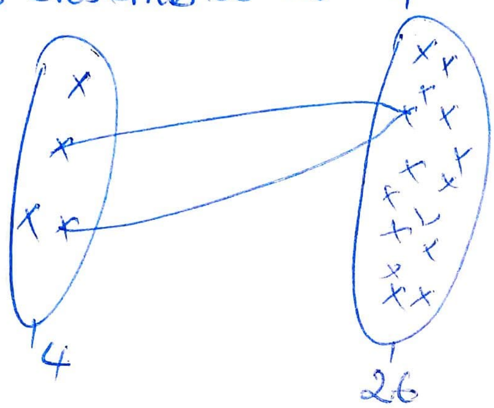
Correction TD N° 1 : Dénombrement

exercice 1

Autre approche :

1) Un code possible correspond à une application d'un ensemble à 4 élts dans un ens. à 26 élts :



d'où $N = 26^4$

$N = 456976$

2) Puisque les 4 lettres doivent être distinctes, alors, l'application précédente devient injective.

d'où $N = A_{26}^{4} = 358800$

exercice 2

1- Nbre de lots distincts

Soit le nbre de lots une application allant de l'ensemble de 10 parfums vers l'espace des lots de 4 parfums. On doit dénombrer le nbre de sous-ensembles de 4 élts de l'ens. des 10 parfums. Le nombre total de lots est donc le nbre de sous-ensembles soit C_{10}^{4}

$N = 210$

2- Nbre de lots distincts de façons à ce qu'ils ne contiennent pas simultanément un pot à la fraise et [illegible]

soit A : « les lots ne contiennent pas simultanément la fraise et la framboise ».

$\bar{A}$: « Les lots continient simultanément fraise et frambroise ».

On sait que $Card(A) + Card\ \bar{A} = Card\ \Omega$

$Card\ \Omega = C_{10}^{4} = 210$.

Ayant déjà 2 parfums prédéfinis, il reste 2 parfums parmi les 8 restants.

$Card\ \bar{A} = C_{8}^{2} = 28$

d'où $\underline{\underline{Card A = C_{10}^{4} - C_{8}^{2} = 182}}$

3- Nbre de lots de 4 parfums quelconques

Il s'agit ici d'une situation de permutation avec répétit de 4 pots de yaourts aux dix parfums.

soit $N = K_{10}^{4} = C_{13}^{4} = 715$

NOTES IMPORTANTES

- Le contraire de de au moins 2 est au plus 1.

En effet, si on a B = "au moins 2" $\equiv$ ≥ 2 $\Rightarrow$ "$\bar{B}$: < 2"

- De la même manière, "au moins 1" $\equiv$ ≥ 1 donc "$\bar{B}$: < 1".

Voila comment déterminer l'événement contraire.

exercice 3

1) Sans restriction, un rangement correspond à une permutation de 6 élts entre eux, soit $N = 6! = 720$

2- Les livres de math ens. et les romans aussi

Ici, on fait une ~~collections~~ permutat° inter bloc ~~et une~~ pour les 3 blocs et une permutation intrabloc pour chacun des 3 blocs.

soit $N = (3!\,2! \times 1!) \times 3! = 72$

3 - Seuls les romans sont ensembles

Chacun des livres différents des romans forment un bloc + le bloc des romans soit 4 bloc, donc de la même manière, on aura une permutation intra bloc des 3 romans et une permutation interbloc des 4 blocs. le tout moins le cas où le cas les romans et les livres de maths sont ensemble.

donc $N = 4!\,3! - (3!\,2!\,1!)\,3!$

$\underline{\underline{N = 72}}$

4- Les ouvrages d'une même collection st indiscernables

Il s'agit des permutations où les romans sont susceptibles de revenir 3 fois, les livres de maths 2 fois et 1 fois celui de Chimie

$P'_6(3,2,1) = \dfrac{6!}{3!\,2!\,1!} \Rightarrow \underline{N = 60}$

5- Les ouvrages d'une m̃ collection sont rangés ensembles

Chacune des collection constitue un bloc, il n'y a plus de permutation intrablocs. d'où $N = 3! = 6$

exercice 4

1- Pour que les 4 pièces soient bonnes, il faudra les choisir dans les 16 bonnes pièces. Choisir 4 pièces parmi les 16 bonnes revient donc à déterminer le nbre de sous ens à 4 élts d'un ensemble à 16 élts. Soit $N = C_{16}^{4} = 1820$

2- Au moins une est mauvaise

Soit l'évenement A : " Au moins une d'entre elle est mauvaise"

$\bar{A}$: " Aucune pièce choisie n'est mauvaise".

$Card(\bar{A}) = C_{16}^{4}$ car d'après 1).

On a donc $Card A = Card\,\Omega - Card\,\bar{A}$, Ω : "choisir 4 pièces)

$Card A = C_{20}^{4} - C_{16}^{4}$ | A.N : $Card A = 3025$

3- Deux au-moins sont mauvaises

son évènement contraire est $\bar{B}$: au plus 1 est mauvaise

$Card\,\bar{B} = \cancel{C_4^4 + C_{16}^{1} \cdot C_4^{3}}\ C_{16}^{4} + C_4^{1} \cdot C_{16}^{3}$

$Card B = Card\,\Omega - Card\,\bar{B} = C_{20}^{4} - (C_{16}^{4} + C_4^{1} C_{16}^{3}) = 785$???!

$= \cancel{1453}.\ \cancel{785}$

⚠ ~~Il y'a problème avec cette question lorsque j'applique la méthode directe, je trouve un résultat ≠.~~

Méthode directe : - Soit 2 sont mauvaise soit $C_4^{2} \times C_{16}^{2}$

- soit 3 st mauvaise ie $C_4^{3} \times C_{16}^{1}$

- soit les 4 sont mauvaises : C_4^{4}.

d'où $N = C_{16}^{2} \times C_4^{2} + C_4^{3} \cdot C_{16}^{1} + C_4^{4} = 785$