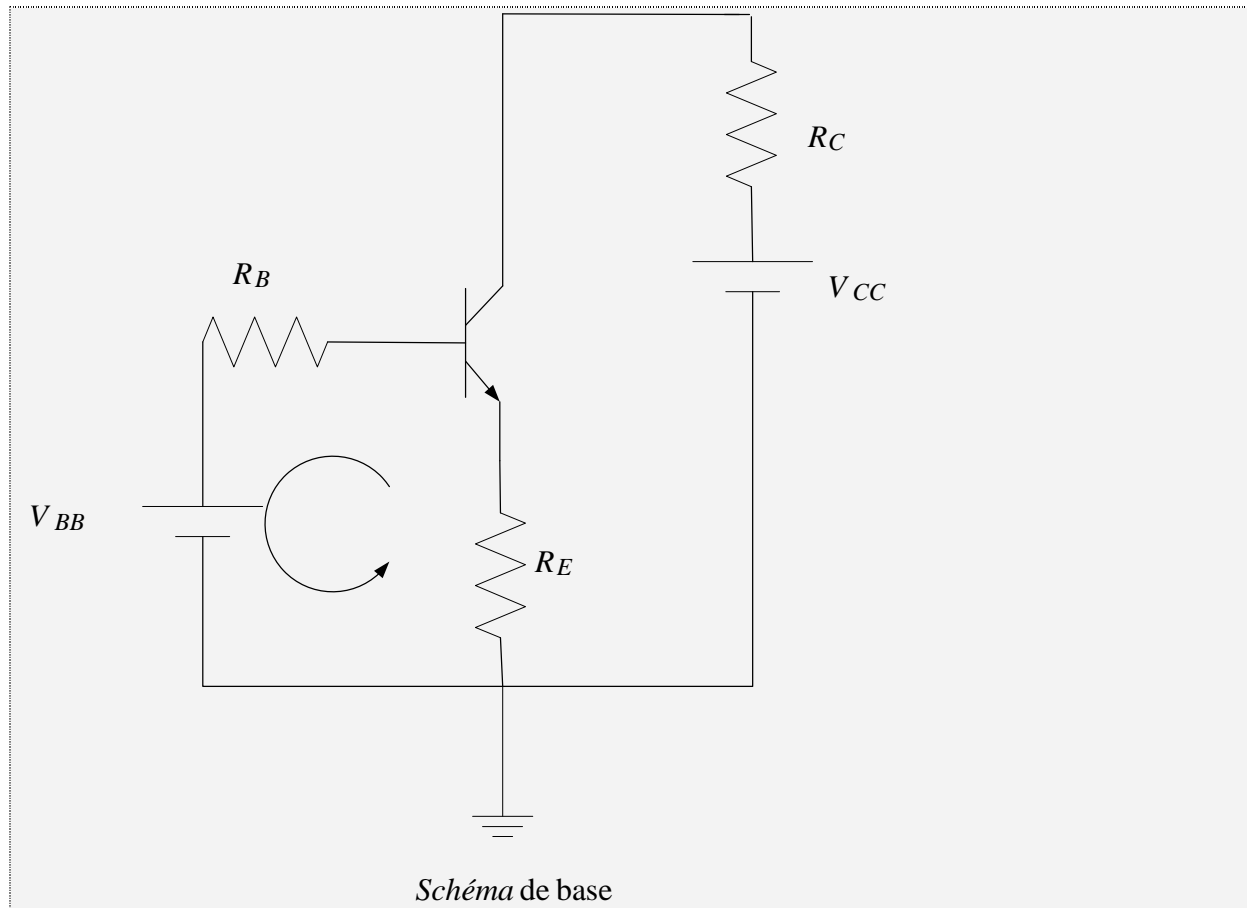
$\beta_{CC}$  variant beaucoup, stabiliser Q est difficile. Donc on n'utilise pas souvent ce montage pour polariser le transistor dans les circuits linéaires ; il est par contre souvent utilisé dans les montages numériques

### 2.3.2. Polarisation par réaction d'émetteur

Entendre par réaction, le fait qu'une grandeur de sortie (ici le courant collecteur) fait varier une grandeur d'entrée (courant de base)

On essaie de compenser la variation de  $\beta_{CC}$  par ce type de polarisation.

Avec  $V_{BB} = V_{CC}$  on a le schéma ci-dessous :



$$V_{CE} + R_E I_E - V_{CC} + I_C R_C = 0$$

$$I_C \approx I_E \Rightarrow I_C \approx \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_C + R_E}$$

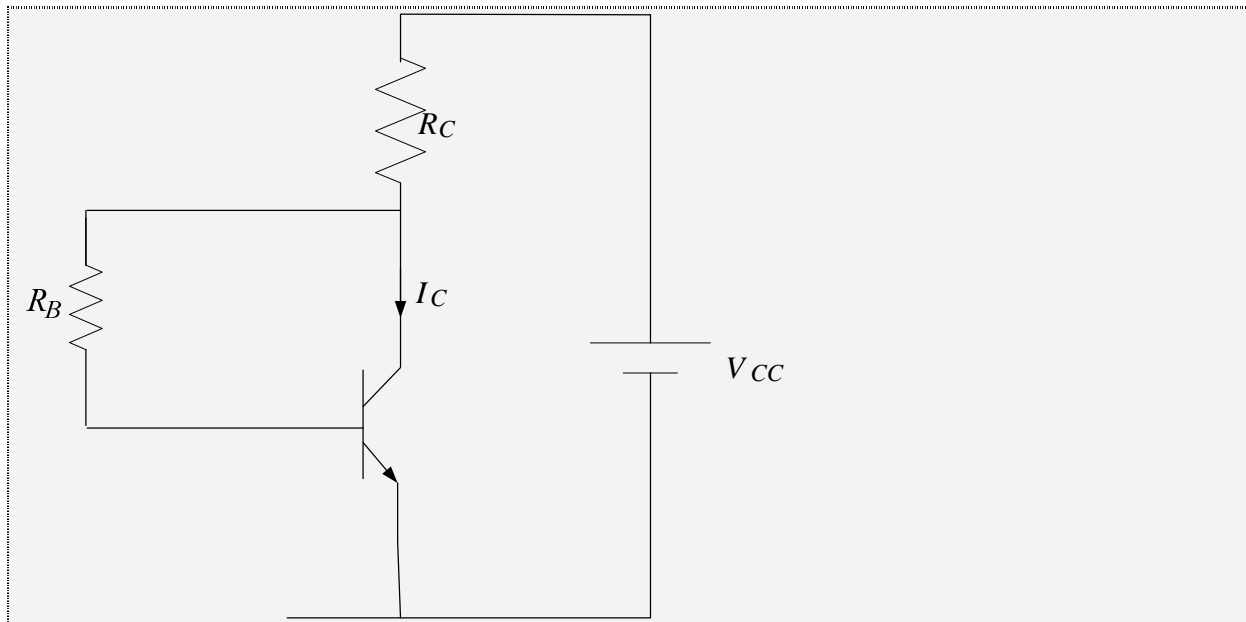
$$\begin{cases} I_{CSAT} = \frac{V_{CC}}{R_C + R_E} \\ V_{CEbloq} = V_{CC} \end{cases}$$

Effet de  $\beta_{CC}$

$$V_{BE} + R_E I_E - V_{CC} + R_B I_B = 0 \Rightarrow I_C \approx \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_E + \frac{R_B}{\beta_{CC}}}$$

Il faut choisir  $R_E$  tel que :  $R_E \gg R_B / \beta_{CC}$ . Mais en le faisant, on sature le transistor.

### 2.3.3. Polarisation par réaction de collecteur (aussi appelée polarisation automatique)



$$V_{CE} - V_{CC} + (I_C + I_B)R_C = 0$$

$$I_C \approx \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_C}$$

Effet de  $\beta_{CC}$

$$V_{BE} - V_{CC} + (I_C + I_B)R_C + R_B I_B = 0$$

$$V_{BE} - V_{CC} + R_C I_C + R_B I_B \approx 0$$

$$I_C = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_C + R_B / \beta_{CC}}$$

On ne peut jamais saturer le transistor car  $V_{BE}$  ne peut être inférieure à 0,6 différence de potentiel de la Base-Emetteur.

$$I_C \approx \frac{V_{CC} - 0,7}{R_C}$$

Lorsque  $R_B$  très petit.

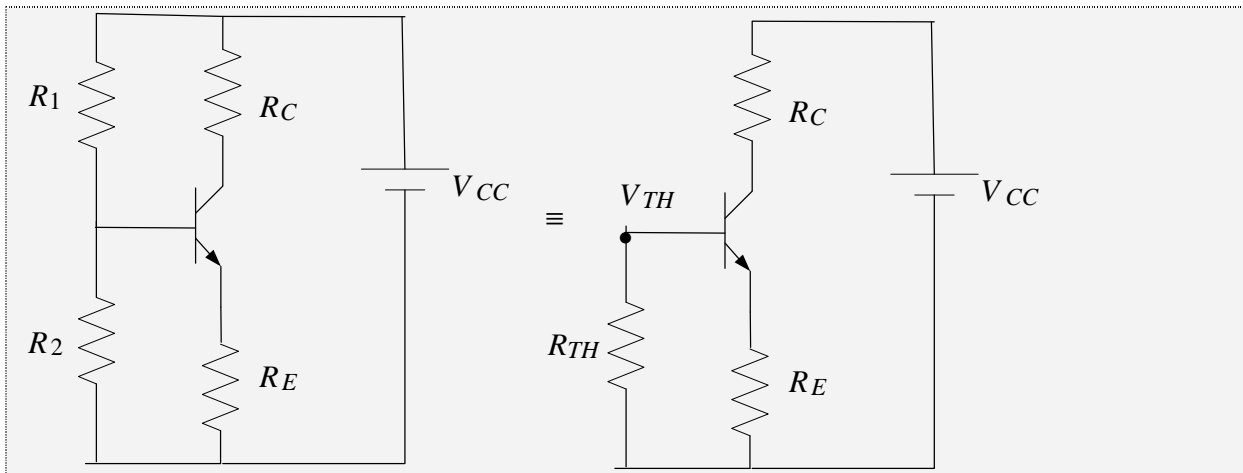
Eléments pour la conception

Pour que Q soit vers le milieu de la droite, on choisi  $R_B = \beta_{CC} R_C$ . Alors

$$I_C = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_C + \beta_{CC} R_C / \beta_{CC}} = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{2 R_C}$$

### 2.3.4. Polarisation par diviseur de tension

C'est la polarisation la plus utilisée en fonctionnement linéaire



$$I_E = \frac{V_{TH} - V_{BE}}{R_E}$$

On montre que :

$$I_E \approx I_C$$

$I_E$  ne dépend pas de  $\beta_{CC}$ . Donc le point de fonctionnement sera fixe.

$$R_{TH} = R_1 // R_2$$

$$V_{BE} + R_E I_E - V_{TH} + R_{TH} I_B = 0$$

$$I_E \approx \frac{V_{TH} - V_{BE}}{R_E + R_{TH} / \beta_{CC}}$$

Si  $R_E \geq 100 \cdot R_{TH} / \beta_{CC}$  alors  $R_E \gg R_{TH} / \beta_{CC}$

$$I_E = \frac{V_{TH} - V_{BE}}{R_E}$$

Lorsque  $R_{TH} \leq 0,01 \beta_{CC} R_E$  : on dit que le diviseur de tension est soutenu.

On utilise  $R_{TH} \leq 0,1 \beta_{CC} R_E$  ou  $R_2 \leq 0,1 \beta_{CC} R_E$

Droite de charge en continue

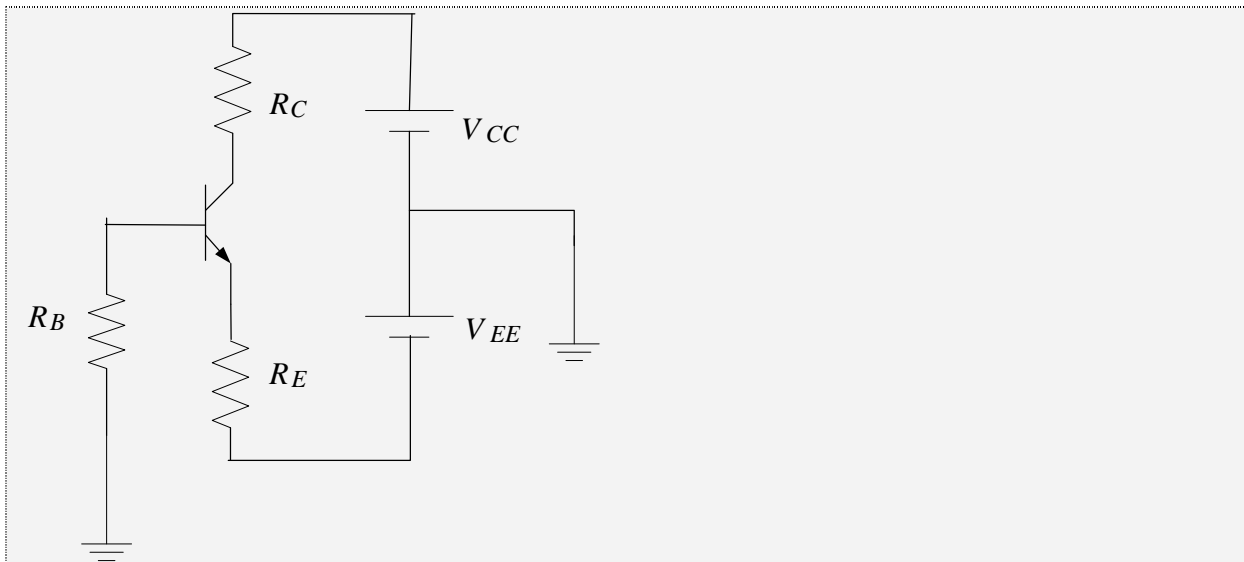
$$I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_C + R_E}$$

$$I_{CSAT} = \frac{V_{CC}}{R_C + R_E}$$

$$V_{CEbloq} = V_{CC}$$

### 2.3.5. Polarisation d'émetteur

Elle est utilisée lorsqu'on dispose d'une alimentation fractionnée



$$I_E \approx \frac{V_{EE} - V_{BE}}{R_E}$$

$$I_E = \frac{V_{EE} - V_{BE}}{R_E + R_B / \beta_{CC}}$$

## 2.4. STABILISATION THERMIQUE

Soit un transistor dont la valeur de repos du courant de collecteur vaut  $I_C$ . désignons par  $\Delta i_c$ , la variation de l'intensité de ce courant sous l'effet d'une variation de température. Cette variation de courant est essentiellement due à une variation  $\Delta I_{CBO}$  du courant inverse de jonction collecteur-base, mais aussi à la variation  $\Delta V_{BE}$  de la tension base-emetteur.

On en déduit  $\Delta i_c = S \cdot \Delta I_{CBO} + S' \cdot \Delta V_{BE}$

$S$  et  $S'$  sont appelés facteurs de stabilisation, stabilisation beaucoup plus grande lorsque  $|S|$  et  $|S'|$  sont petits.

$$S = \left( \frac{\Delta I_C}{\Delta I_{CBO}} \right)_{V_{BE}=cte}$$

$$S' = \left( \frac{\Delta i_c}{\Delta V_{BE}} \right)_{I_{CBO}=cte}$$

En première approximation,  $I_C = \alpha I_E$  ; mais de manière plus rigoureuse :

$$I_C = \alpha_{CC} I_E + I_{CBO}$$

Courant de porteurs minoritaires

$$I_C = \alpha_{CC}(I_C + I_B) + I_{CBO}$$

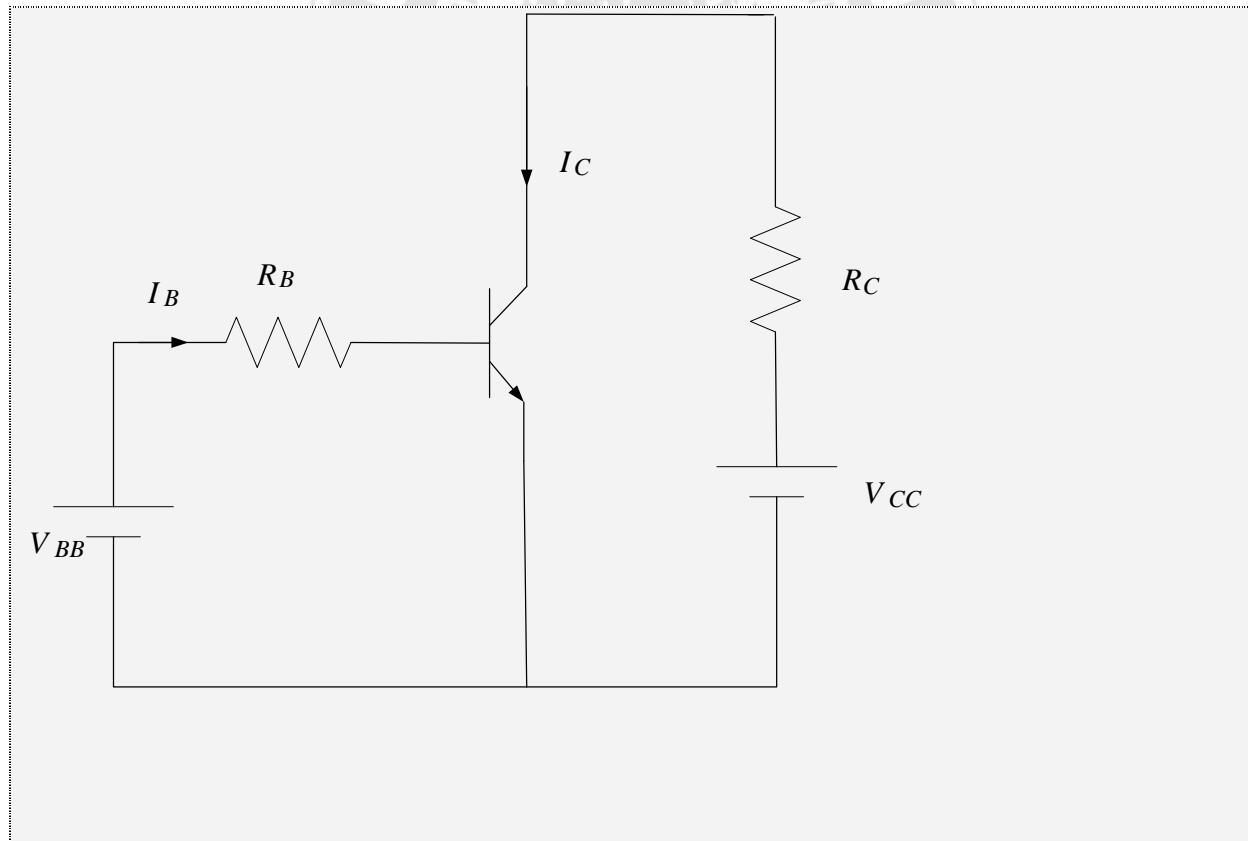
$$I_C(1 - \alpha_{CC}) = \alpha_{CC} I_B + I_{CBO}$$

$$I_C = \frac{\alpha_{CC}}{1 - \alpha_{CC}} I_B + \frac{1}{1 - \alpha_{CC}} I_{CBO}$$

$$\text{or } \frac{\alpha_{CC}}{1 - \alpha_{CC}} = \beta_{CC} \text{ et } \frac{1}{1 - \alpha_{CC}} = \beta_{CC} + 1$$

$$I_C = \beta_{CC} I_B + (\beta_{CC} + 1) I_{CBO}$$

Soit le circuit :



$$\begin{cases} I_C = \beta_{CC} I_B + (\beta_{CC} + 1) I_{CBO} \\ V_{BE} = V_{BB} - R_B I_B \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta I_C = \beta_{CC} \Delta I_B + (1 + \beta_{CC}) \Delta I_{CBO} \\ \Delta V_{BE} = -R_B \Delta I_B \end{cases}$$

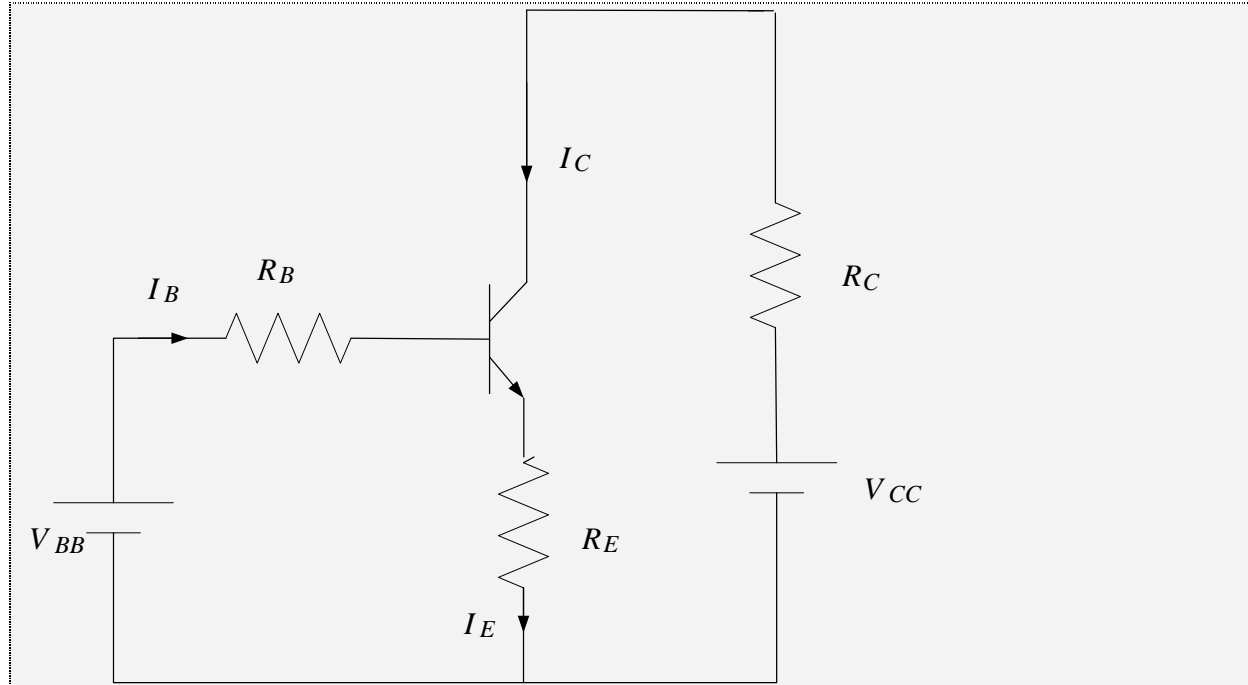
$$\text{D'où } \Delta I_C = -\frac{\beta_{CC}}{R_B} \Delta V_{BE} + (\beta_{CC} + 1) \Delta I_{CBO}$$

Par identification :

$$S = \beta_{CC} + 1$$

$$S' = -\beta_{CC} / R_B$$

Soit maintenant



$$\begin{cases} I_C = \beta_{CC} I_B + (\beta_{CC} + 1) I_{CBO} \\ V_{BB} = (R_B + R_E) I_B + R_E I_C + V_{BE} \end{cases}$$

En différentiant :

$$\Delta I_C = \beta_0 \left( \frac{-R_E}{R_B + R_E} \Delta I_C + \frac{-\Delta V_{BE}}{R_B + R_E} \right) + (1 + \beta_{CC}) \Delta I_{CBO}$$

On a alors :

$$S = \frac{1 + \beta_{CC}}{1 + \frac{\beta_{CC} R_E}{R_B + R_E}}$$

$$S' = \frac{-\beta_{CC} / R_B}{1 + \frac{\beta_{CC} R_E}{R_B + R_E}}$$

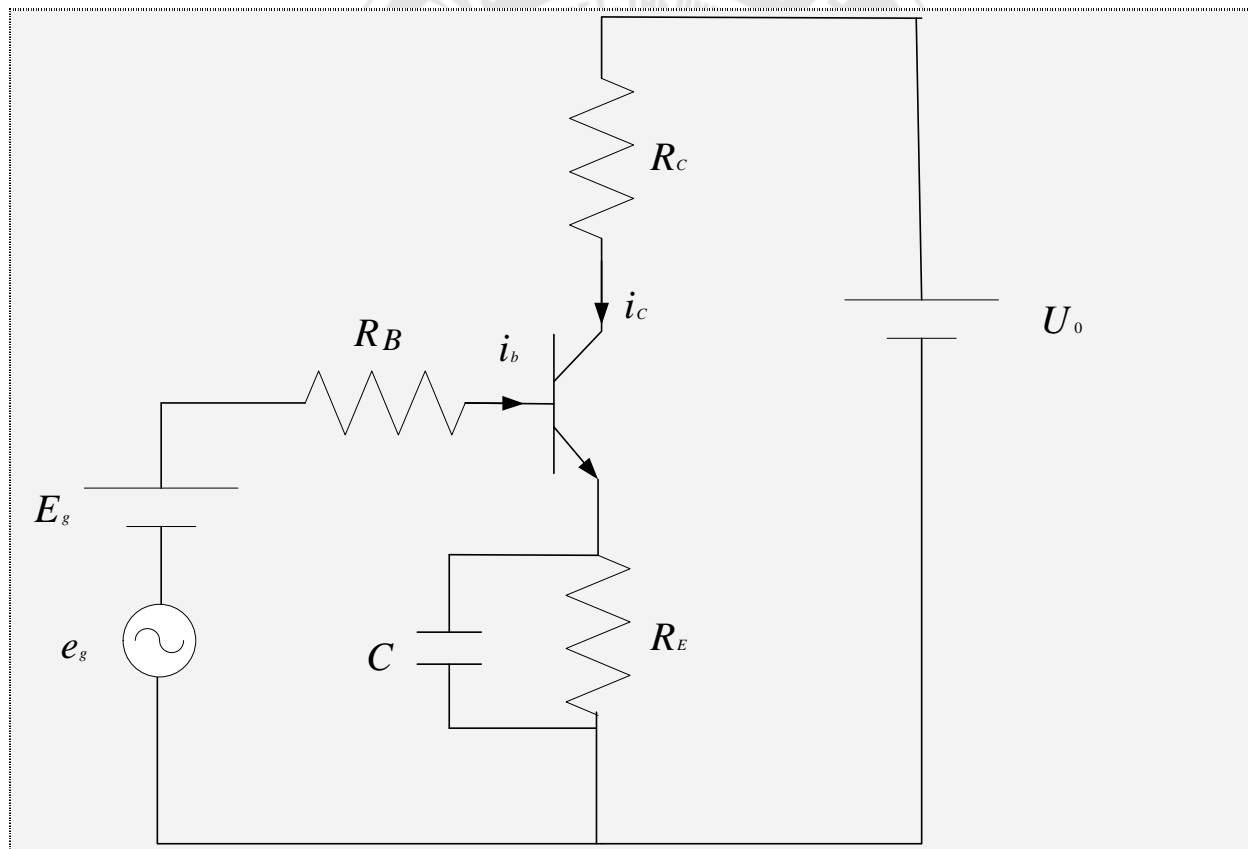
### 3. TRANSISTOR BIPOLAIRE EN REGIME ALTERNATIF

Une fois qu'on a polarisé un transistor, on peut attaquer l'entrée du circuit par un signal alternatif, cela produit des fluctuations dans le courant de sortie de même allure et de même fréquence tant que l'amplitude du signal sinusoïdal est petit, le transistor n'utilise qu'une partie de la droite de charge et le fonctionnement est linéaire. si ce signal est trop grand les fluctuations le long de la droite de charge, saturent ou bloquent le transistor. L'amplificateur n'est plus linéaire.

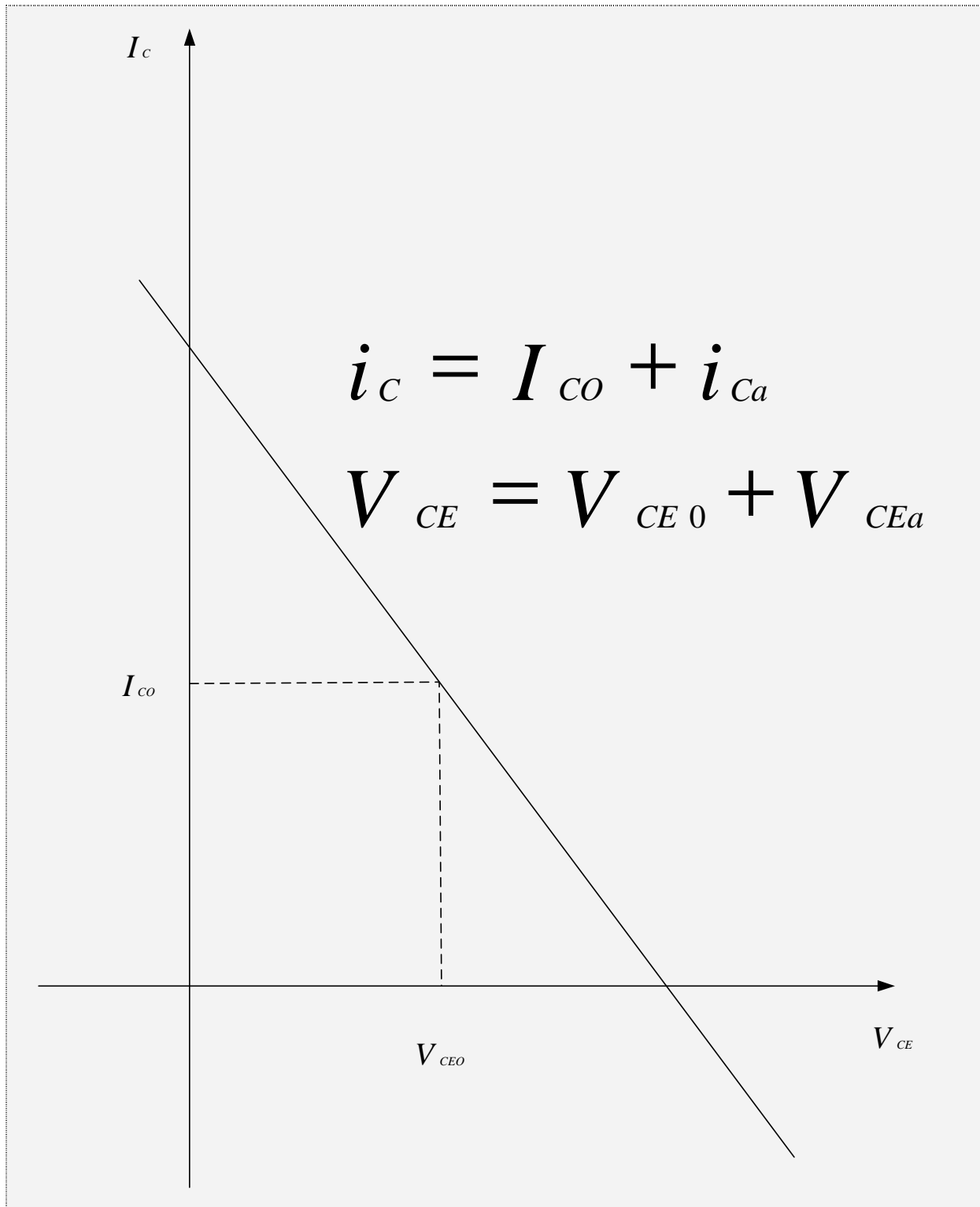
Dans ce chapitre nous nous intéresserons aux amplificateurs linéaires

#### 3.1. Circuits équivalents en alternatif et en continu

Soit le circuit suivant :







La façon la plus simple d'analyser ce circuit est de diviser en deux parties :

- Une analyse en continue
- Une analyse en alternatif

Autrement dit on peut utiliser le théorème de superposition pour analyser un tel circuit de la même manière que pour analyser les amplificateurs.

Voici les étapes de l'application du théorème de la superposition au circuit :

#### Analyse en continu

- Annuler la source alternative i.e court-circuiter les sources de tension ou ouvrir une source de courant.
- Ouvrir tous les condensateurs.

Le circuit qu'on obtient après tout cela, est appelé le circuit alternatif en continu. Ce circuit permet de calculer les courant et les tensions continues

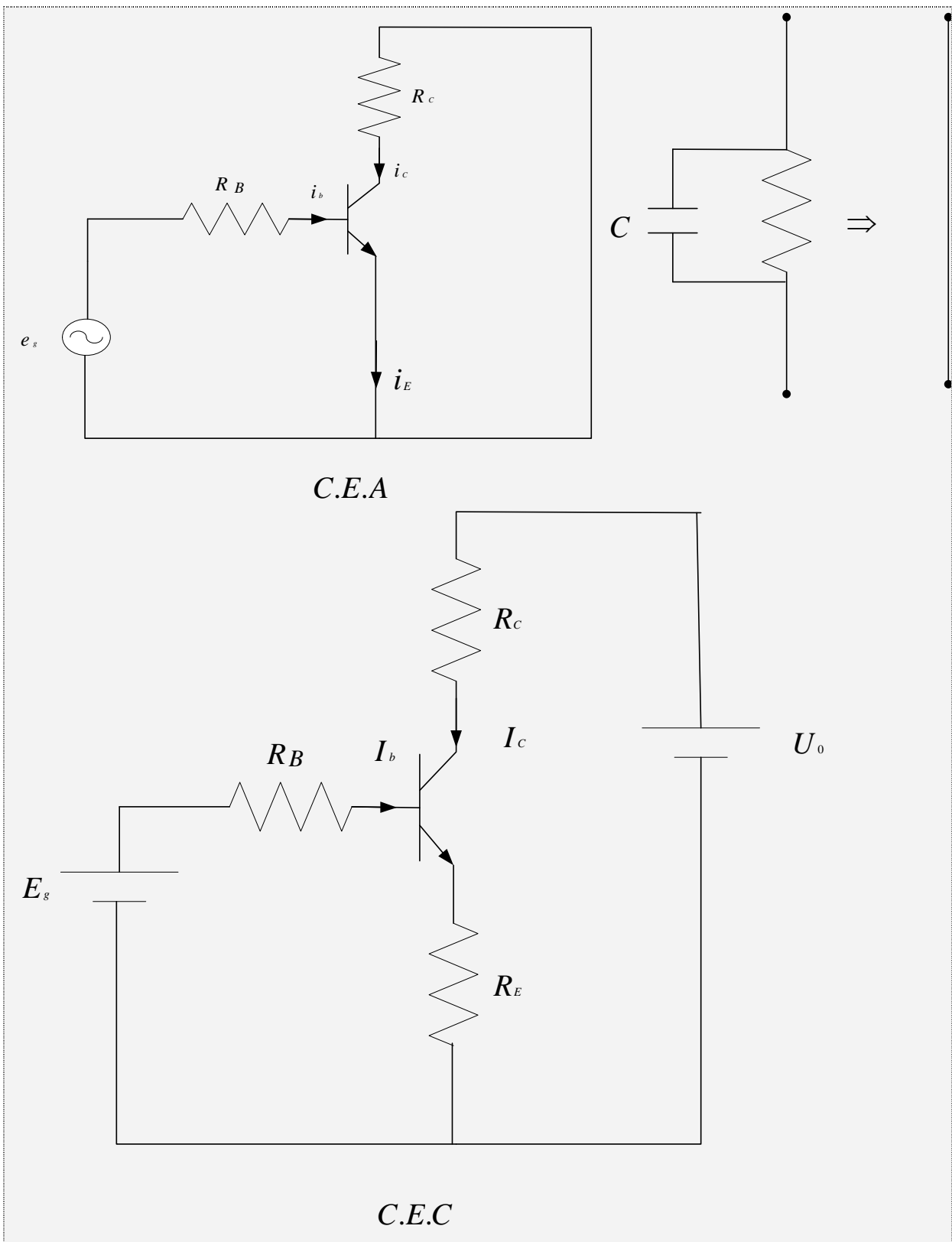
#### **Analyse en alternatif**

- Court-circuiter les sources de tension continue ou ouvrir les sources de courant continu
- Court-circuiter tous les condensateurs de découplage ou de couplage.

On obtient donc un circuit alternatif en alternatif.



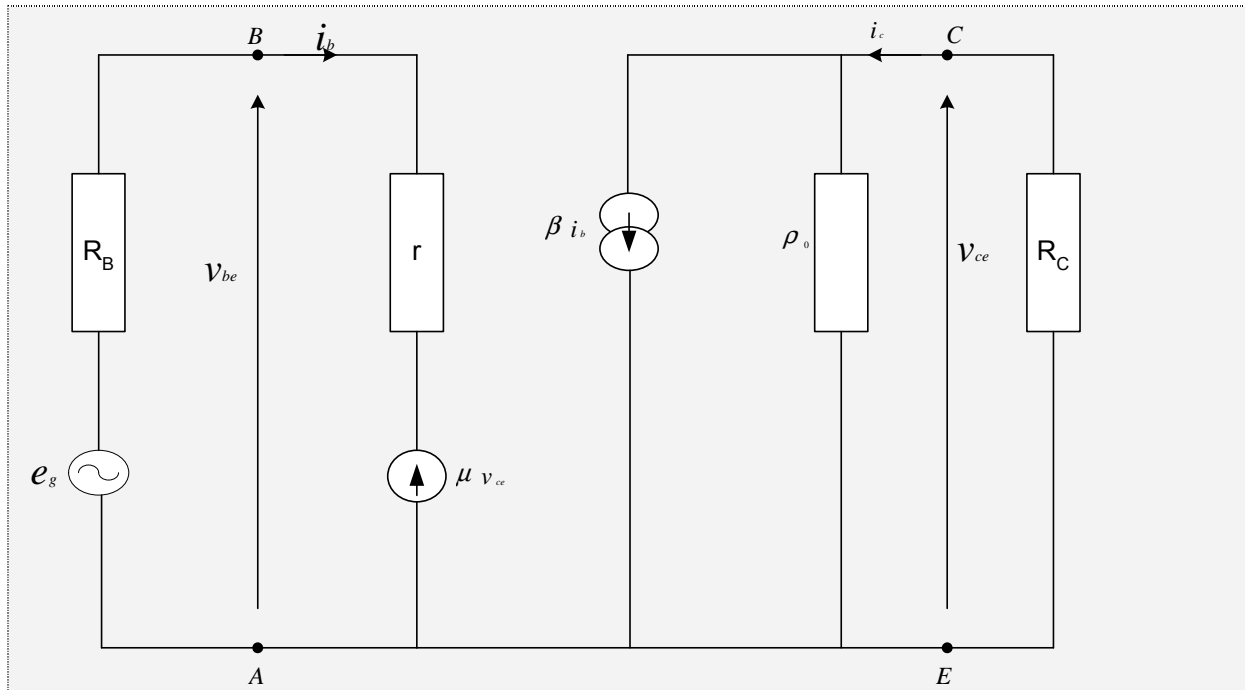
Dr. Alain Tiedeu



- Le courant total dans une branche sera égale à la somme des courants alternatifs et continus dans la branche.
- La tension totale aux bornes d'une branche = à la somme des tensions alternatives et continues aux bornes de la branche.

### 3.2. SCHEMA ALTERNATIF EN PETIT SIGNAUX DU BJT

Dans le calcul en alternatif des amplificateurs linéaires ; on transforme le transistor en source alternative en petits signaux. Pour un montage en émetteur commun, le schéma équivalent est le suivant :



$$\begin{cases} v_{BE} = r \cdot i_B + \mu v_{CE} \\ i_C = \beta i_B + \frac{v_{CE}}{\rho_0} \end{cases}$$

$r$  : résistance dynamique du transistor

$\rho_0$  : Résistance de sortie du transistor en entrée à vide

$\mu$  : coefficient de réaction interne.

$\beta$  : gain en courant

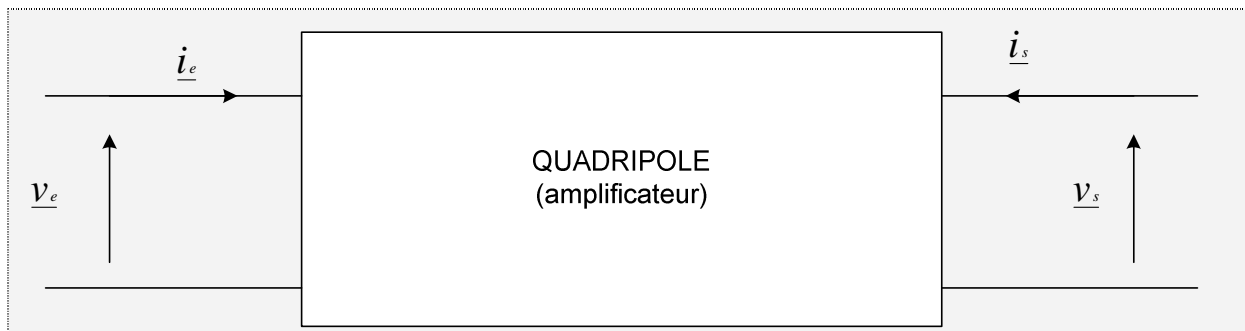
### 3.3. CALCUL DES CIRCUITS A TRANSISTOR

Nous nous plaçons dans le régime sinusoïdal de faible amplitude et par conséquent toutes les grandeurs du système sont sinusoïdales. Nous venons de voir qu'il est possible de représenter le transistor par un schéma équivalent en petits signaux, ceci permet de substituer un raisonnement graphique, à un raisonnement mathématique qui n'utilise que les lois des circuits.

Les circuits que nous allons analyser sont des amplificateurs et nous allons nous limiter aux amplificateurs linéaires.

#### 3.3.1. Définitions

De façon générale, un amplificateur peut être assimilé à un quadripôle. Par convention, les courants seront toujours orientés en entrant dans le quadripôle



### Amplification complexe

L'amplificateur travaillant en régime linéaire sinusoïdale, toutes les variations par rapport au repos peuvent être représenté par leur amplitude complexe.

On peut donc définir des amplifications complexes :

#### Amplification complexe en tension

C'est le rapport entre l'amplitude complexe de la tension de sortie et l'amplitude complexe de

la tension d'entrée 
$$\overline{A_v} = \frac{\underline{U_s}}{\underline{U_E}}$$

#### Amplification complexe en courant

C'est le rapport entre l'amplitude complexe du courant de sortie et l'amplitude complexe du

courant d'entrée 
$$\overline{A_i} = \frac{\underline{i_s}}{\underline{i_E}}$$

### Impédance d'entrée, impédance de sortie

Par définition, l'impédance complexe d'entrée  $\overline{Z_E}$  est le rapport de l'amplitude complexe de la tension d'entrée et l'amplitude complexe du courant d'entrée.

$$\underline{Z}_e = \frac{\underline{v_e}}{\underline{i_e}}$$

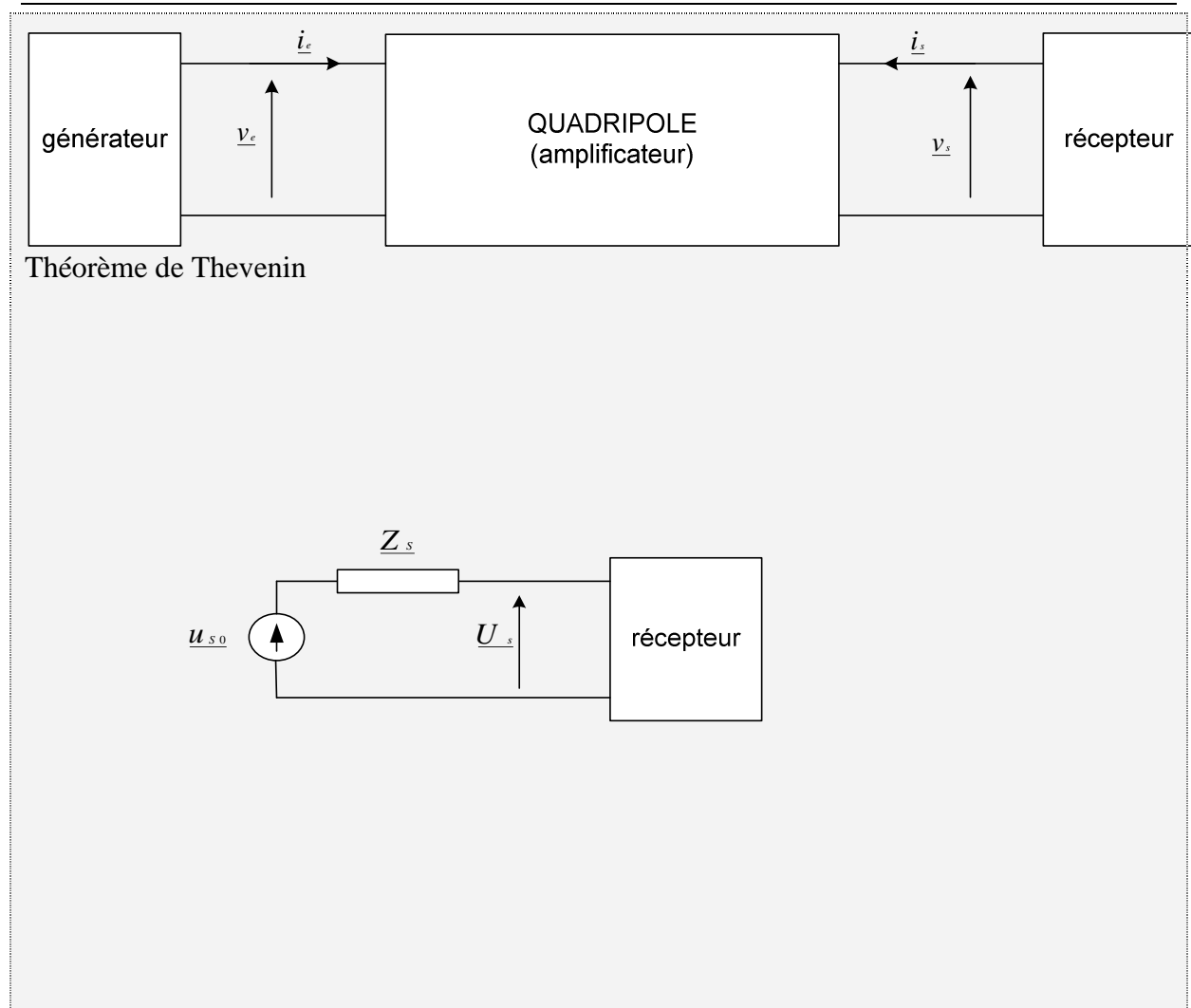
Le théorème de Thevenin montre que tout système électrique vu entre deux points est équivalent à un générateur de

f.e.m  $e_{th}$  égale à la tension à vide entre les deux points

résistance interne  $R_{th}$ , résistance vu entre les deux points lorsqu'on supprime tous les générateurs autonomes.

Dans le cas d' un ampli, ce théorème appliqué à la sortie montre que le système se comporte

comme un générateur de f.e.m  $\underline{u_{so}}$  ou  $\underline{u_{so}}$  est la tension de sortie à vide c.a.d que  $\underline{i_s} = 0$  et d'impédance interne  $\underline{Z_s}$



Par définition  $\underline{Z}_s$  est appelé impédance de sortie de l'amplificateur.

### Courbe de réponse

Les amplifications complexes sont des fonctions de la pulsation. Pour traduire le comportement du système en fonction de la pulsation, on convient de tracer l'ensemble des

deux courbes représentées par :

$$\begin{cases} |\underline{A}| = f_1(W) & \text{Courbe 1} \\ \text{Arg}(\underline{A}) = f_2(W) & \text{Courbe 2} \end{cases}$$

$|\underline{A}|$  mis pour  $A_i$  ou  $A_v$

$\underline{A} = A_v$

$$f_1(w) = \left| \frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}} \right| = \frac{|\underline{v_s}|}{|\underline{v_e}|}$$

$$f_2 = \text{Arg} \left( \frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}} \right) = \text{Arg}(\underline{v_s}) - \text{Arg}(\underline{v_e})$$

La courbe 1 est appelée courbe de module. Elle représente le rapport des modules des amplitudes complexes des grandeurs de sortie et d'entrée.

La courbe 2 est appelée courbe de phase et elle représente la différence des arguments des amplitudes complexes, des grandeurs de sortie et d'entrée ; donc leur déphasage.

L'ensemble de ces deux courbes est appelé courbe de réponse ou diagramme de Bode de l'amplificateur.

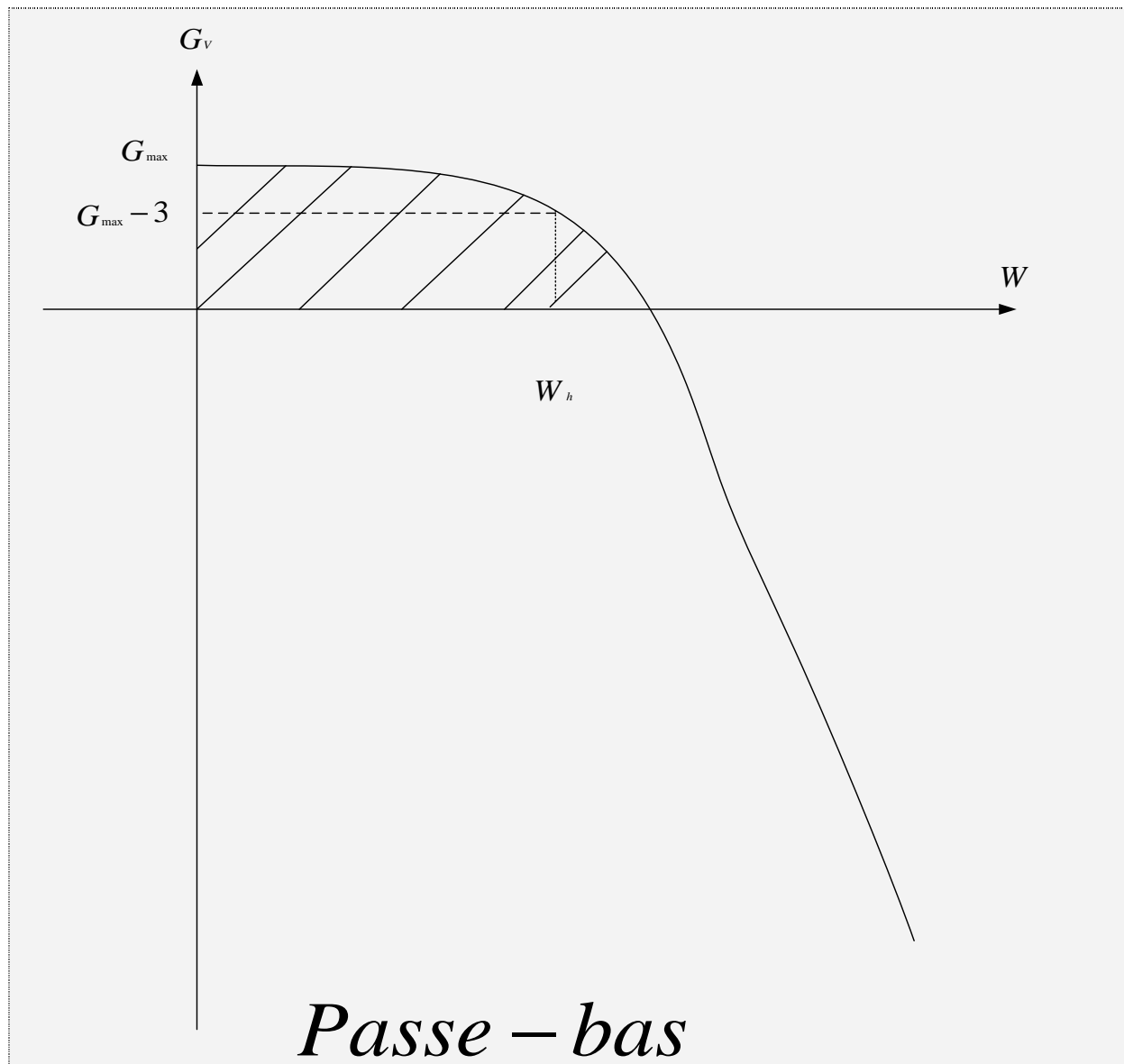
Le module pouvant atteindre des valeurs très élevées, on convient d'introduire la notation de gain (gain en tension ou en courant) défini de la manière suivante :

Gain en tension  $G_v$  (dB)  $G_v = 20 \cdot \text{Log} |\underline{A_v}|$

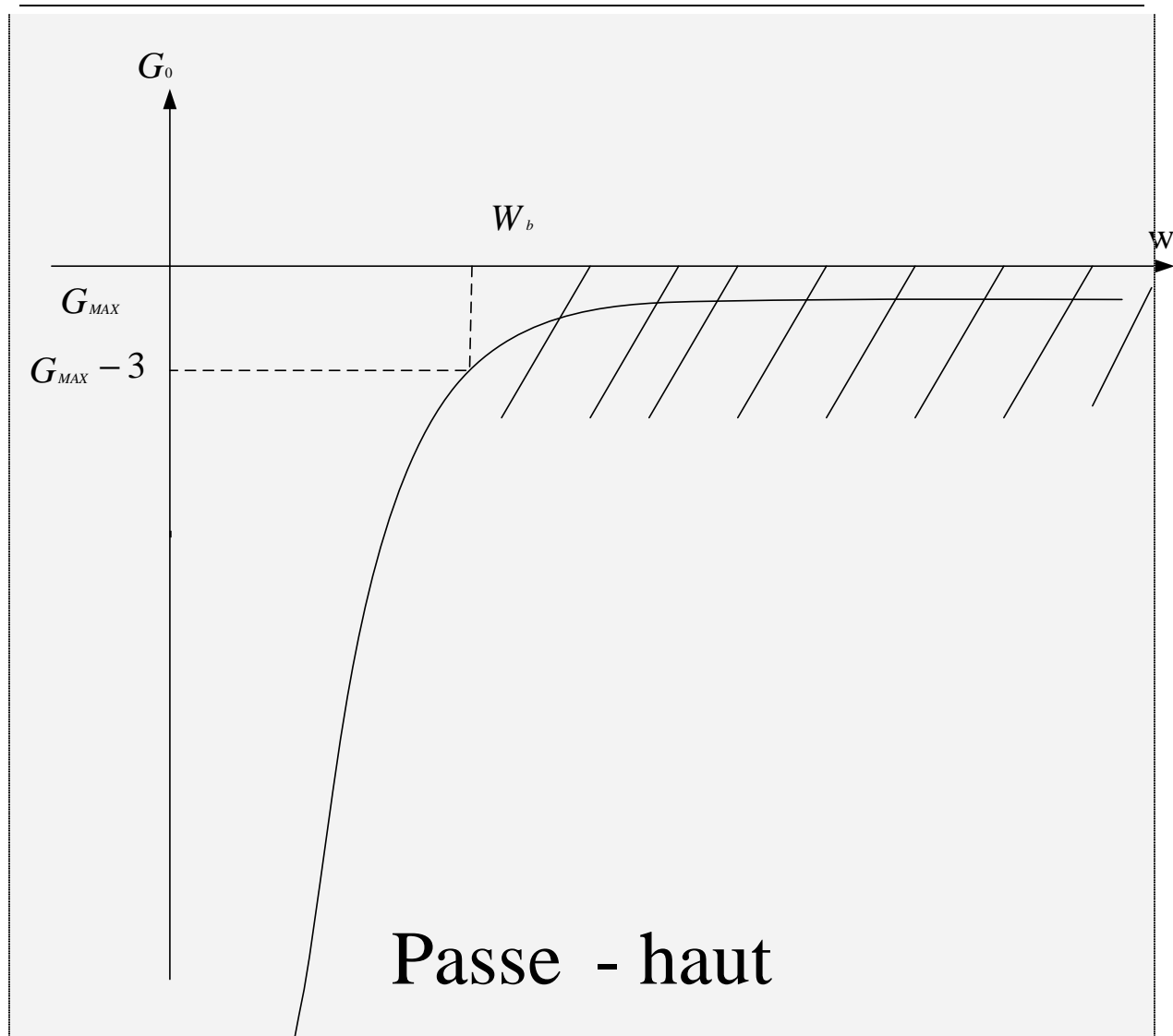
Gain en courant  $G_i$  (dB)  $G_i = 20 \cdot \text{Log} |\underline{A_i}|$

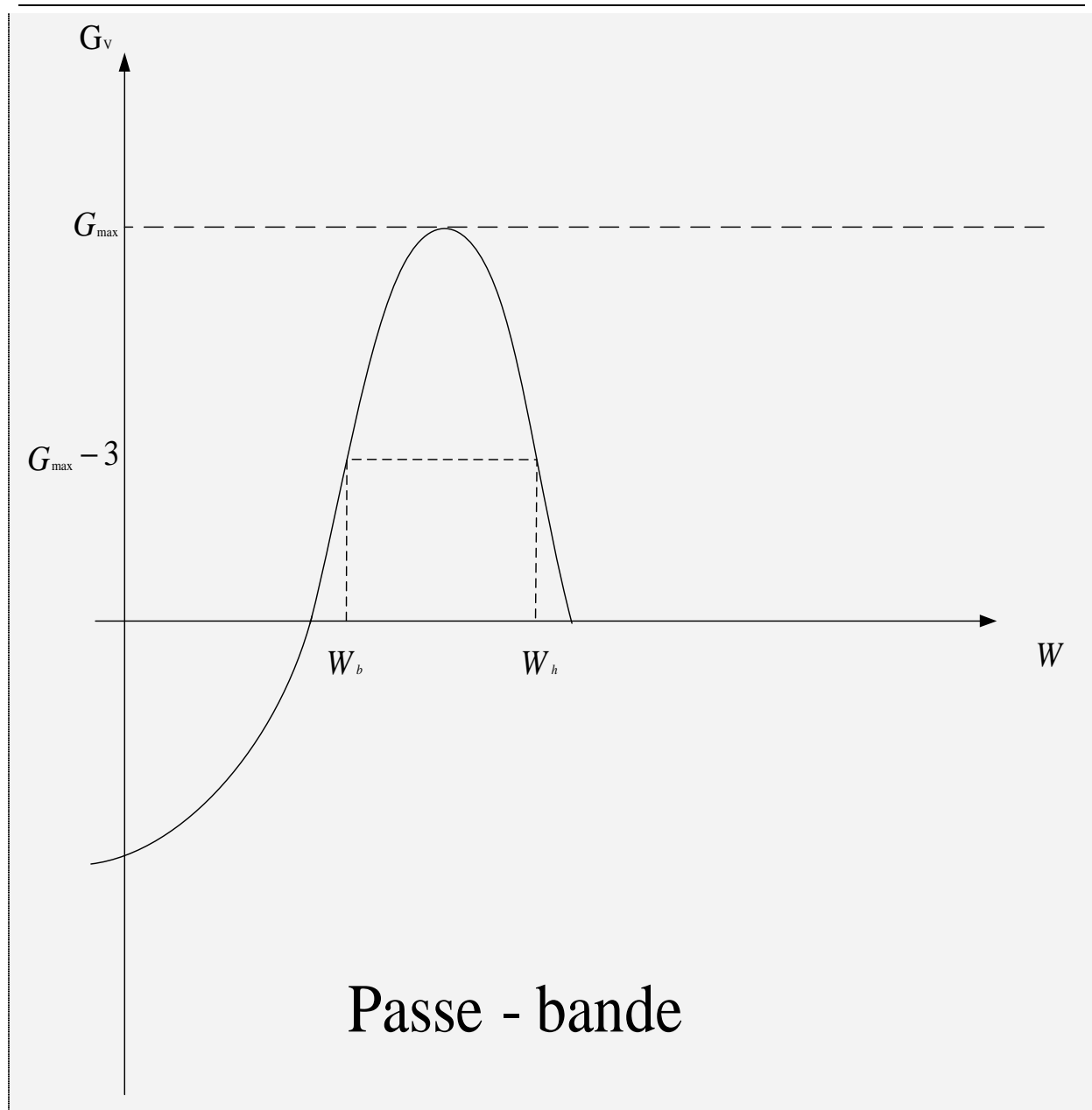
La courbe  $G = f(w)$  est appelée la courbe de gain.

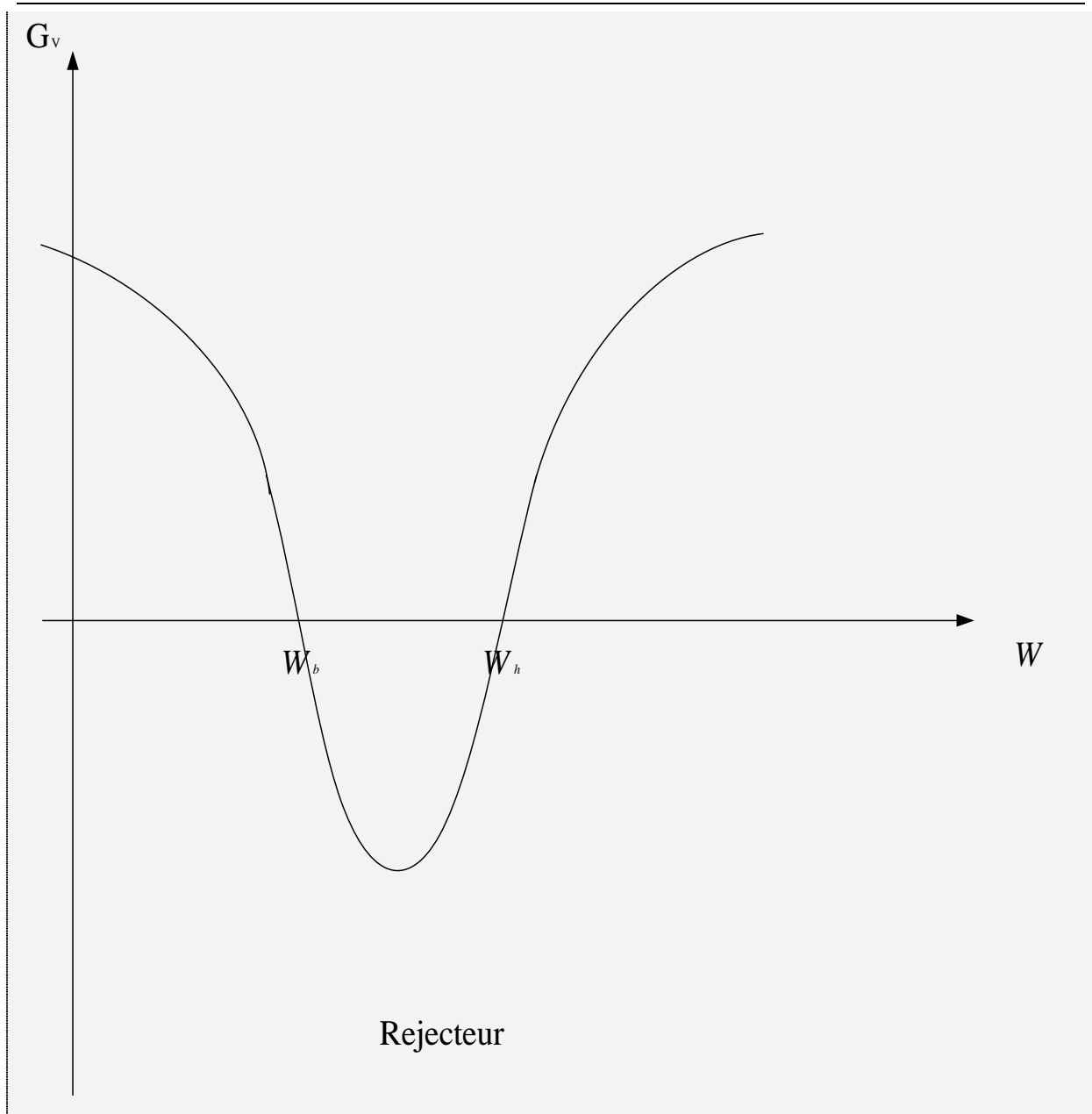
### Quelques exemples de courbes











La bande passante d'un amplificateur est l'ensemble des pulsations pour lesquelles la condition suivante est satisfaite :

$$\frac{A_{\max}}{\sqrt{2}} \leq |A| \leq A_{\max}$$

ou

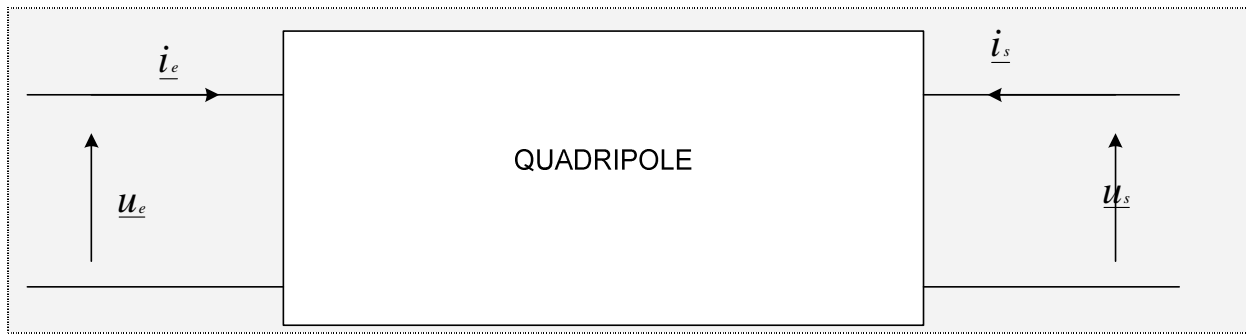
$$(G_{\max} - 3)_{dB} \leq G \leq G_{\max}$$

Les pulsations limites sont appelés pulsation de coupure à 3 dB.

### 3.3.2. Rappel sur les quadripôles

De façon générale la théorie des quadripôles peut s'avérer très utile pour l'analyse des amplificateurs en transistor bipolaire. Nous allons nous intéresser à

## Paramètres hybrides



Lorsque les grandeurs choisies sont la tension d'entrée et le courant de sortie, les paramètres qui les lient à la tension de sortie et le courant d'entrée, sont appelés paramètres Hybrides et sont notés  $h_{ij}$ .

Les grandeurs sont alors solution du système :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} u_e \\ i_s \end{bmatrix} = [H] \begin{bmatrix} i_e \\ u_s \end{bmatrix} \\ \begin{aligned} u_e &= h_{11}i_e + h_{12}u_s \\ i_s &= h_{21}i_e + h_{22}u_s \end{aligned} \end{cases} \quad (\#)$$

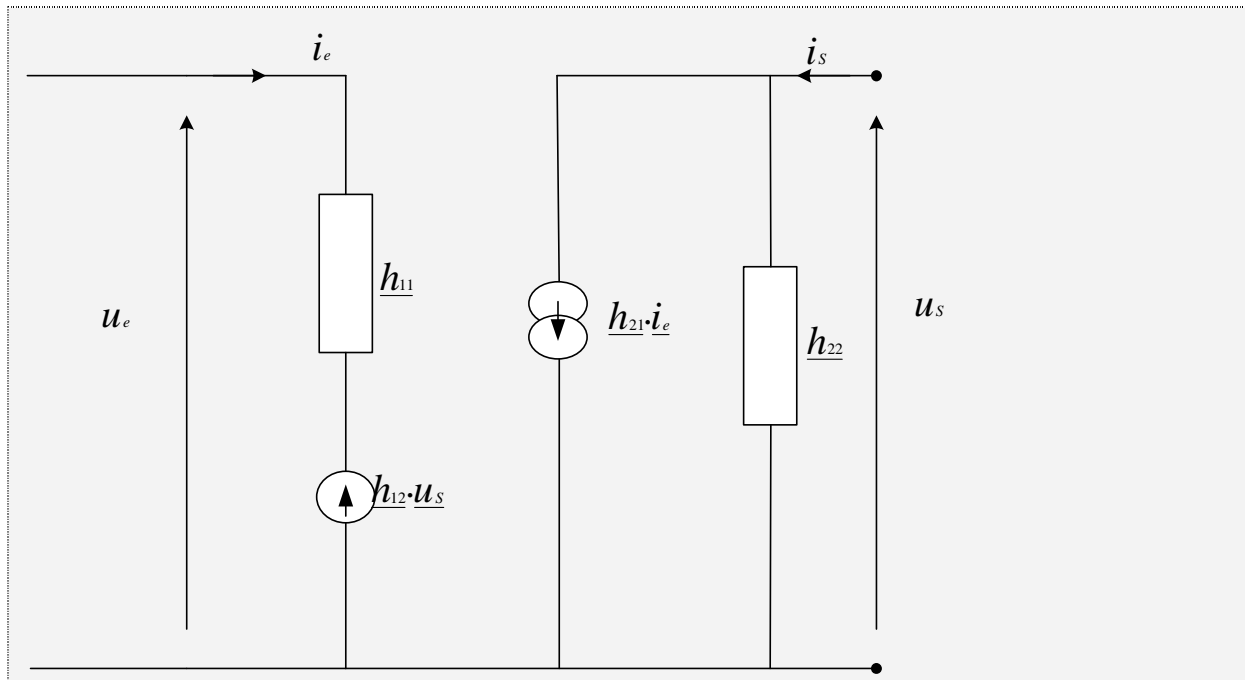
$$[H] = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$$

$$h_{11} = \left( \frac{u_e}{i_e} \right)_{u_s=0} ; \text{ Impédance d'entrée en court-circuit.}$$

$$h_{12} = \left( \frac{i_s}{u_s} \right)_{i_e=0} ; \text{ Admittance de sortie à vide.}$$

$$h_{21} = \left( \frac{i_s}{i_e} \right)_{u_s=0} ; \text{ Gain en courant en court-circuit.}$$

$$h_{22} = \left( \frac{u_e}{u_s} \right)_{i_e=0} ; \text{ Coefficient de réaction interne à vide.}$$



On constate que le schéma issu des paramètres hybrides est en tout point semblable au modèle au modèle du transistor en petits signaux. Le modèle en petits signaux de transistor est aussi appelé :

Schéma hybride.

$$r = \underline{h}_{11}$$

$$\frac{1}{\rho_0} = \underline{h}_{22}$$

$$\beta = \underline{h}_{21}$$

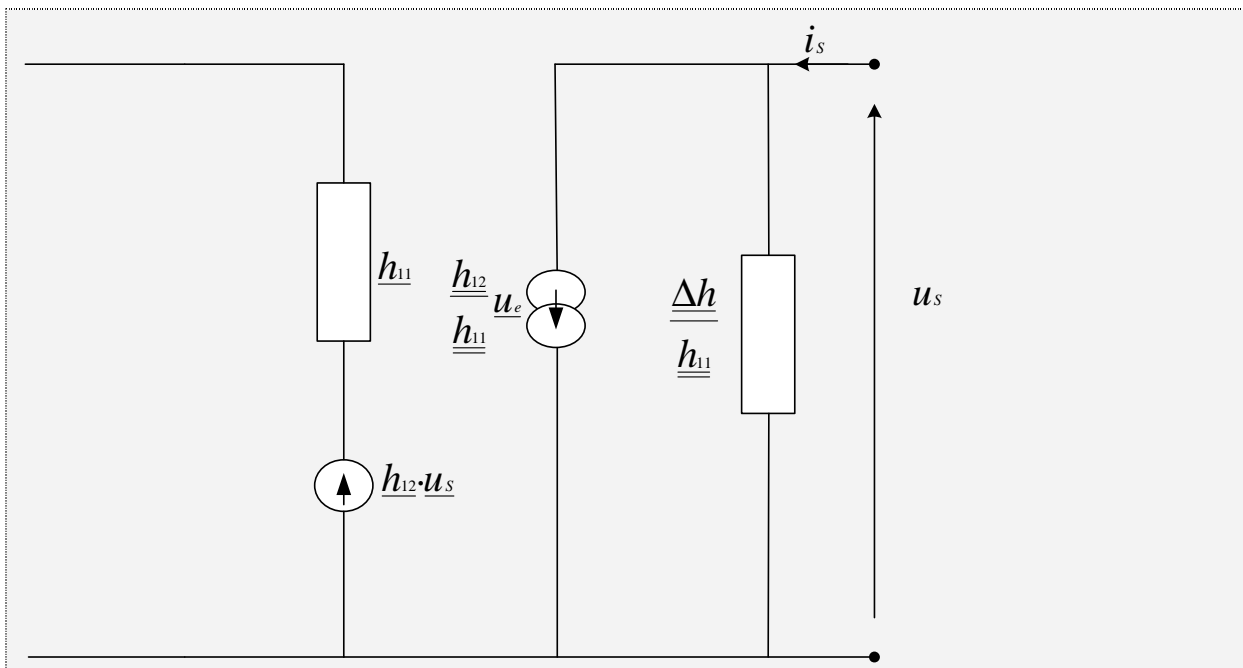
$$\mu = \underline{h}_{12}$$

De (#) on peut écrire que :

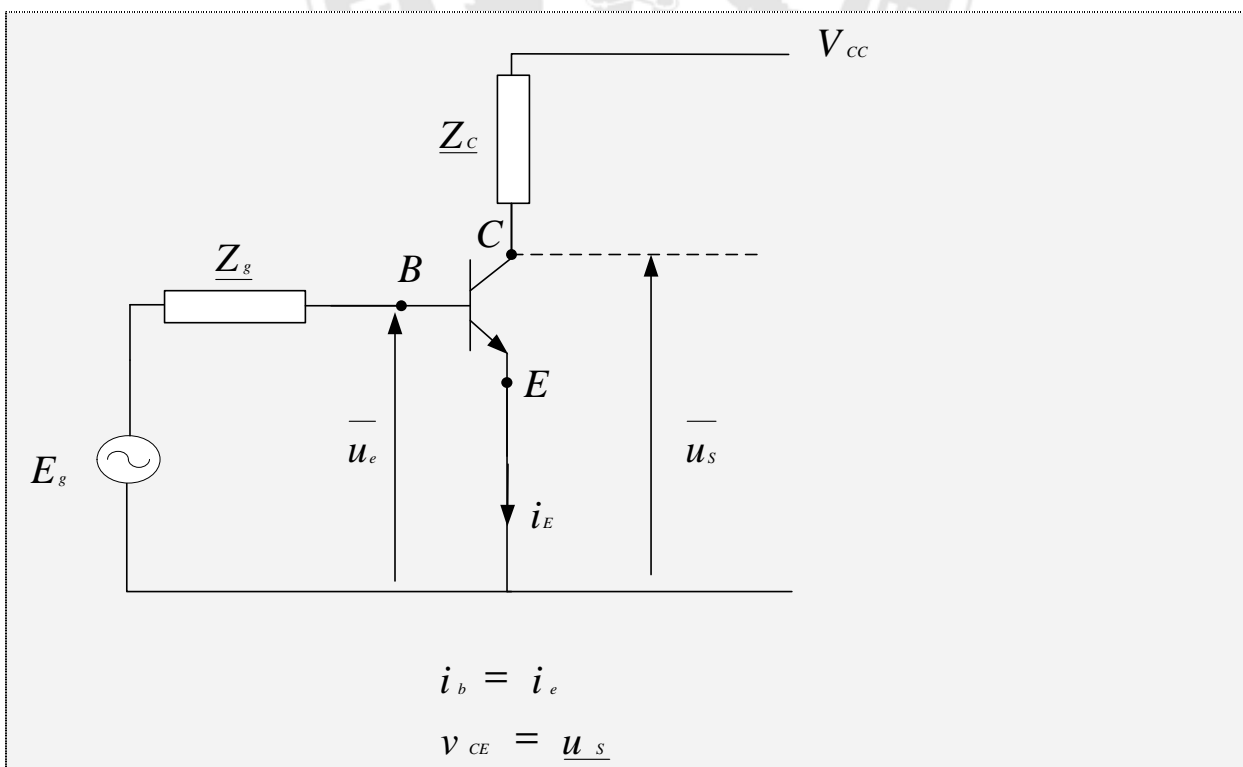
$$\underline{i}_e = \frac{\underline{u}_e}{\underline{h}_{11}} - \frac{\underline{h}_{12}}{\underline{h}_{11}} \underline{u}_s$$

$$\underline{i}_s = \underline{h}_{21} \left( \frac{\underline{u}_e}{\underline{h}_{11}} - \frac{\underline{h}_{12}}{\underline{h}_{11}} \underline{u}_s \right) + \underline{h}_{22} \underline{u}_s$$

$$\text{soit } \underline{i}_s = \frac{\underline{h}_{21}}{\underline{h}_{11}} \underline{U}_e + \frac{\underline{\Delta h}}{\underline{h}_{11}} \underline{U}_s \quad \text{ou } \underline{\Delta h} = \underline{h}_{11} \underline{h}_{22} - \underline{h}_{12} \underline{h}_{21} \quad \text{d'où le schéma :}$$



### 3.3.3. Exemple de calcul d'un amplificateur simple à BJT



Dr. Alain Tiedeu

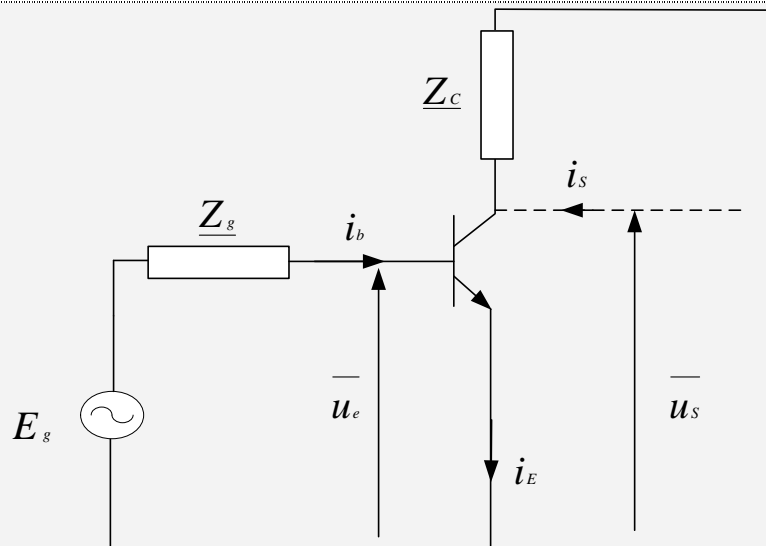
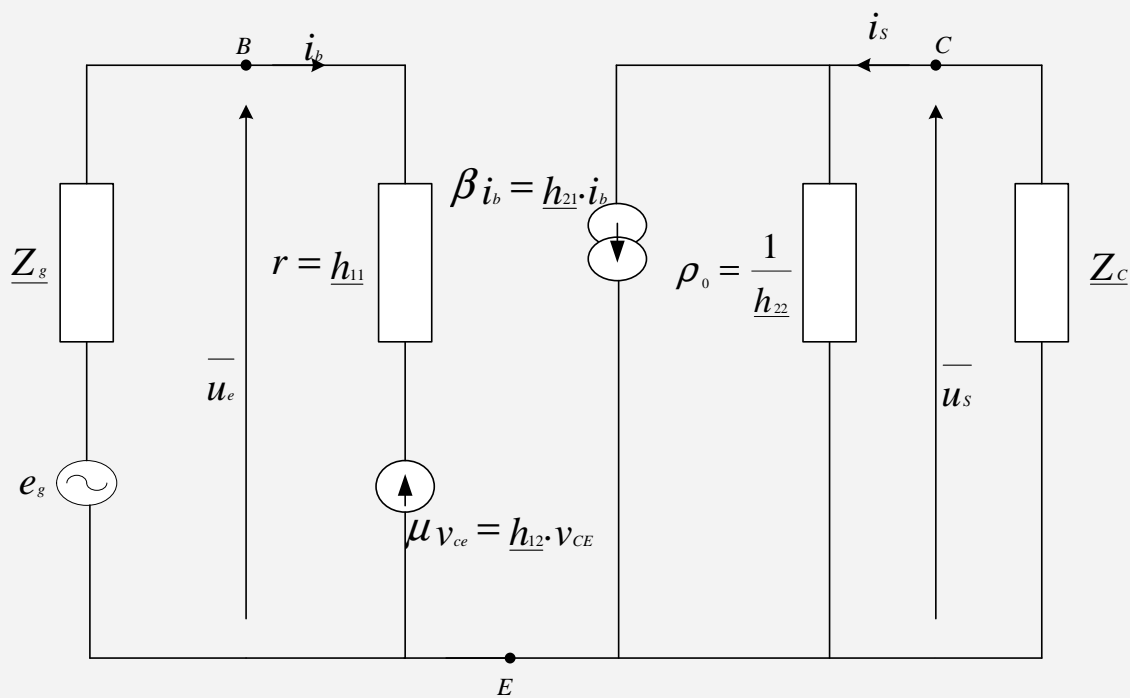


Schéma aux variations (analyse en alternatif)

**Amplification en courant**

$$\underline{A_i} = \frac{\underline{i_s}}{\underline{i_e}} \quad \underline{i_e} = \underline{i_b}$$

$$\underline{i_s} = \underline{h_{21}} \cdot \underline{i_b} \cdot \frac{\frac{1}{\underline{Z_c}}}{\underline{h_{22}} + \frac{1}{\underline{Z_c}}}$$

$$\frac{\underline{i_s}}{\underline{i_e}} = \underline{h_{21}} \frac{\frac{1}{\underline{h_c}}}{\underline{h_{22}} + \frac{1}{\underline{h_c}}} = \underline{A_i}$$

$$\Rightarrow \underline{A_i} = \frac{\underline{h_{21}}}{1 + \underline{h_{22}} \cdot \underline{Z_c}}$$

### Amplificateur en tension

$$\begin{cases} \underline{u_s} = -\underline{Z_c} \cdot \underline{i_s} \\ \underline{i_s} = \underline{A_i} \cdot \underline{i_e} \\ \underline{u_e} = \underline{h_{11}} \cdot \underline{i_e} + \underline{h_{12}} \cdot \underline{u_s} \\ \underline{A_v} = \frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}} \end{cases}$$

$$\frac{\underline{u_e}}{\underline{u_s}} = \frac{\underline{h_{11}} \cdot \underline{i_e}}{-\underline{Z_c} \cdot \underline{A_i} \cdot \underline{i_e}} + \underline{h_{12}} = \underline{h_{12}} - \frac{\underline{h_{11}}}{\underline{Z_c} \cdot \underline{A_i}} = \frac{\underline{h_{12}} \cdot \underline{Z_c} \cdot \underline{A_i} - \underline{h_{11}}}{\underline{Z_c} \cdot \underline{A_i}}$$

$$\underline{A_v} = \frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}} = \frac{\underline{Z_c} \cdot \underline{A_i}}{\underline{h_{12}} \cdot \underline{Z_c} \cdot \underline{A_i} - \underline{h_{11}}}$$

$$\underline{A_v} = \frac{-\underline{h_{21}} \cdot \underline{Z_c}}{\underline{h_{11}} + \underline{Z_c} \cdot \underline{\Delta h}}$$

$$\text{Ou } \underline{\Delta h} = \underline{h_{11}} \underline{h_{22}} - \underline{h_{12}} \underline{h_{21}}$$



**Impédance d'entrée**

$$\underline{Z}_e = \frac{\underline{u}_e}{\underline{i}_e}$$

$$\underline{u}_e = \underline{h}_{11} \cdot \underline{i}_e + \underline{h}_{12} \cdot \underline{u}_s$$

$$\underline{u}_s = -\underline{Z}_c \cdot \underline{i}_s$$

$$\underline{i}_s = \underline{A}_i \cdot \underline{i}_e$$

$$\underline{u}_e = \underline{h}_{11} \cdot \underline{i}_e - \underline{h}_{12} \cdot \underline{Z}_c \cdot \underline{A}_i \cdot \underline{i}_e$$

$$\frac{\underline{u}_e}{\underline{i}_e} = \underline{h}_{11} - \underline{h}_{12} \cdot \underline{Z}_c \cdot \underline{A}_i = \underline{Z}_e$$

$$\Rightarrow \underline{u}_s = -\underline{Z}_c \cdot \underline{A}_i \cdot \underline{i}_e$$

$$\underline{Z}_e = \frac{\underline{h}_{11} + \underline{Z}_c \cdot \Delta h}{1 + \underline{h}_{22} \cdot \underline{Z}_c}$$

**Impédance de sortie**

Par définition l'impédance de sortie d'un montage amplificateur est égale à l'impédance interne du générateur de thevenin vu entre les deux bornes de sortie. Pour calculer l'impédance de sortie, il suffit de calculer :

$$\underline{Z}_s = \left( \frac{\underline{u}_s}{\underline{i}_s} \right)_{Eg=0}$$

$$\underline{i}_s = \underline{h}_{21} \cdot \underline{i}_e + \underline{h}_{22} \cdot \underline{u}_s$$

$$0 = \left( \underline{Z}_g + \underline{h}_{11} \right) \cdot \underline{i}_e + \underline{h}_{12} \cdot \underline{u}_s$$

$$\text{soit } \underline{i}_e = \frac{\underline{h}_{12}}{\underline{Z}_g + \underline{h}_{11}} \underline{u}_s$$

$$\underline{i}_s = \underline{h}_{21} \left( \frac{-\underline{h}_{12}}{\underline{Z}_g + \underline{h}_{11}} \right) \underline{u}_s + \underline{h}_{22} \cdot \underline{u}_s$$

$$\underline{Z}_e = \frac{\underline{h}_{11} + \underline{Z}_c \Delta h}{1 + \underline{h}_{22} \cdot \underline{Z}_c}$$

$$\underline{Z}_s = \frac{\underline{u}_s}{\underline{i}_s} = \frac{\underline{Z}_g + \underline{h}_{11}}{\Delta h + \underline{h}_{22} \cdot \underline{Z}_g}$$

**Remarques:**

$$\triangleright \text{ Si } \underline{Z}_c = 0;$$

$\underline{Z}_e = \underline{h}_{11} = r$ ,  $\underline{Z}_e$  est l'impédance d'entrée en court-circuit.

Si  $\underline{Z}_c \rightarrow \infty$ ;

$\underline{Z}_e = \frac{\Delta h}{\underline{h}_{22}} = r_0$   $\underline{Z}_e$  est l'impédance d'entrée à vide

➤ Lorsque  $\overline{Z}_s = 0$  (Commande en tension)

$\overline{Z}_s = \frac{\underline{h}_{11}}{\Delta h} = \rho$  Impédance de sortie en court-circuit

Lorsque  $\overline{Z}_s \rightarrow \infty$  (Commande en courant)

$\underline{Z}_s = \frac{\Delta h}{\underline{h}_{22}} = \rho_0$  Impédance de sortie à vide.

Quelque soit le quadripôle  $\frac{r}{r_0} = \frac{\rho}{\rho_0}$

Lorsque  $\underline{h}_{12} = 0$

$\Delta h = \underline{h}_{11} \cdot \underline{h}_{22}$

$A_i = \frac{\underline{h}_{21}}{1 + \underline{h}_{22} \cdot \underline{Z}_c}$

$A_v = \frac{\underline{h}_{21} \cdot \underline{Z}_c}{\underline{h}_{11} (1 + \underline{h}_{22} \cdot \underline{Z}_c)}$

$\underline{Z}_e = \underline{h}_{11} = r$

$\underline{Z}_s = \frac{1}{\underline{h}_{22}} = \rho_0$

### 3.4. AMPLIFICATION EN PUISSANCE ADAPTATION

On se place dans les conditions où les grandeurs appartiennent à R, on des petits signaux et on travaille en basse fréquence.

#### 3.4.1. Adaptation à la sortie

$A_i = \frac{\underline{h}_{21}}{1 + \underline{h}_{22} \cdot R_c}$

$A_v = \frac{-\underline{h}_{21} \cdot R_c}{\underline{h}_{11} + \Delta h R_c}$

$P_s = u_{s\text{ eff}} \cdot i_{s\text{ eff}}$  : puissance à la sortie

$P_E = u_{e\text{eff}} \cdot i_{e\text{eff}}$  : puissance à l'entrée

$$A_P = \frac{P_S}{P_E} \quad \text{Amplificateur en puissance}$$

$$u_{i\text{eff}} = \frac{u_{im}}{\sqrt{2}}$$

$$i_{i\text{eff}} = \frac{i_{im}}{\sqrt{2}}$$

$$A_P = \frac{u_{sm} \cdot i_{sm}}{u_{em} \cdot i_{em}} = A_i \cdot A_v$$

$$= \left( \frac{h_{21}^2 R_C}{1 + h_{22} R_C (h_{11} + \Delta h R_C)} \right)$$

$$A_P = \frac{h_{21}^2}{\Delta h + h_{11} h_{22} + \frac{h_{11}}{R} + \Delta h h_{22} R_C}$$

Cette amplification est maximale pour une valeur de  $R_C$  tel que le dénominateur soit minimal  
i.e

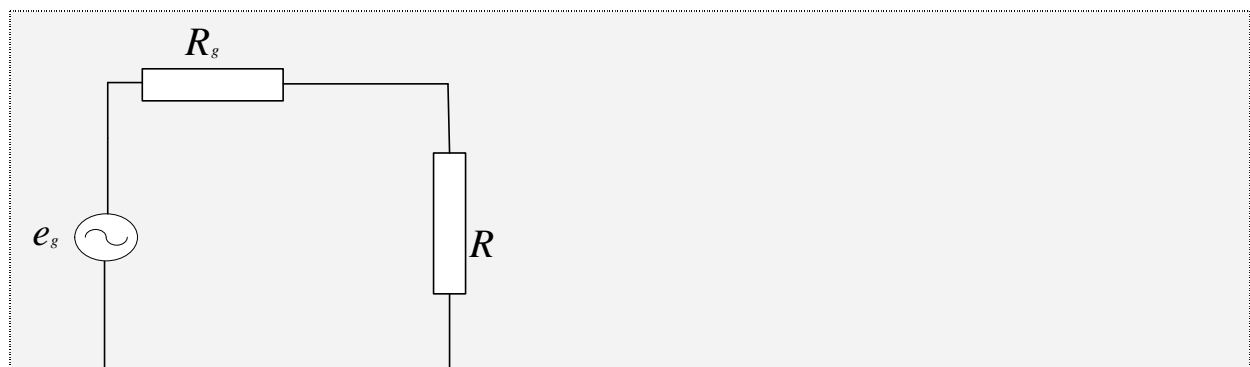
$$\frac{h_{11}}{R_C} = \Delta h h_{22} R_C \Rightarrow R_{C_g} = \sqrt{\frac{h_{11}}{h_{22} \Delta h}} = \sqrt{\rho \cdot \rho_0}$$

Il vient que :

$$A_P(R_{C_g}) = A_{P\text{max}} = \left( \frac{h_{21}}{\sqrt{\Delta h} + \sqrt{h_{11} h_{22}}} \right)^2$$

### 3.4.2. Notion d'amplification de transfert en puissance

Soit un générateur de f. e. m  $e_g$ , de résistance interne  $R_g$  et de charge  $R$



$$P_U = R \cdot i_{g \text{ eff}}^2 = R \left( \frac{e_{g \text{ eff}}}{R + R_g} \right)^2$$

$$= \frac{e_{g \text{ eff}}^2}{\left( \frac{R_g}{\sqrt{R}} + \sqrt{R} \right)^2}$$

$$P_{U \text{ max}} \Rightarrow \frac{R_g}{\sqrt{R}} = \sqrt{R}$$

$$\Rightarrow R = R_g = R_0 \quad \text{Soit donc}$$

$$P_{u \text{ max}} = \frac{e_{g \text{ eff}}^2}{4 \cdot R_g}$$

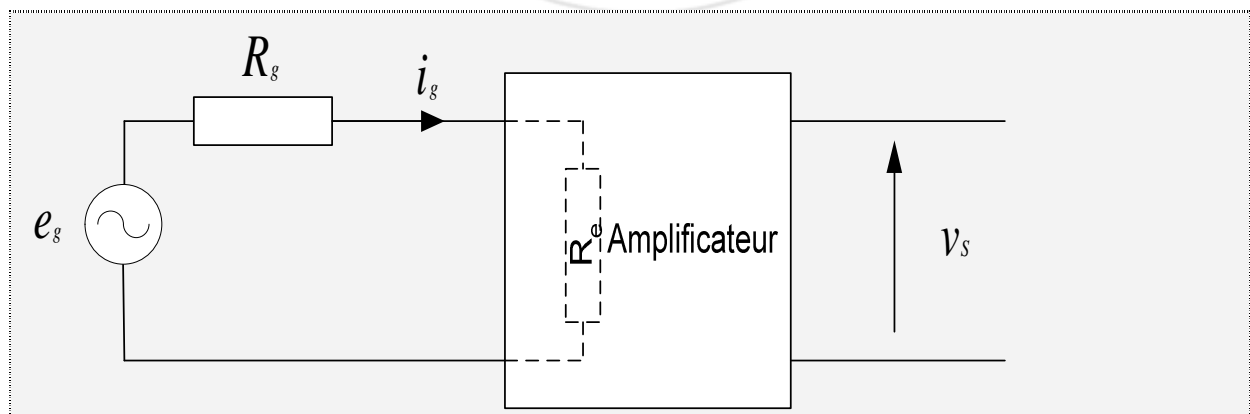
Lorsque  $P = P_{U \text{ max}}$  on parle d'adaptation si on remplace  $R$  par l'entrée de l'amplificateur.

On appelle amplification de transfert  $A_{P_t}$  le quotient de la puissance de sortie  $P_S$  par la puissance maximale  $P_{\text{max}}$  que peut fournir le générateur à l'entrée du montage.

$$A_{P_t} = \frac{P_S}{P_{U \text{ max}}}$$

Soit  $Z_e = R_e$  ; la puissance fournie en entrée,  $P_E$

$$P_E = R_e \cdot i_{g \text{ eff}}^2$$



$$P_E = R_e \cdot \left( \frac{e_{g \text{ eff}}}{R_f + R_e} \right)^2$$

$$P_{U \text{ max}} = \frac{e_{g \text{ eff}}^2}{4 R_g}$$

$$\frac{P_E}{P_{U \text{ max}}} = \frac{4 R_g \cdot R_e}{(R_e + R_g)^2}$$

$$\begin{cases} A_p = \frac{P_s}{P_E} \\ P_{U \text{ max}} = \frac{P_s}{A_{pt}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{A_{pt}}{A_p} = \frac{4 R_g \cdot R_e}{(R_e + R_g)^2}$$

Adaptation à l'entrée ( $R_g = R_e$ ) soit  $A_{pt}/A_p = 1$

$$A_{pt} = A_{p \text{ max}} \text{ pour } R_C = R_0 = \sqrt{\frac{h_{11}}{h_{22} \Delta h}}$$

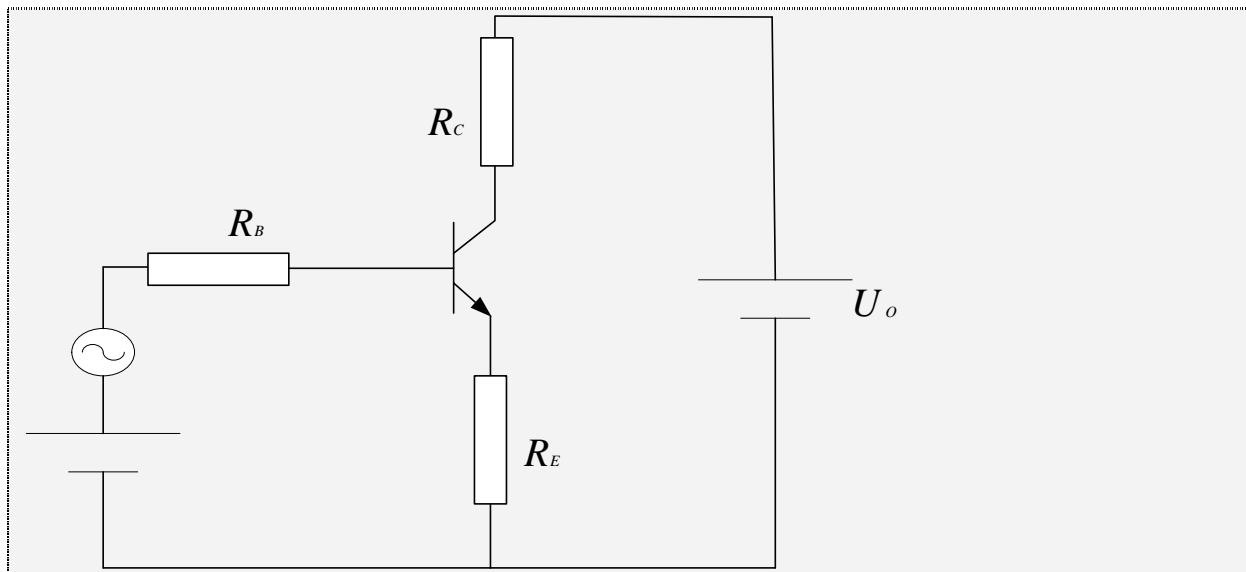
$$\begin{aligned} \text{si } R_C = R_{C0}; \quad R_e &= R_s \\ &= \sqrt{\frac{h_{11}}{h_{22} \Delta h}} \\ &= \sqrt{r \cdot r_0} \end{aligned}$$

$$R_C = R_{C0} = \rho \rho_0 \quad \text{et} \quad R_g = r r_0$$

On dit alors que le montage est adapté à l'entrée et à la sortie !

### 3.5. AUTRES MONTAGES AMPLIFICATEURS A BJT

#### 3.5.1. Montage à Résistance d'émetteur



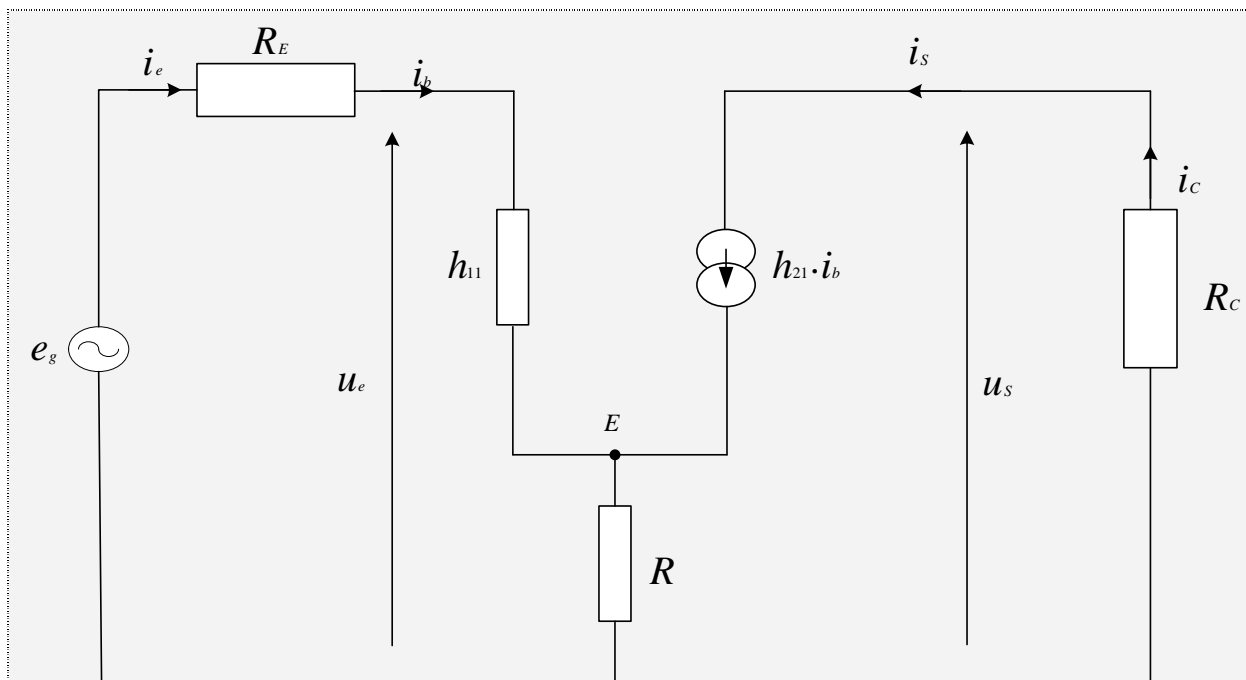
L'étude de la stabilisation thermique a montré que l'utilisation d'une résistance d'émetteur permettrait de diminuer les facteurs vis-à-vis de  $I_{CBO}$  et  $V_{BE}$

L'introduction de cette résistance d'émetteur modifie cependant l'amplification.

#### Influence de $R_E$ sur les performances de l'amplificateur

Montage en petits signaux

$h_{11} = 0$  ;  $h_{22} = 0$  ;  $h_{12} = r$  ;  $h_{21} = \beta$



La relation  $i_c = \beta \cdot i_b$  est toujours valable :

$$\Delta i = \frac{i_s}{i_e} \quad i_c = \beta i_b$$

Soit  $A_i = \beta$

$$A_v = \frac{u_s}{u_e}$$

$$u_s = -R_c \cdot i_c = -R_c \beta i_b$$

$$u_e = r \cdot i_b + (i_b + \beta \cdot i_b) R_E$$

$$A_v = \frac{-R_c \beta}{r + (1 + \beta) R_E}$$

$$A_v = \frac{A_{v0}}{1 + \frac{\beta + 1}{r} R_E}$$

$$A_{v0} = \frac{-R_c \beta}{r}$$

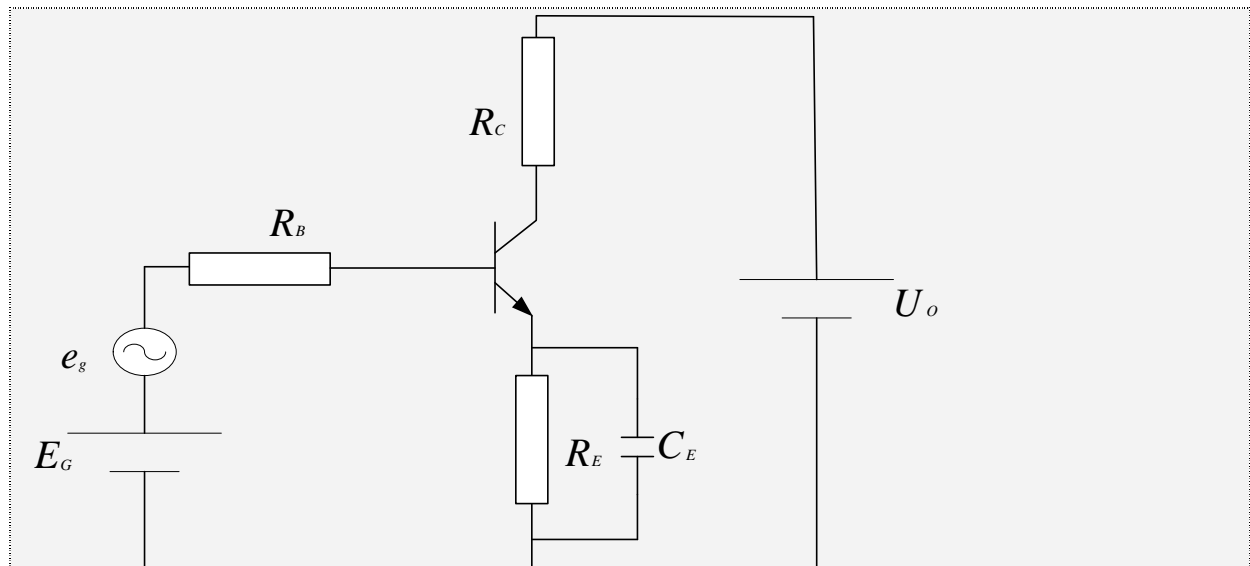
$$R_E = 0 \quad \Rightarrow \quad |A_v| = |A_{v0}|$$

$$R_E \neq 0 \quad \Rightarrow \quad |A_v| < |A_{v0}|$$

Le signe (-) traduit un déphasage.

Pour palier à cet inconvénient, il est nécessaire de trouver un système qui permet une bonne stabilisation en T(°) et dont l'influence soit négligeable en régime variable.

Cet élément est un condensateur appelé capacité de découplage et placée en parallèle sur la résistance  $R_E$



### Calcul de la capacité de découplage

En régime variable, pour diminuer au maximum l'influence de  $R_E$ , il est nécessaire que l'impédance de la capacité soit négligeable devant celle de  $R_E$ . Si  $\omega_0$  est la pulsation minimale du spectre de  $e_g$



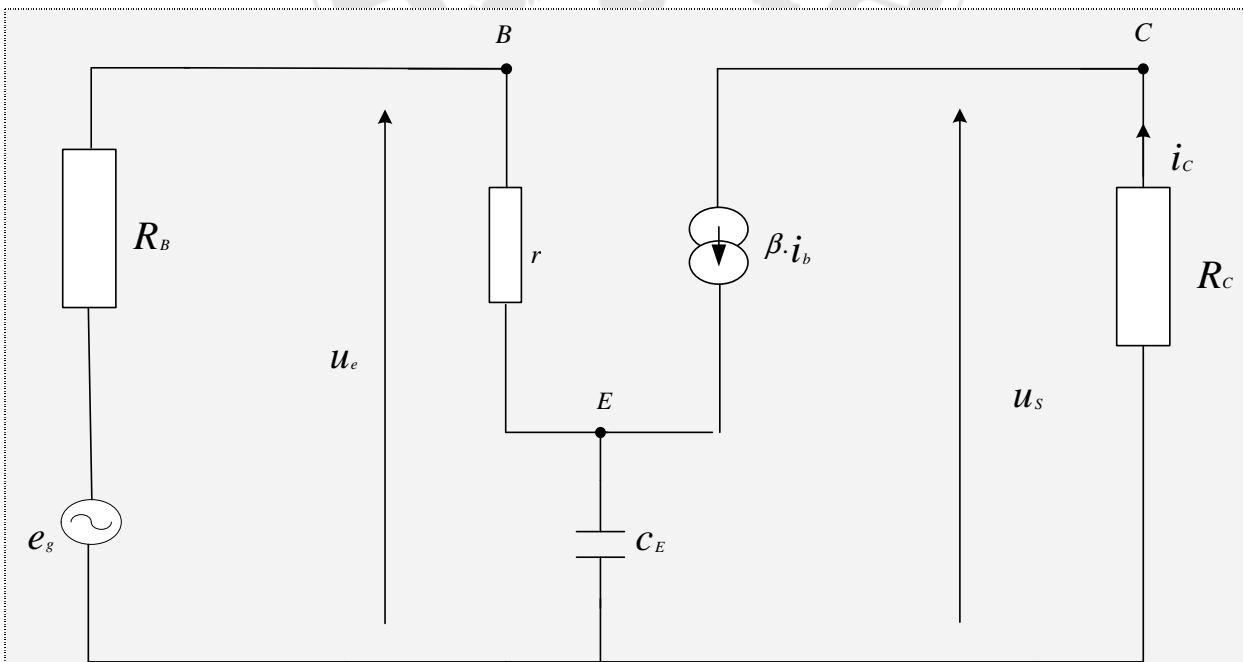
$$\underline{Z_E} = \frac{R_E}{1 + j \cdot R_E \cdot C_E \cdot \omega_0}$$

$$\Rightarrow |\underline{Z_E}| = \frac{R_E}{\sqrt{1 + R_E^2 \cdot C_E^2 \cdot \omega_0^2}}$$

$$\text{Si } \frac{1}{C_E \cdot \omega_0} \ll R_E$$

$$(R_E \cdot C_E \cdot \omega_0 \gg 1)$$

$$|\underline{Z_E}| = \frac{1}{C_E \cdot \omega_0}$$



$$\underline{u_e} = \underline{v_{be}} + \underline{v_{eM}}$$

$$\underline{u_e} \approx \underline{v_{be}}$$

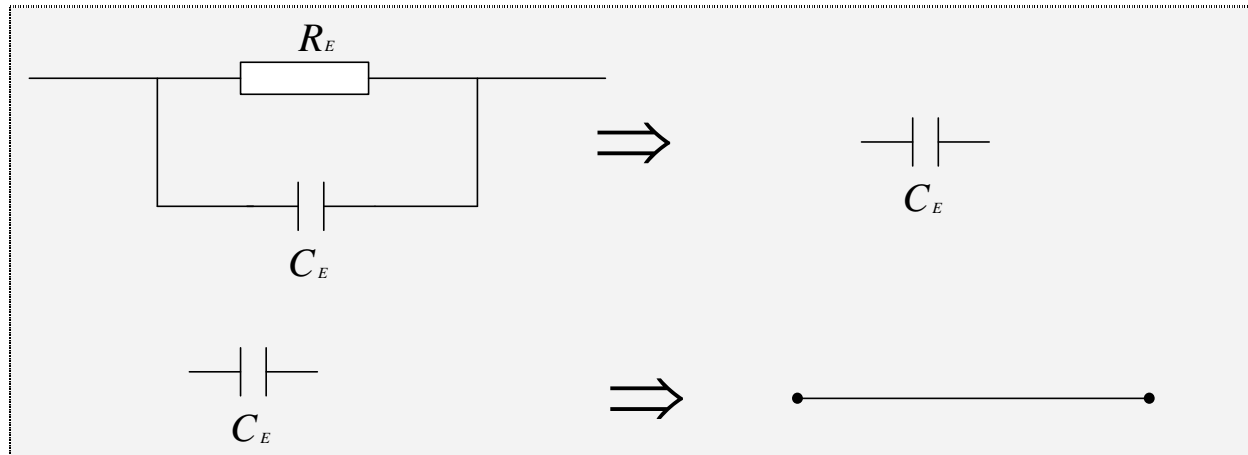
$$\left( |\underline{v_{eM}}| \ll |\underline{v_{be}}| \right) \text{ cette relation devient à la pulsation } \omega_0, \quad \left| \frac{1 + \beta}{j \cdot C_E \cdot \omega_0} \cdot \underline{I_b} \right| \ll |r \cdot \underline{I_b}|$$

$$\frac{r \cdot C_E \cdot \omega_0}{1 + \beta} \gg 1 \quad (1)$$



$$\frac{1}{C_E \cdot \omega_0} \ll R_E \Rightarrow R_E \cdot C_E \cdot \omega_0 \gg 1$$

Or  $C_E \cdot \omega_0$



La condition (1) est assez difficile à réaliser :

Exemple:

$f=10$  Hz

$r=1$  k $\Omega$  ;  $\beta = 200$

$\Rightarrow C_E \gg 3$  mF

Un découplage parfait aux basses fréquences  $\Rightarrow$  des capacités chères !

### Influence de la capacité de découplage sur la réponse en fréquence

On a :

$$\overline{A_v} = \frac{A_{v0}}{1 + \frac{1+\beta}{r} \frac{R_E}{1 + j R_E \cdot C_E \cdot \omega}}$$

$$\overline{A_v} = \frac{A_{v0}}{1 + (1+\beta) \frac{R_E}{r}} \cdot \frac{1 + j \cdot R_E \cdot C_E \cdot \omega}{1 + \frac{j \cdot R_E \cdot C_E \cdot \omega}{1 + (1+\beta) \frac{R_E}{r}}}$$

$$= \frac{A_{v0}}{1 + (1+\beta) \frac{R_E}{r}} \cdot \frac{1 + j \cdot \omega / \omega_1}{1 + j \cdot \omega / \omega_2} \quad \text{avec} \quad \omega_1 = \frac{1}{R_E \cdot C_E} \quad \text{et} \quad \omega_2 = \frac{1 + (1+\beta) \frac{R_E}{r}}{R_E \cdot C_E}$$

$$|\overline{A_v}| = \frac{A_{v0}}{1 + (1+\beta) \frac{R_E}{r}} \sqrt{\frac{1 + \frac{\omega^2}{\omega_1^2}}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_2^2}}}$$

Lorsque  $\omega \gg \omega_2$ , le radical :

$$\frac{w_2}{w_1} = 1 + (1 + \beta) \frac{R_E}{r}$$

$$\left| \overline{A_v} \right| = - A_{v0}$$

Le montage se comporte comme un émetteur commun : le découplage est parfait !

Lorsque  $w \ll w_1$ , le radical tend vers 1 et donc :

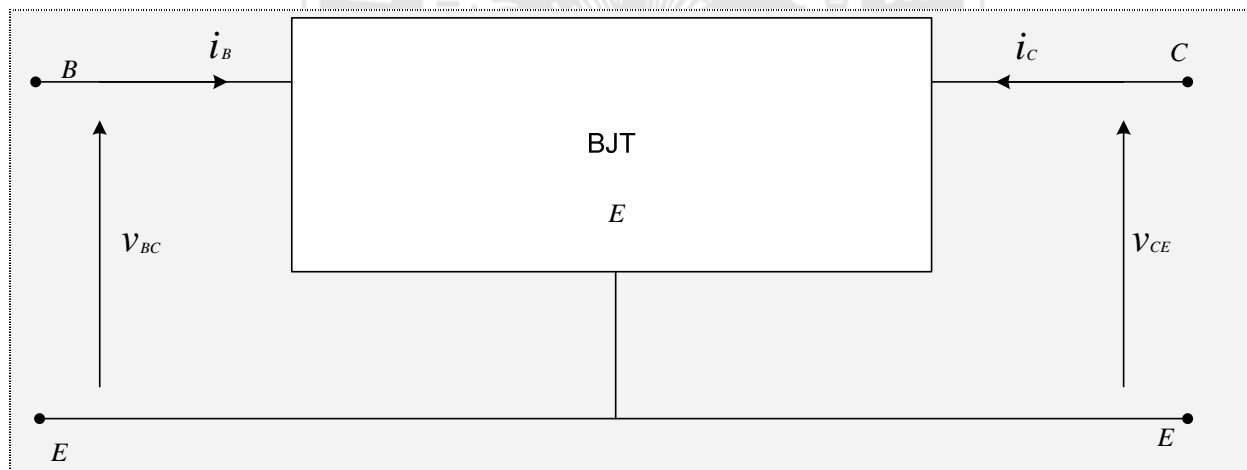
$$\left| \overline{A_v} \right| = \frac{-A_{v0}}{1 + (1 + \beta) \frac{R_E}{r}} = -A'_{v0} < -A_{v0}$$

Il y a diminution de l'amplification pour les pulsations basses, et le découplage est inexistant.

### 3.5.2. Montage collecteur commun et base commune d'un BJT

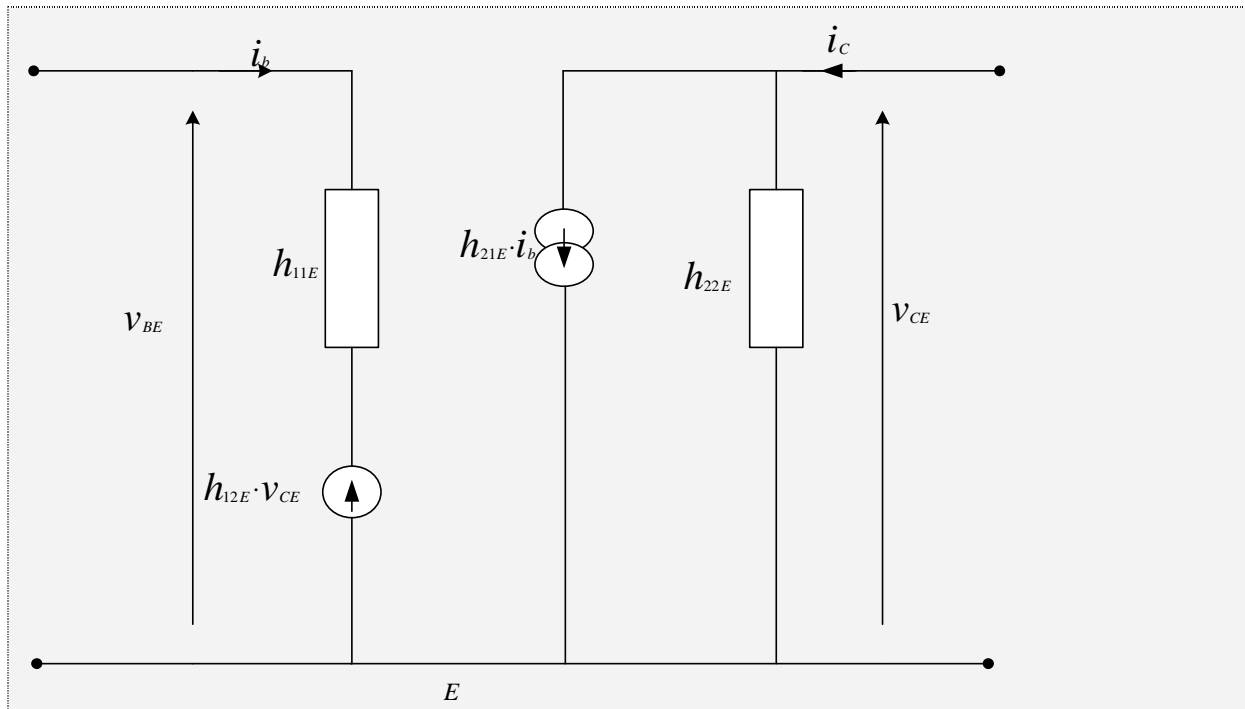
#### Rappel

Dans le montage émetteur commun, le transistor peut être assimilé à un tripôle.



Les grandeurs d'entrées sont  $V_{BE}$  et  $i_B$  ; celles de sortie sont :  $V_{CE}$  et  $i_C$

Dr. Alain Tiedeu



$$h_{11E} = \left( \frac{v_{BE}}{i_b} \right)_{v_{CE}=0}$$

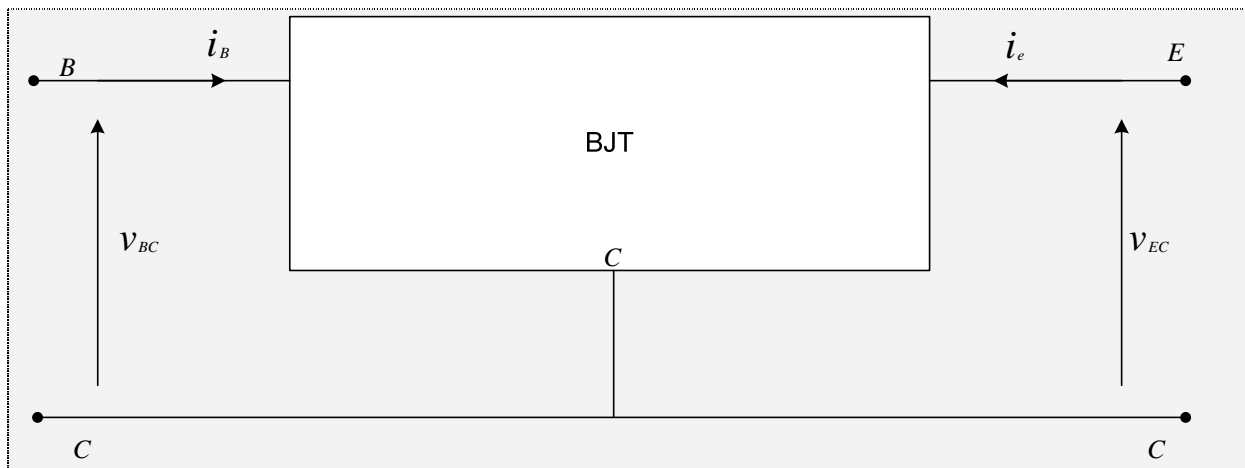
$$h_{21E} = \left( \frac{i_c}{i_b} \right)_{v_{CE}=0}$$

$$h_{12E} = \left( \frac{v_{BE}}{v_{CE}} \right)_{i_b=0}$$

$$h_{22E} = \left( \frac{i_c}{v_{CE}} \right)_{i_b=0}$$

Paramètres du montage collecteur commun

Dans le montage collecteur commun, les grandeurs d'entrées sont  $V_{BC}$  et  $i_B$  celles de sortie sont :  $V_{EC}$  et  $i_E$



$$h_{11C} = \left( \frac{v_{BC}}{i_b} \right)_{v_{EC}=0}$$

$$h_{12C} = \left( \frac{v_{BC}}{v_{EC}} \right)_{i_b=0}$$

$$h_{21C} = \left( \frac{i_e}{i_b} \right)_{v_{EC}=0}$$

$$h_{22C} = \left( \frac{i_e}{v_{EC}} \right)_{i_b=0}$$

Pour calculer ces grandeurs, on peut utiliser la méthode directe ou celle du calcul algébrique.

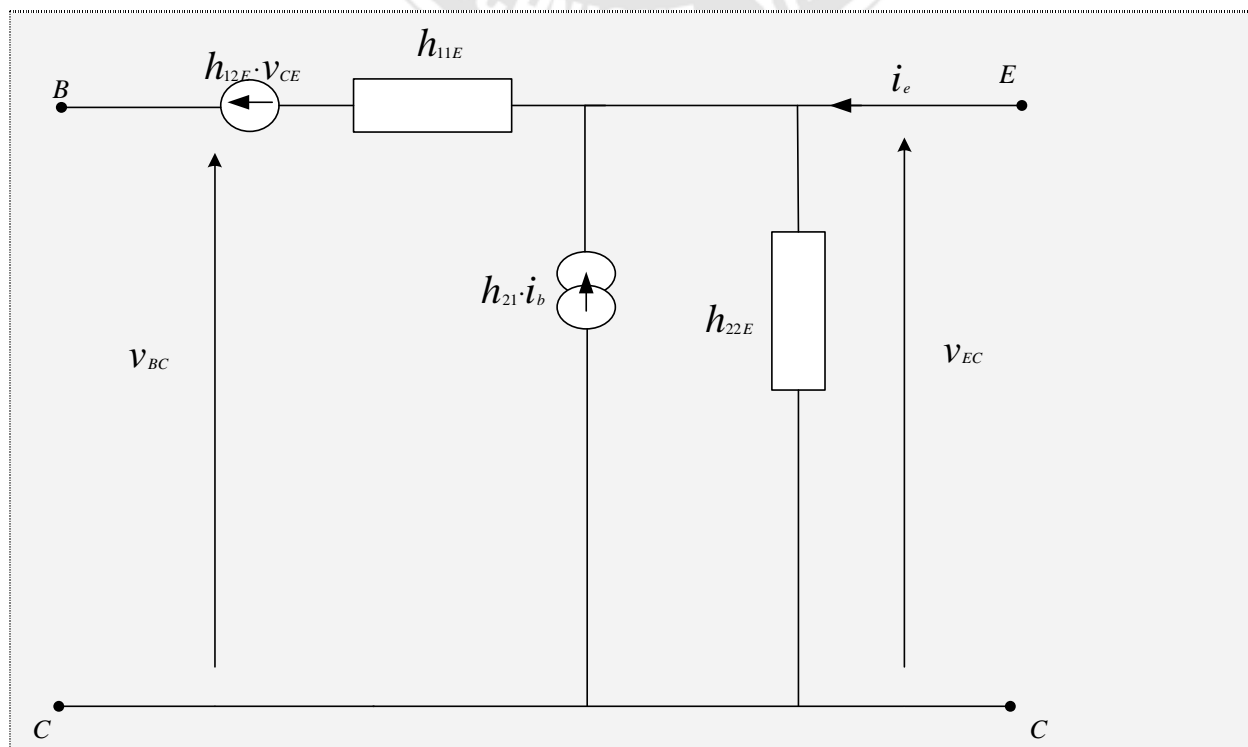
On arrive à :

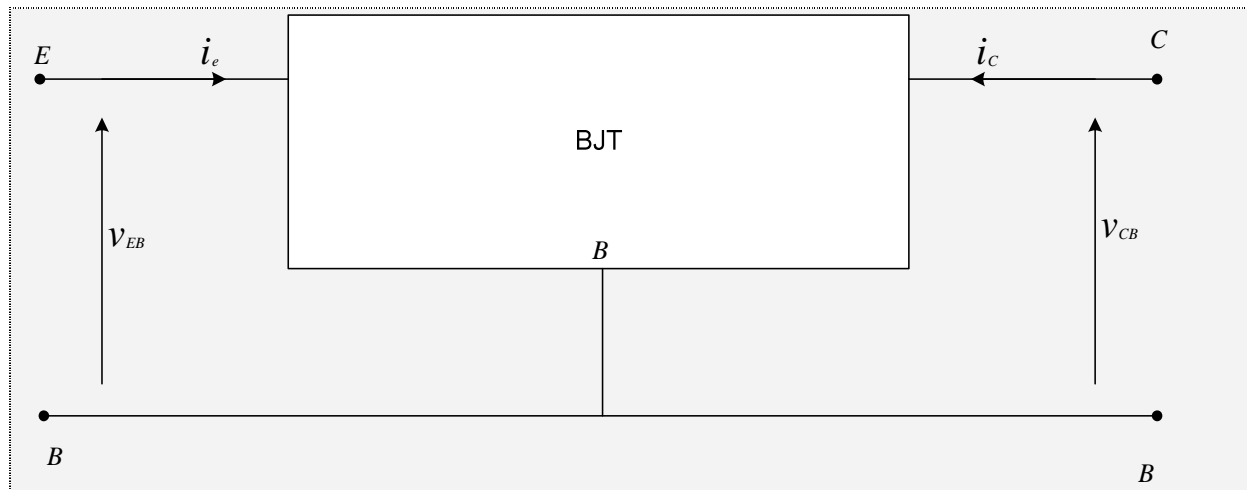
$$h_{11C} = h_{11E}$$

$$h_{12C} = 1 - h_{12E}$$

$$h_{21C} = -(1 + h_{21E})$$

$$h_{22C} = h_{22E}$$



**Paramètres du montage base commune**

$$h_{11B} = \left( \frac{v_{EB}}{i_e} \right)_{v_{CB}=0}$$

$$h_{12B} = \left( \frac{v_{EB}}{v_{CB}} \right)_{i_e=0}$$

$$h_{21B} = \left( \frac{i_c}{i_e} \right)_{v_{CB}=0}$$

$$h_{22B} = \left( \frac{i_c}{v_{CB}} \right)_{i_e=0}$$

Le calcul de ces grandeurs peut se faire de deux manières : la méthode directe et par définition.

On arrive à :

$$h_{11B} = \frac{h_{11E}}{(1 + h_{21E}) + h_{11E} \cdot h_{22E}}$$

$$h_{21B} = \frac{h_{21E} + h_{11E} \cdot h_{22E}}{h_{11E} \cdot h_{22E} + (1 + h_{21E})}$$

$$h_{12B} = \frac{h_{11E} \cdot h_{22E}}{h_{11E} \cdot h_{22E} + (1 + h_{21E})}$$

$$h_{22B} = \frac{h_{22E}}{h_{11E} \cdot h_{22E} + (1 + h_{21E})}$$

Le montage émetteur commun amplifie de façon importante en courant et en tension, c'est le plus utilisé.

Le montage collecteur commun n'amplifie pas en tension mais présente une très grande impédance d'entrée et une très faible impédance de sortie d'où son emploi fréquent en étage tampon ou en adaptateur d'impédance.

Le montage base commune n'amplifie pas en courant mais présente une grande amplification en tension (sans inverser le phase) , une faible impédance d'entrée et une grande impédance de sortie. Son utilisation se limite aux courants de haute fréquence.



## 4. AMPLIFICATEUR OPERATIONNEL ET APPLICATIONS

### 4.1. PROPRIETES DE L'AMPLIFICATEUR OPERATIONNEL

L'amplificateur opérationnel est obtenu par l'intégration sur un même substrat de transistors, de résistances et de diodes.

#### 4.1.1. Présentation.

L'AOP présente 2 entrées (E+: entrée non inverseuse, E-: entrée inverseuse) et une sortie.

La polarisation des transistors du circuit nécessite une alimentation continue extérieure symétrique: +Vcc, -Vcc, de l'ordre de 12 à 15v par les circuits intégrés usuels.

Sur les schémas que nous ferons, cette alimentation n'apparaîtra pas, par soucis de simplification. Mais il faut savoir qu'elle existe toujours.

Signalons que l'on peut considérer l'AOP comme formé:

- d'un amplificateur de différence (aussi symétrique que possible) qui amplifie la différence des tensions appliquées aux entrées E+ et E-;

- d'un amplificateur de tension intermédiaire

- d'un amplificateur de puissance final.

*Remarque: - les entrées E+ et E- sont notées simplement + et -*

Savoir qu'elle existe et que les tensions indiquées se rapportent à la masse.

La représentation d'un AOP est



#### 4.1.2. Paramètres fondamentaux

##### Gain différentiel en boucle ouverte

Si on applique une tension différente aux entrées inverseuse et non inverseuse, on obtient à la sortie  $V_s$  telle que  $V_s = \mu(V^+ + V^-)$ , soit:

$$\mu = \frac{V_s}{V^+ + V^-}$$

Le coefficient  $\mu$  tel que  $V_s = \mu(V^+ + V^-)$  est le gain différentiel de l'amplificateur.

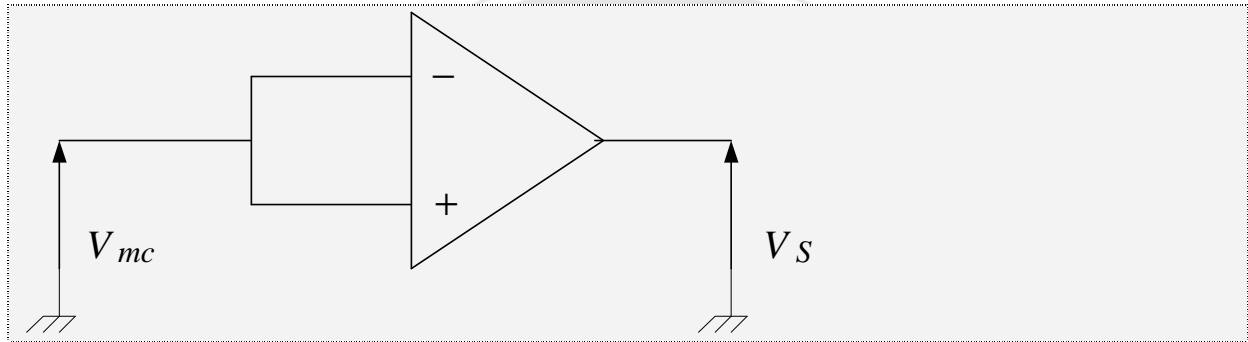
En régime sinusoïdal, c'est un nombre complexe. La valeur de  $|\mu|$  est souvent très élevée, du moins en BF.

### Gain en mode commun

Si l'AOP était parfait, il n'amplifierait que la différence de tension entre  $V^+$  et  $V^-$ . En effet, lorsqu'on court-circuite les entrées inverseuse et non inverseuse, la tension de sortie n'est pas nulle.

Si l'on applique aux deux entrées court-circuitées la même tension  $V_{mc}$  dite tension en mode commun, on obtient une tension de sortie  $V_s$  telle que:

$$V_s = \mu_{mc} \cdot V_{mc} \text{ Soit } \mu_{mc} = \frac{V_s}{V_{mc}}$$



- Le coefficient  $\mu_{mc}$  tel que  $V_s = \mu_{mc} \cdot V_{mc}$  est le gain en mode commun
- Le taux de rejection en mode commun est défini par:

$$T_{mc} = 20 \log \left| \frac{\mu}{\mu_{mc}} \right|$$

$T_{mc}$  est une grandeur caractéristique de l'AOP; il s'exprime en dB.

Selon les AOP,  $T_{mc}$  est de l'ordre de 70 à 110dB.

- Si  $V^+$  et  $V^-$  sont différents, on définit la tension en mode commun par:

$$V_{mc} = \frac{V^+ + V^-}{2}$$

Dans ce cas, la tension de sortie est :

$$V_s = \mu(V^+ - V^-) + \mu_{mc} \frac{V^+ + V^-}{2}$$

Ainsi,  $\mu_{mc} \frac{V^+ + V^-}{2}$  traduit l'imperfection de l'AOP.

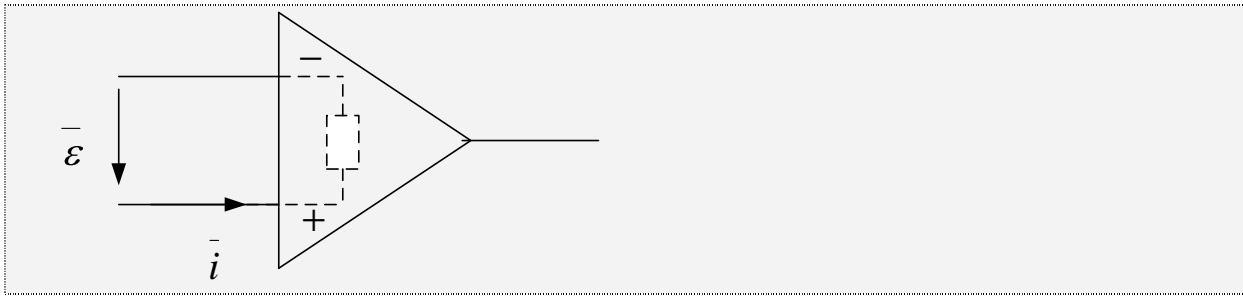
### Impédance d'entrée

L'impédance d'entrée est l'impédance que présente le circuit lorsqu'on se place du point de vue du dipôle d'entrée entre  $E^+$  et  $E^-$ .

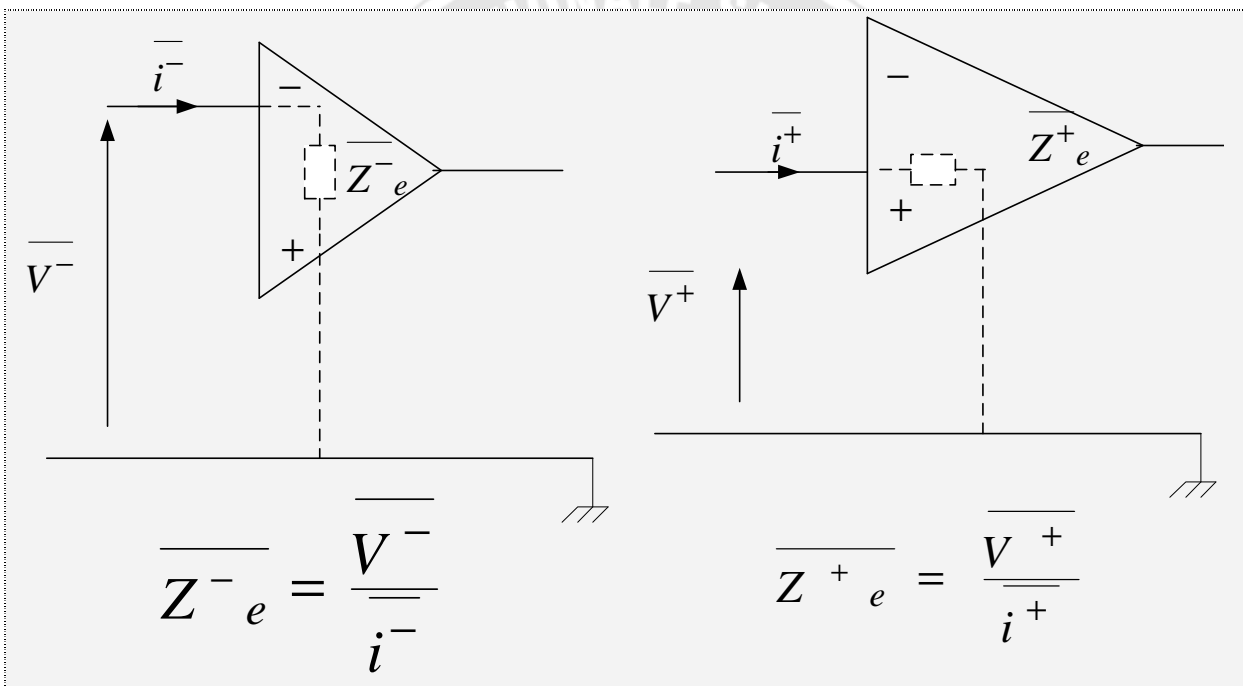
Si l'on applique une tension complexe  $\bar{\varepsilon}$  entre  $E^+$  et  $E^-$ , l'impédance d'entrée est définie par:

$$\bar{Z}_e = \frac{\bar{\varepsilon}}{i}$$





On définit aussi des impédances d'entrées en mode commun. Ce sont des impédances du circuit entre chaque entrée et la masse



Dans le cas d'un AOP parfaitement symétrique  $\bar{Z}_e^+ = \bar{Z}_e^-$

#### Remarque

L'ordre de grandeur de  $\bar{Z}_e$  est de 1 MΩ

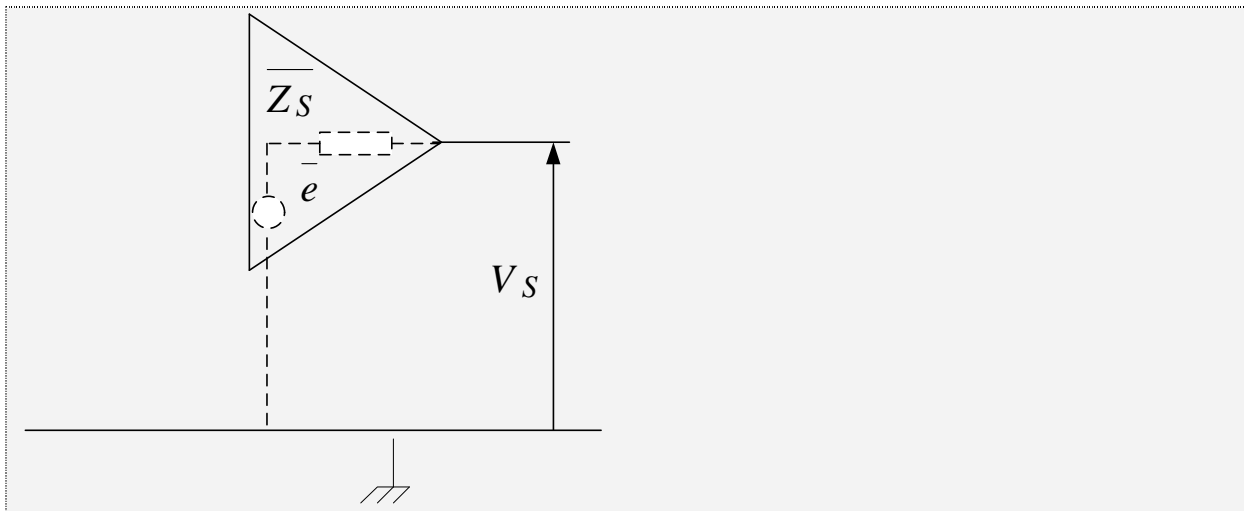
Les impédances d'entrées en mode commun sont beaucoup moins utilisés que l'impédance d'entrée différentielle

### Impédance de sortie

Lorsque l'AOP est alimenté par un système de tensions aux entrées E+ et E -, on obtient à la sortie une tension VS entre s et la masse.

Vu de la charge, le circuit est équivalent à un générateur de Thevenin de f.e.m  $\bar{e}$  et d'impédance  $\bar{Z}_s$ .

$\bar{Z}_s$  est l'impédance de sortie de l' AOP.

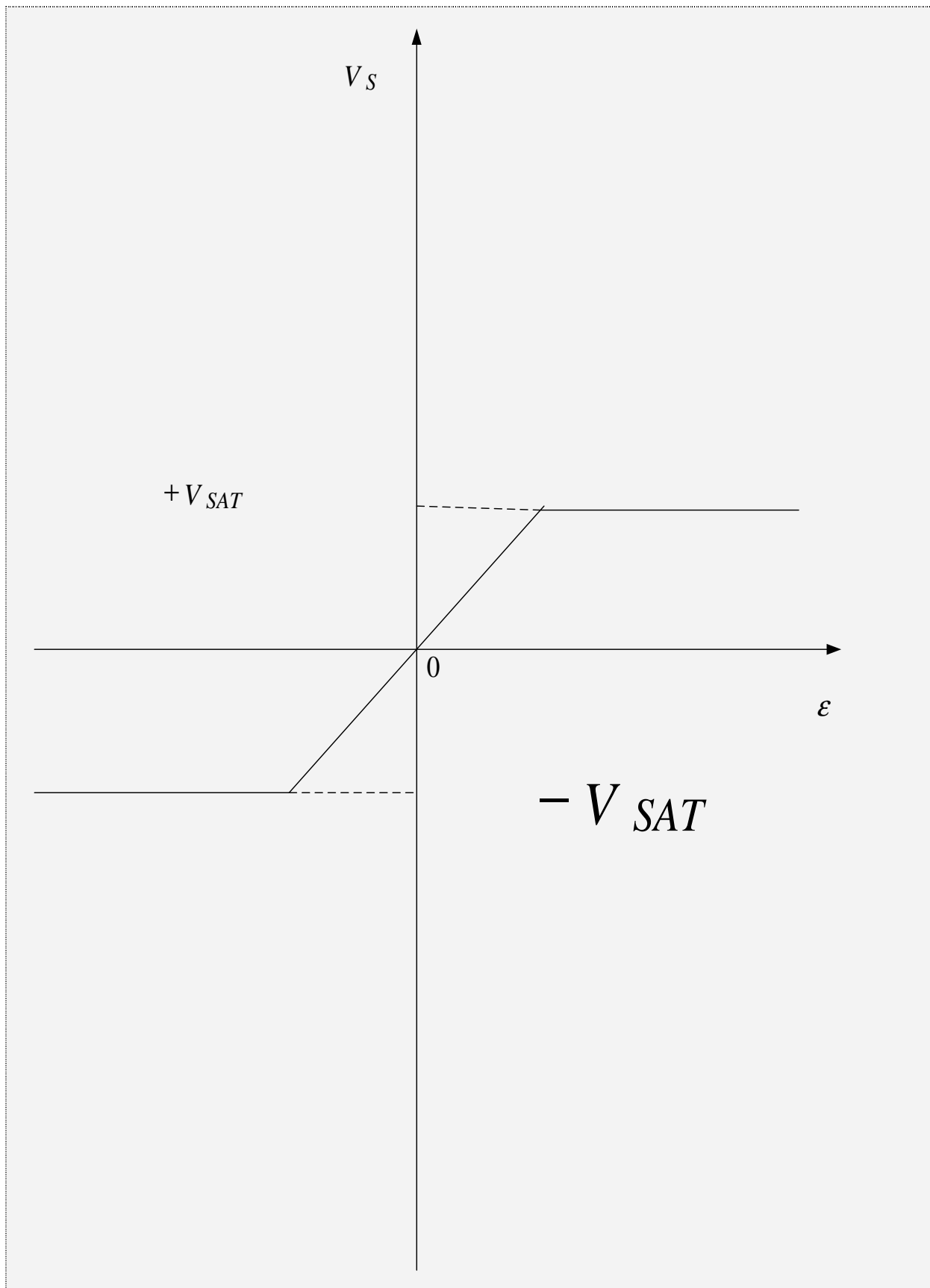
**Remarque :**

- $\bar{Z}_S$  est de l'ordre de quelques centaines d'ohms.
- $\bar{Z}_S$  peut être réel

**Caractéristique de transfert**

Du fait de la présence de transistors dans le circuit (AOP), la tension de sortie est comprise entre  $-V_{CC}$  et  $+V_{CC}$  quelque soit la tension  $\varepsilon = v_+ - v_-$  appliquée entre E+ et E-.

La caractéristique de transfert  $v_S = f(\varepsilon)$  de l'AOP se présente sous la forme suivante:



Elle présente une partie linéaire dans laquelle l'amplificateur a un fonctionnement linéaire et deux parties  $V_S = \pm V_{SAT}$  correspondant au régime de saturation. La valeur absolue de  $\pm V_{SAT}$  est très légèrement inférieure à  $V_{CC}$ .

**Dans la régime linéaire:**

$V_S = \mu \cdot \varepsilon$  est compris entre  $-V_{SAT}$  et  $+V_{SAT}$ .

$$\frac{-V_{SAT}}{\mu} \leq \varepsilon \leq \frac{V_{SAT}}{\mu}$$

Ceci n'est possible que si  $\mu$  est très élevé, le fonctionnement linéaire n'est possible que pour des valeurs très faibles de  $\varepsilon$ .

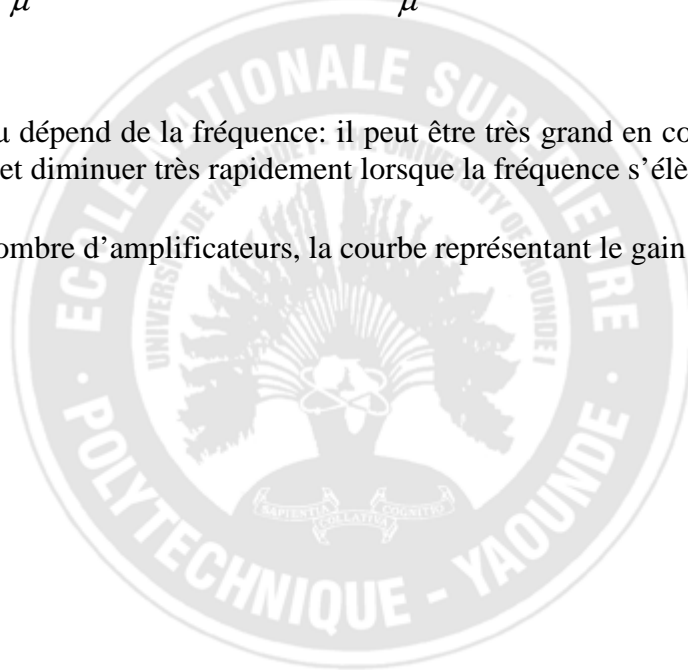
**Dans le régime saturé:**

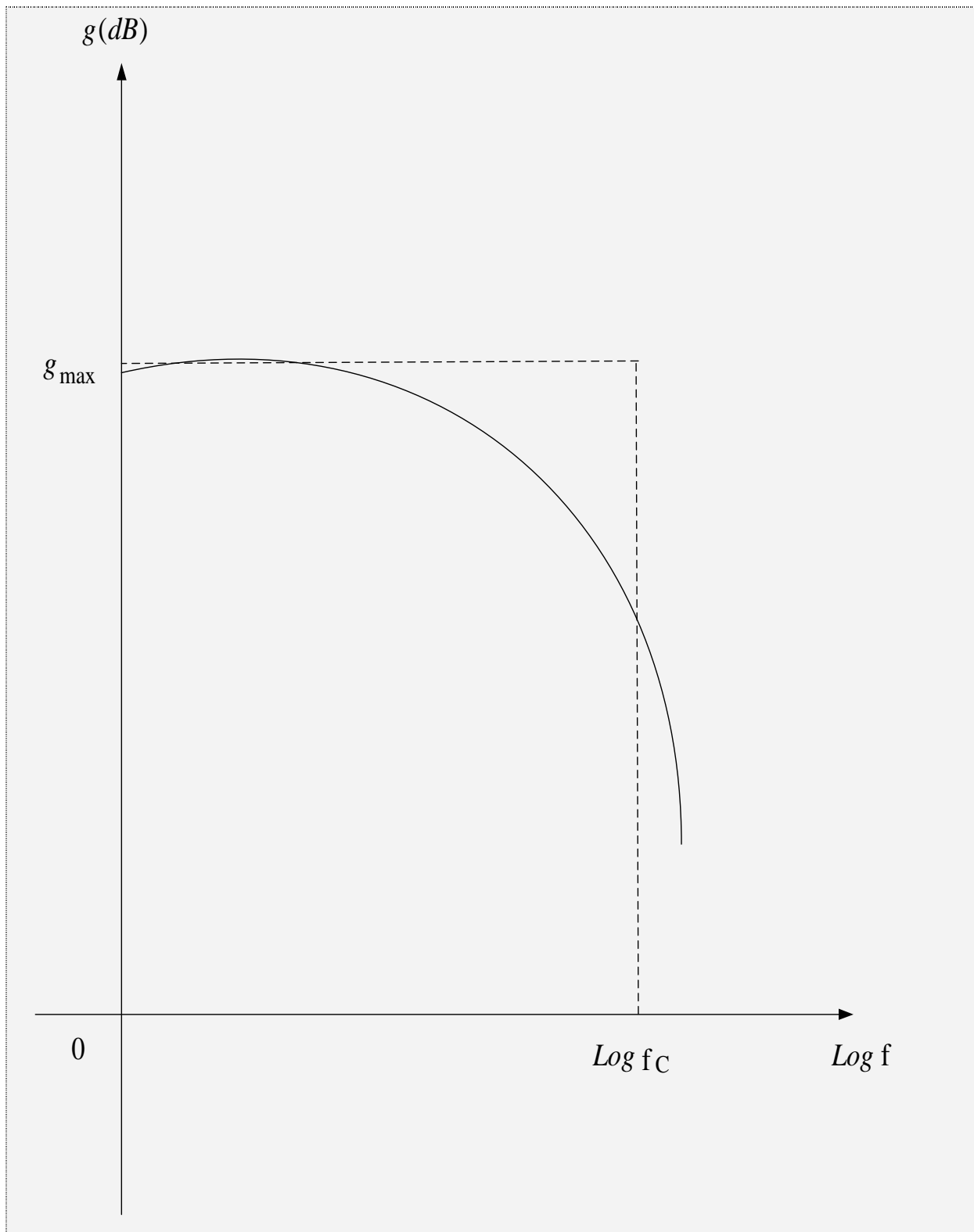
$$V_S = -V_{SAT} \text{ si } \varepsilon \leq -\frac{V_{SAT}}{\mu}, \text{ ou } V_S = +V_{SAT} \text{ si } \varepsilon \geq \frac{V_{SAT}}{\mu}$$

**Bande passante**

Le gain différentiel  $\mu$  dépend de la fréquence: il peut être très grand en courant continu ou en très basse fréquence et diminuer très rapidement lorsque la fréquence s'élève.

Pour un très grand nombre d'amplificateurs, la courbe représentant le gain  $g = 20 \text{ Log}|\mu|$  a l'allure ci-dessous:





L'amplification apparaît ainsi comme un filtre passe-bas présentant une fréquence de coupure supérieure  $f_c$ . La bande passante de l'amplificateur est donc :  $[0, f_c]$

*Remarque*

- La courbe de réponse  $g(f)$  ci-dessus montre que  $\bar{\mu}$  est une fonction de transfert du premier ordre

➤ En notation complexe, le gain différentiel en boucle ouverte s'écrit donc:

$$\bar{\mu} = \frac{\mu_0}{1 + j \frac{f}{f_c}} \quad \text{avec } g_{\text{Max}} = 20 \text{ Log} \mu_0$$

On caractérise l'amplificateur par son facteur de mérite, égal au produit du gain maximum  $\mu_0$  par la bande passante  $f_c$ . Plus le produit est élevé, meilleur est l'amplificateur.

### Vitesse de balayage

La vitesse de balayage caractérise la rapidité avec laquelle l'AOP répond à une modification du signal d'entrée.

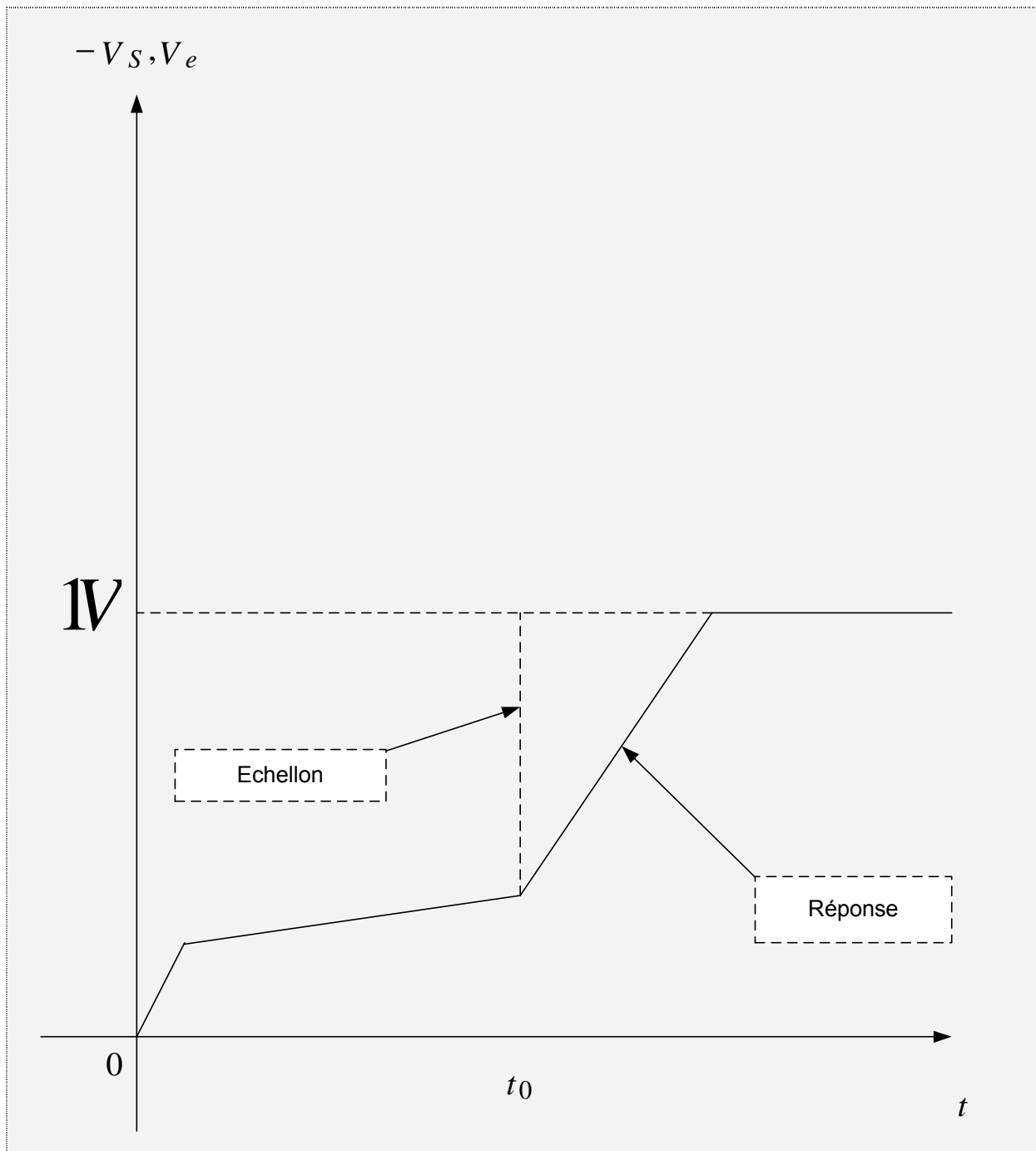
A un instant  $t_0$ , on applique à l'entrée une tension échelon et l'on mesure le temps au bout duquel la tension de sortie atteint sa valeur définitive.

En général, on mesure la perte pour un gain unité: c'est la vitesse de balayage. Elle s'exprime en  $V \cdot \mu S^{-1}$ .

Cette notion est très importante, car l'inertie apportée par l'amplificateur limite en pratique les fréquences admissibles

Soit  $s$  la pente en question :

$$s = \frac{dV_s}{dt}$$



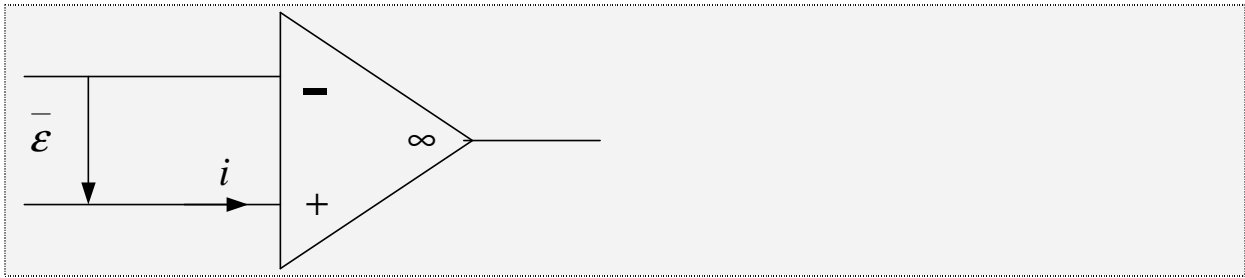
## 4.2. AMPLIFICATEUR OPERATIONNEL IDEAL

Un AOP est caractérisé par:

- Un gain différentiel  $\mu$  infini,
- Un taux de rejection en mode commun infini,
- Une impédance d'entrée différentielle  $Z_e$  infinie,
- Une impédance de sortie  $Z_s$  nulle,

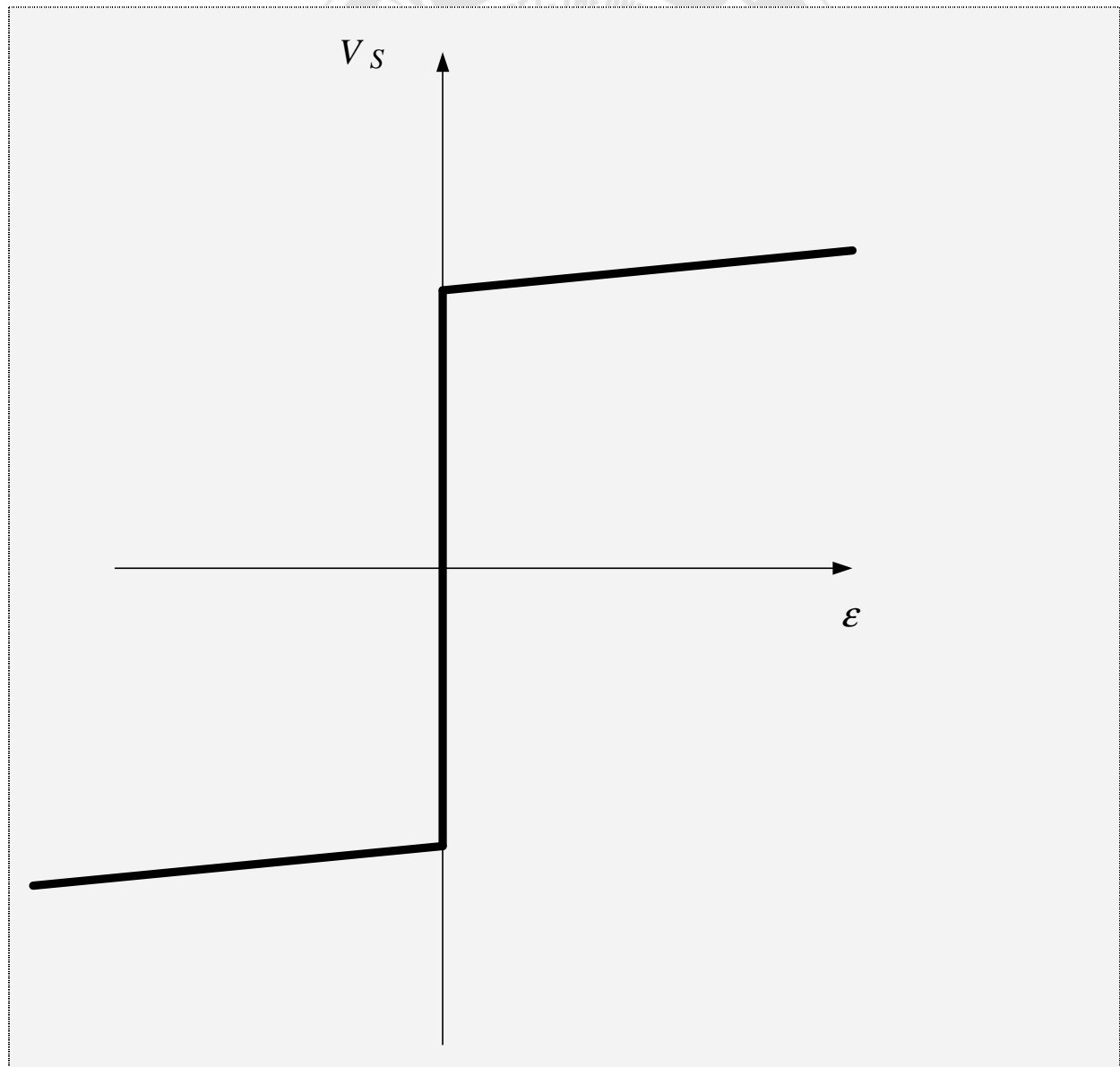
## 4.3. Une bande passante infinie.

Symbole de l'AOP idéal (ou parfait)



Puisque  $\bar{v}_s = \mu \bar{\varepsilon}$ , la tension de sortie  $V_s$  étant infinie,  $\bar{\varepsilon} = 0$

Puisque  $\bar{Z}_e$  est infinie, le courant  $i$  est nul  $\bar{i} = 0$ , la caractéristique de transfert est la suivante :



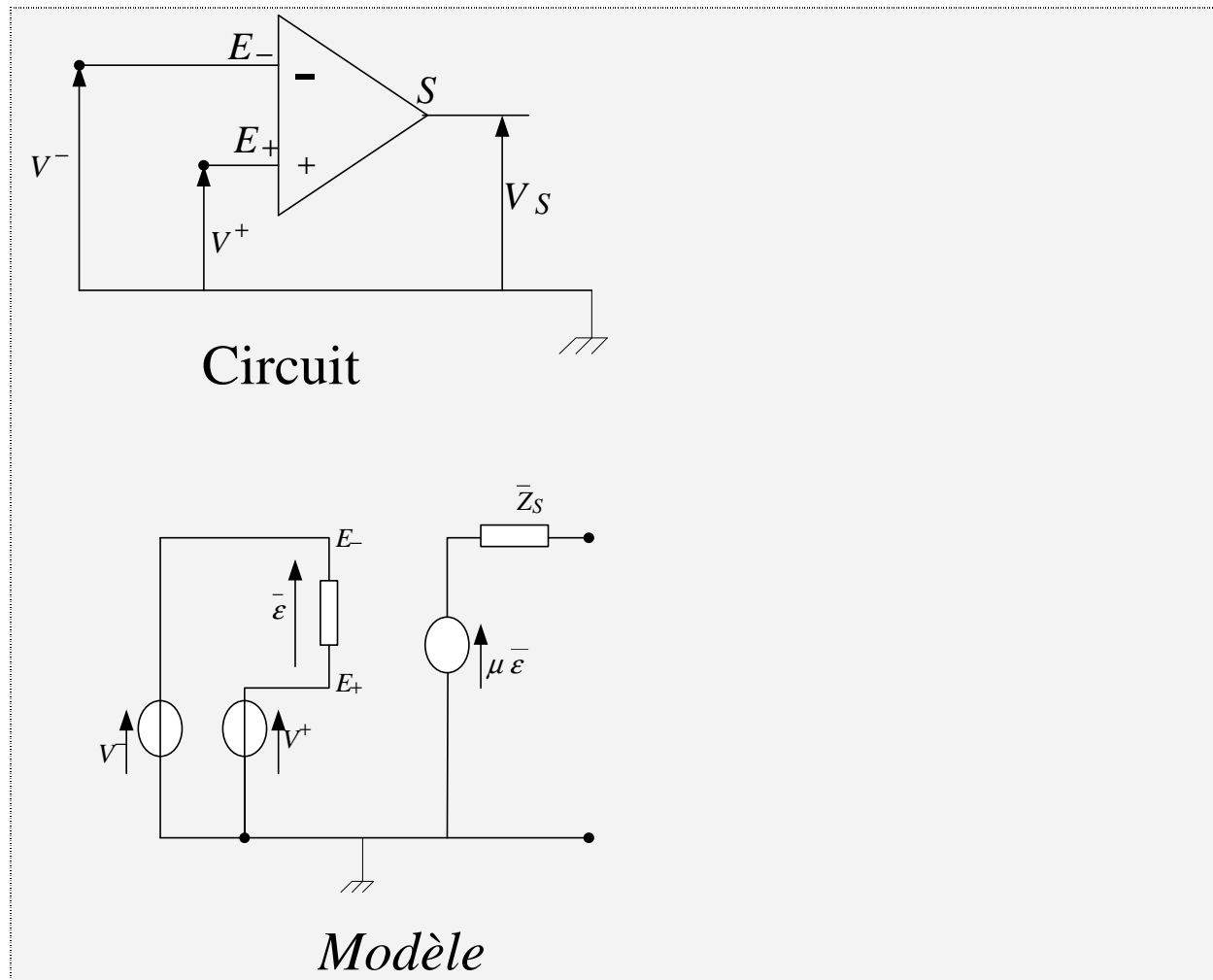
#### 4.4. MODELES DE L'AOP

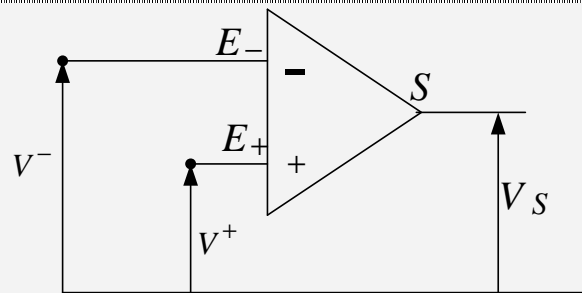
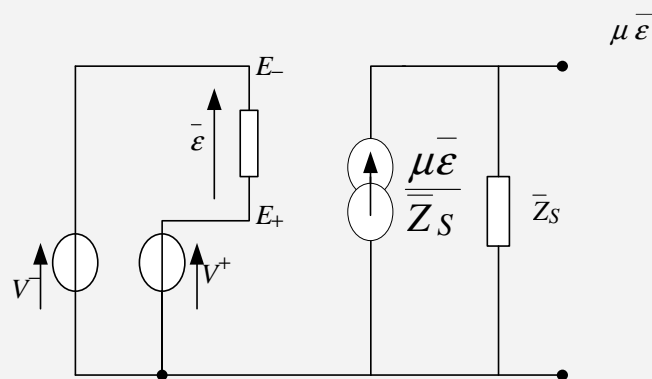
Dans le calcul des circuits à AOP, il est souvent commode d'utiliser des schémas équivalents qui modélisent l'ampli. Les modèles que nous présentons ici sont simples et ne prennent pas



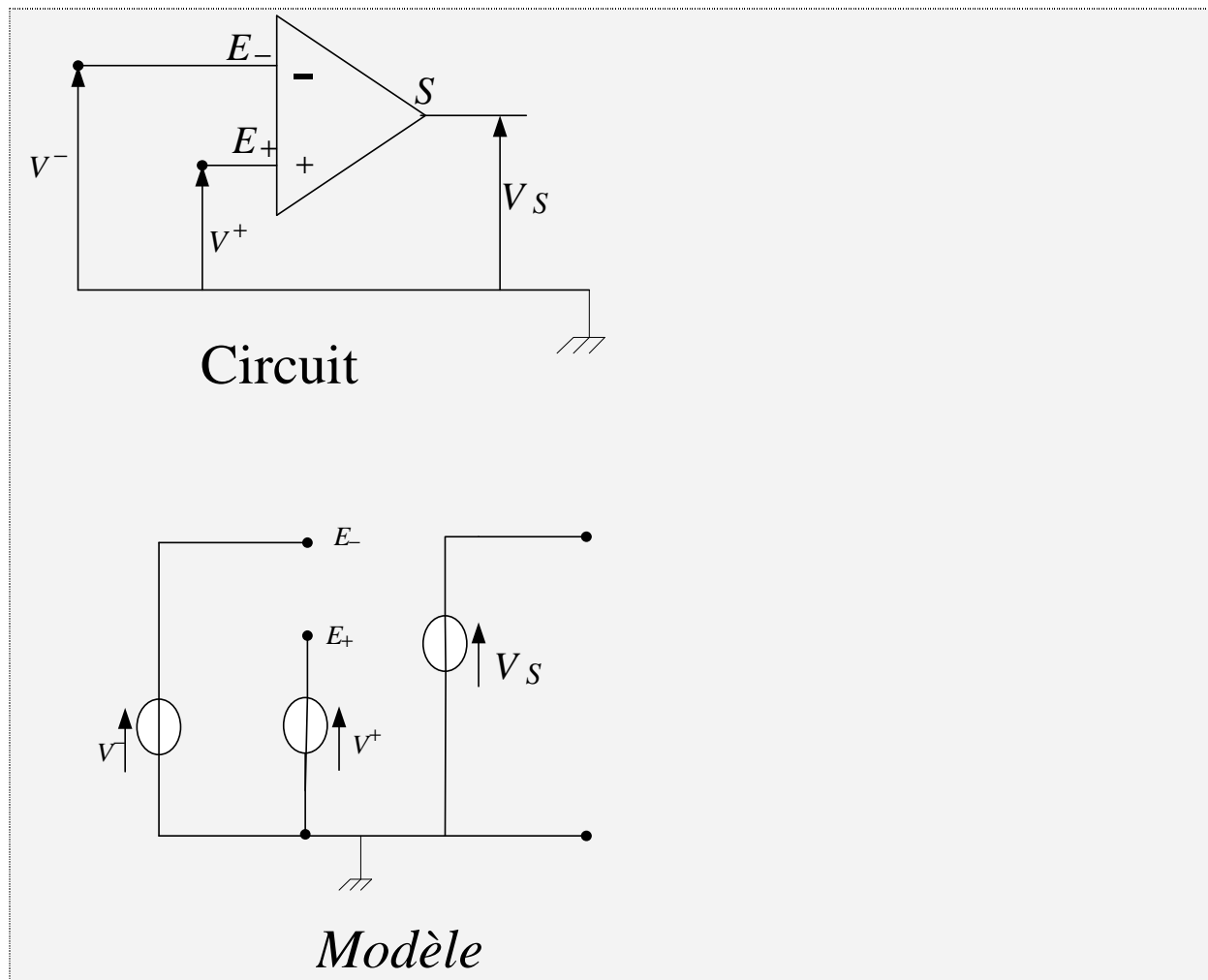
en compte les défauts tels que : la tension de décalage (ou tension d'offset), les courants de décalage, etc

#### 4.4.1. Modélisation avec générateur de Thévenin



**4.4.2. Modélisation avec générateur de Norton****Circuit***Modèle***4.4.3. Modélisation de l'AOP**

On peut simplifier les circuits ci-dessus. On aboutit à :



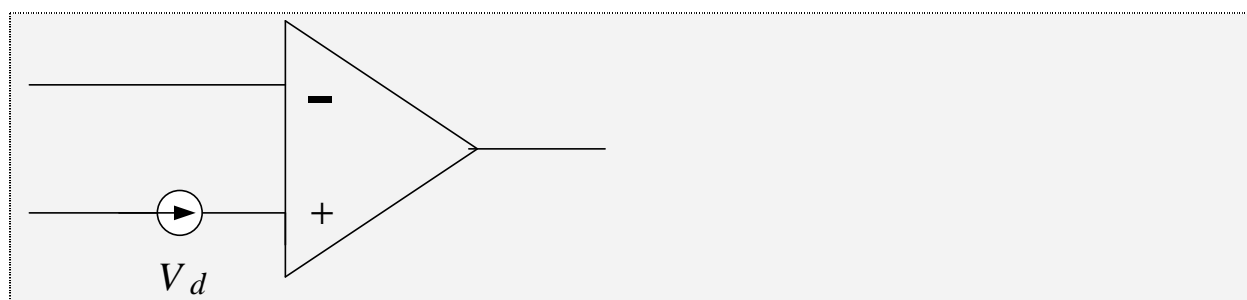
## 4.5. DEFAUTS DE L'AOP

L'expérience montre que si l'on n'applique aucune tension aux entrées  $+$  et  $-$ , il apparaît néanmoins  $V_S$  en sortie. Cette tension de sortie trouve son origine :

- Dans les dissymétries de l'amplificateur différentiel d'entrée ;
- Dans l'absence de condensateurs de découplage entre les générateurs et le circuit intégré puisque celui-ci doit être utilisé avec des tensions continue

### 4.5.1. Tension de décalage (ou tension d'offset)

Les deux entrées étant reliées à la masse,  $V_S$  n'est pas nulle. Ce défaut peut être schématisé par l'adjonction d'une tension de décalage  $V_d$  entre les deux entrées  $+$  et  $-$  ou, ce qui revient au même, d'un générateur délivrant une tension  $V_d$  sur l'entrée  $+$  (voir figure ci-dessous)



Cette tension de décalage est dite ramenée ou réduite à l'entrée. L'amplificateur ainsi modifié est alors considéré comme parfait (vu de + et -)

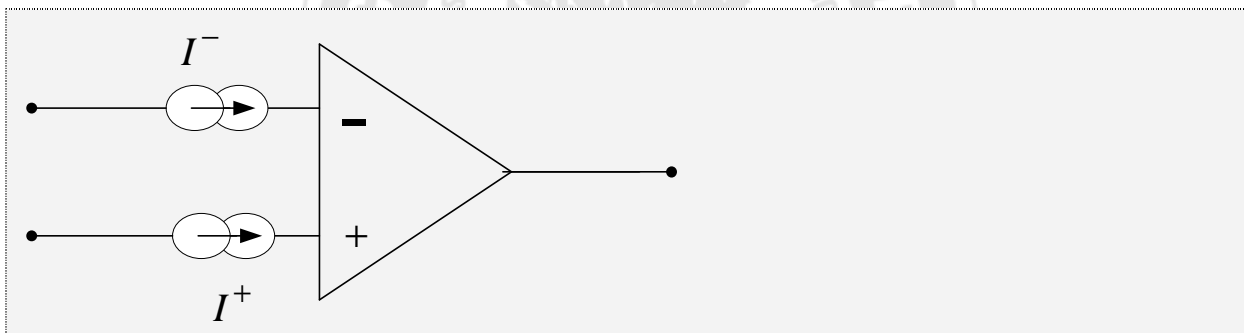
Selon les besoins on peut :

- Utiliser un circuit intégré (CI) compensé intérieurement par le fabricant ; la tension de décalage réduite à l'entrée est alors très faible
- Compenser le CI en appliquant une tension correctrice convenable entre les deux entrées
- Compenser le CI par un montage extérieur utilisant les deux bornes prévues à cet effet.

#### 4.5.2. Courant de décalage

Les circuits des entrées + et - sont parcourus par des courants qui sont les courants de polarisation des bases des transistors de l'étage d'entrée.

On schématise ces défauts par des générateurs de courants délivrant  $I^+$  et  $I^-$ . ces générateurs débitent dans un amplificateur, alors supposé idéal (vu de + et -) :



Si  $R^+$  et  $R^-$  sont les résistances des circuits des entrées + et - ces courants de décalage créent en sortie une tension :  $v_{sd} = \mu [R^+ \cdot I^+ - R^- \cdot I^-]$

On appelle :

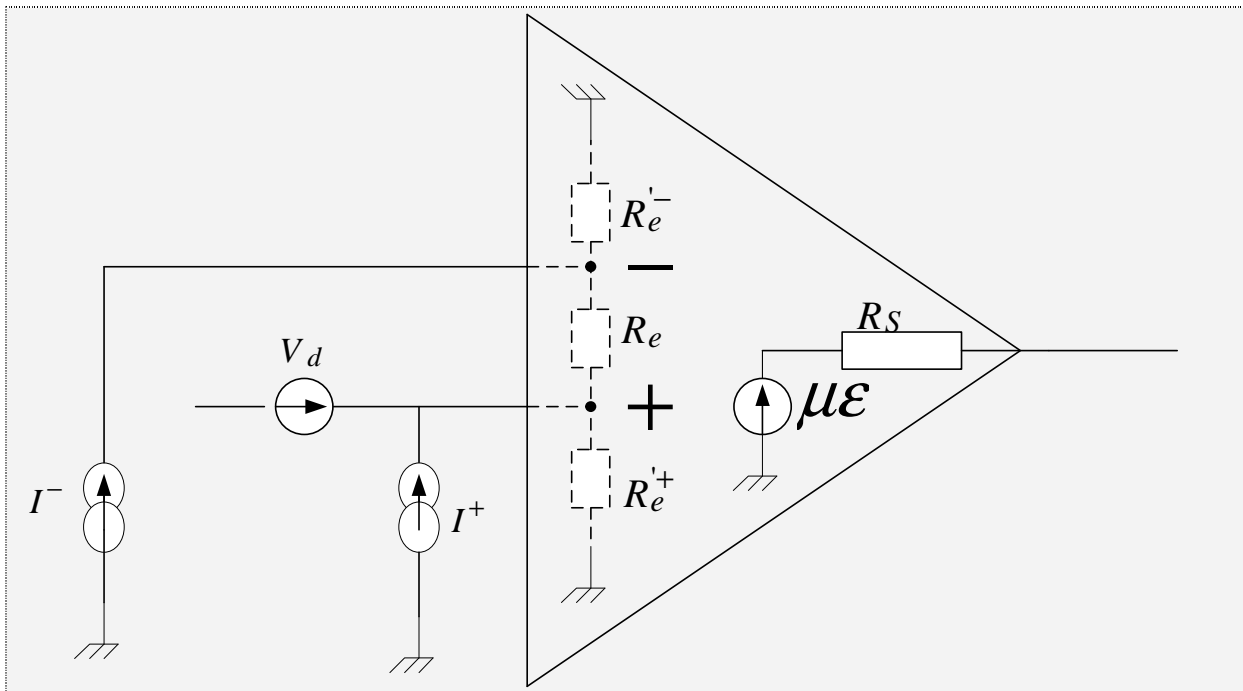
- Courant de polarisation d'entrée  $I_p = \frac{I^+ + I^-}{2}$
- Courant résiduel d'entrée (ou courant de différence) :  $I_d = |I^+ - I^-|$

*Remarque :*

Les notices donnent les valeurs maximales de  $I_p$  et  $I_d$ .

#### 4.5.3. Modèle modifié de l'AOP

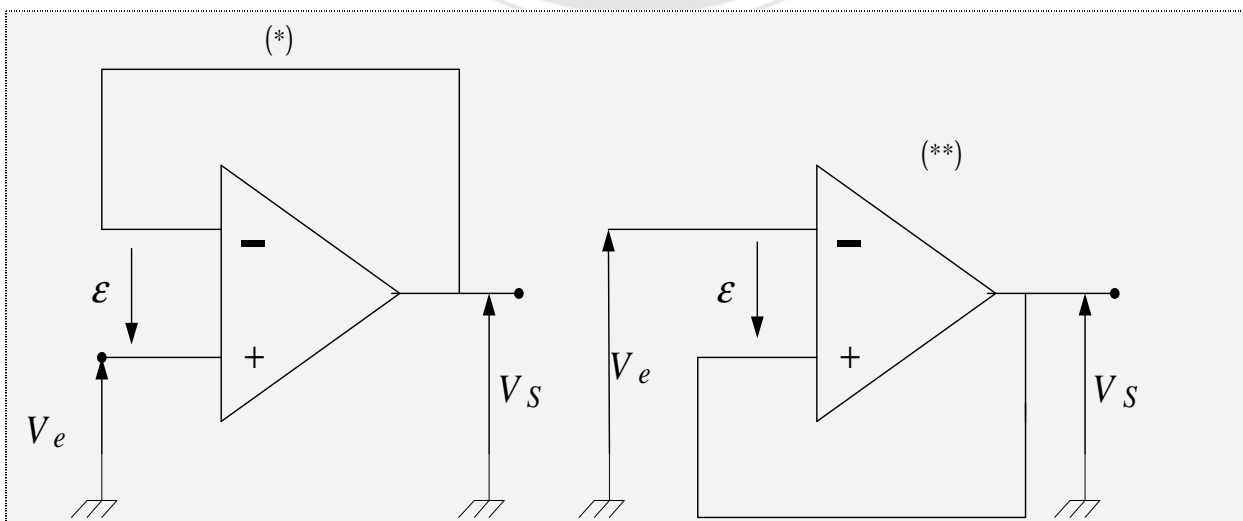
Compte tenu de ce que nous avons vu ci-dessus, on peut modéliser l'amplification opérationnel réel par :



#### 4.6. MONTAGES FONDAMENTAUX A AOP EN REGIME LINEAIRE

Nous allons travailler ici en régime linéaire i.e hors blocage et nous allons négliger la tension de décalage et les courants de décalage.

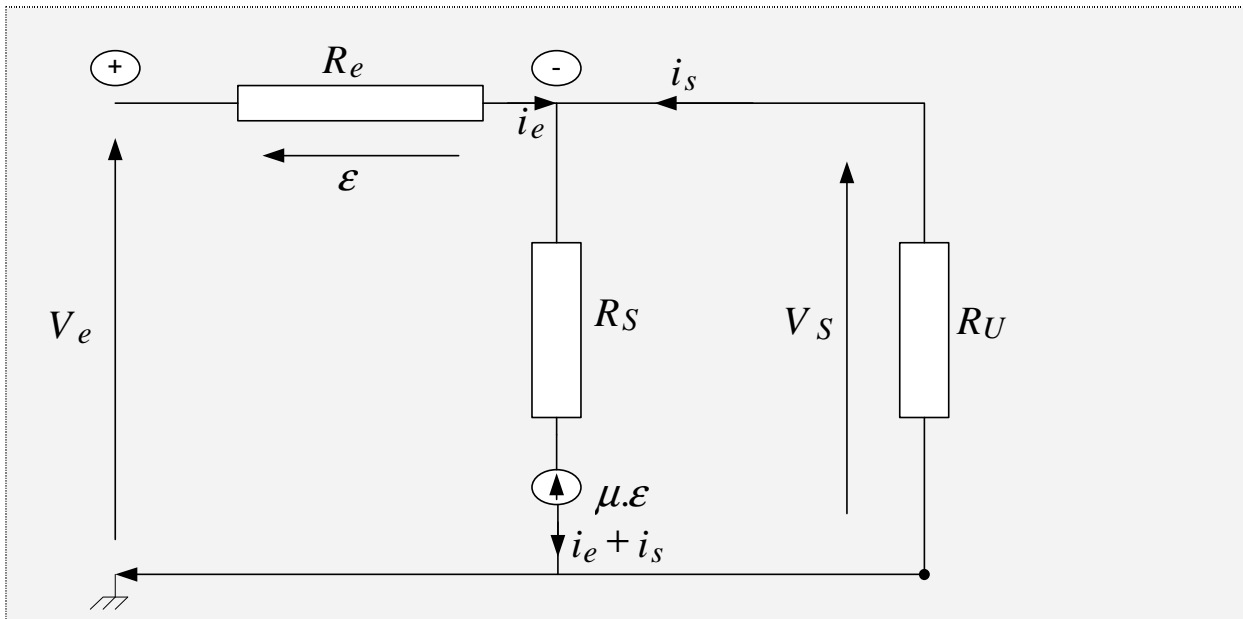
##### 4.6.1. Montage suiveur



##### (\*) AOP idéal

$$V_S - V_e = 0 \Rightarrow V_S = V_e$$

##### AOP réel



On a pour l'AOP réel :

$$\begin{cases} V_e = V_S + \varepsilon \\ V_S = \mu \cdot \varepsilon + R_S (i_s + i_e) \\ \varepsilon = R_e i_e \\ V_S = -R_U i_s \end{cases}$$

On parvient à :

$$V_e = V_S \left( \frac{\mu + R_S/R_e + 1 + R_S/R_U}{\mu + R_S/R_e} \right)$$

$$\frac{V_S}{V_e} = A_v$$

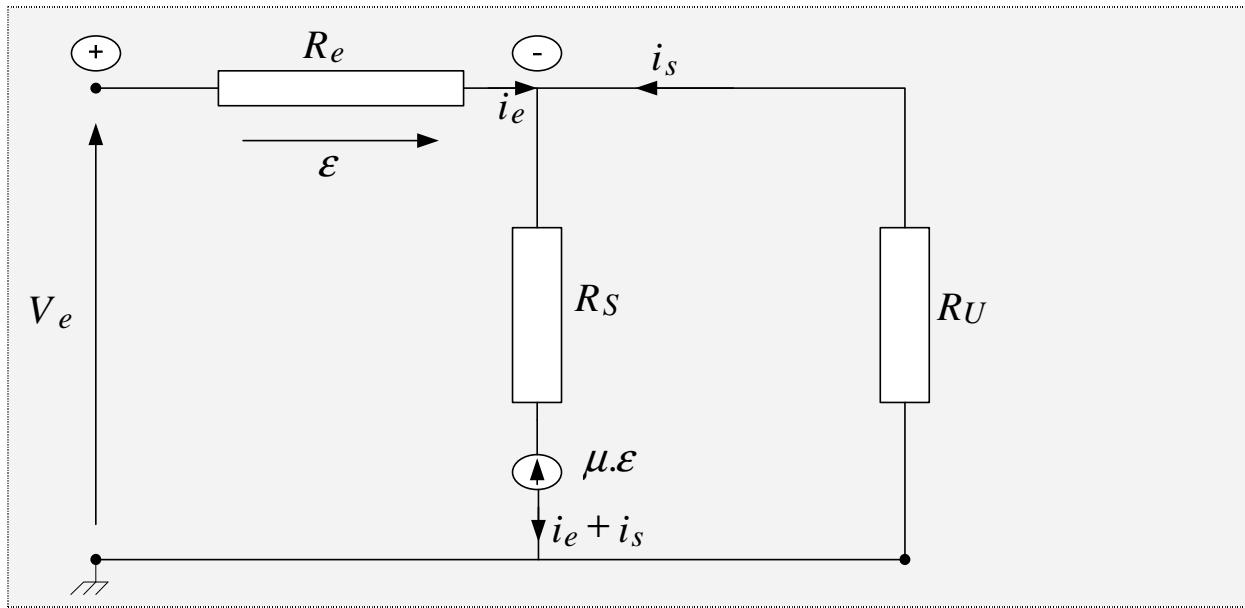
$$\Rightarrow A_v = \frac{\mu + R_S/R_e}{\mu + 1 + R_S/R_e + R_S/R_U}$$

La résistance d'entrée est toujours très grande,  $\mu$  est également très grand et  $R_S$  très faible, donc  $A_v \approx 1$

#### **(\*\*)AOP idéal**

$$V_S - V_e = 0 \Rightarrow V_S = V_e$$

#### **AOP réel**



$$V_s = \varepsilon + V_e$$

$$V_s = \mu \cdot \varepsilon + R_s(i_e + i_s)$$

$$\varepsilon = -R_e i_e$$

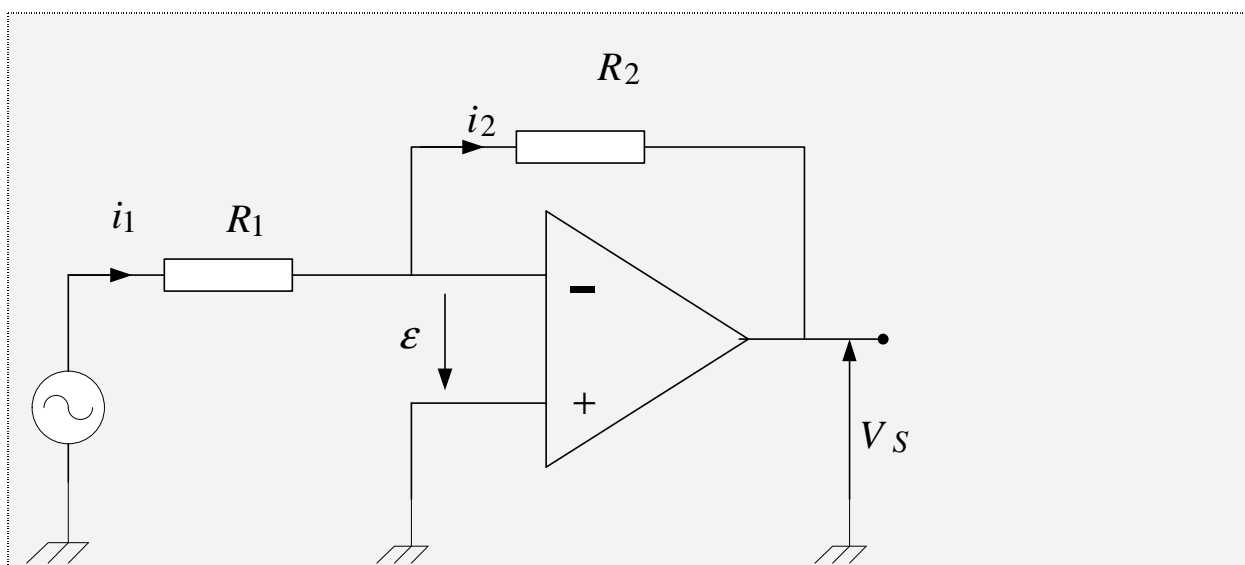
$$V_s = -R_u i_s$$

$$\Rightarrow A_v = \frac{V_s}{V_e} = \frac{\mu - R_s/R_e}{\mu - 1 - R_s/R_e - R_s/R_u}$$

Etant donné les valeurs de  $\mu$ ,  $R_s$  et  $R_e$  :  $AV \approx 1$ .

#### 4.6.2. AMPLIFICATEUR DE TENSION

##### Montage inverseur



Les intensités entrant dans l'amplificateur opérationnel sont nulles.

$$V_s = e - (R_1 + R_2)i_1$$

Par ailleurs 
$$e - R_1 i_1 = -\varepsilon = -\frac{V_s}{\mu} \text{ d'où}$$

$$e \left( -\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) = v_s \left( \frac{1}{\mu} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \quad \text{même si l'AOP n'est pas idéal, } \mu \text{ est très grand d'où } -R_2 \cdot e \approx R_1 \cdot v_s$$

D'où 
$$A_s = \frac{v_s}{e} = -\frac{R_2}{R_1}$$

**Remarque:**

➤  $V_s$  déphasée de  $\Pi$  par rapport à  $V_e$

➤ Impédance d'entrée du circuit est :  $R_1 = \frac{e}{i_1}$

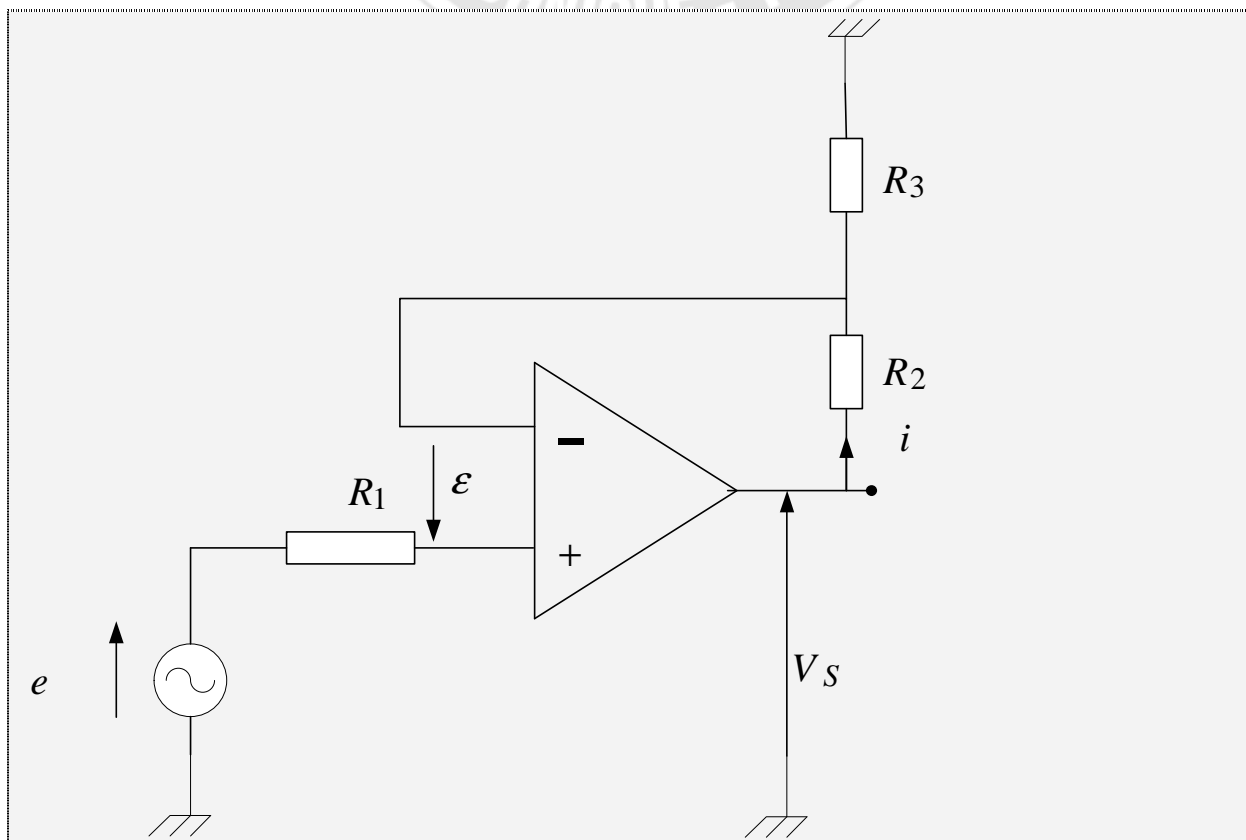
➤ Impédance de sortie presque nulle

➤ On sait que :

$|v_s| \leq v_{SAT}$  (régime linéaire), ce qui impose :

$$e \leq \frac{v_{SAT}}{|A_v|} = v_{SAT} \frac{R_1}{R_2}$$

Montage non inverseur



Le courant à l'entrée étant nul,  $R_1$  est traversé par un courant nul. On suppose l'AOP idéal :



$$v_s = (R_2 + R_3)i$$

$$e = R_1 i + \varepsilon \quad (\text{avec } \varepsilon = 0)$$

$$\frac{v_s}{e} = \frac{R_2 + R_3}{R_1}$$

$$\Rightarrow A_v = \frac{R_2 + R_3}{R_1}$$

#### Remarque

- $V_s$  en phase avec  $e$  d'où l'appellation d'entrée non inverseuse.
- Si  $e$  est sinusoïdal,  $v_s$  l'est aussi.

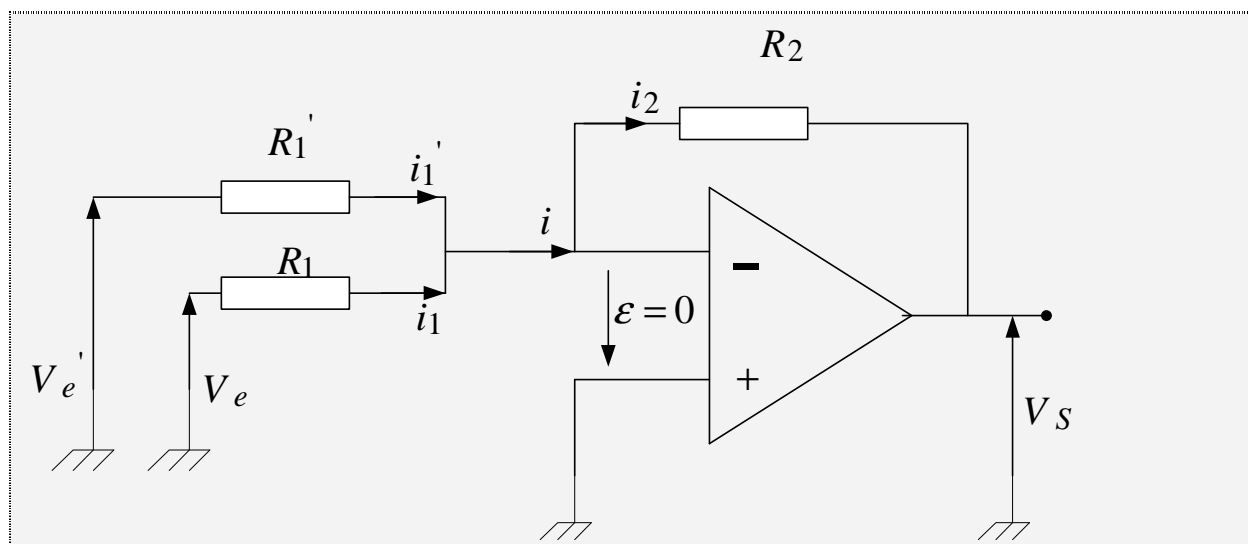
$$\text{On doit avoir } |v_s| \leq v_{SAT} = \frac{v_{SAT} \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

#### 4.6.3. Montage sommateur

La somme sert à réaliser l'addition de plusieurs tensions, envoyées simultanément sur la même entrée de l'AOP.

La sommation peut se réaliser avec ou sans inversion. On suppose les AOP idéaux dans les calculs.

#### Sommateur inverseur



$$v_s = -R_2 \left( \frac{v_{e'}}{R_1'} + \frac{v_e}{R_1} \right)$$

si  $R_2 = R_1 = R_1'$ , on a :

$$v_s = -(v_{e'} + v_e)$$

Le circuit réalise donc la somme de deux tensions à l'entrée et les déphase de  $\Pi$

### Remarque

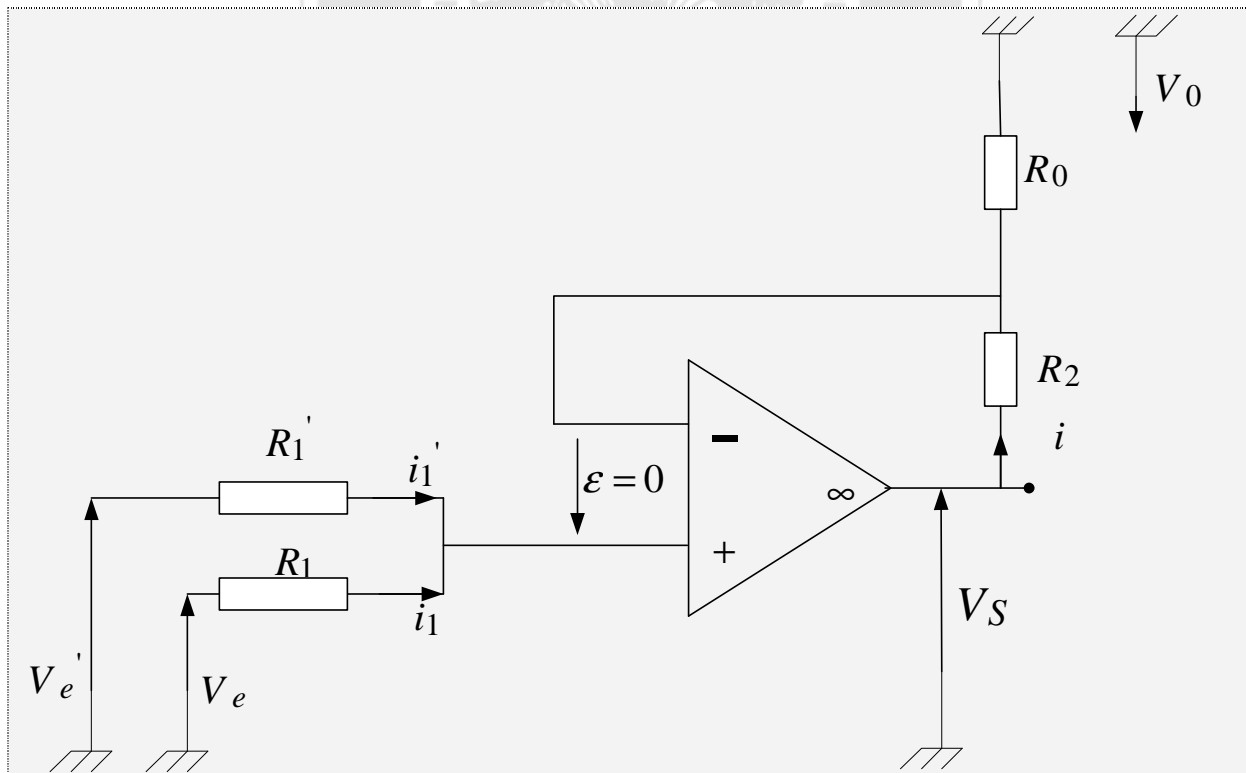
- Les calculs ci-dessus sont valables dans le cas où un nombre quelconque de tensions est appliqué à l'entrée –

$$V_s = -R_2 \sum \frac{V_{ei}}{R_{1i}} \text{ Pour } i = 1(1) n$$

- Pour que le fonctionnement soit linéaire, il faut  $|V_s| \leq V_{SAT}$ . Ce qui impose à l'entrée

$$\sum_i \frac{V_{ei}}{R_{1i}} \leq \frac{V_{SAT}}{R_2}$$

### Sommeur non inverseur



$$i_1 + i_1' = 0 \quad (1)$$

$$v_0 = \frac{R_0}{R_0 + R_2} v_s \quad (2) \text{ puisque le même courant parcourt } R_0 \text{ et } R_2$$

$$v_e - R_1 \cdot i_1 = v_0 \quad \text{d'où } i_1 = \frac{v_e - v_0}{R_1}$$

$$v_e' - R_1' \cdot i_1' = v_0 \quad \text{d'où } i_1' = \frac{v_e' - v_0}{R_1'}$$

$$(1) \text{ implique: } \frac{v_e - v_0}{R_1} + \frac{v_e' - v_0}{R_1'} = 0$$

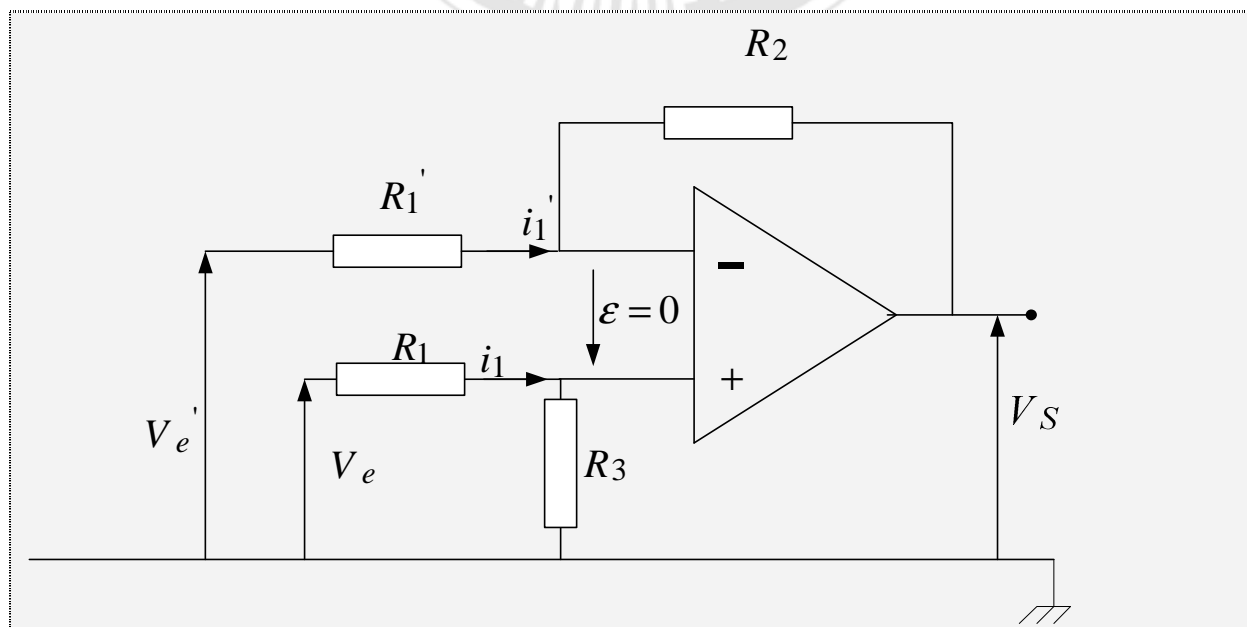
$$\text{et (2) entraîne alors } \frac{v_e}{R_1} + \frac{v_e'}{R_1'} = \frac{R_0}{R_0 + R_2} v_s \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1'} \right) \text{ d'où}$$

$$v_s = \frac{R_0 + R_2}{R_0} \frac{R_1 \cdot R_1'}{R_1 + R_1'} \left( \frac{v_e}{R_1} + \frac{v_e'}{R_1'} \right)$$

$$\text{si } R_1 = R_1' \text{ alors } v_s = \frac{R_0 + R_2}{2R_0} (v_e + v_e')$$

$$\text{si de plus } R_2 = R_0 ; v_s = (v_e + v_e')$$

#### 4.6.4. Soustracteur



**AOP supposé idéal**

$$v^+ = v_e - R_1 \cdot i_1 \text{ et } v^- = v'_e - R'_1 \cdot i'_1$$

$$v^+ = R_3 \cdot i_1 \text{ donc } i_1 = \frac{v_e}{R_1 + R_3} \quad (1)$$

$$v_s = v^- - R_2 \cdot i'_1 \quad (2)$$

comme  $\varepsilon = 0$ ,  $v^+ = v^-$  et on a

$$R_3 i_1 = v'_e - R'_1 \cdot i'_1 \text{ d'où } i'_1 = \frac{v'_e}{R'_1} - \frac{R_3}{R'_1} i_1 = \frac{v'_e}{R'_1} - \frac{R_3}{R'_1} \frac{v_e}{R_1 + R_3}$$

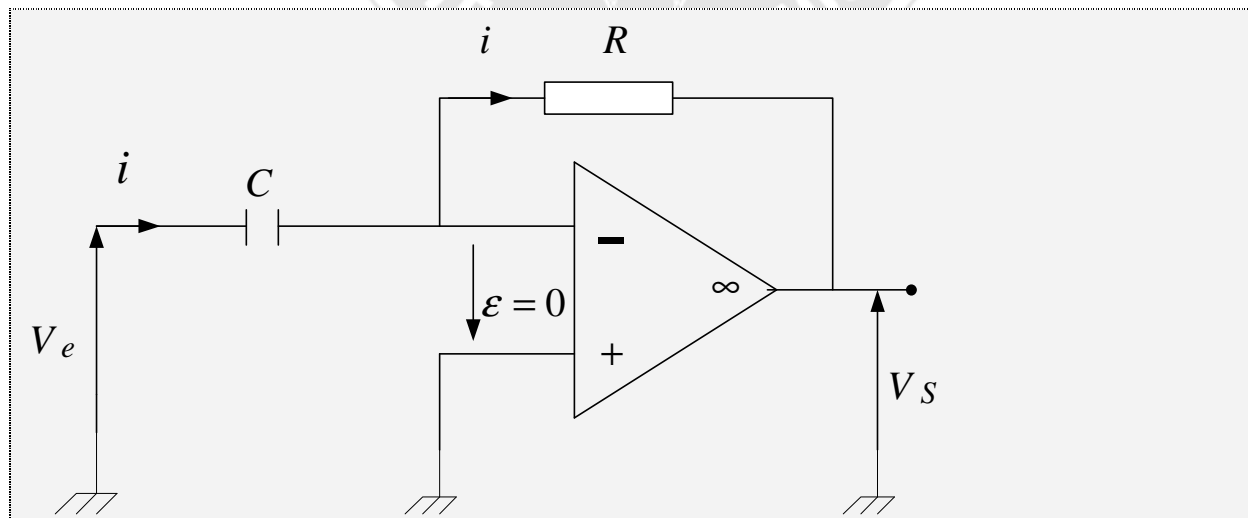
$$(1) \text{ et } (2) \text{ entrainne : } v_s = v_e \frac{R_3 (R'_1 + R_2)}{R'_1 (R_1 + R_3)} - \frac{R_2}{R'_1} v'_e$$

\* choix des résistances tel que  $\frac{R_2}{R'_1} = \frac{R_3}{R_1} = k$ , on obtient

$$v_s = v_e \frac{R_3 R'_1 (1+k)}{R'_1 R_3 \left(1 + \frac{1}{k}\right)} - K v'_e = K (v_e - v'_e)$$

#### 4.6.5. Dérivateur

Soit



AOP idéal

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dv_c}{dt}$$

$$\begin{cases} v_c = v_e \\ v_s = -Ri = -R.C \frac{dv_c}{dt} = -R.C \frac{dv_e}{dt} \end{cases}$$

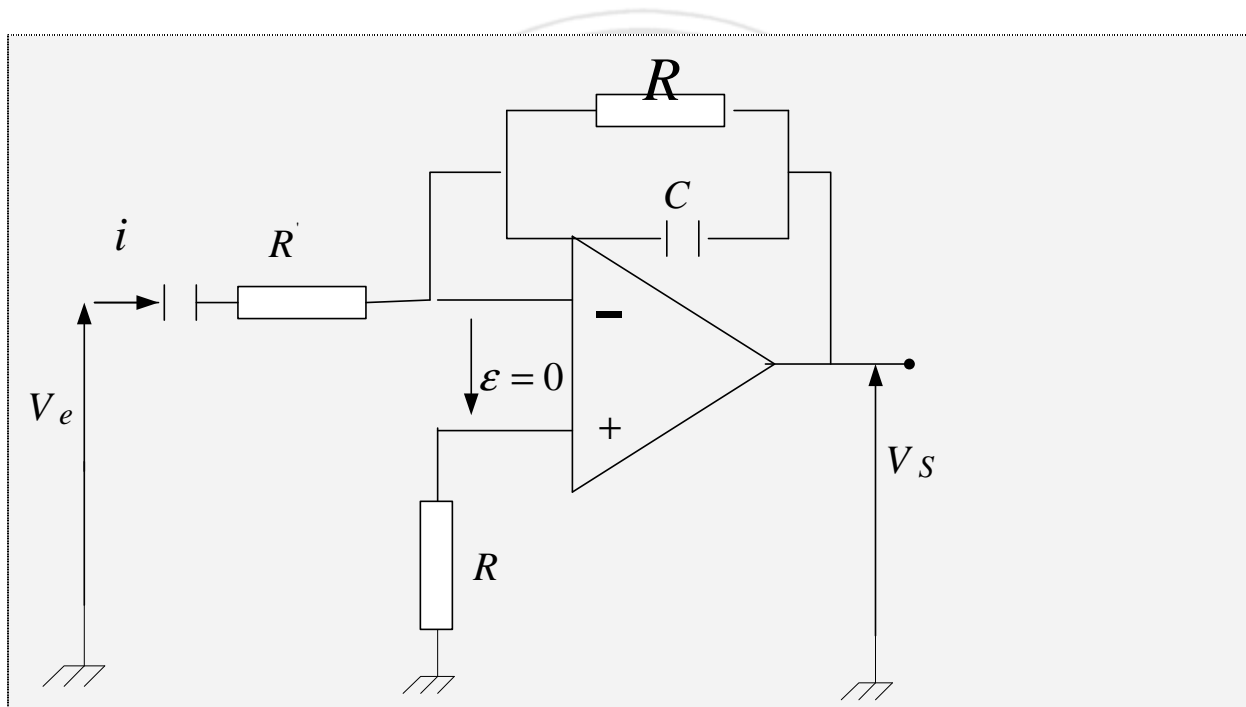
Donc :

$$V_S = -R.C \frac{dV_e}{dt}$$

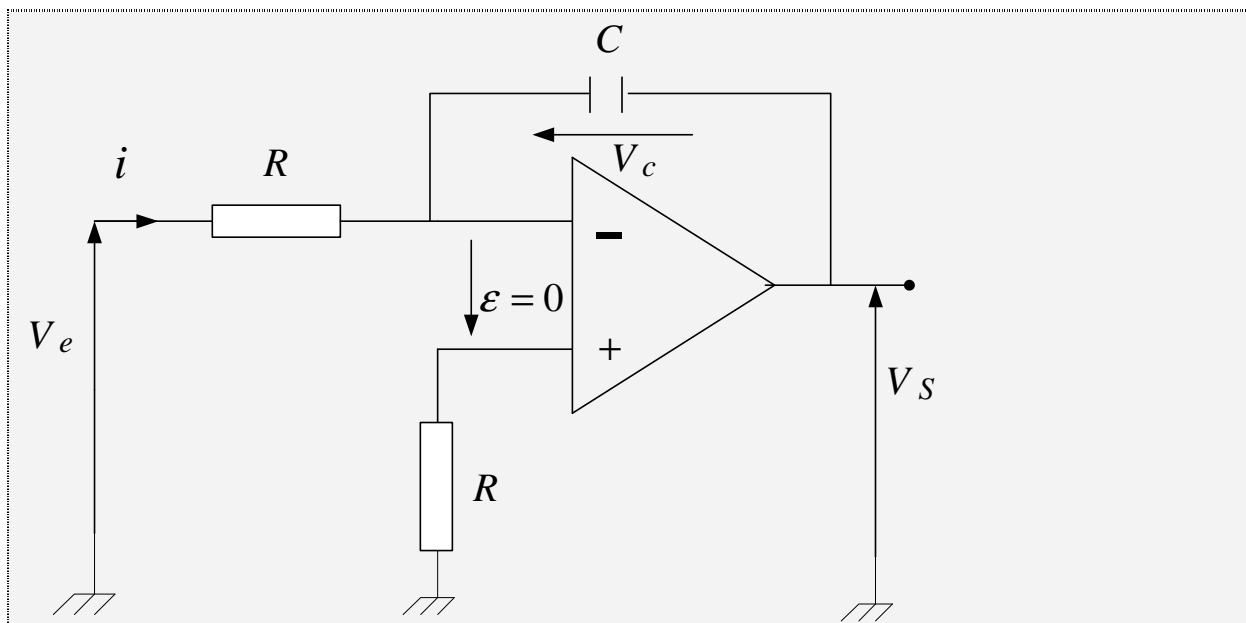
Le circuit réalise une dérivation de la fonction  $V_E$ , avec en plus, un changement de signe.

#### Amélioration du montage

En régime sinusoïdal, on voit que le gain augmente avec la fréquence. C'est un inconvénient car on peut aussi avoir des parasites qui sont des composants de fréquences élevées. Le montage les amplifierait alors. On peut améliorer le montage en le modifiant de la manière suivante :



#### 4.6.6. Intégrateur



On a :

$$\begin{cases} v_e = R.i \\ v_c = -v_s \text{ et } v_c = \frac{1}{C} \int i.dt \end{cases}$$

donc  $v_s = -\frac{1}{C} \int \frac{v_e}{R}.dt$

D'où

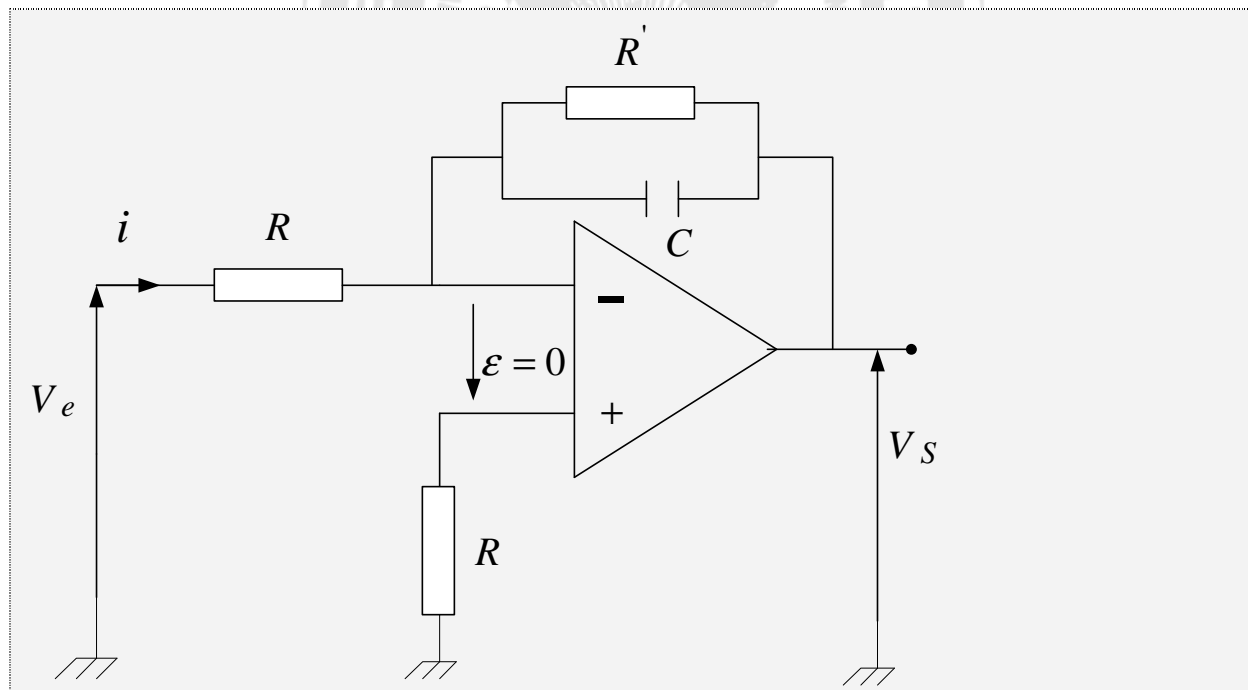
$$v_s = -\frac{1}{RC} \int v_e dt + \text{cte}$$

### Amélioration du montage

Le diagramme de Bode du montage précédent montre que :

$w \rightarrow 0$  ;  $x \rightarrow 0$  ;  $\log x \rightarrow -\infty$

donc  $g(x) \rightarrow \infty$  d'où une dérivée en sortie vers  $+V_{SAT}$  ou  $-V_{SAT}$  on peut modifier le schéma de la façon suivante :



## **4.7. MONTAGES FONDAMENTAUX EN REGIME SATURE**

Tous les montages décrits ci-dessus employaient l'amplificateur opérationnel dans son domaine de fonctionnement linéaire. Nous allons maintenant décrire deux montages dans lesquels le régime de fonctionnement de l'amplificateur n'est pas linéaire. Le régime de fonctionnement normal est alors la saturation. L'amplification se trouve dans l'un des états suivants :

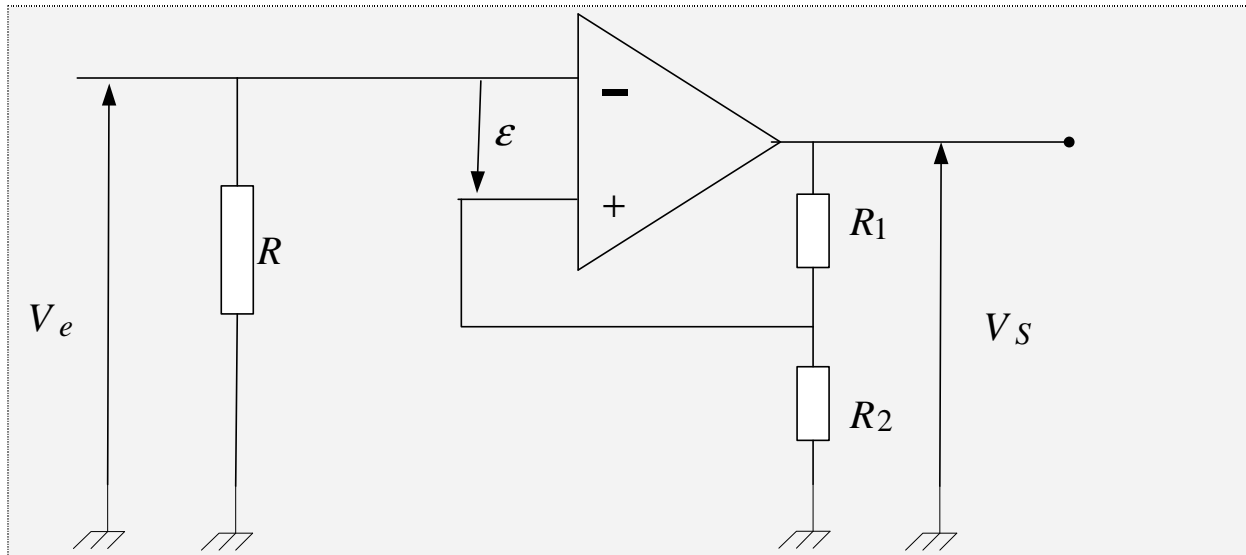
$$\begin{cases} \varepsilon \leq -\varepsilon_{SAT} \text{ et } v_s = -v_{SAT} \\ \varepsilon > +\varepsilon_{SAT} \text{ et } v_s = +v_{SAT} \end{cases}$$

Si l'AOP est considéré comme idéal,  $\varepsilon_{SAT} \approx 0$  et par conséquent, ses états sont :

$$\begin{cases} \varepsilon < 0 \text{ et } v_s = -v_{SAT} \\ \varepsilon > 0 \text{ et } v_s = +v_{SAT} \end{cases}$$

#### 4.7.1. Trigger de Schmitt : comparateur à Hystérésis

Le montage du circuit est le suivant



L'amplificateur est considéré comme idéal. On fait varier la tension  $V_e$  à l'entrée du circuit  
 $v^-$  suit les variations de  $V_e$  à l'entrée du circuit

$$v^+ = v_s \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

➤ Supposons qu'entre les deux entrées existe une d.d.p  $\varepsilon > 0$

$$v^+ = v_s \frac{R_2}{R_1 + R_2} \text{ et puisque l'amplificateur est saturé, } v_s = v_{SAT}$$

$$\text{donc } v^+ = v_{SAT} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

➤ Tant que  $v^+ - v^- > 0$ , i.e  $v^- < \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_{SAT}$ ,  $V_s$  est inchangé.

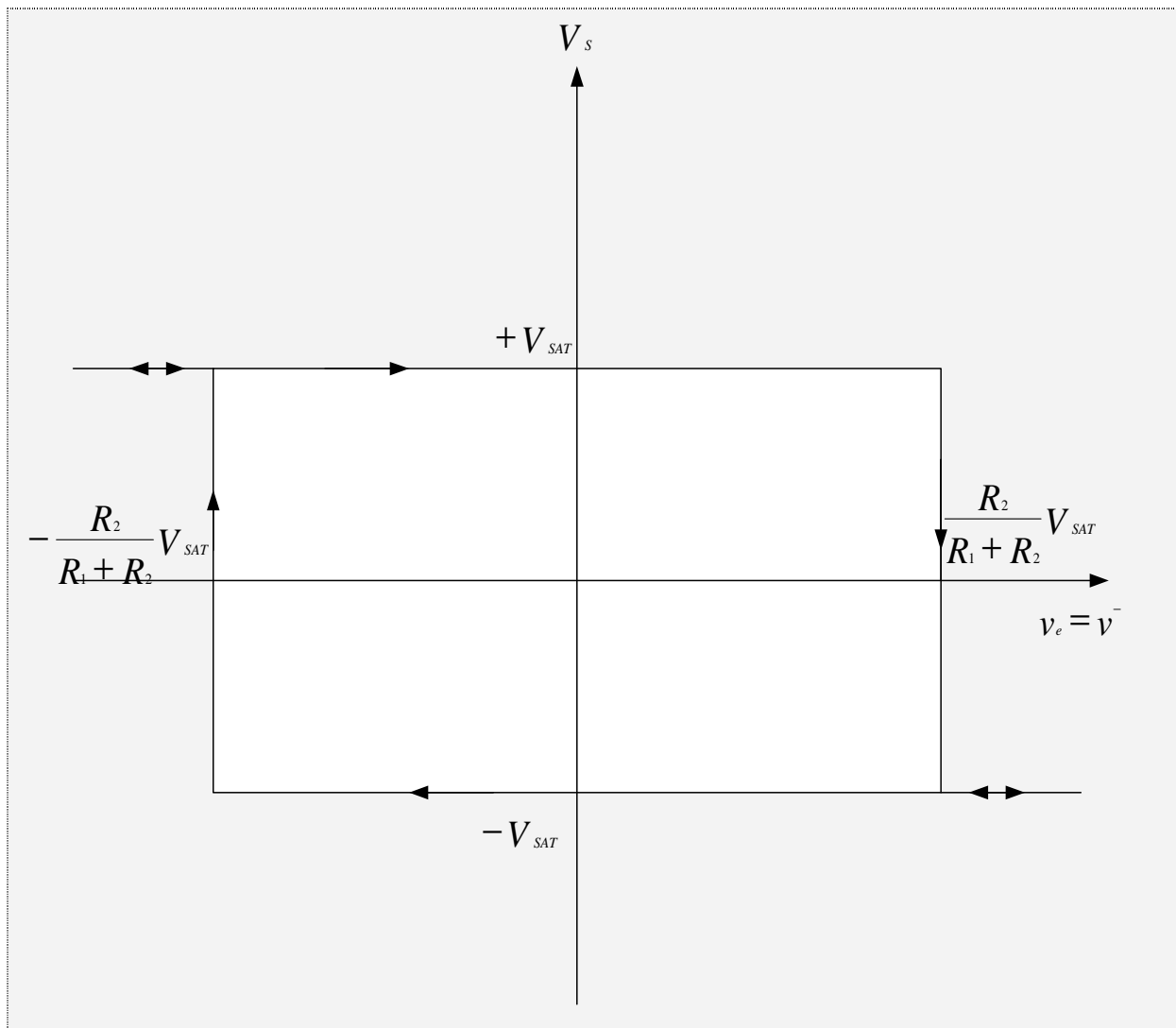
➤ Quant

$$v^- > \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_{SAT}, \varepsilon \text{ devient négative, } v_s \text{ bascule à } -v_{SAT} \text{ et } v^+ = -\frac{R_2}{R_1 + R_2} v_{SAT}$$

Tant que  $V^-$  reste supérieure à  $-\frac{R_2}{R_1 + R_2} v_{SAT}$ ,  $V_s$  reste inchangée.

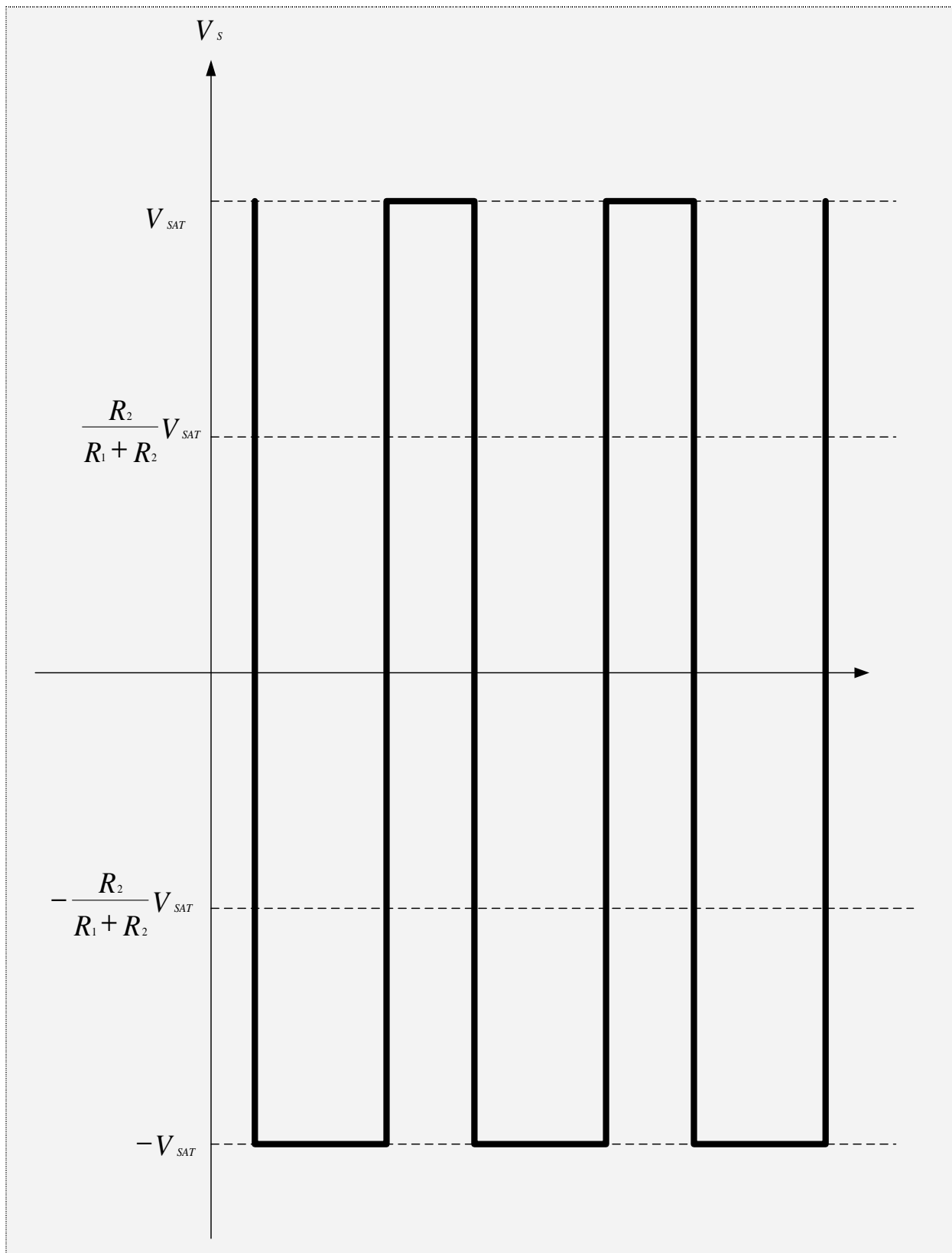
➤ Quant  $v^-$  devient inférieure à  $-\frac{R_2}{R_1 + R_2} v_{SAT}$ ,  $\varepsilon$  devient positive,  $V_s$  bascule à  $+V_s$  et

$$v^+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_{SAT}$$



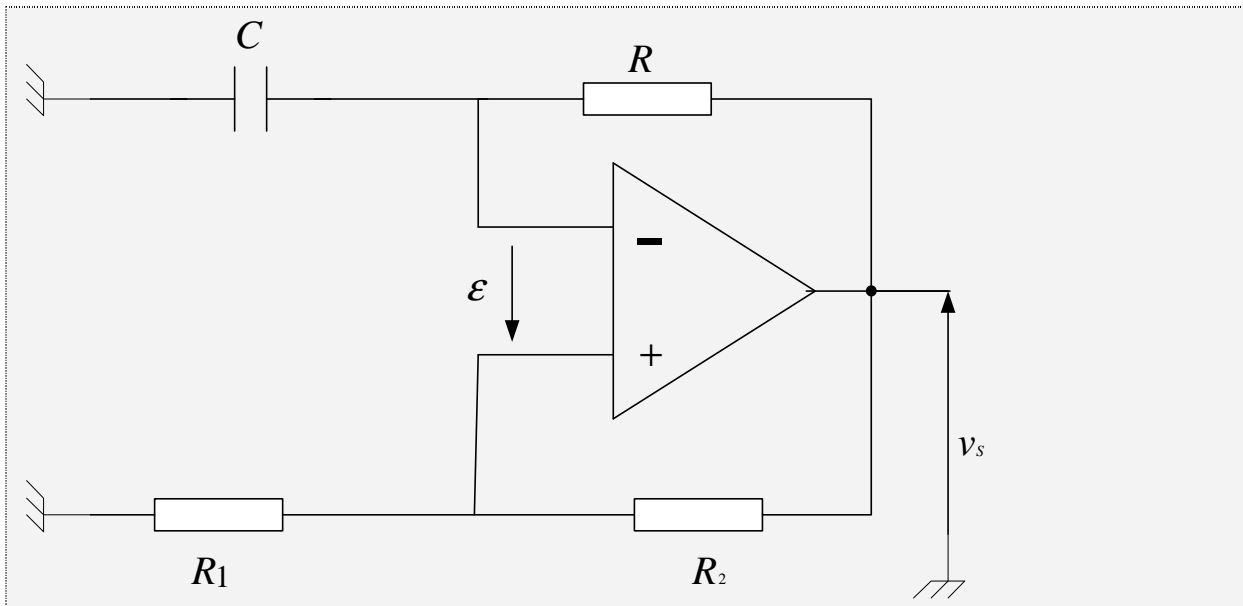
Ce circuit permet de comparer  $V^-$  à  $V_{SAT}$  et aussi de régulariser un signal d'entrée irrégulier ou déformé par des parasites





#### 4.7.2. Multivibrateur

Le montage possible d'un multivibrateur est le suivant, l'amplificateur étant supposé idéal



On remarque encore que la réinjection du signal se fait à l'entrée +. La sortie peut prendre les états  $+V_{sat}$  ou  $-V_{sat}$ . L'entrée + est donc au potentiel :

$$v^+ = \pm \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{SAT}$$

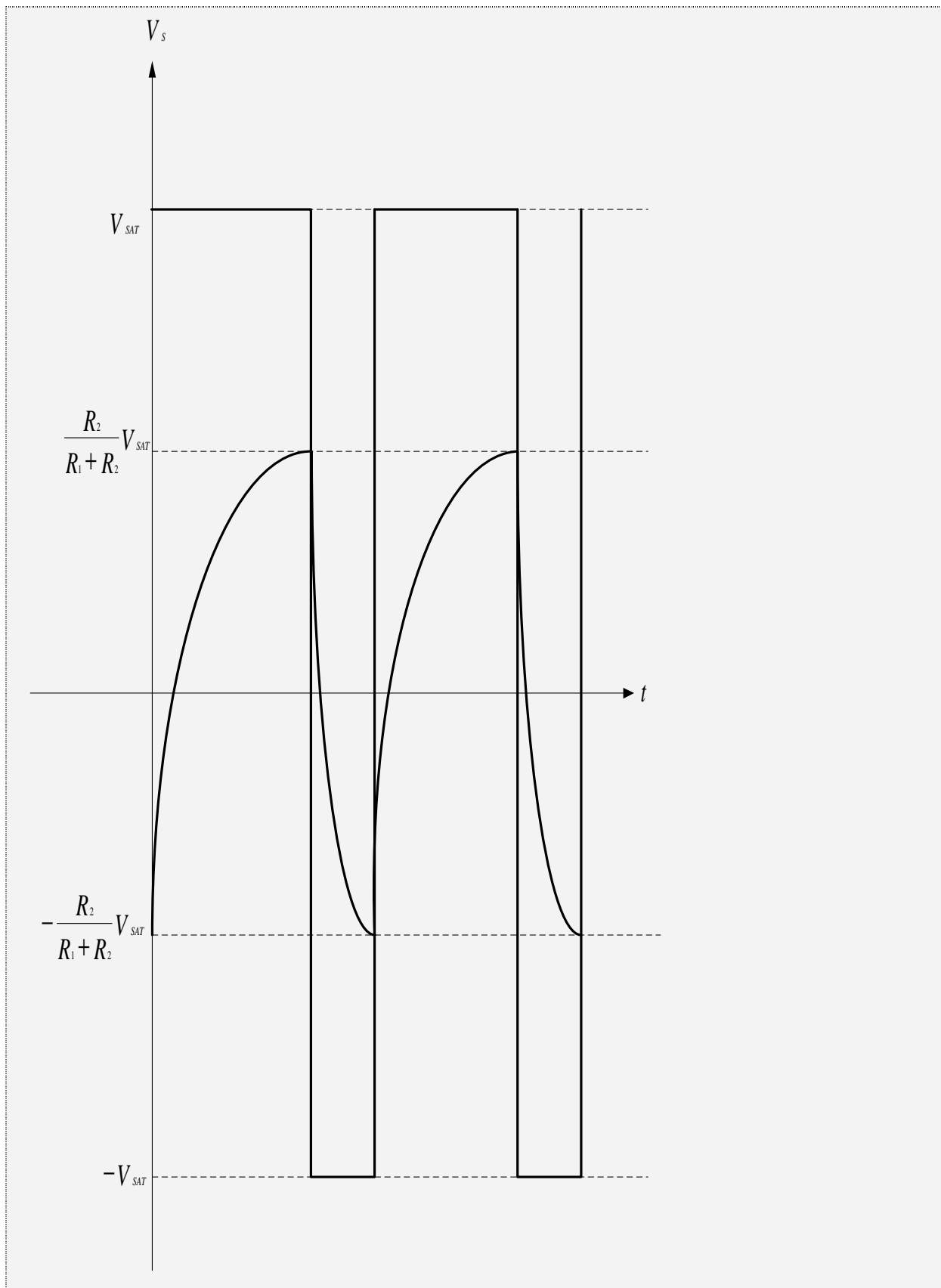
$$v^+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{SAT}$$

Supposons  $V_s \approx +V_{sat}$ , alors

Le condensateur se décharge à travers la résistance R. la sortie bascule à nouveau lorsque  $V^-$

prend la valeur  $-\frac{R_2}{R_1 + R_2} v_{SAT}$ .

Le circuit finit pour atteindre un régime permanent :



Soit  $V_c$  la tension aux bornes du condensateur.  $V_c$  vérifie l'équation différentielle :

$$v_C + RC \frac{dv_C}{dt} = v_S$$

$v_C$  est de la forme :  $v_C(t) = A e^{-t/RC} + B$

$$v_C(t=0) = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{SAT}$$

$$t \rightarrow \infty \quad v_C = v_{SAT}$$

$$\Rightarrow v_C(t) = v_{SAT} - \frac{2R_1 + R_2}{R_1 + R_2} v_{SAT} e^{-\frac{t}{RC}}$$

Quand  $v_C(t) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{SAT}$ ;  $t = \frac{t}{2}$

$$T = 2RC \ln \left( \frac{2R_1 + R_2}{R_2} \right)$$

#### 4.7.3. Oscillateur à AOP

Un oscillateur sinusoïdal est un dispositif produisant un signal  $x(t)$  tel que :  $x(t) = X \sin w_0 t$

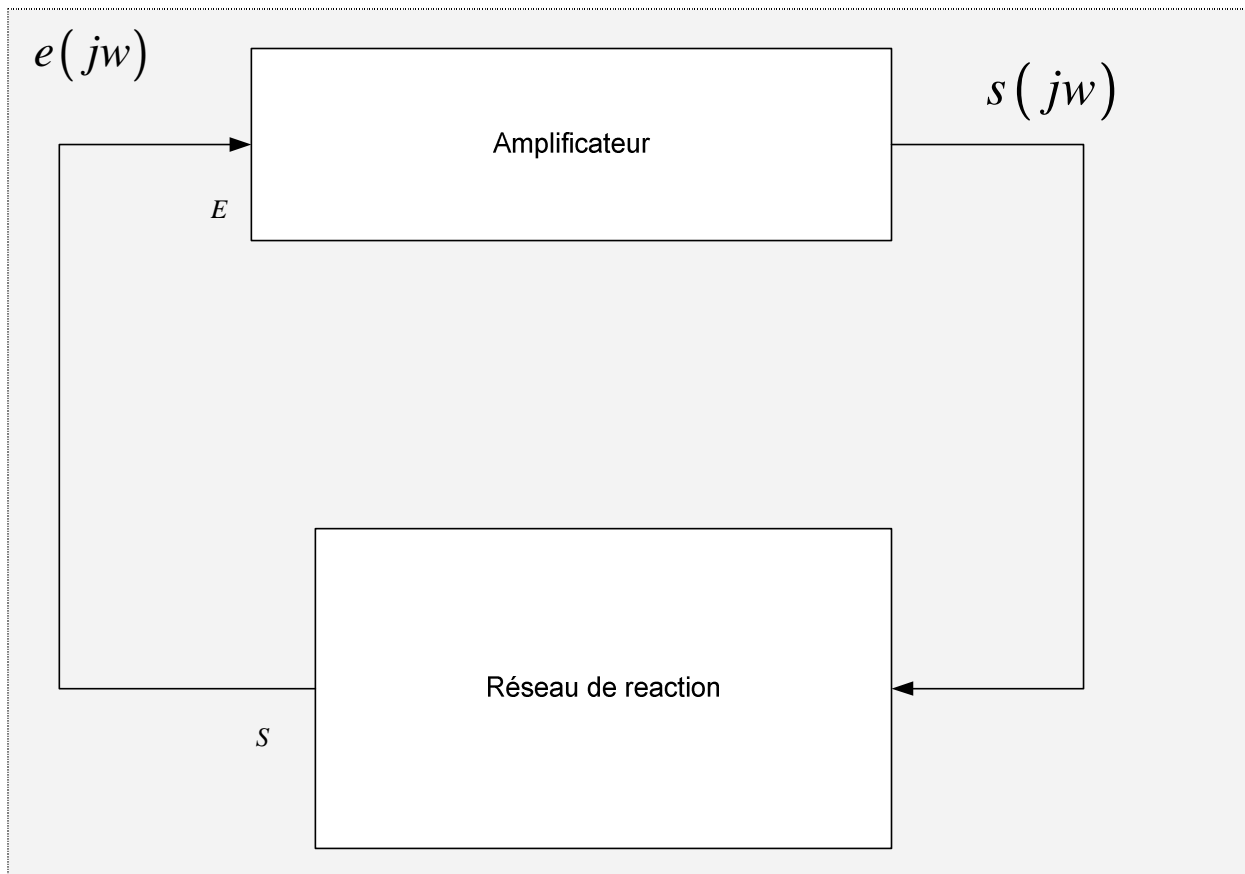
$X$  : amplitude de l'oscillation

$w_0$  : pulsation de l'oscillation

$x(t)$  est solution de l'équation différentielle :  $\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + w_0^2 x(t) = 0$

#### Structure d'un oscillateur

L'oscillateur est constitué d'un amplificateur et d'un réseau de réactions



### Condition d'entretien des oscillations

Soit  $\underline{H}(j\omega)$  la Transmittance de l'amplificateur. Et  $\underline{K}(j\omega)$  la Transmittance de la chaîne de retour.

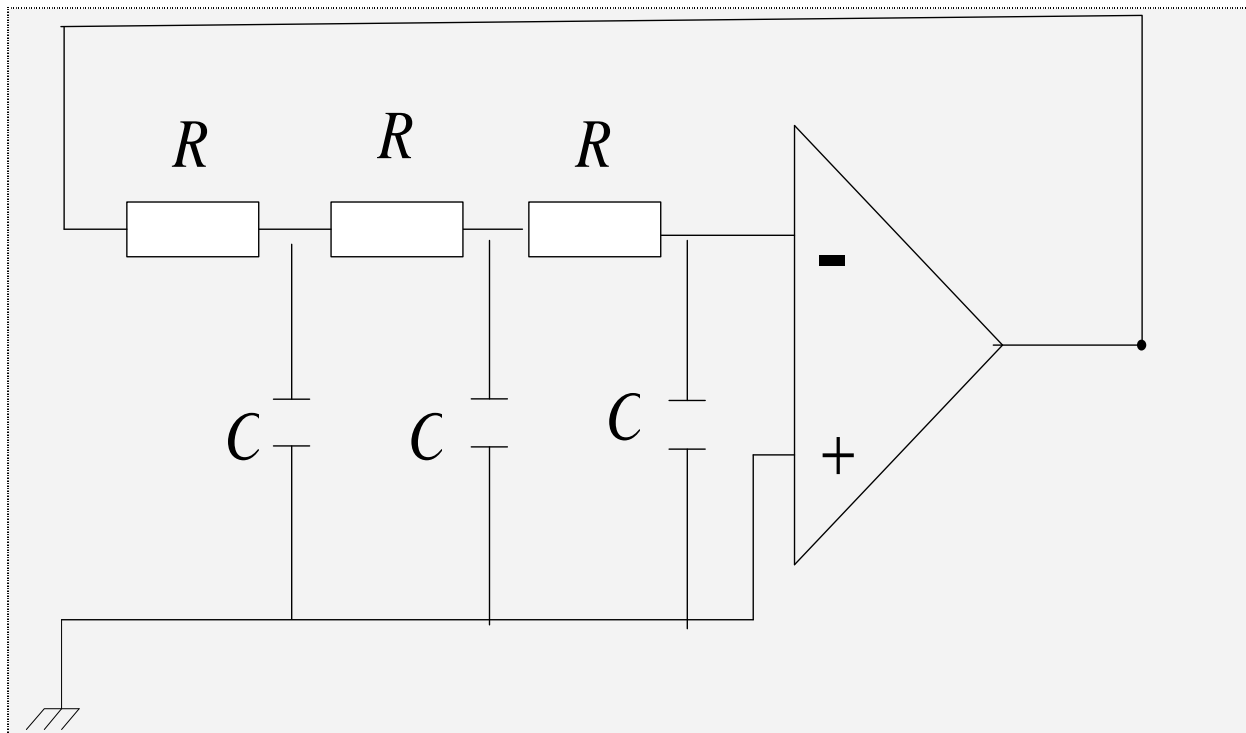
$$\underline{K} = \frac{e(j\omega)}{s(j\omega)}$$

L'égalité  $s = e$  impose à la pulsation  $\omega_0$  la condition  $H(j\omega_0) \cdot K(j\omega_0) = 1$

Soit :

$$\begin{cases} \text{Arg}[\underline{H}(j\omega_0) \cdot \underline{K}(j\omega_0)] = 0 \\ |\underline{H}(j\omega_0) \cdot \underline{K}(j\omega_0)| = 1 \end{cases}$$

En général la condition de phase permet de déterminer la valeur de  $\omega_0$  alors que l'équation relative aux modules impose une condition sur le gain de l'amplificateur.

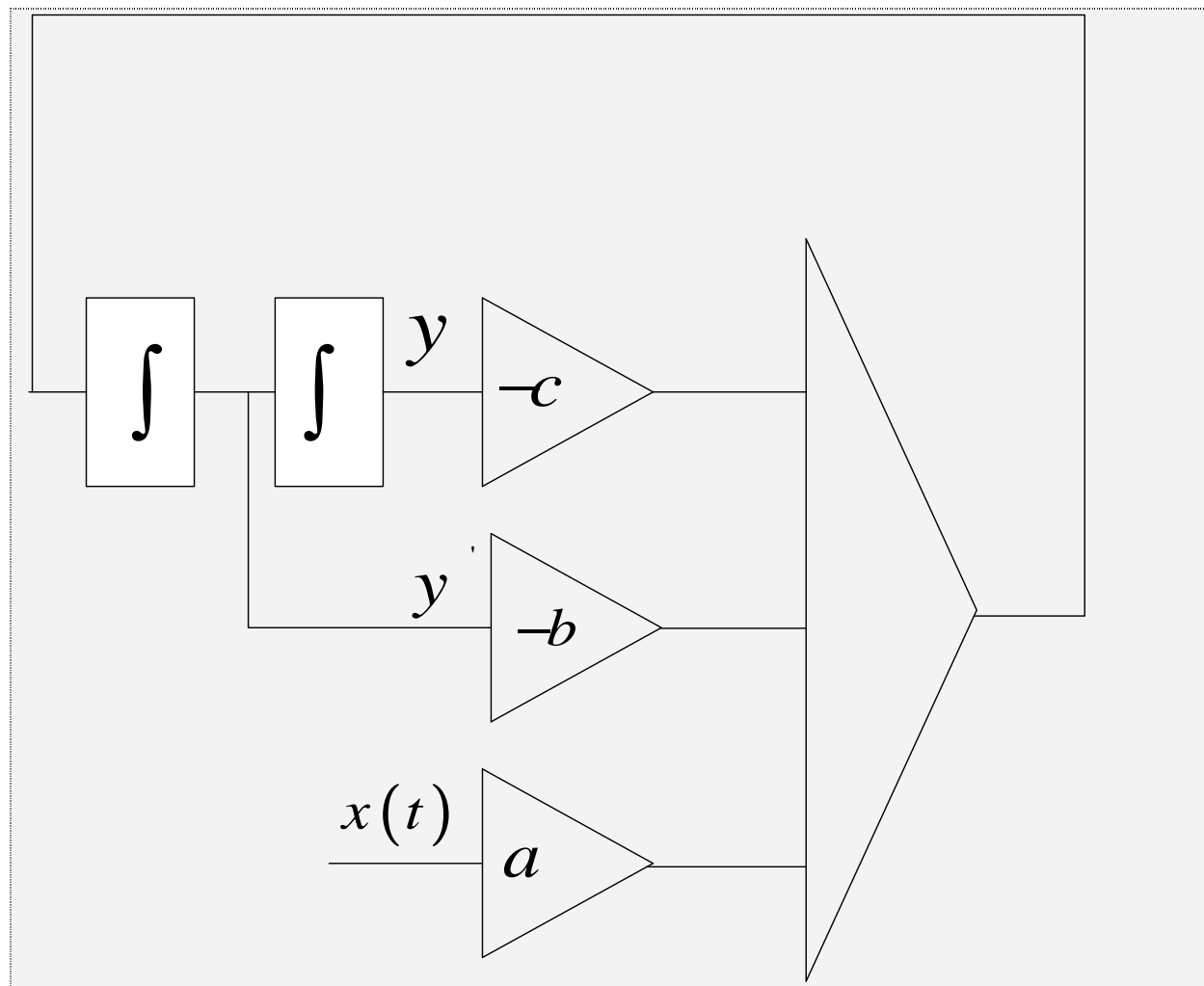
**Exemple d'oscillateur à AOP****4.8. APPLICATION DES AOP A LA RESOLUTION DES EQUATIONS DIFFERENTIELLS**

La plupart des phénomènes physiques, sont régis par des équations différentielles à coefficients constants.

Soit à résoudre  $y''(t) + b y'(t) + c y(t) = ax(t)$

Si la sortie du système correspond à  $ax(t)$ , on peut écrire :  $y''(t) = ax(t) - b y'(t) - c y(t)$

Supposons le système résolu. La connaissance de  $y''(t)$  permet par intégration de trouver  $y'(t)$  et une nouvelle intégrale conduit à  $y(t)$ .



## 5. FILTRES

### 5.1. THEOREME DE FOURRIER

On démontre dans le cours de Maths sous certaines conditions de continuité et de dérivabilité, toute fonction continue de période T peut s'écrire sous forme d'une suite de Fourier :

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=2}^{\infty} (A_n \cdot \cos(nwt) + B_n \cdot \sin(nwt)) \quad \text{avec} \quad w = \frac{2\pi}{T}$$

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cdot dt$$

$$A_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cdot \cos(nwt) dt$$

$$B_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cdot \sin(nwt) dt$$

#### REMARQUE

$A_0$  est la valeur moyenne de la fonction  $f(t)$ .

$A_n \cos nwt + B_n \sin nwt$  est une fonction sinusoïdale appelée Harmonique d'ordre n.

Par ailleurs :

$$\begin{aligned} H_n &= A_n \cos nwt + B_n \sin nwt \\ &= A_n \left[ \cos nwt + \frac{B_n}{A_n} \sin nwt \right] \quad \text{posons} \quad \text{tg } \varphi_n = \frac{B_n}{A_n} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} H_n = C_n \cdot \cos(nwt - \varphi_n) \\ \varphi_n = \text{tg}^{-1} \left( \frac{B_n}{A_n} \right) \\ C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \end{cases}$$

Il vient que :



$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} C_n \cdot \cos(n\omega t - \varphi_n)$$

L'harmonique d'ordre n est appelée la fondamentale.

### 5.1.1. Cas particuliers

$f(t)$  fonction paire  $\Rightarrow f(t) = f(-t)$

$$\begin{cases} f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cdot \cos n\omega t + B_n \cdot \sin n\omega t) \\ f(-t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cdot \cos n\omega t - B_n \cdot \sin n\omega t) \end{cases}$$

$$\Rightarrow B_n = 0$$

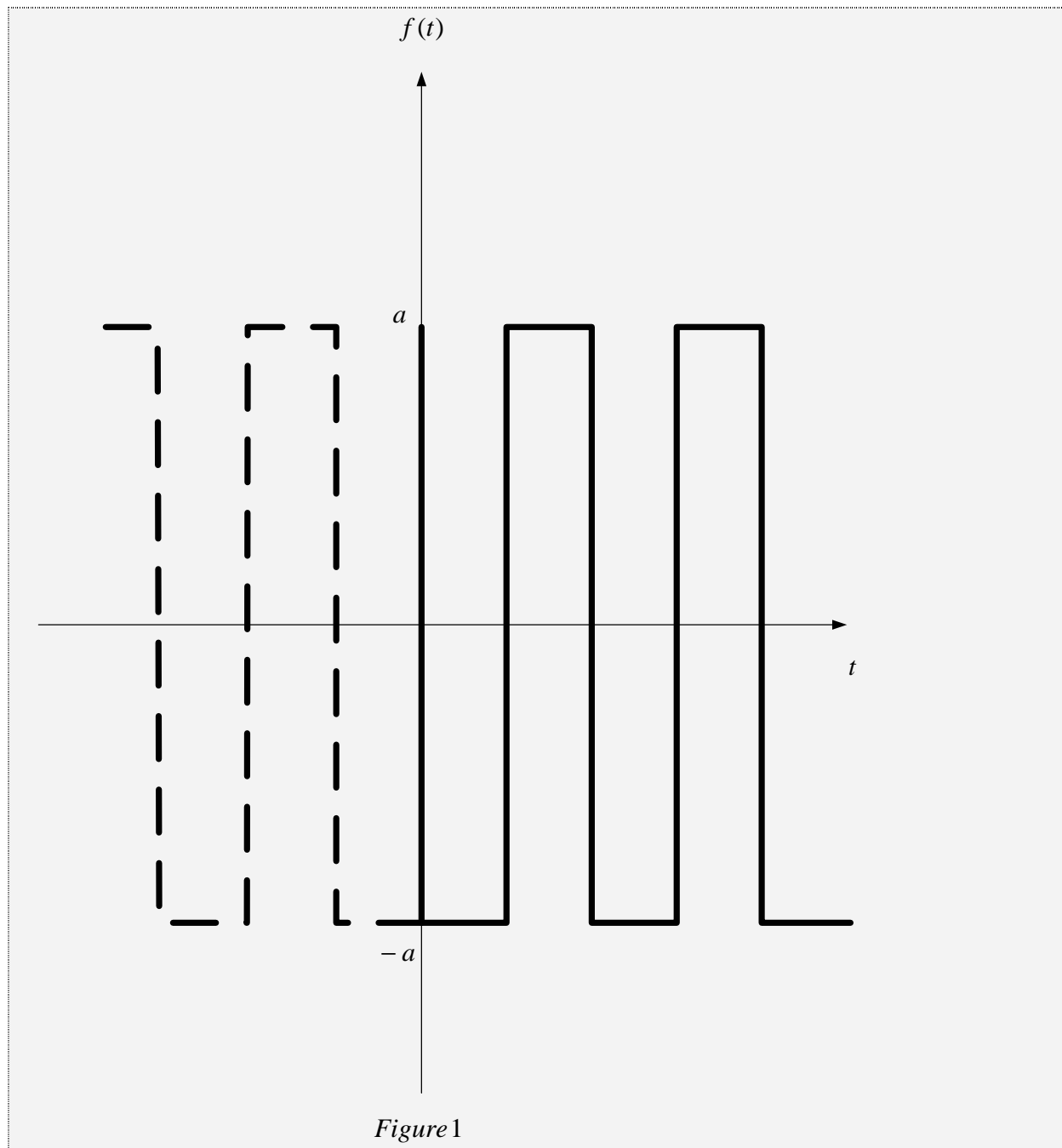
$f(t)$  fonction impaire  $f(t) = -f(-t)$

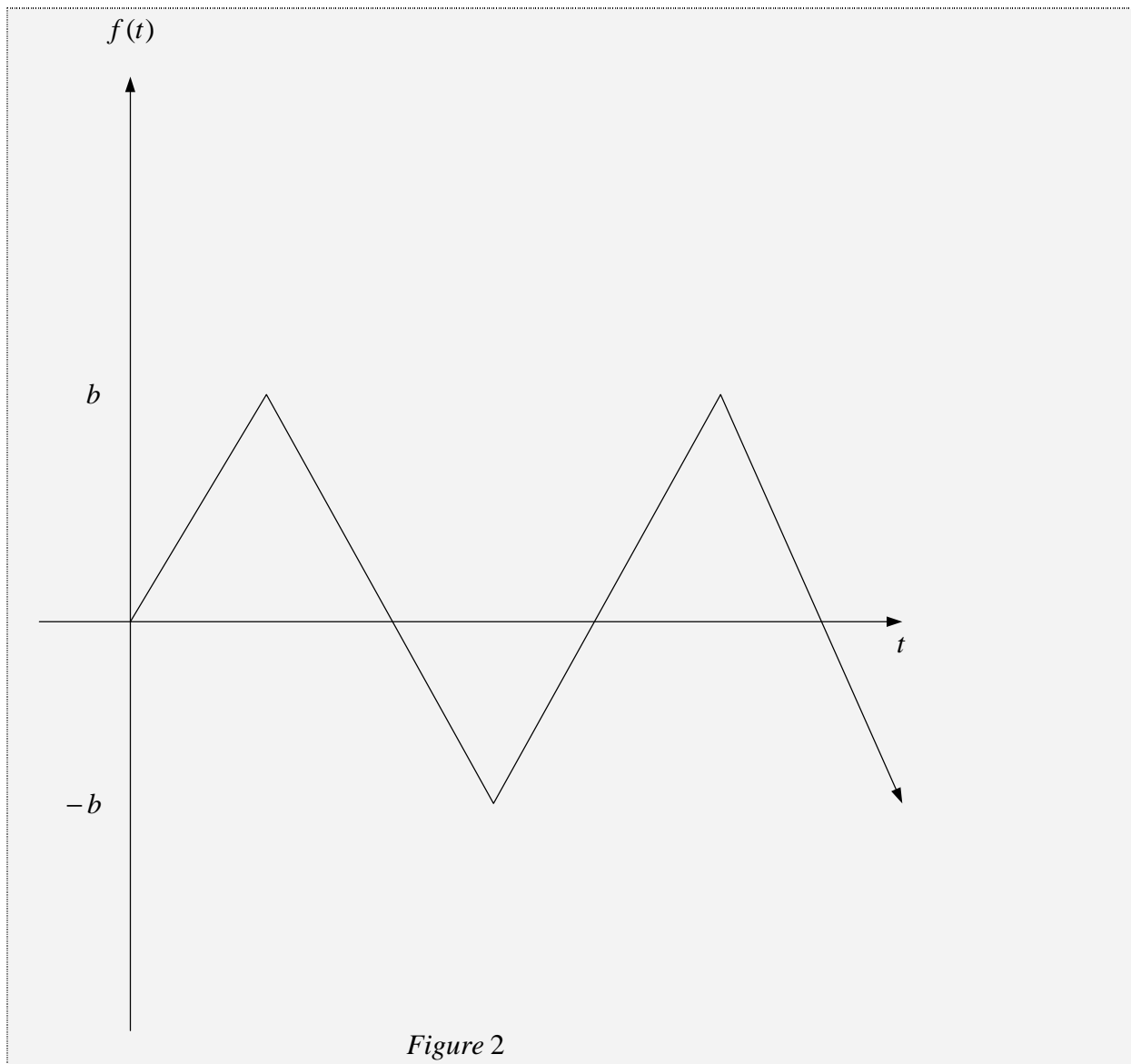
$$\begin{cases} f(t) = A_0 + \sum (A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t) \\ -f(t) = -A_0 + \sum (-A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t) \end{cases}$$

$$\Rightarrow A_n = 0$$

### 5.1.2. Exemples de décomposition

Retrouver la décomposition en série de Fourier





(Figure 1)

 $f(t)$  Impaire  $A_0 = 0$  et  $\forall n \geq 1 \quad A_n = 0$ 

$$B_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin n\omega t \, dt = \frac{2a}{\pi n} [1 - \cos n\omega t]$$

$$f(t) = \frac{4a}{\pi} \left[ \sin \omega t + \frac{\sin 3\omega t}{3} + \frac{\sin 5\omega t}{5} + \dots \right]$$

(Figure 2)

 $f(t)$  Paire  $\Rightarrow B_n = 0 \quad \forall n$ 

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} f(t) \cos(n\omega t) \, dt = \frac{2b}{\pi n^2} [(-1)^n - 1]$$

$$f(t) = \frac{8b}{\pi^2} \left[ \cos wt + \cos \frac{3wt}{3^2} + \cos \frac{5wt}{5^2} + \dots \right]$$

Etant donné que tout signal peut être considéré comme un signal périodique, alors tout signal peut être décomposé en série de Fourier.

## 5.2. TRANSFORMEE DE LAPLACE (TTP)

Définition

Soit  $f(t)$  une fonction définie pour  $t$  strictement positif. La transformée de Laplace de  $f(t)$  :

$$TL(f(t)) = F(s) = \int_s^\infty e^{-st} f(t) dt$$

Cette transformée existe si l'intégrale converge.  $s$  peut être complexe et pour  $s = j\omega$  on parlera de transformée de Fourier.

### 5.2.1. Propriété de la T.P

#### LINEARITE

$$\left. \begin{array}{l} f \xrightarrow{T.L} F(s) \\ g \xrightarrow{T.L} G(s) \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha.f \in \beta.g \rightarrow \alpha.F(s) + \beta.G(s)$$

#### TRANSLATION 1

$$f(t) \xrightarrow{T.L} F(s) \Rightarrow e^{at} f(t) \xrightarrow{T.L} F(s - a)$$

#### TRANSLATION 2

$$f(t) \xrightarrow{T.L} F(s)$$

$$f(t) = \begin{cases} f(t-a) & \text{pour } t > a \\ 0 & \text{pour } t < a \end{cases}$$

$$f(t) \xrightarrow{T.L} e^{-as} F(s)$$

#### CHANGEMENT D'ECHELLE

$$f(t) \xrightarrow{T.L} F(s)$$

$$g(t) = f(at) \xrightarrow{T.L} \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$$

#### TRANSLATION DE LA DERIVEE

$$f(t) \xrightarrow{T.L} F(s)$$

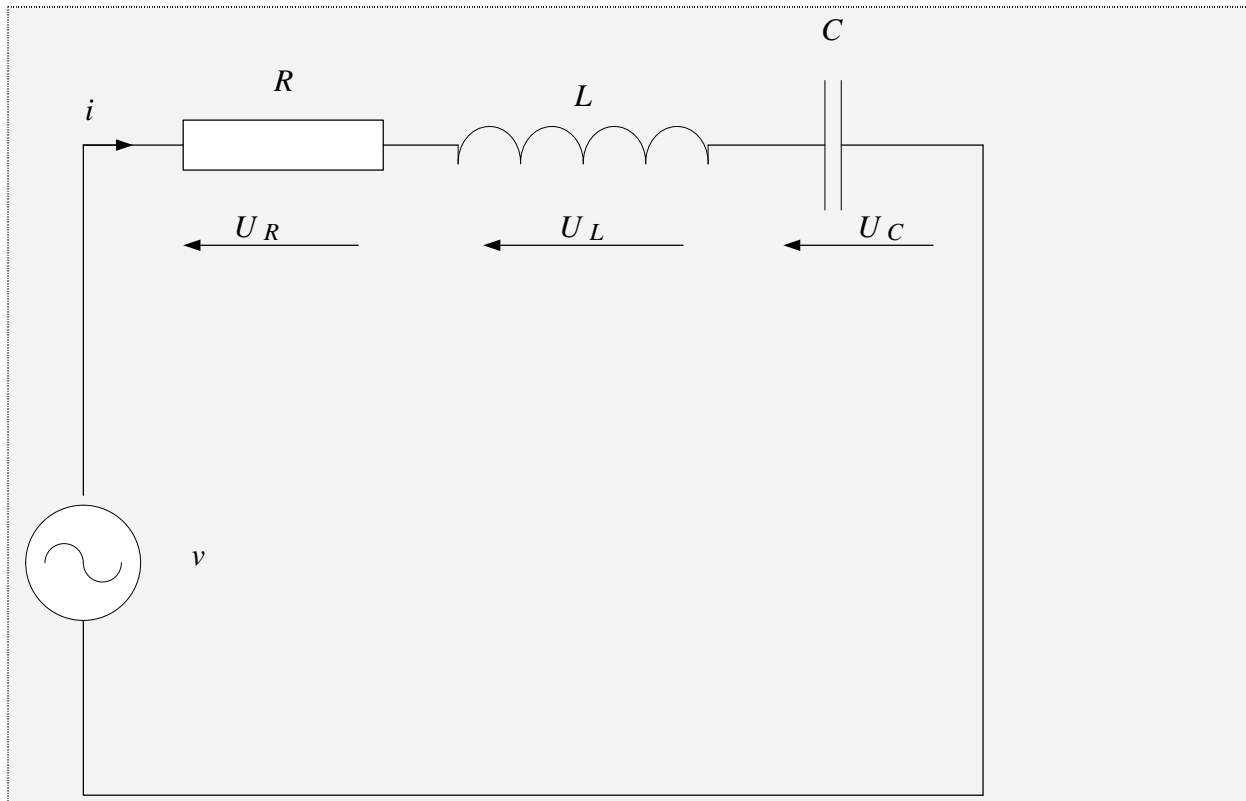
$$f'(t) \xrightarrow{T.L} sF(s) - f(0)$$

### 5.3. APPLICATIONS : FILTRES ET ANALYSE DES CIRCUITS

La T.L s'avère particulièrement intéressante dans l'analyse des circuits électriques.

#### 5.3.1. L'application de la T.L à l'analyse des circuits (en régime transitoire)

Soit le circuit RLC suivant :



L'équation différentielle qui régit ce circuit :

$$v = u_R + u_L + u_C$$

$$\left. \begin{array}{l} u_R = R.i \\ u_L = L \frac{di}{dt} \\ u_C = \frac{1}{C} \int i dt \end{array} \right\} \Rightarrow v = R.i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

En régime permanent

$$v = v_0 e^{j\omega t}$$

$$I = I_0 e^{j\omega t}$$

$$\Rightarrow v_0 e^{j\omega t} = R I_0 e^{j\omega t} + jL\omega I_0 e^{j\omega t} + \frac{1}{j\omega C} I_0 e^{j\omega t}$$

$$\Rightarrow I_0 = \frac{V_0}{R + j(L\omega - 1/C\omega)}$$

En régime permanent la résolution est simple. Mais pour un signal sinusoïdal, la résolution n'est plus simple et on fait dans ce cas appel au T.L.

Cette résolution en utilisant la TL se fait de la manière suivante :

➤ On détermine la transformée de toute l'équation différentielle

#### REMARQUE

$$v \rightarrow V(s)$$

$$i \rightarrow I(s)$$

$$\frac{di}{dt} \rightarrow sI(s) + i(0)$$

$$\int i \cdot dt \rightarrow \frac{I(s)}{s} + i^{-1}(0)$$

D'où l'équation dans le domaine s :

$$v(s) = R.I(s) + L(sI(s) - I(0)) + \frac{1}{C} \left( \frac{I(s)}{s} + \frac{i^{-1}(0)}{s} \right)$$

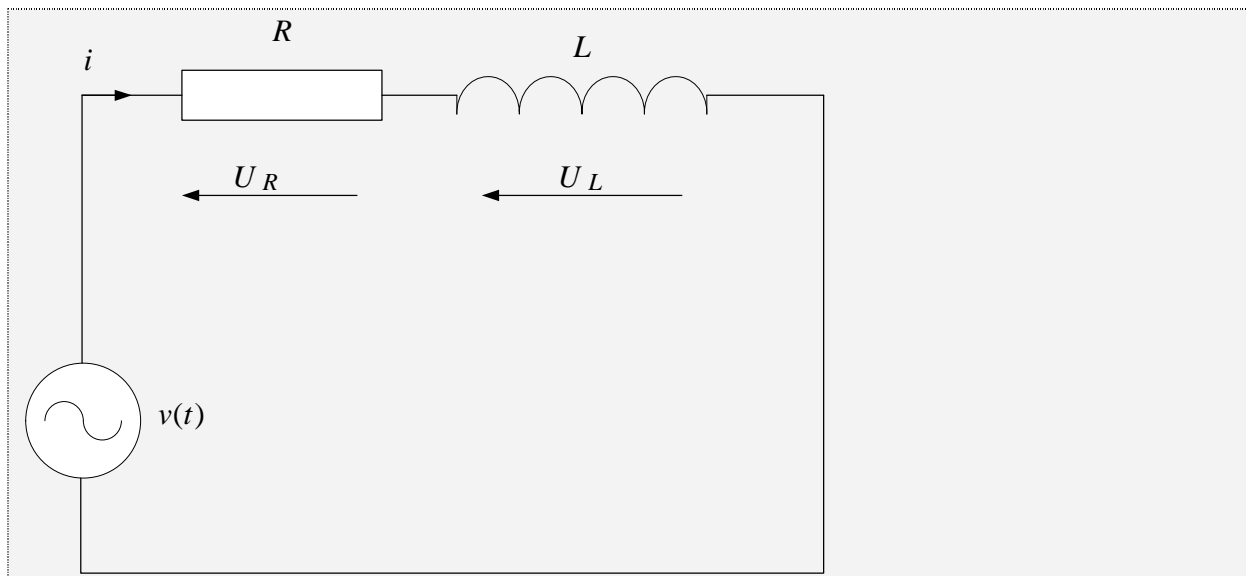
$$= (R + Ls + \frac{1}{C.s})I(s) - LI(0) + \frac{1}{C.s} i^{-1}(0)$$

$$\Rightarrow I(s) = \frac{V(s) + LI(0) - \frac{i^{-1}(0)}{C}}{R + Ls + \frac{1}{Cs}} \quad \text{or } i^{-1}(0) = q_0$$

$$\Rightarrow I(s) = \frac{V(s) + \left[ LI(0) - \frac{q_0}{Cs} \right]}{R + Ls + \frac{1}{Cs}}$$

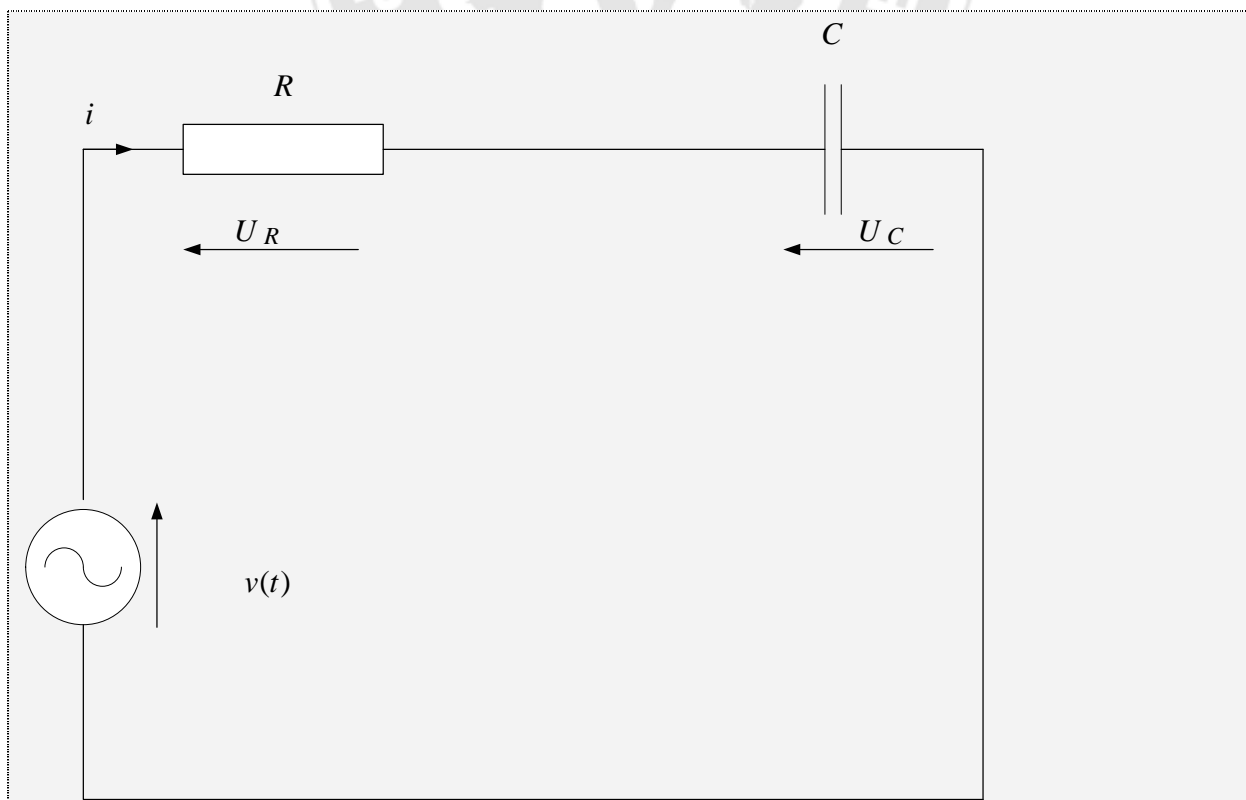
$$I(s) \xrightarrow{TL^{-1}} i(t)$$

Exemple



$$v(t) = U_R + U_L \quad (\text{loi des mailles})$$

$$= Ri + L \frac{di}{dt}$$



Loi des mailles

$$v(t) = U_R + U_C$$

$$= Ri + \frac{1}{C} \int i dt$$

**Transformée de Laplace**



$$v(t) = Ri + L \frac{di}{dt}$$

$$\Rightarrow v(s) = RI(s) + L(sI(s) - I(0))$$

$$= I(s)(R + Ls) - LI(0)$$

$$\Rightarrow I(s) = \frac{v(s) + i(0)}{R + Ls}$$

$$\Rightarrow V(s) = RI(s) + \frac{1}{C} \left( \frac{I(s)}{s} + \frac{q_0}{s} \right)$$

$$= I(s) \left( R + \frac{1}{C.s} \right) + \frac{q_0}{s}$$

$$I(s) = \frac{V(s) - \frac{q_0}{s}}{R + \frac{1}{C.s}}$$

$$i(t) = TL^{-1} \{ I(s) \}$$

De tout ceci, il est évident qu'il se posera toujours un problème de calcul de la T.L-1.

On calculera dans ce cas T.L<sup>-1</sup> en utilisant les tables de T.L

- Lorsque l'expression est complexe, on utilise la méthode dite de décomposition de fraction rationnelle appuyée par la formule de développement de Heavyside.

## METHODES DE DECOMPOSITION DES FRACTIONS RATIONNELLES

Dans l'analyse des circuits, la transformation des quotients en somme de plusieurs fractions pour trouver la transformation de Laplace inverse vu que le courant I(s) est de la forme :

$$I(s) = \frac{P(s)}{Q(s)}$$

Q(s) est de degré plus élevé que P(s). Dans cette expression :

Mettre Q(s) sous forme de produit de polynôme de degré 1

$$Q(s) = (s + a)(s + b) \dots \dots \dots (s + k)$$

$$I(s) = \frac{a_1}{s + a} + \frac{a_2}{s + b} + \dots \dots \dots + \frac{a_k}{s + k}$$

Pour déterminer les aK prendre k valeurs et résoudre le système formé des aK.

Exemple :

Décomposez en éléments simples :



$$I(s) = \frac{s-1}{s^2 + 3s + 2}$$

$$Q(s) = (s+1)(s+2);$$

$$I(s) = \frac{a_1}{s+1} + \frac{a_2}{s+2}$$

$$TL\{e^{-at}\} = \frac{1}{s+a}$$

$$T.L^{-1}(I(s)) = -2e^{-t} + 3e^{-2t}$$

### **Formule de développement de Heavicide**

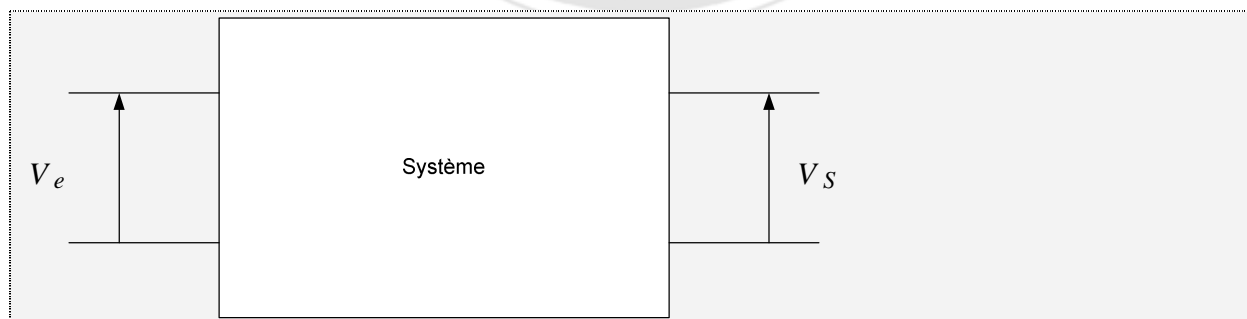
La formule de développement de Heavicide qui permet de calculer la T.L-1 du quotient I(s)

$$T.L^{-1}\left(\frac{P(s)}{Q(s)}\right) = \sum_{k=1}^n \frac{P(a_k)}{Q'(a_k)} e^{a_k t}$$

Où les  $a_k$  sont les  $n$  racines distinctes de  $Q(s)$ .

### **5.3.2. Filtres**

Considérons un signal  $f(t)$  et sa T.L  $F$ , on obtient une somme  $\sum f(t) + c$ . Si un tel signal est envoyé dans un dispositif comme celui-ci



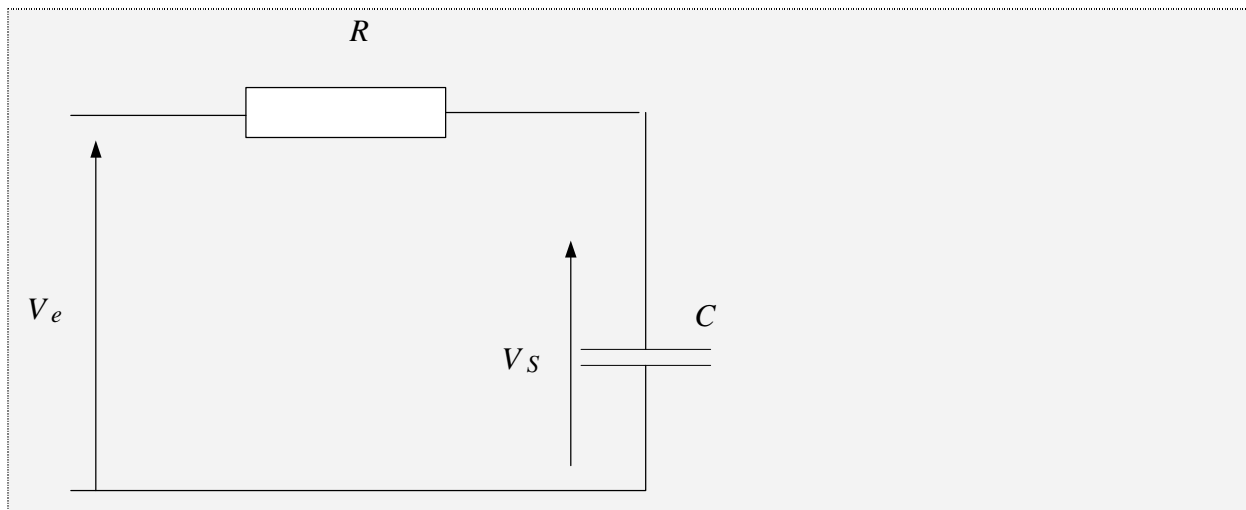
A la sortie certaines fréquences sont atténuées et d'autres sont amplifiées, un tel dispositif est appelé **FILTRE**.

### **Filtre du premier ordre**

L'étude d'un filtre à régime abouti à une équation :

Le filtre est dit linéaire, si cette équation est linéaire et est dit du premier ordre si cette équation est du 1er ordre.

### ***Filtre passe bas (intégrateur)***



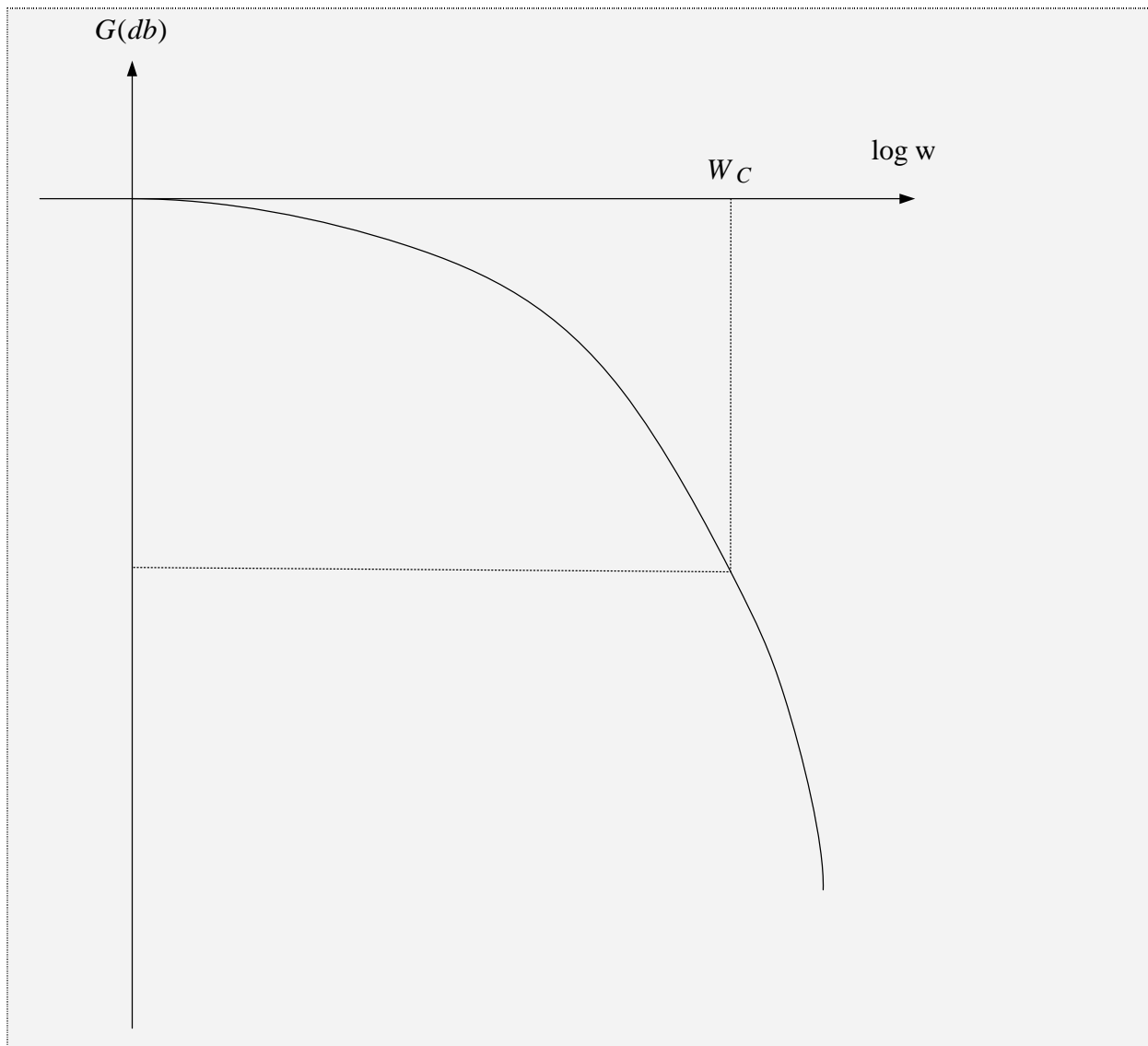
$$\bar{v}_s = \frac{1}{1 + jR \cdot C \cdot \omega} \bar{v}_e$$

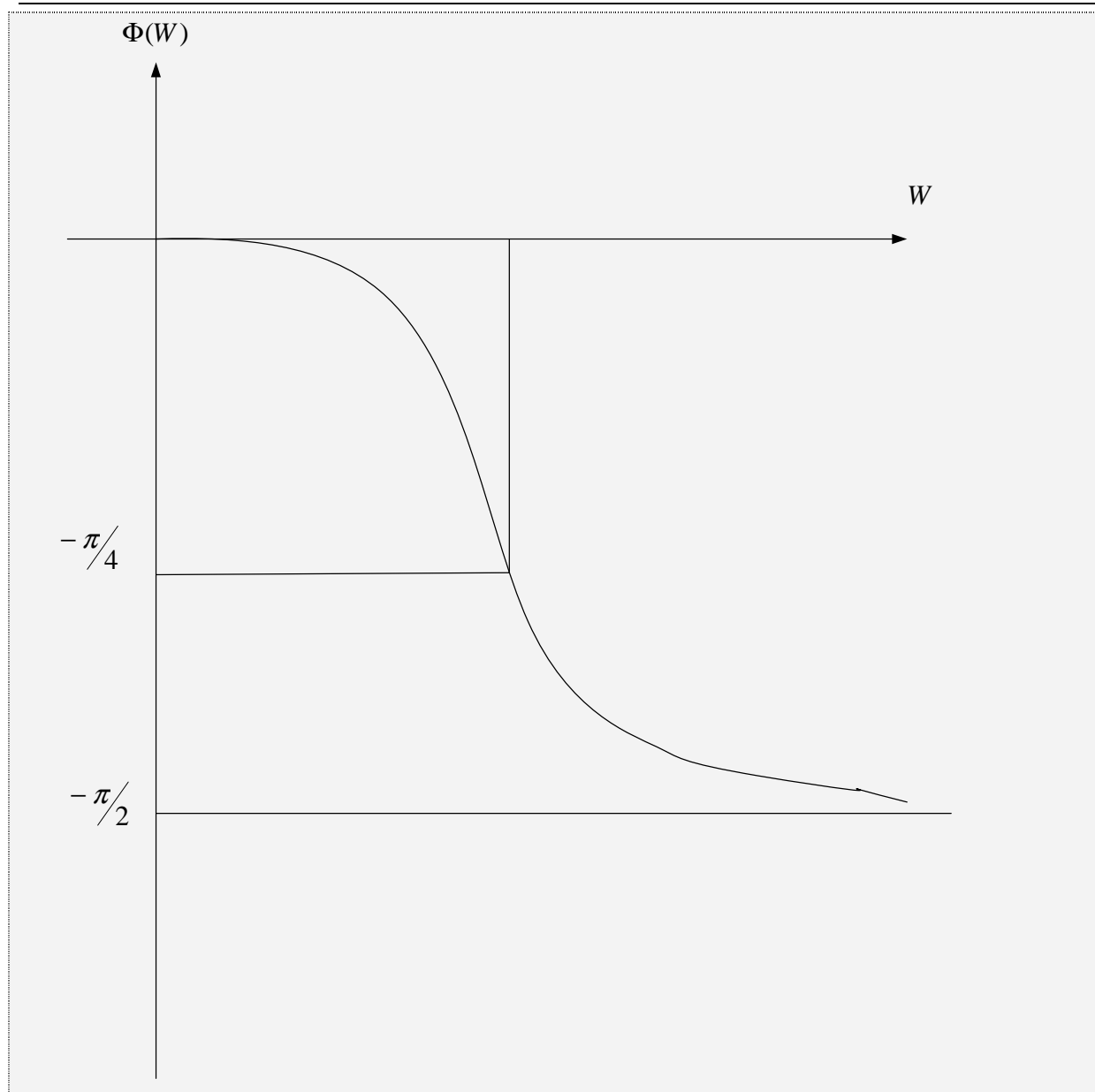
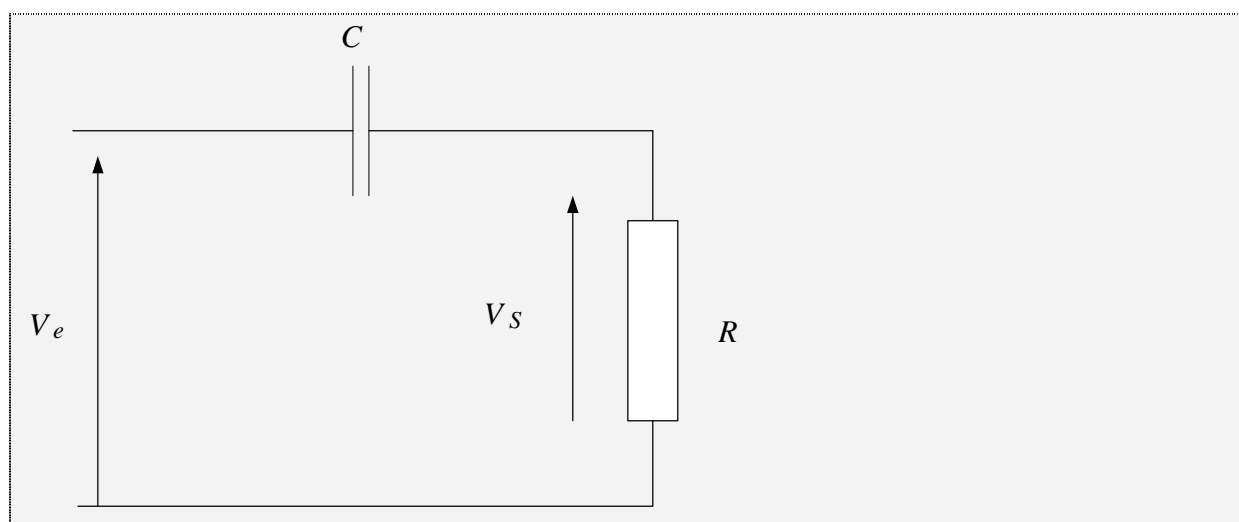
$$\left| \frac{v_s}{v_e} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 \cdot C^2 \cdot \omega^2}}$$

$$\text{Arg} \left( \frac{v_s}{v_e} \right) = -\text{Arg}(1 + jRc\omega)$$

$$G = 20 \text{Log} \left| \frac{v_s}{v_e} \right|$$

$$\phi = \text{Arg} \left( \frac{v_s}{v_e} \right)$$



***Filtre passe haut***

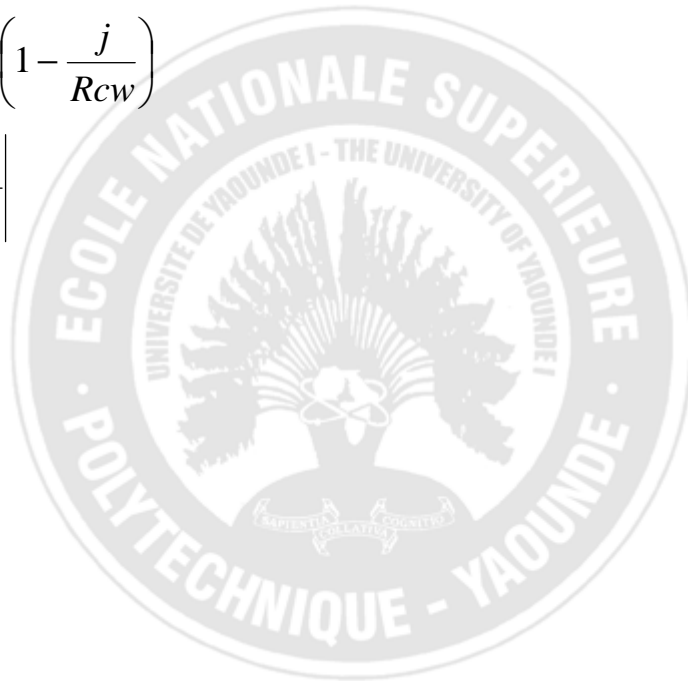
$$\frac{V_S}{V_e} = \frac{R}{R - \frac{j}{C \cdot \omega}}$$

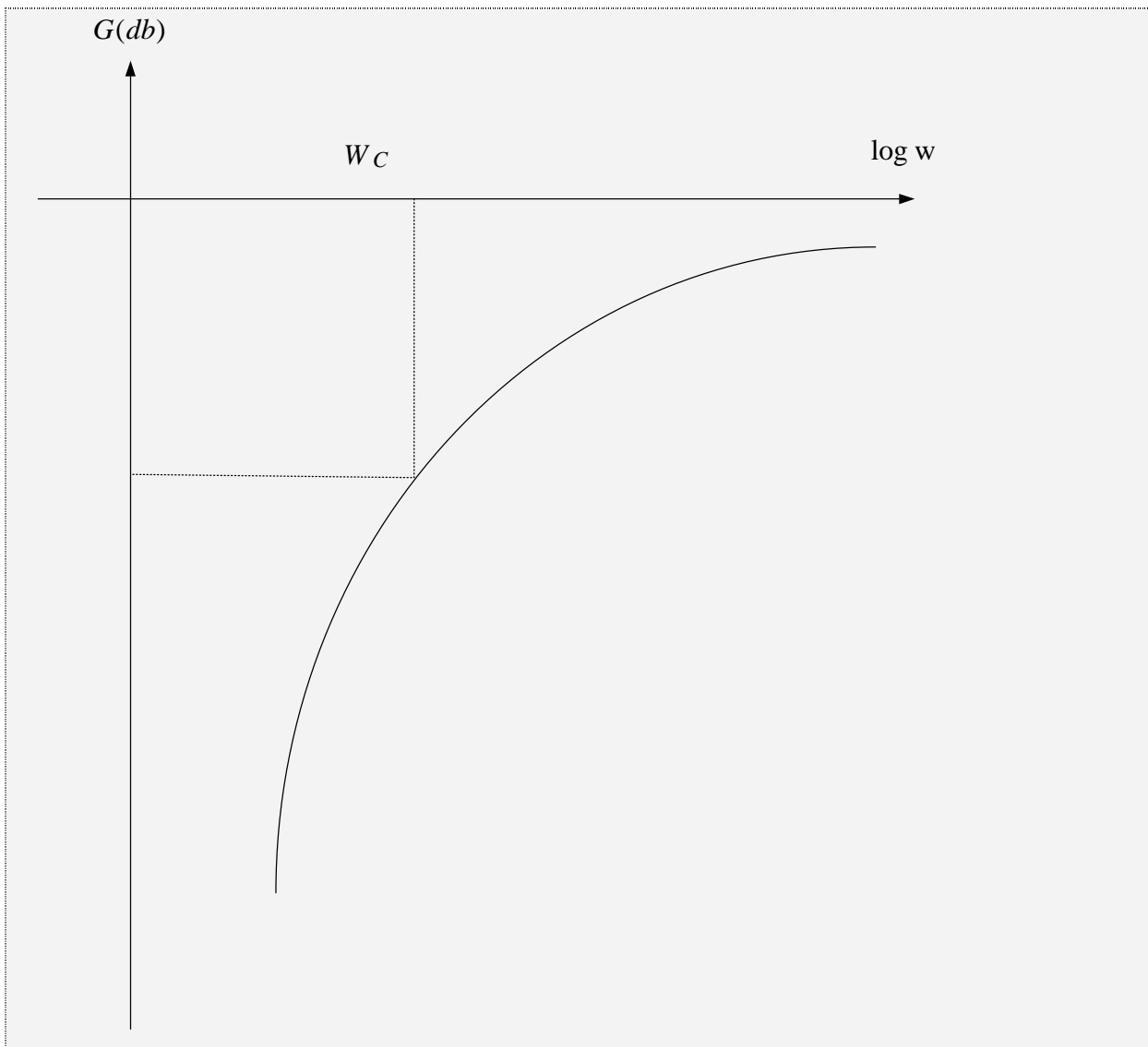
$$\left| \frac{V_S}{V_e} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{R^2 \cdot C^2 \cdot \omega^2}}}$$

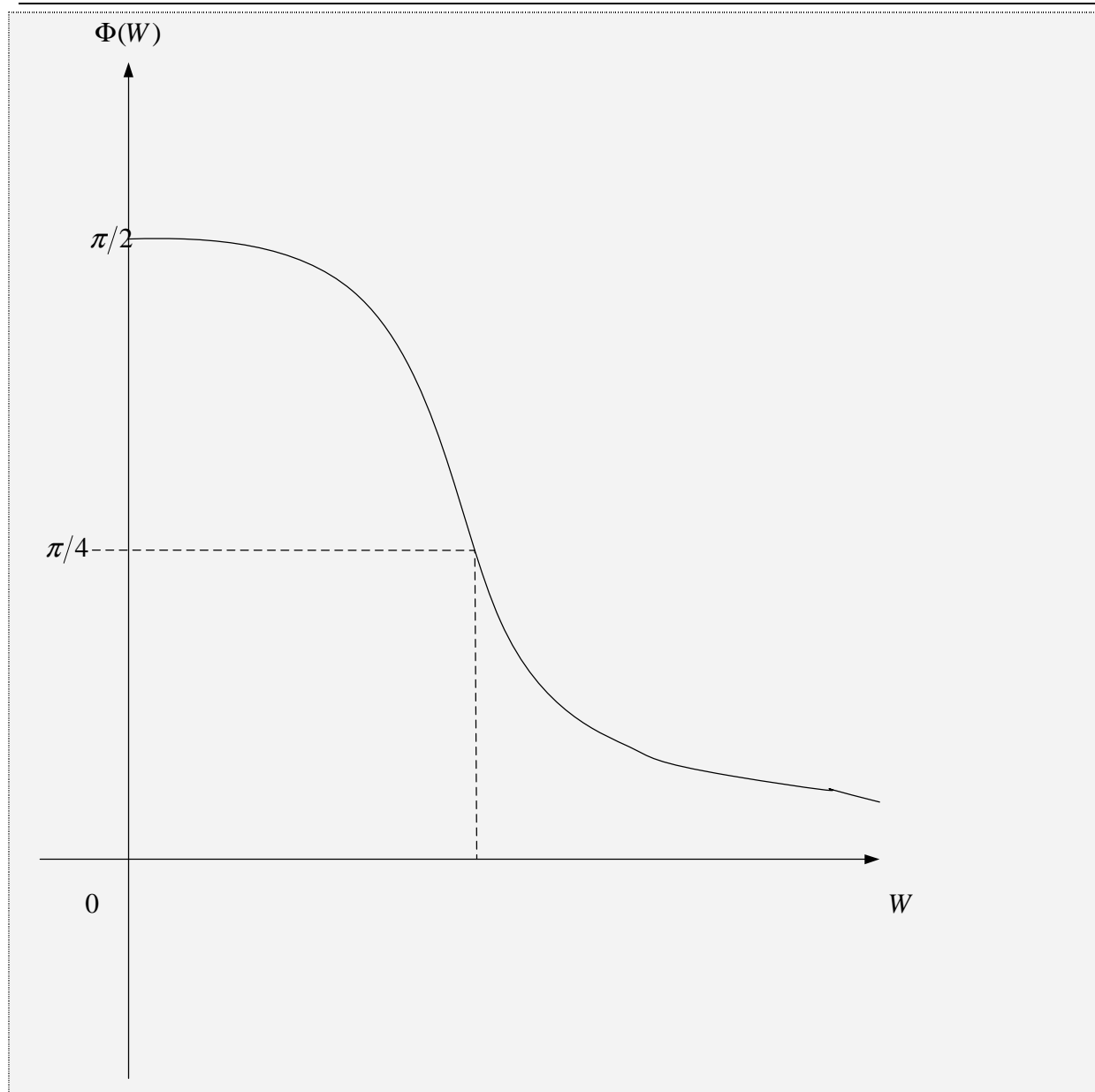
$$\text{Arg}\left(\frac{V_S}{V_e}\right) = -\text{Arg}\left(1 - \frac{j}{R C \omega}\right)$$

$$G(\omega) = 20 \text{Log} \left| \frac{V_S}{V_e} \right|$$

$$\Phi(\omega) = \text{Arg}\left(\frac{V_S}{V_e}\right)$$

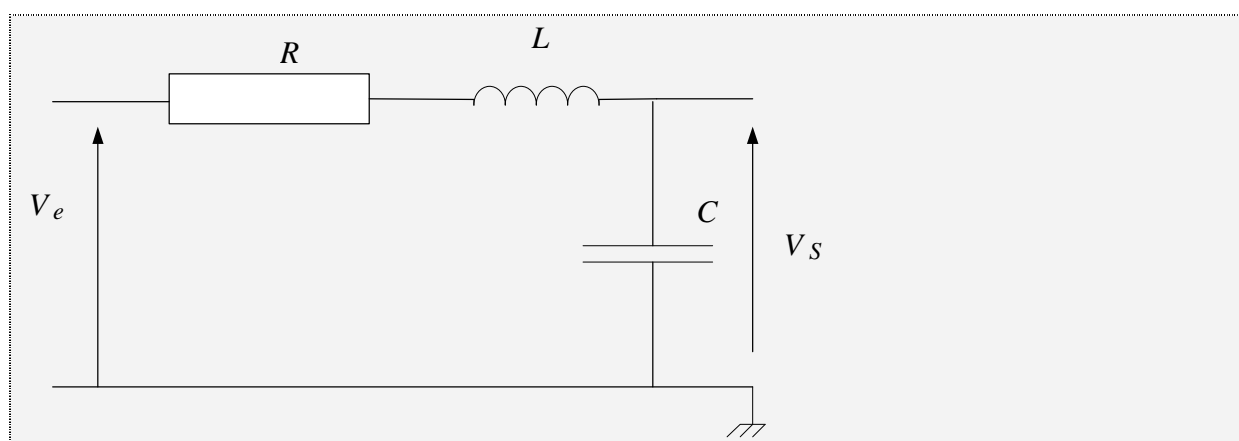






## Filtres du 2<sup>e</sup> ordre

### Résonnant (RLC)



$$V_s = \frac{-\frac{j}{C\omega}}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)} V_e$$

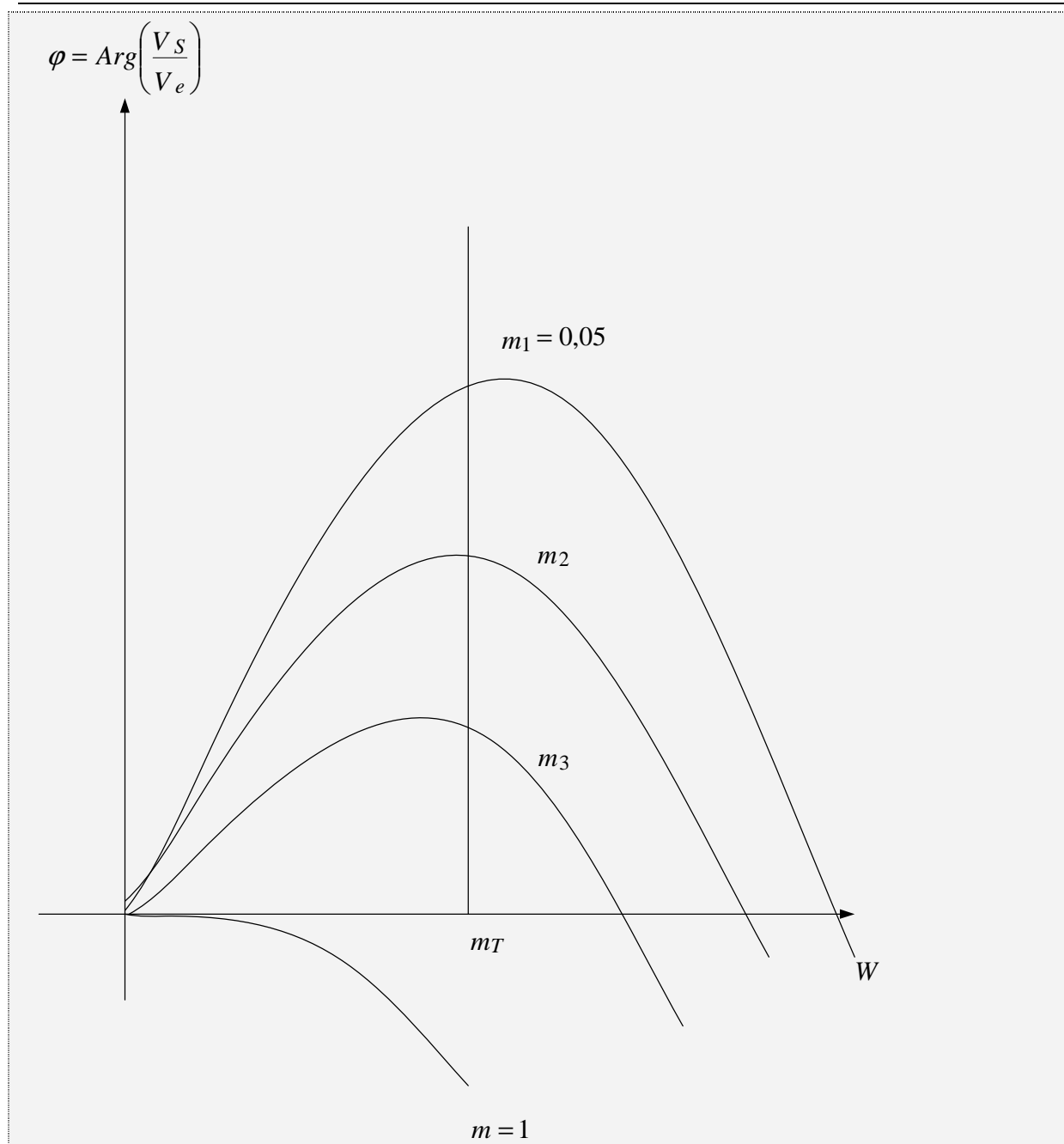
$$\Rightarrow \frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{(1 - LC\omega^2) + jRC\omega}$$

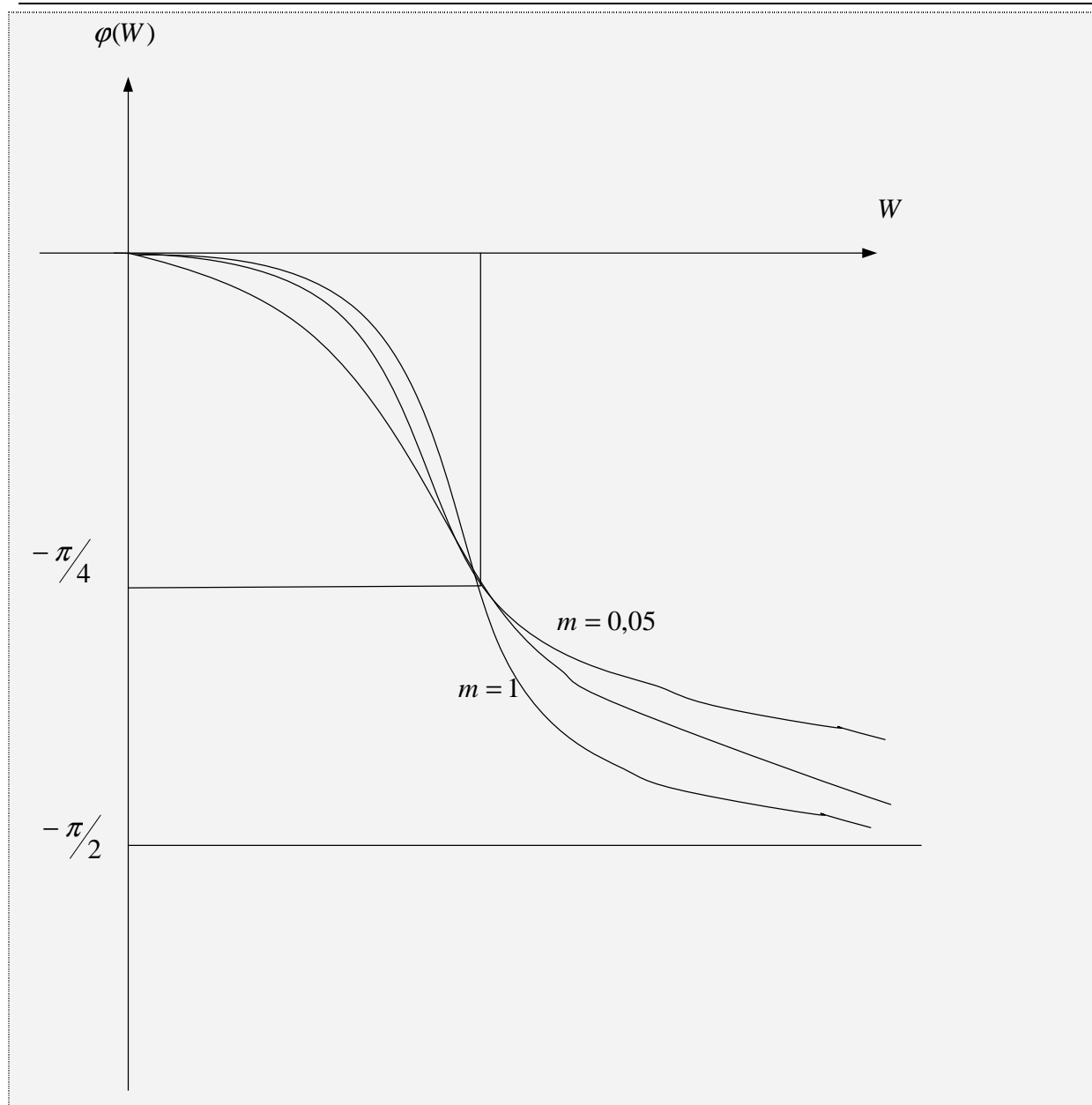
$$\left| \frac{V_s}{V_e} \right| = \frac{1}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2}}$$

$$\text{Arg}\left(\frac{V_s}{V_e}\right) = -\text{Arctg} \frac{RC\omega}{1 - LC\omega^2}$$

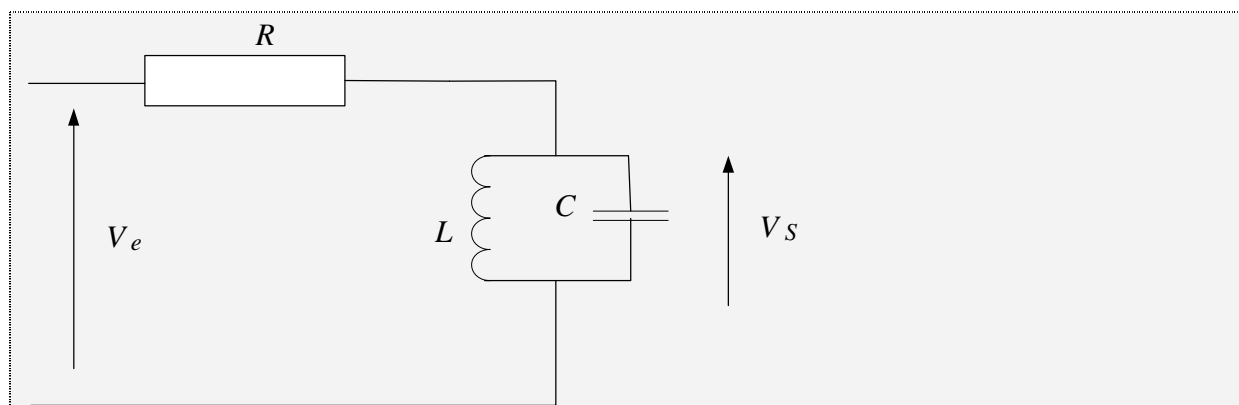
$$\text{Posons } \frac{\omega}{\omega_0} = u ; LC = \frac{1}{\omega_0^2} ; m = \frac{R}{2L\omega_0} ; \text{tg } \varphi = \frac{2mu}{1 - u^2}$$





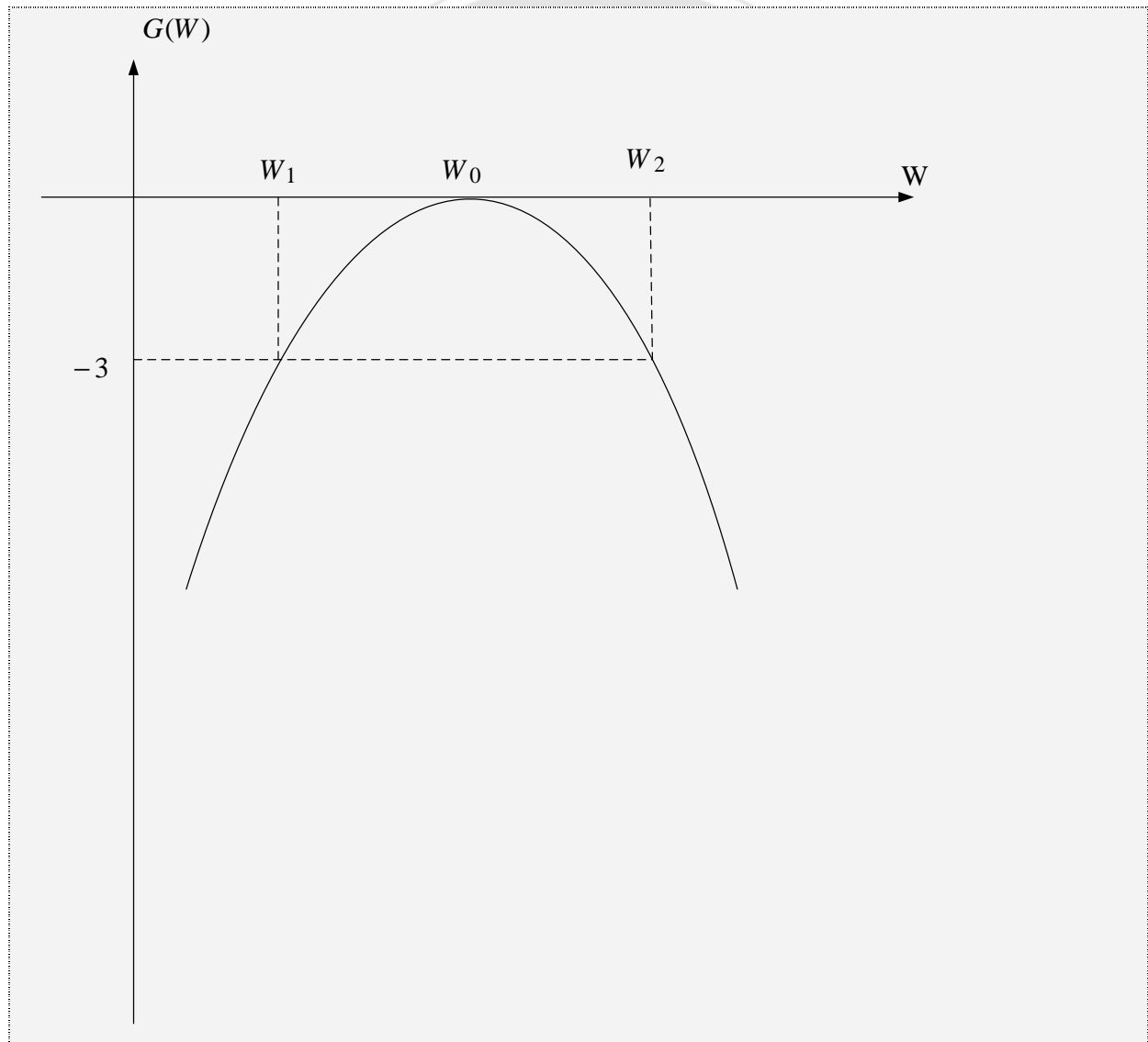


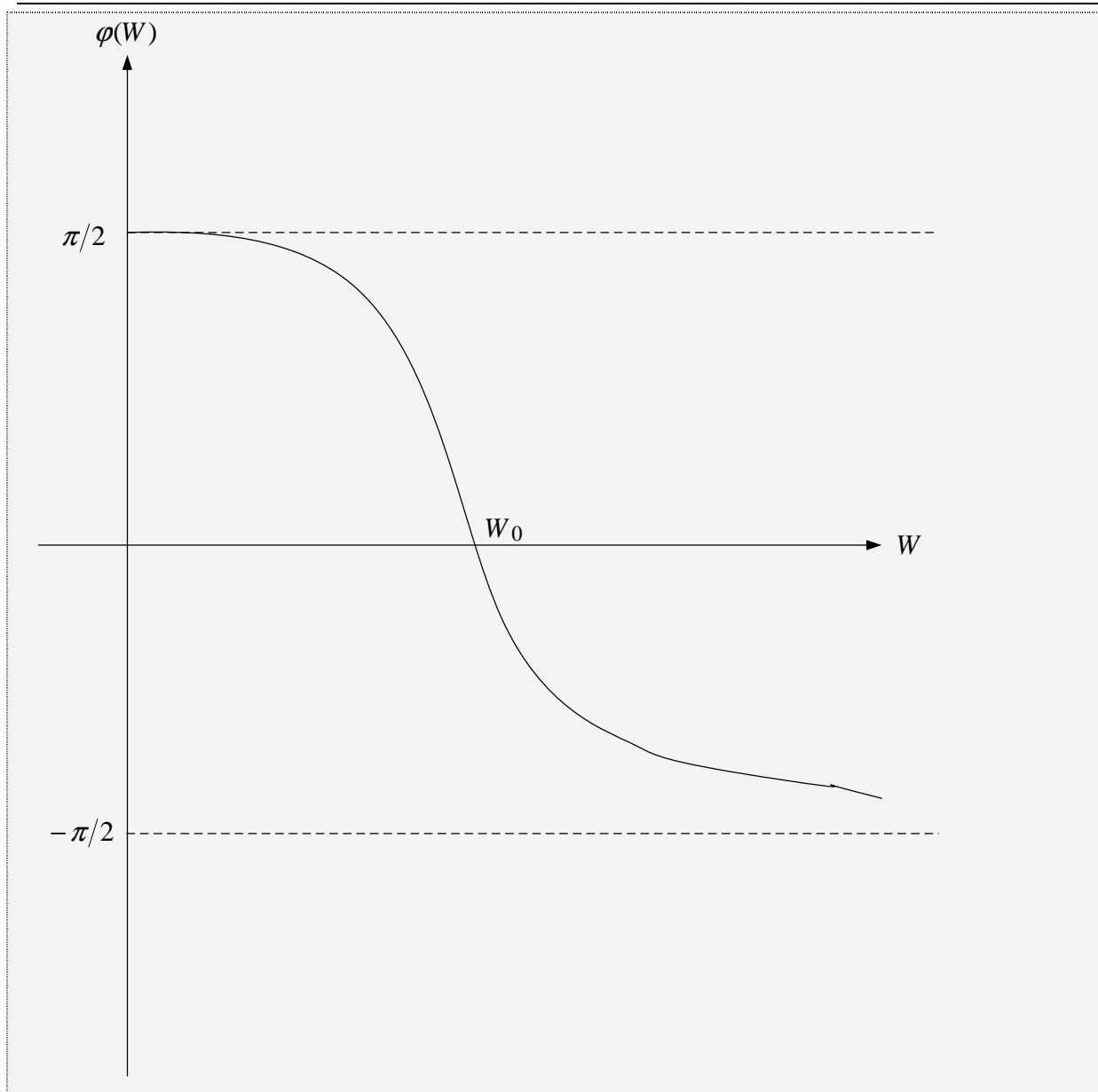
### Bouchon (RLC)

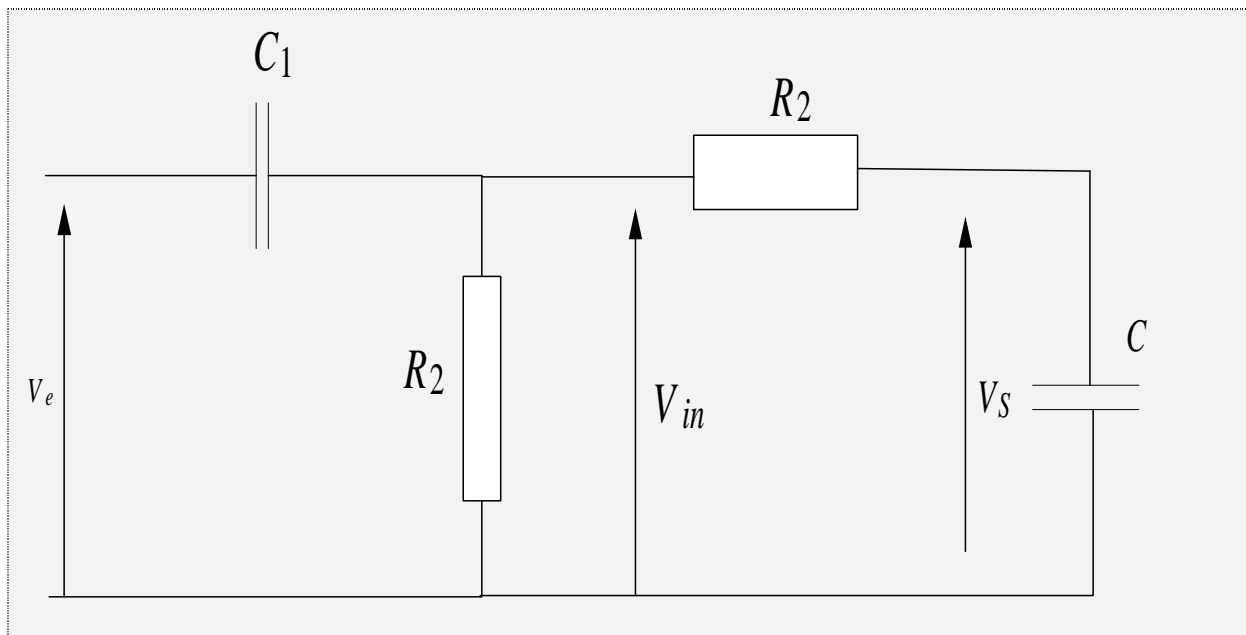


$$\frac{V_S}{V_e} = \frac{L\omega}{L\omega + jR(LC\omega^2 - 1)}$$

$$\begin{aligned} \text{Arg}\left(\frac{V_S}{V_e}\right) &= -\text{Arg}[L\omega + jR(LC\omega^2 - 1)] \\ &= \text{Arctg}\left(\frac{R(1 - LC\omega^2)}{L\omega}\right) \end{aligned}$$



**Filtre passe bande RC**

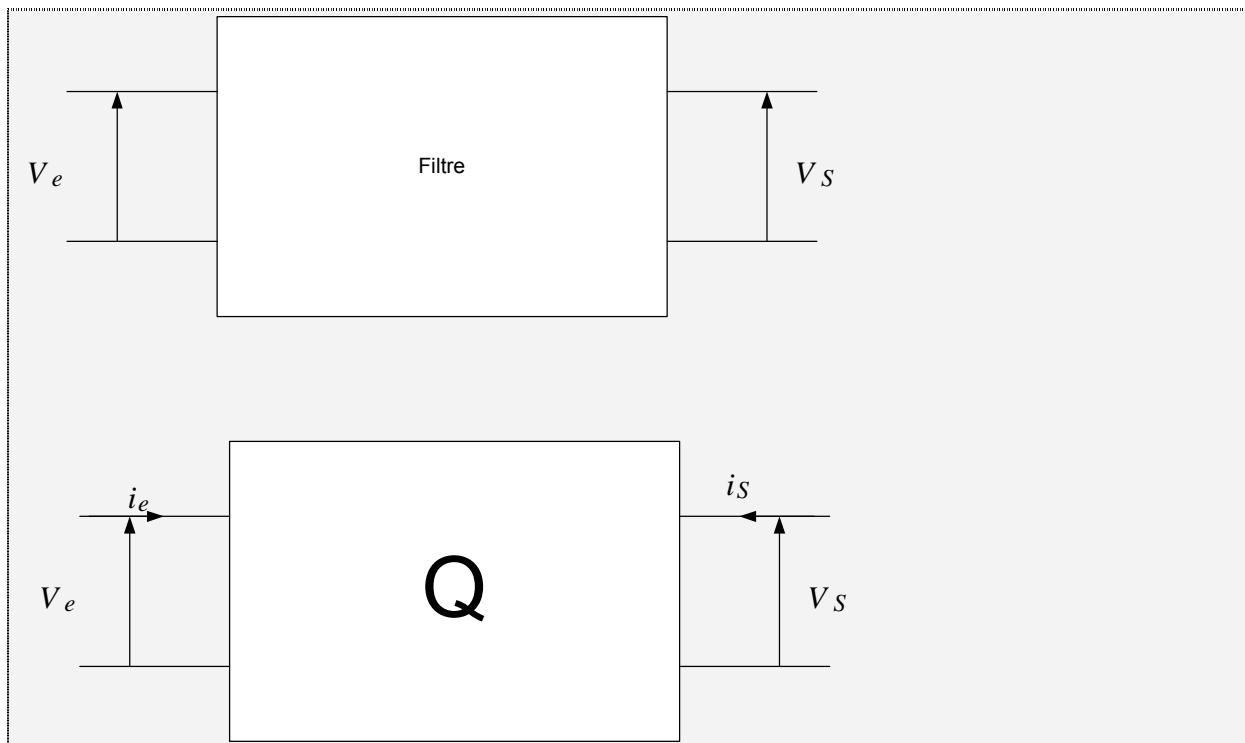


$$\frac{V_S}{V_e} = \frac{V_S}{V_{in}} \times \frac{V_{in}}{V_e}$$

$$= \frac{R_1}{R_1 + j.R_1.R_2.C_2.\omega + \frac{1 + j(R_1 + R_2)C_2.\omega}{j.C_1.\omega}}$$

## 5.4. ETUDE DES FILTRES PAR LES MATRICES DE QUADRIPOLES

### 5.4.1. NOTION DE MATRICE DE TRANSFERT

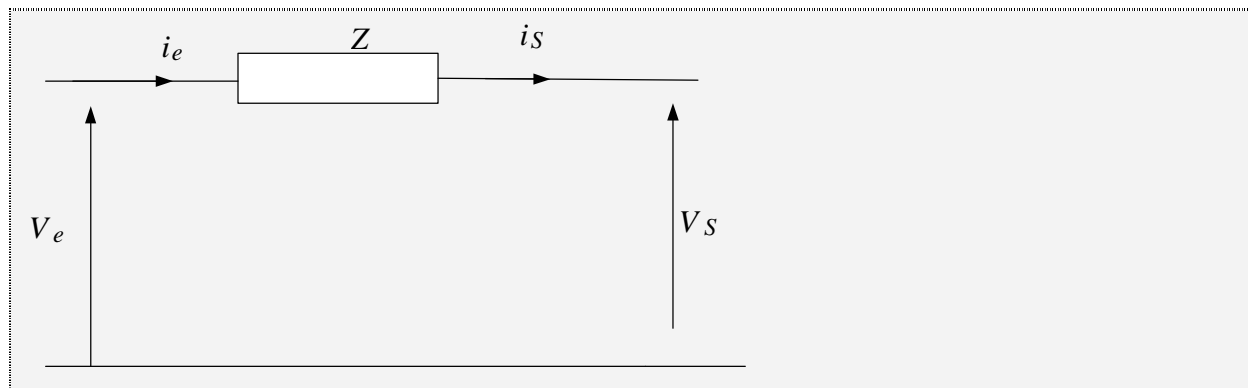


$$\begin{cases} v_e = A.v_s + B.i_s \\ i_e = C.v_s + D.i_s \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} v_e \\ i_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_s \\ i_s \end{pmatrix}$$

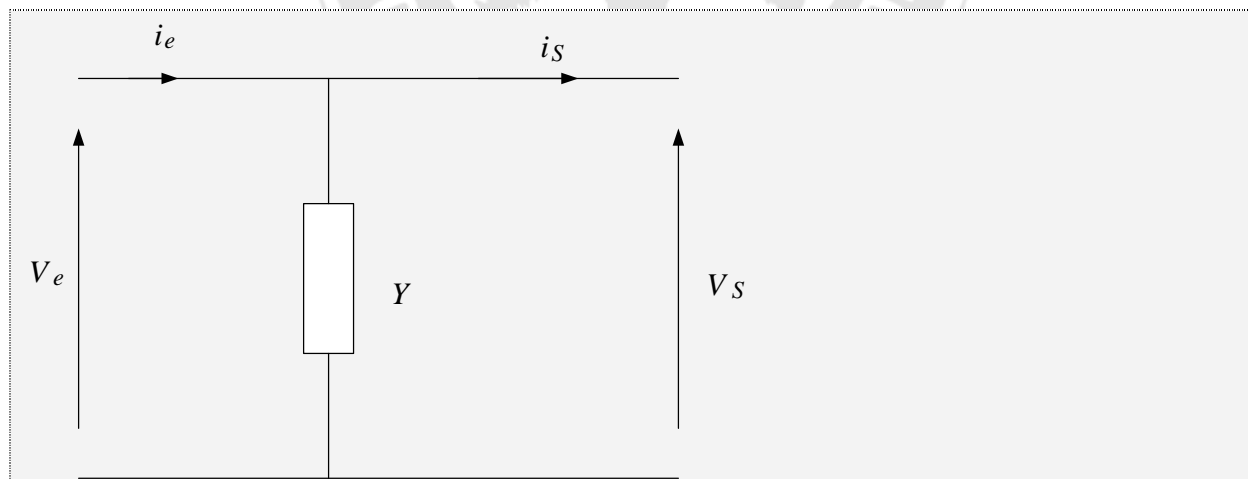
$\uparrow$   
**T**

### 5.4.2. Matrice de transfert de quelques filtres considérés comme Quadripôle



$$\begin{cases} v_e = v_s + z \cdot i_s \\ i_e = 0 + i_s \end{cases}$$

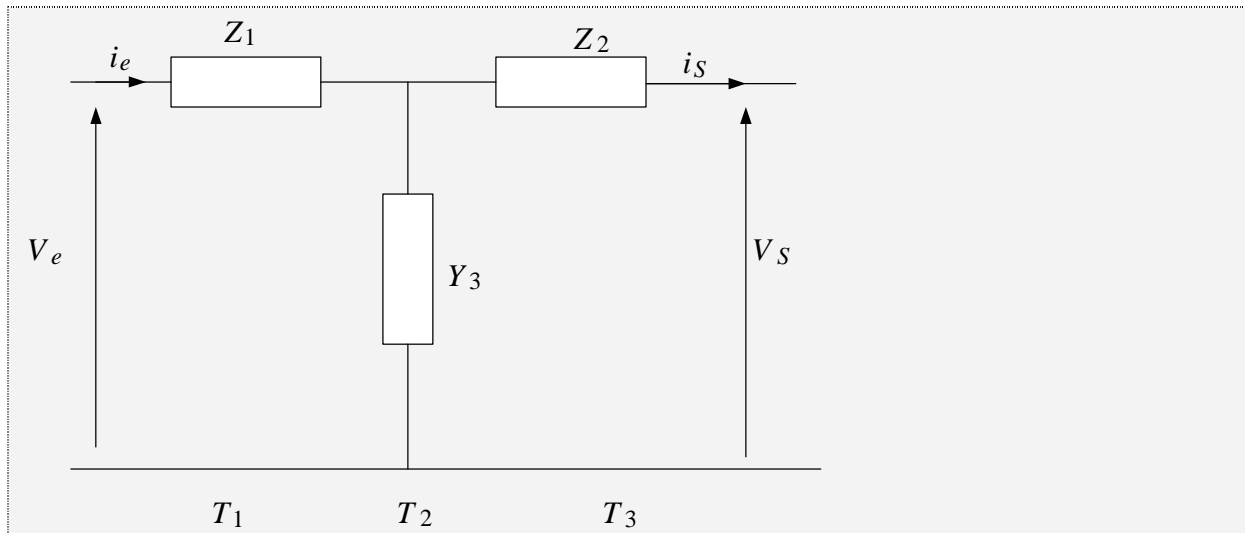
$$T = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$



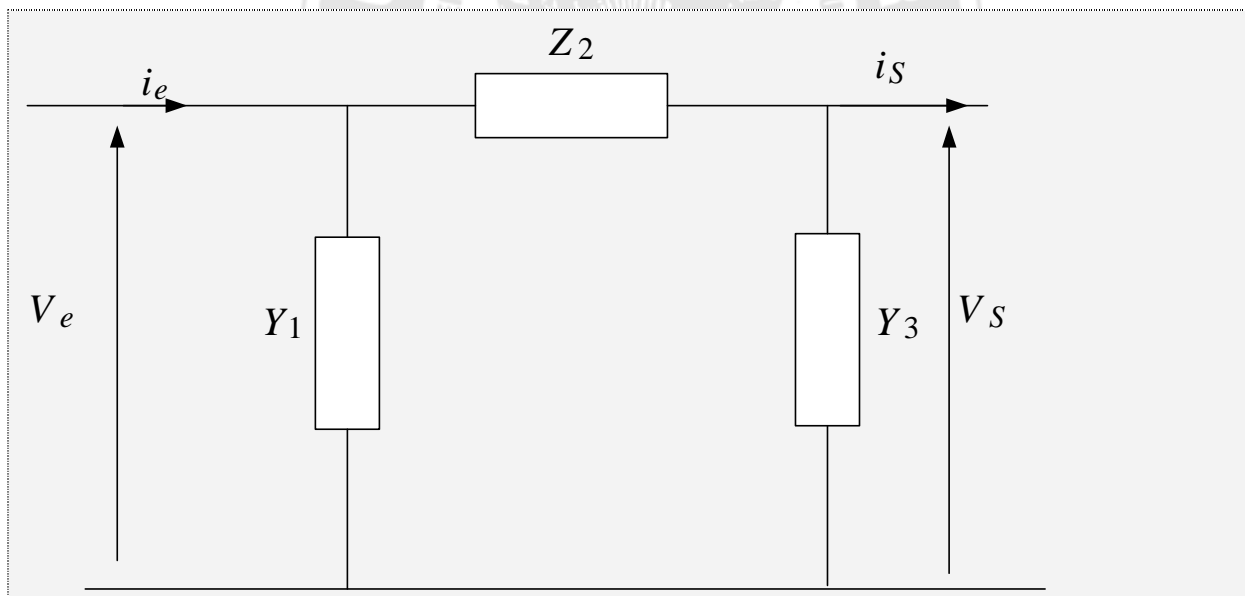
$$\begin{cases} v_e = v_s + 0 \cdot i_s \\ i_e = y \cdot v_s + i_s \end{cases}$$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ y & 1 \end{pmatrix}$$

#### Filtre en T



$$T = (T_1 \times T_2) \times T_3$$



### Filtre en $\pi$

$$T = (T_1 \times T_2) \times T_3$$

## 5.5. FILTRES ACTIFS

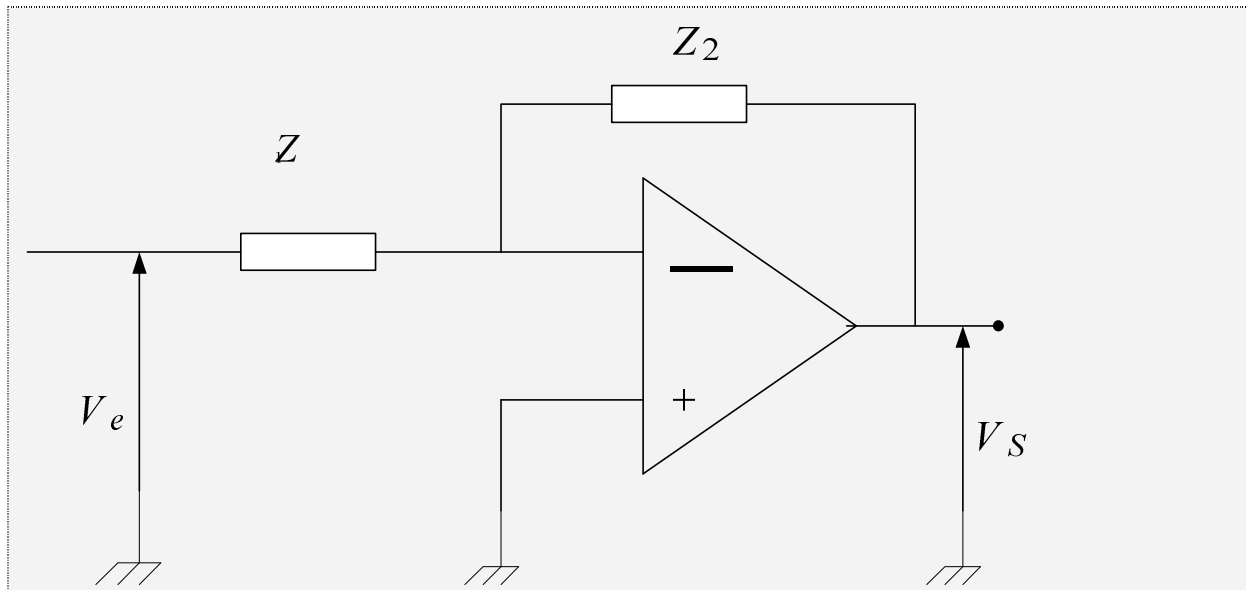
On n'appelle Filtre actif un circuit qui présente la propriété d'éliminer les fréquences indésirables ne contenant que des résistances, des capacités et des étages amplificateurs.

### 5.5.1. Structure des filtres actifs

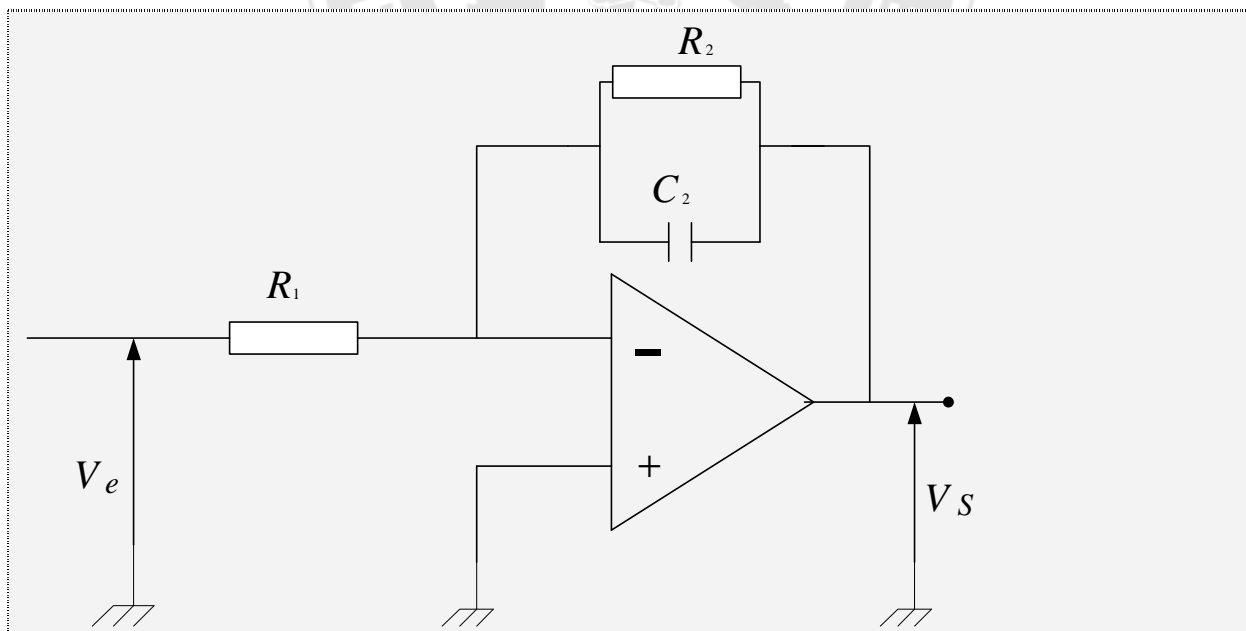
#### Filtres mono boucles

La structure de ces filtres est analogue à celle des amplificateurs inverseurs





$$\frac{V_S}{V_e} = -\frac{Z_2}{Z_1}$$



$$Z_2 = \frac{R_2}{1 + j \cdot R_2 \cdot \omega \cdot C_2}$$

$$\frac{V_S}{V_e} = -\frac{1}{R_1} \cdot \frac{R_2}{1 + j \cdot R_2 \cdot \omega \cdot C_2} = T$$

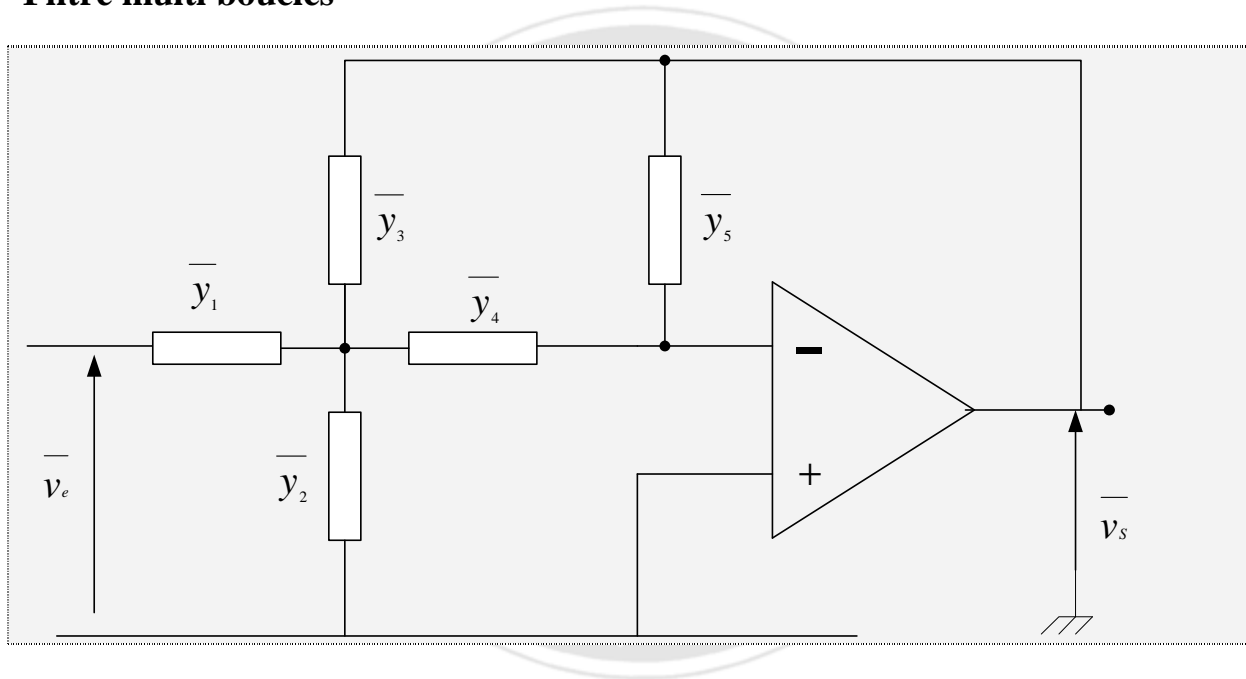
*Remarque :*

Pour les filtres de premier ordre :

$$T = \frac{A_0}{1 + j \frac{w}{w_0}}$$

Soit donc  $w_0 = \frac{1}{R_2 \cdot C_2}$  et  $A_0 = -\frac{R_2}{R_1}$

### Filtre multi boucles



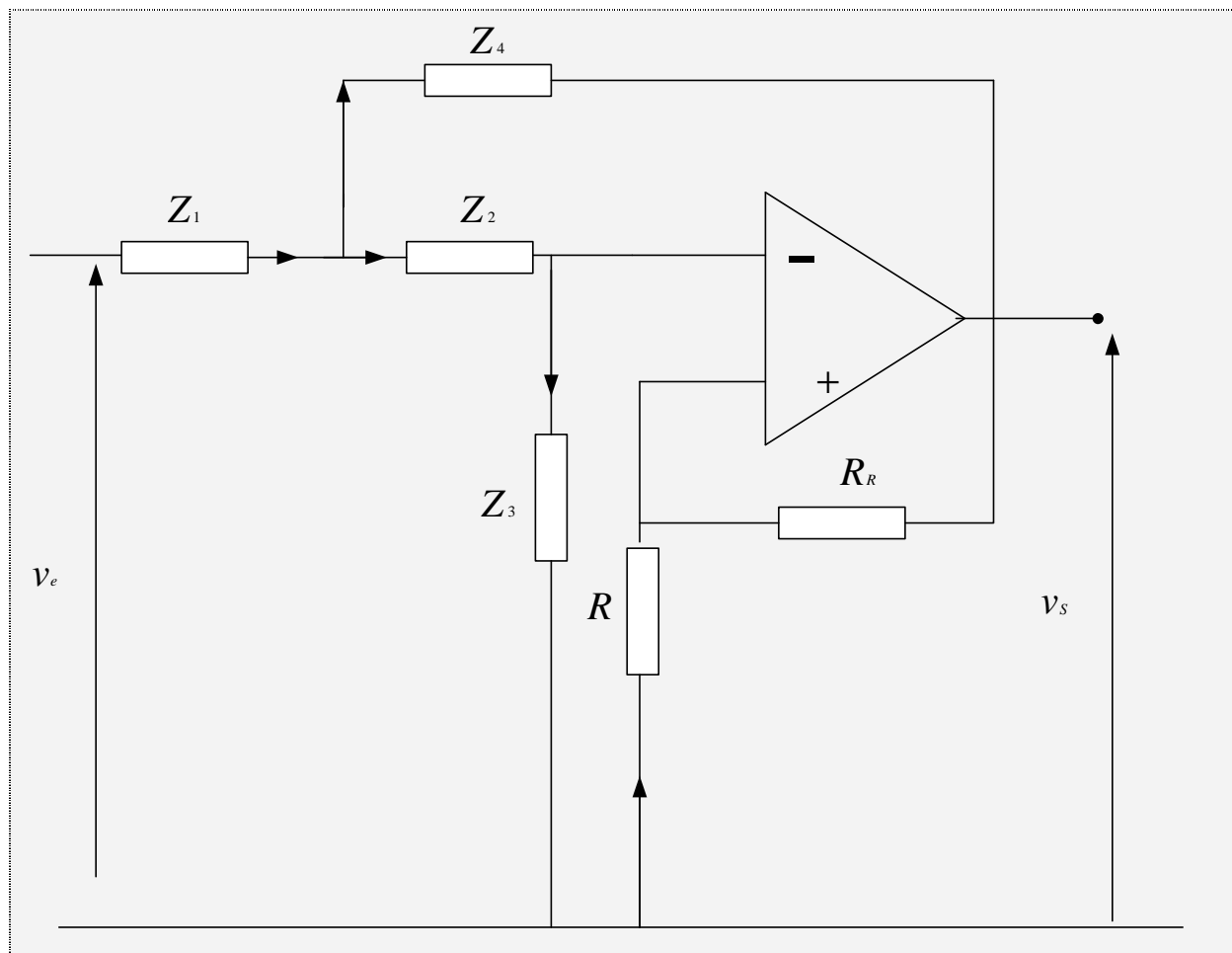
$$\frac{v_s}{v_e} = \frac{\bar{y}_1 \cdot \bar{y}_4}{\bar{y}_3 \cdot \bar{y}_4 + \bar{y}_5 (\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_3 + \bar{y}_4)}$$

$$\bar{y}_1 = \bar{y}_2 = \bar{y}_5 = \frac{1}{R}$$

$$\bar{y}_3 = \bar{y}_4 = j \cdot C \cdot w$$

$$\frac{v_s}{v_e} = \frac{j \cdot R \cdot C \cdot w}{2 \left[ 1 + jRCw + \left( \frac{jRCw}{2} \right)^2 \right]}$$

Filtre de 2e ordre Bande passante (B.P) = 2/RC

**Filtre à amplificateur non inverseur**

$$y_i = \frac{1}{Z_i}$$

$$\frac{v_s}{v_e} = \frac{(k+1) \cdot y_1}{y_3 - (k+1) y_4 + (y_1 + y_4) \left( 1 + \frac{y_3}{y_2} \right)}$$

