UNIVERSITE DE YAOUNDE I
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE POLYTECHNIQUE
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES
EPREUVE DE PROBABILITES-STATISTIQUE

Contrôle Continu
Cycle Ingénieur II
Session de novembre 2018
*Examinateur : Pr TEWA Jean Jules*
*Durée : 3h00*

**_Exercice 1_ : (7pts)**

On utilise deux pièces de monnaie : l'une pipée, de sorte que lorsqu'on la lance. la probabilité d'obtenir pile soit $\frac{1}{4}$ ; l'autre non pipée.

1) On prend une pièce au hasard (chacune des deux pièces a une probabilité $\frac{1}{2}$ d'être prise).
   a) Quelle est la probabilité d'obtenir pile ?
   b) On a obtenu pile : quelle est la probabilité d'avoir utilisé la pièce pipée ?
   c) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois pile en faisant trois lancers avec la pièce choisie ?
2) Trois fois on choisit l'une des pièces au hasard qu'on lance (chacune des deux pièces a donc à chaque fois une probabilité $\frac{1}{2}$ d'être lancée) : déterminer la probabilité d'obtenir au moins une fois pile.
3) On lance les deux pièces ensembles : quelle est la probabilité d'obtenir le même résultat pour les deux pièces ?

**_Exercice 2_ : (7pts)**

Une urne contient 3 pièces équilibrées. Deux d'entre elles sont normales : elles possèdent un côté « Pile » et un côté « Face ». La troisième est truquée et possède deux côtés « Face ».

*On prend une pièce au hasard dans l'urne et on effectue de manière indépendante des lancers successifs de cette pièce. On considère les évènements suivants :*

*$B$ : la pièce prise est normale. $\bar{B}$ : la pièce prise est truquée.*

*$P$ : on obtient « Pile » au premier lancer.* $F_n$ : on obtient « Face » pour les $n$ premiers lancers.

*1) Calculer*
   *a) Quelle est la probabilité de l'évènement B ?*
   *b) Quelle est la probabilité de l'évènement P sachant que B est réalisé ?*
*2) Calculer la probabilité de l'événement $P \cap B$, puis de l'événement $P \cap \bar{B}$. En déduire la probabilité de l'évènement P.*
*3) Calculer la probabilité de l'événement $F_n \cap B$, puis de l'événement $F_n \cap \bar{B}$. En déduire la probabilité de l'événement $F_n$.*

**_Exercice 3_ : (6pts)**

Le quart d'une population a été vacciné contre une maladie contagieuse. Au cours d'une épidémie, on constate qu'il y a parmi les malades un vacciné pour quatre non vaccinés. On sait de plus qu'au cours de cette épidémie, il y avait un malade sur douze parmi les vaccinés.

a) Calculer la probabilité de tomber malade.
b) Quelle était la probabilité de tomber malade pour un individu non-vacciné ?
c) Pouvez-vous dire que le vaccin est-il efficace ? Justifier votre réponse.

UNIVERSITE DE YAOUNDE I
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE POLYTECHNIQUE
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES
EPREUVE DE PROBABILITES-STATISTIQUE

Contrôle Continu
Cycle Ingénieur II
Session 2019
*Examinateur : Pr TEWA Jean Jules*
Durée : 03h00- Novembre 2019

# CONTRÔLE CONTINU DE PROBABILITÉS

**Exercice 1 (4pts) : *Calcul de probabilité***

Un émetteur envoie des messages en binaire. Chaque bit (0 ou 1) transmis doit passer par trois relais. À chaque relais, il y a 10% de chances que le bit transmis soit différent de celui reçu. On suppose que les relais opèrent de façon indépendante.

1) Si un 0 est envoyé par l'émetteur, quelle est la probabilité qu'un 0 soit transmis par chaque relais ?
2) Si un 0 est envoyé par l'émetteur, quelle est la probabilité qu'un 0 soit reçu par le récepteur ?
3) 60% des bits émis par l'émetteur sont des 0. Si un 0 et reçu par le récepteur, quelle est la probabilité qu'un 0 a été émis par l'émetteur ?

**Exercice 2 (5pts) : *Calcul de probabilité***

Soit $n > 1$ un entier. Soit $X$ une v.a de densité $f$ définie par : $f(x) = \begin{cases} a\,x^{n-1} & si\ 0 \leq x < 1; \\ 0 & sinon \end{cases}$

où $a$ est une constante réelle.

1) Calculer $a$
2) Calculer l'espérance et la variance de $X$
3) Déterminer la fonction de répartition de $X$

**Exercice 3 (5pts) : *Calcul de probabilité***

Un grossiste en appareils ménagers est approvisionné par trois marques, notées respectivement $M_1, M_2, M_3$. La moitié des appareils de son stock provient de $M_1$, un huitième de $M_2$ et trois huitièmes de $M_3$. Ce grossiste sait que dans son stock, 13% des appareils de la marque $M_1$ sont rouges, que 5% des appareils de la marque $M_2$ sont rouges et que 10% des appareils de la marque $M_3$ le sont aussi. On choisit au hasard un appareil emballé dans le stock de ce grossiste.

1) Quelle est la probabilité qu'il vienne de $M_3$ ?
2) Quelle est la probabilité qu'il soit rouge sachant qu'il vienne de $M_2$ ?
3) Quelle est la probabilité que l'appareil choisi ne soit pas de couleur rouge ?
4) Après examen, on s'aperçoit que l'appareil choisi est de couleur rouge. Quelle est la probabilité qu'il soit de la marque $M_1$ ?

**Exercice 4 (6pts) : *Calcul de probabilité***

On tire au hasard et sans remise 5 cartes dans un jeu de 32 cartes ( il y a 4 couleurs dans ce jeu et 8 hauteurs par couleurs). Calculer la probabilité pour que parmi les 5 cartes il y ait :

1) Cinq cartes de hauteur différente.
2) Exactement deux cartes de même hauteur (une paire).
3) Exactement trois cartes de même hauteur (un brelan).
4) Exactement quatre cartes de même hauteur (deux paires).
5) Un brelan et une paire.
6) Exactement deux paires.

UNIVERSITE DE YAOUNDE I
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE POLYTECHNIQUE
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES
EPREUVE DE PROBABILITES-STATISTIQUE

Examen final
Cycle Ingénieur II
Session Normale 2020
*Examinateur : Pr TEWA Jean Jules*
Durée : 03h00- Janvier 2020

**Exercice 1 (7 pts) :**

Un gène présent dans une population est formé de 2 allèles $A$ et $a$. Un individu peut donc avoir l'un des trois génotypes suivants : $AA, Aa, aa$. Un enfant lors de la conception hérite d'un allèle de chacun de ses parents, chacun d'eux étant choisi au hasard. Ainsi si le père est du type $AA$ et la mère de type $Aa$, les enfants peuvent être du type $AA$ ou $Aa$. On considère une population (génération 0) et on note $p_0, q_0, r_0$ les proportions respectives de chacun des phénotypes $AA$, $Aa$ et $aa$. On admet que les couples se forment au hasard indépendamment des génotypes considérés.

1) Calculer en fonction de $p_0, q_0, r_0$ la probabilité $p_1$ qu'un enfant de la génération 1 ait un génotype $AA$.
2) Calculer $r_1$ puis $q_1$ en fonction de $p_0, q_0, r_0$.
3) Calculer $p_1$, $q_1$ et $r_1$ uniquement en fonction de $\alpha = p_0 - r_0$. En déduire l'expression de $p_1 - r_1$.
4) Calculer les probabilités $p_2, q_2$ et $r_2$ qu'un enfant de la génération 2 ait pour génotype respectivement $AA$, $Aa$ et $aa$.
5) Que peut-on conclure concernant les suites $p_n$, $q_n$ et $r_n$ ?

**Exercice 2 (7 pts) :**

Un joueur décide de jouer aux machines à sous. Il va jouer sur deux machines $A$ et $B$ qui sont réglées de la façon suivante : la probabilité de gagner sur la machine $A$ est de $1/5$ et celle de gagner sur la machine $B$ est de $1/10$. Comme le joueur soupçonne les machines d'avoir des réglages différents, mais ne sait pas laquelle est la plus favorable, il décide d'adopter la stratégie suivante : il commence par choisir une machine au hasard ; après chaque partie, il change de machine s'il vient de perdre, il rejoue sur la même machine s'il vient de gagner.

On définit pour tout $k \geq 1$ les évènements suivants :

$G_k$ : Le joueur gagne la k-ième partie.

$A_k$ : La k-ième partie se déroule sur la machine $A$.

1) Faire une simulation du déroulement de $n$ parties.
2) Déterminer la probabilité de gagner la première partie.
3) Déterminer la probabilité de gagner la deuxième partie.
4) Sachant que la deuxième partie a été gagnée, quelle est la probabilité que la première partie ait eu lieu sur la machine $A$ ?
5) Soit $k \geq 1$
   a) Exprimer $p(G_k)$ en fonction de $p(A_k)$.
   b) Montrer que $p(A_{k+1}) = -\frac{7}{10}p(A_k) + \frac{9}{10}$
   c) En déduire $p(A_k)$, puis $p(G_k)$ en fonction de $k$.
   d) Pour $n \geq 1$, on pose $S_n = \sum_{k=1}^{n} p(G_k)$. Calculer $S_n$, puis déterminer la limite de $\frac{S_n}{n}$ quand $n \longrightarrow +\infty$.

**Exercice 3 (6pts) :** Soit une v.a de densité $f(x) = \begin{cases} 2\theta x e^{-\theta x^2} & si\ x > 0, \\ 0 & sinon \end{cases}$

Où $\theta$ est un paramètre strictement positif.

1) Vérifier que $f$ est une fonction densité de probabilité.
2) Déterminer la fonction de répartition $F$ de la variable aléatoire $X$.
3) Calculer l'espérance mathématique et la variance de $X$.
4) Soit $Y$ la variable aléatoire définie par $Y = \theta x^2$. Déterminer la loi de $Y$.