

République du Cameroun
Republic of Cameroon

Université de
Yaoundé I



University of
Yaounde I

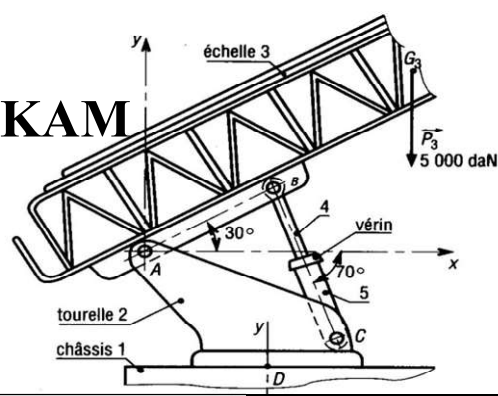
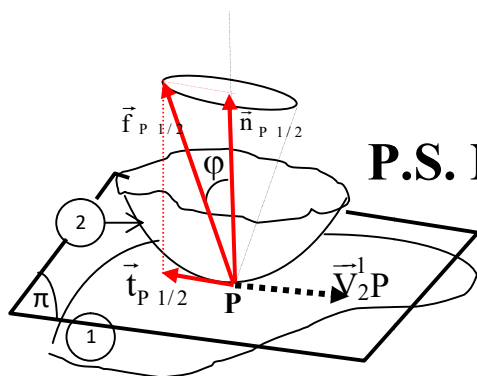
STATIQUE DU SOLIDE

MODELISATION DES ACTIONS MECANIKES - EXERCICES NON RESOLUS -

Ressource Pédagogique Mise en Ligne

Par

P.S. NGOHE-EKAM



Ecole Nationale
Supérieure Polytechnique de Yaoundé



PREAMBULE

Suite à la menace de propagation du Covid-19 (Corona virus Disease) dont le premier cas de contamination a été déclaré au mois de mars 2020 au Cameroun, des mesures sanitaires ont été édictées par monsieur le Recteur de l'Université de Yaoundé I, puis renforcées par une sortie médiatisée de monsieur le Premier Ministre (PM) du Cameroun. Le point commun de l'allocution de ces deux personnalités et relatif à l'enseignement supérieur fut la fermeture des établissements d'enseignement, dont l'Université de Yaoundé.

Monsieur le Recteur de l'Université de Yaoundé I, dans le souci que la fermeture de l'UY I ne soit pas une perche tendue aux étudiants paresseux pour se laisser aller à un certain sommeil intellectuel, instruit alors que les enseignants « mettent en ligne » leurs cours grâce au serveur du Centre Universitaire des Technologies de l'Information (CUTI) de l'UY I et que les étudiants visitent ce serveur à volonté pour télécharger les ressources pédagogiques (puisque c'est le terme le plus approprié) que les enseignants y auront déposé, ce téléchargement devant permettre aux étudiants de continuer d'apprendre (à domicile) pendant la période de pseudo-confinement décrétée par monsieur le PM.

C'est ainsi que le présent document est conçu et mis en forme par l'auteur. Ce document fait partie de l'enseignement dispensé par l'auteur aux étudiants de niveau II de l'Ecole Nationale Supérieure Polytechnique de l'UY I. L'auteur a valablement sectionné cet enseignement en modules qui constitueraient des chapitres de cours en présentiel. Et pour chaque module l'enseignant a produit trois documents en vue de faciliter l'apprentissage à distance :

- Des notes de cours
- Des exercices corrigés
- Des exercices non corrigés

L'idée principale du sectionnement de l'enseignement est de guider au mieux l'apprenant dans l'organisation de sa mémoire cognitive. En effet, il n'est pas bien d'exiger de l'apprenant une concentration trop longue, dépassant les six minutes reconnues par la plupart des experts en pédagogie, sans activité de restitution par exemple. L'apprenant est ainsi invité à ne pas rester trop longtemps sur les parties cours et exercices corrigés ; il peut y revenir en tant que de besoin. Cependant le traitement des exercices non corrigés étant une phase d'extériorisation de la connaissance emmagasinée, l'apprenant pourra et devrait y passer assez de temps de travail.

L'interaction de l'enseignant avec les apprenants est rendue possible grâce aux fora (plateformes d'enseignement à distance, groupe Whatsapp, liste de distribution par email, etc.) divers dans lesquels les apprenants sont invités à s'inscrire.

Pour finir, nous signalons que l'organisation actuelle de cet enseignement n'est pas vraiment une mise en ligne de cours, encore moins un MOOC, comme cela est fait dans la plupart des plateformes d'enseignement à distance. Nous essayons de faire une mise en ligne des ressources (dans le serveur de l'UY I), mais une mise en ligne suggérant une sorte de protocole d'apprentissage aux étudiants.

Yaoundé, le 21 mars 2020,

P.S. NGOHE-EKAM

EXERCICES NON RESOLUS SUR LA MODELISATION DES ACTIONS MECANIQUES

I- 1ère partie : Action mécanique à distance de pesanteur - Le centre d'inertie

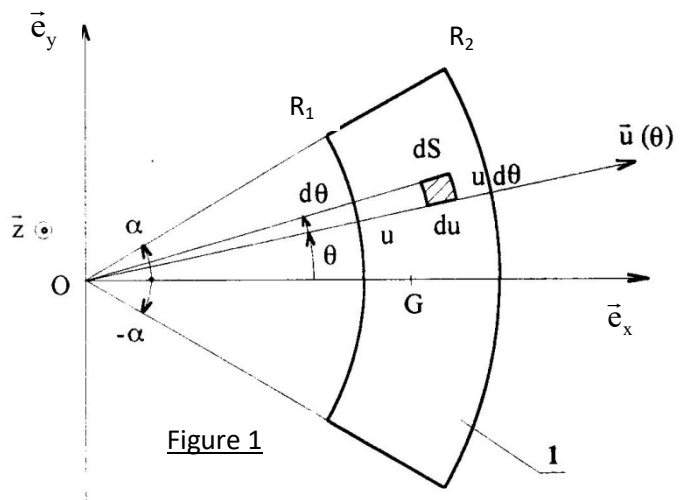
Exercice 1 : Centre d'inertie d'un secteur circulaire

1°) - Déterminer le vecteur position, dans le repère $R(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$, du centre de gravité G du secteur circulaire d'angle 2α d'une couronne de rayon intérieur R_1 et de rayon extérieur R_2 , supposée homogène (Figure 1)

2°) - Vérifier le résultat obtenu dans le cas $\alpha = \pi$.

3°) - Dédurre du résultat général de 1°), la position du centre de gravité de :

- a) - un demi-cercle de rayon R
- b) - un quart de cercle de rayon R
- c) - un demi-disque de centre O et de rayon R



Exercice 2 : Utilisation du Centre d'inertie d'une courbe plane pour la détermination des surfaces de révolution.

1°) - Vérifier le premier théorème de GULDIN pour le demi-cercle de rayon R (vu en exercice 1) et pour un cylindre creux de rayon de base R et de hauteur H (surface latérale et surface totale)

2°) - Déterminer, à partir du premier théorème de GULDIN, l'aire d'un tore (anneau cylindrique) de rayon R et de section circulaire de rayon r (figures 3 et 4 ci-dessous)

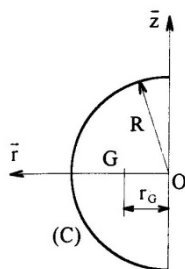


Figure 2

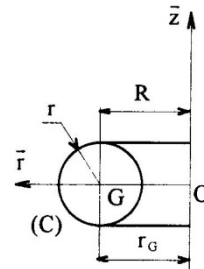


Figure 4

Exercice 3 : Utilisation du Centre d'inertie d'une surface plane pour la détermination de volumes.

1°) – Vérifier le deuxième théorème de Guldin pour un cylindre plein de rayon de base R et de hauteur H .

2°) – Déterminer, à partir du deuxième théorème de Guldin le volume :

- a) - d'une sphère de rayon R
- b) - d'un tore (anneau cylindrique) de rayon R et de section circulaire de rayon r

Exercice 4 : Centre d'inertie d'un cône de révolution (figure 5)

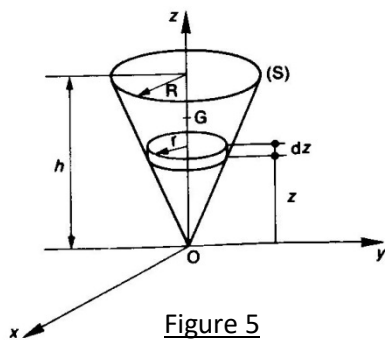


Figure 5

1°) – Déterminer le centre de surface d'un cône de révolution de hauteur H , de rayon du cercle de base R , homogène, creux et d'épaisseur négligeable, sans la base.

2°) – Déterminer le centre d'inertie d'un cône de révolution, plein et homogène, de hauteur H et de cercle de base de rayon R .

Exercice 5 : Centre d'inertie d'une demi-sphère

Déterminer le centre de masse d'une demi-sphère de rayon R , pleine et homogène (figure 6).

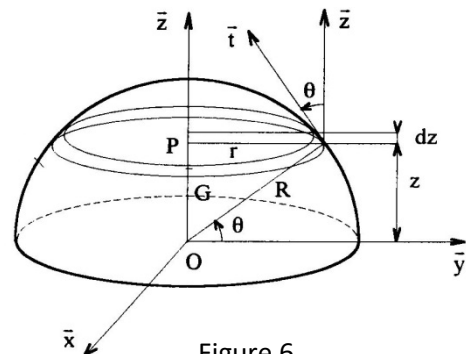


Figure 6

II- 2^{ème} partie : Modélisation des actions mécaniques de contact

Exercice 1 : Champ des actions mécaniques de pression s'exerçant sur un cube de Leslie

Un cube de Leslie, d'arête a , est coincé entre les plans xOy , yOz et zOx de l'espace repéré par $R(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ comme le montre la figure ci-contre. On le remplit aux $2/3$ par un liquide de densité d .

1°) – Réduire, en O , le torseur des forces pressantes exercées par ce liquide (S_1) sur la face (S_2) du cube incluse dans le plan d'équation $x = a$.

2°) – Déterminer un point Q où le moment de ce torseur est nul.

3°) – En déduire les équations cartésiennes de l'axe dudit torseur.

4°) – A.N. : $d = 13,6$ et $a = 10$ cm. Caractériser l'axe central de ce torseur sous la forme $\Delta(I, \vec{u})$

(On notera ρ_0 la masse volumique de l'eau et on pourra négliger la pression atmosphérique)

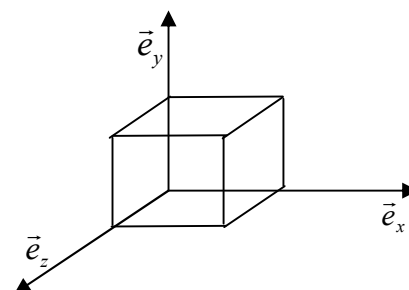


Figure 8

Exercice 2 : Limiteur de couple (AGATI)

Soit un broyeur de paille, attelé à un tracteur agricole ; le moment du couple transmissible par le moteur est limité par un limiteur de couple à roues coniques dont le schéma cinématique est donné sur la figure ci-contre.

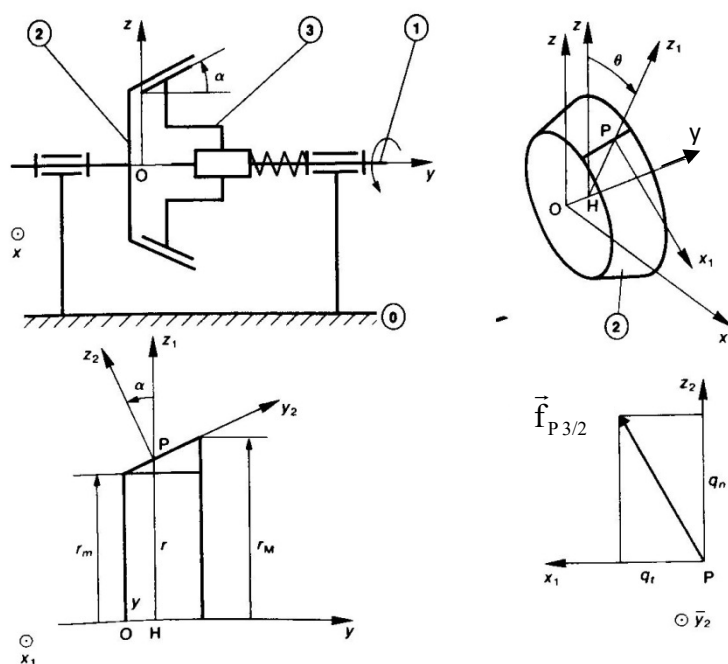


Figure 9

$R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est un repère lié au carter (0) du limiteur de couple ; la roue motrice conique (3) a une liaison glissière d'axe (O, \vec{y}) avec l'arbre moteur (1) qui a, ainsi que la roue réceptrice conique (2), une liaison pivot d'axe (O, \vec{y}) avec le carter (0).

Soient α , r_m et r_M respectivement le demi-angle au sommet des troncs de cône, les rayons minimum et maximum des cercles de section droite de la surface conique de contact entre (2) et (3)

Soient q_n et f respectivement la pression de contact, supposée

uniforme, de l'action mécanique de contact de la roue (3) sur la roue (2), et le coefficient de frottement des surfaces de contact.

On note $[\mathcal{R}_{3/2}] = \left\{ \begin{matrix} \vec{R}_{3/2} \\ \vec{M}_{O_{3/2}} \end{matrix} \right\}_O$ le torseur d'action mécanique de contact de (3) sur

(2), et on pose $\begin{cases} F = -\vec{y} \cdot \vec{R}_{3/2} \\ C = \vec{y} \cdot \vec{M}_{O_{3/2}} \end{cases}$; F représente l'effort presseur exercé axialement par la

roue (3) sur la roue (2) et C représente le moment du couple transmis par le limiteur de couple. Le but de l'étude est de déterminer le moment maximum C_M que peut transmettre ce mécanisme. Pour cela on considère les roues (2) et (3) à la limite du glissement et, dans cette hypothèse, on peut définir en tout point P de la surface de contact, le vecteur rotation instantanée de (2) par rapport à (3) sous la forme : $\vec{\Omega}_2^3 = \vec{\Omega}_{2/3} = \omega \vec{y}$ avec $\omega < 0$.

1°) – Définir les paramètres permettant de décrire la position d'un point P quelconque de la surface de contact de la roue (2) par rapport au repère (R) ; préciser ensuite la direction de la normale en ce point. On pourra définir un repère $R_1(H, \vec{x}_1, \vec{y}_1 = \vec{y}, \vec{z}_1)$ t.q. $(\vec{z}, \vec{z}_1) = \theta$ où H est la projection de P sur l'axe (O, \vec{y}) et \vec{z}_1 le vecteur unitaire de même direction et même sens que \vec{HP} , et un autre repère local $R_2(P, \vec{x}_2 = \vec{x}_1, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ t.q. $(\vec{z}_1, \vec{z}_2) = \alpha$, donc le vecteur unitaire \vec{z}_2 est normal en P à la surface conique

2°) – Déterminer, dans la base du repère local (R_2), les composantes du vecteur densité surfacique $\vec{f}_{p_{3/2}}$ en fonction du coefficient de frottement f et de la pression de contact q_n entre (2) et (3).

3°) – Déterminer la pression de contact q_n en fonction de l'effort presseur F.

4°) – Déterminer le moment maximum C_M du couple transmissible par le limiteur de couple, en fonction de l'effort presseur F.

Exercice 3 : Frein à disque (BREMONT)

Un frein à disque d'automobile est représenté sur la figure 10 ci-contre ; il est essentiellement constitué du disque (1) lié à la roue du véhicule, des plaquettes (2) et (3) serrées contre le disque (1), pendant le freinage, par

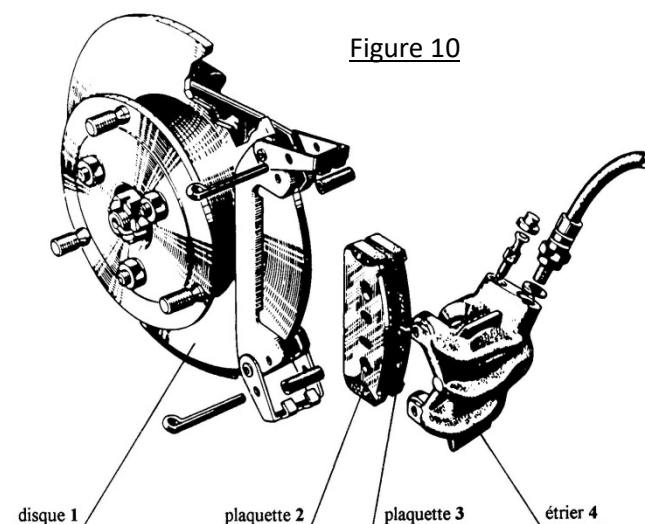


Figure 10

un piston guidé en translation dans l'étrier (4).

Le but de l'étude est de déterminer l'action mécanique exercée par la plaquette (3) sur le disque (1) lors du freinage. Pour cela, la plaquette (3) est schématisée par une surface qui est l'intersection entre un secteur circulaire d'angle 2α et une couronne circulaire de rayon intérieur r et de rayon extérieur R (voir figure 11 ci-dessous).

Soit $R(O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ un repère tel que l'axe (O, \bar{z}) soit confondu avec l'axe de la roue ; le

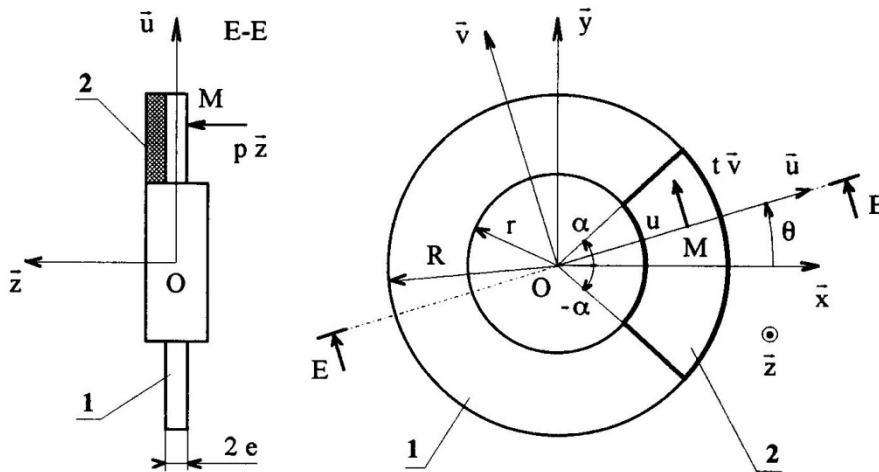


Figure 11

plan (O, \bar{x}, \bar{y}) est placé dans le plan médian du disque d'épaisseur $2e$.

La plaquette (3) exerce sur le disque (1) une action mécanique représentée, en chaque point M de la surface de contact, par la densité surfacique

de forces $\vec{f}(M) = p\vec{z} + t\vec{v}$, sachant que le repère $R_1(O, \bar{u}, \bar{v}, \bar{z})$ est tel que : $\overrightarrow{OM} = u\bar{u} \pm e\bar{z}$ avec $r \leq u \leq R$ et $\theta = (\bar{x}, \bar{u})$ avec $-\alpha \leq \theta \leq \alpha$, les composantes normales et tangentielle p et t sont positives.

On suppose la pression p uniforme sur la surface de contact et on note f le coefficient de frottement entre le disque (1) et la garniture de la plaquette (3)

On donne $R = 90 \text{ mm}$; $r = 60 \text{ mm}$; $\alpha = 30^\circ$; $f = 0,35$; $p = 2 \text{ MPa}$

1°) – Déterminer, au point O , le torseur d'action mécanique de la plaquette (3) sur le disque (1), en fonction de p , f , r , R , e et α .

2°) – En déduire le torseur d'action mécanique de l'ensemble des deux plaquettes (2) et (3) sur le disque (1). Valeur numérique.

3°) – Déterminer l'axe central du torseur d'action mécanique de l'ensemble des deux plaquettes (2) et (3) sur le disque (1). Valeur numérique.

4°) – Représenter le torseur d'action mécanique de la plaquette (3) sur le disque (1) par un ensemble de deux forces, l'une associée à l'action normale et l'autre à l'action tangentielle.