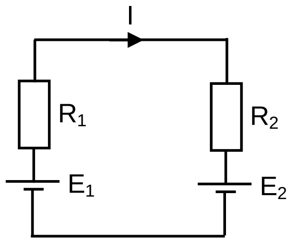
RESOLUTION PAR LA METHODE DE SUPERPOSITION ET THEVENIN

1 - Méthode de superposition

1.1 - Principe de superposition

Soit le circuit électrique ci-contre, on se propose de déterminer le courant I qui circule.



• D'après la loi d'ohm généralisé :

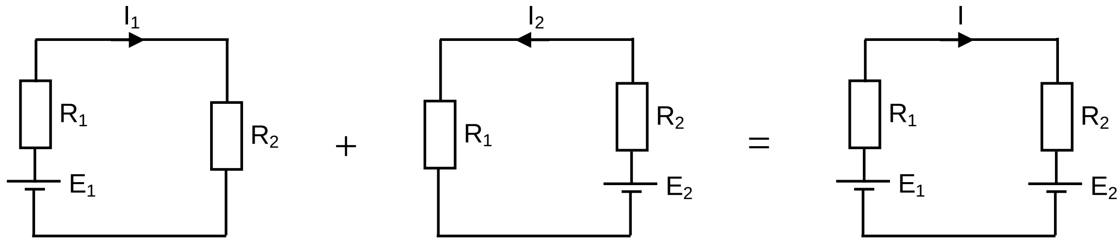
$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2}$$

• Qu'on peut écrire :

$$I = \frac{E_1}{R_1 + R_2} - \frac{E_2}{R_1 + R_2}$$

On peut alors imaginer deux circuits indépendants tel que :

- I_1 correspond au courant qui circule dans un circuit (1),
- I_2 correspond au courant qui circule dans un circuit (2),



A.N :

• G ($E_1 = 12V$; $R_1 = 1{,}5\ \Omega$)

• G ($E_2 = 8V$; $R_2 = 0{,}5\ \Omega$)

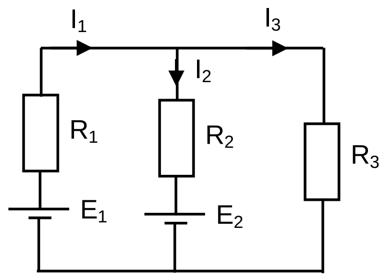
$$\Rightarrow \begin{cases} I = \dfrac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} = \dfrac{12 - 8}{1{,}5 + 0{,}5} = 2\ A \\ I = I1 - I2 = \dfrac{12}{2} - \dfrac{8}{2} = 2\ A \end{cases}$$

1.2 - Théorème de superposition

Dans un circuit électrique linéaire comprenant plusieurs sources indépendantes, l'intensité de courant électrique dans une branche est égale à la somme algébrique des intensités produites dans cette branche par chacune des sources considérées isolement, les autres sources étant court-circuités.

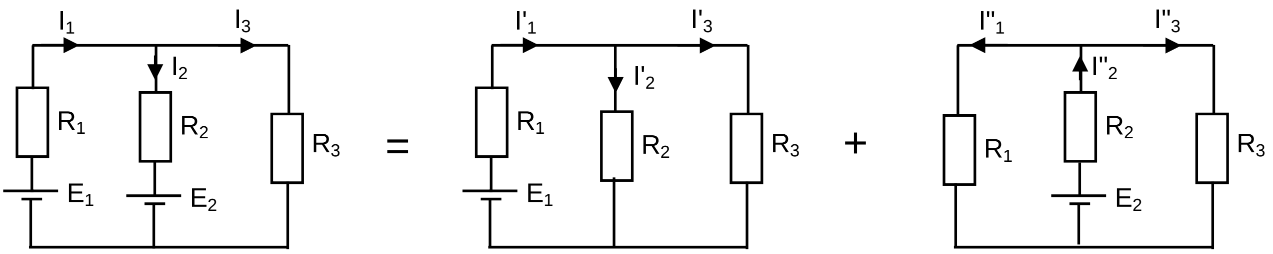
1.3 - Application

Soit le circuit suivant, on se propose de déterminer les intensités des courants dans les trois branches par la méthode de superposition.



Avec :
$R_1 = 2\ \Omega$; $R_2 = 5\ \Omega$; $R_3 = 10\ \Omega$
$E_1 = 20$ V ; $E_2 = 70$ V

Solution :
D'après le théorème de superposition, l'état initial est équivalent à la superposition des états distincts (1) et (2),



Les courants réels I_1 ; I_2 et I_3 sont données par :

$$\begin{cases} I_1 = I_1^{'} - I_1^{''} \\ I_2 = I_2^{''} - I_2^{'} \\ I_3 = I_3^{'} + I_3^{''} \end{cases} \Rightarrow \quad \text{Il faut donc calculer : } I_1^{'} ; I_2^{'} ; I_3^{'} \text{ et } I_1^{''} ; I_2^{''} ; I_3^{''}$$

a) Calcul de I'_1 ; I'_2 et I'_3 dans le premier cas :

$$\begin{cases} I_1^{'} = \dfrac{E_1}{R_1 + \dfrac{R_2.R_3}{R_2 + R_3}} = \dfrac{20}{2 + \dfrac{5 \times 10}{15}} = 3{,}75 \text{ A} \\ I_2^{'} = \dfrac{R_3}{R_1 + R_2} . I_1^{'} = 3{,}75 . \dfrac{10}{15} = 2{,}5 \text{ A} \\ I_3^{'} = \dfrac{R_2}{R_2 + R_3} . I_1^{'} = 3{,}75 . \dfrac{5}{15} = 1{,}25 \text{ A} \end{cases}$$

b) Calcul de I''_1 ; I''_2 et I''_3 dans le deuxième état :

$$\begin{cases} I_2^{''} = \dfrac{E_2}{R_2 + \dfrac{R_1.R_3}{R_1 + R_3}} = \dfrac{70}{5 + \dfrac{2 \times 10}{12}} = 10{,}5 \text{ A} \\ I_1^{''} = \dfrac{R_3}{R_1 + R_2} . I_2^{'} = 10{,}5 . \dfrac{10}{12} = 8{,}75 \text{ A} \\ I_3^{''} = \dfrac{R_1}{R_1 + R_3} . I_2^{''} = 10{,}5 . \dfrac{2}{12} = 1{,}75 \text{ A} \end{cases}$$

c) Calcul de I_1 ; I_2 et I_3 dans l'état réel

$$\begin{cases} I_1 = I_1^{'} - I_1^{''} = 3{,}75 - 8{,}75 = -5 \text{ A} \\ I_2 = I_2^{''} - I_2^{'} = 10{,}5 - 2{,}5 = 8 \text{ A} \\ I3 = I_3^{'} + I_3^{''} = 1{,}25 + 1{,}75 = 3 \text{ A} \end{cases}$$

<u>*Remarque :*</u>

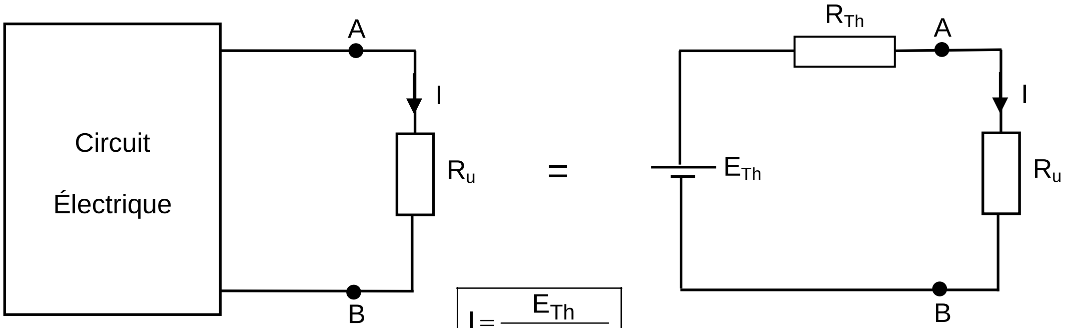
I_1 est négatif, donc son vrai sens est l'inverse du sens choisi,

2 – Methode thevenin

2.1 – Introduction

- Les deux méthodes précédentes permettent de calculer tous les courants dans le réseau alors que ceci n'est pas toujours indispensable,
- Souvent on est appelé à connaître le courant dans une seule branche, pour cette raison on se propose de chercher une méthode pratique,

- Considérons un circuit complexe qui comporte des générateurs ou des récepteurs réels. Le problème consiste à remplacer ce circuit complexe (dipôle actif), vues de ces deux bornes A et B par un générateur équivalent dit générateur de Thevenin,
- Ce générateur possède une source de Thevenin (E_{Th}) en série avec une résistance (R_{Th}),



$$I = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_u}$$

2.2 - Principe

Le théorème de Thevenin permet de transformer un circuit complexe en un générateur de Thevenin dont :

- La valeur de la source de Thevenin E_{Th} (U_{AB}) est donnée par la mesure ou le calcul de la tension de sortie à vide (la charge étant débranchée),
- La valeur de la résistance interne R_{Th} est mesurée ou calculée vues des bornes de sorties A et B, avec les conditions suivantes ;

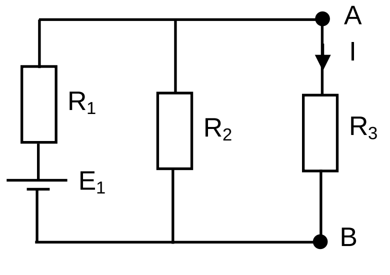
- La résistance de la charge est débranchée,
- Court-circuiter les générateurs de tension, en gardant les résistances internes,
- Débrancher les sources de courants,

2.3 – Applications

2.3.1 - Exercice 1

On considère le circuit électrique donné par la figure suivante :

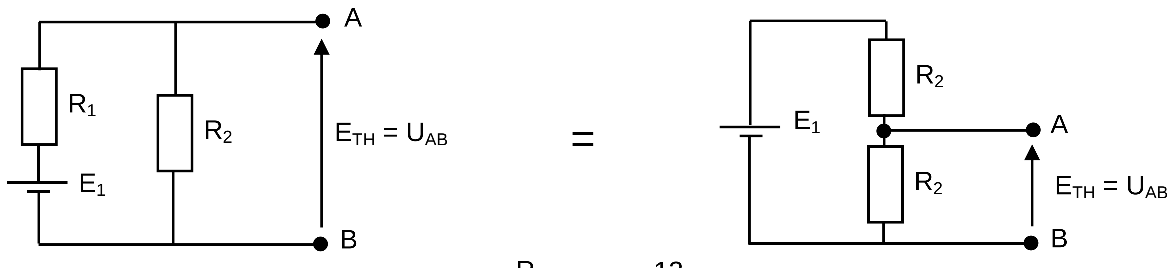
- On donne : E = 8 V ; R_1 = 4 Ω ; R_2 = 12 Ω ; R_3 = 9 Ω
- Calculer le courant I qui traverse la résistance R_3 en appliquant le théorème de Thevenin,



Solution :

1) Calcul de E_{Th}

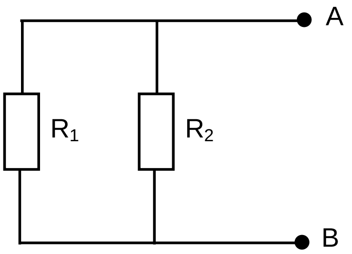
On débranche la résistance R_3, la configuration sera donc :



$$E_{Th} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E = \frac{12}{4 + 12} = 6 \text{ V}$$

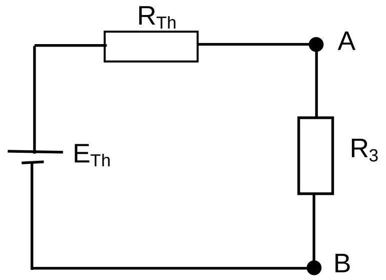
2) Calcul de R_{Th}

R_3 étant toujours débranchée, on court-circuite E, la configuration sera donc :



$$R_{Th} = \frac{R_1.R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3\,\Omega$$

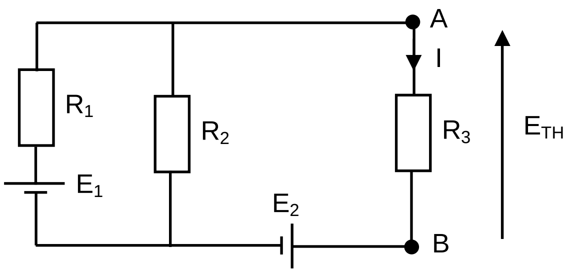
3) Calcul de I



$$I = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_3} = \frac{6}{3 + 9} = 0{,}5\ \text{A}$$

2.3.2 - Exercice 2

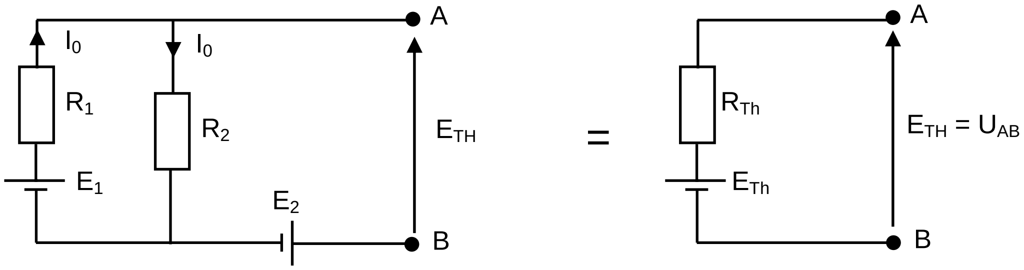
Appliquons le théorème de Thevenin pour calculer le courant I du circuit suivant :
On donne : E_1 = 20 V ; E_2 = 70 V ; R_1 = 2 Ω ; R_2 = 10 Ω ; R_3 = 5 Ω



Solution :

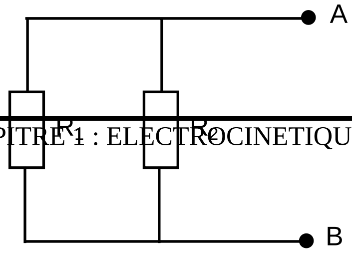
- Supprimons la résistance dont nous voulons déterminer le courant, soit R_3,
- Calculons les grandeurs caractéristiques du générateur équivalent de Thevenin,

1) Déterminons E_{Th} :



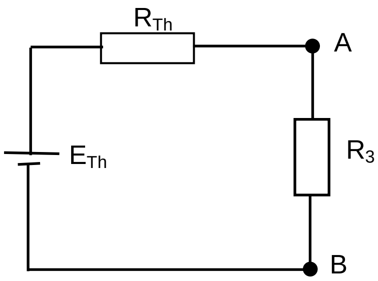
$$\begin{cases} I_0 = \dfrac{E_1}{R_1 + R_2} = \dfrac{20}{10 + 2} = \dfrac{5}{3}\ \text{A} \\ E_{Th} = R_3.I_0 - E_2 = 10.\dfrac{5}{3} - 70 = -\dfrac{160}{3}\ \text{V} \end{cases}$$

2) Déterminons R_{Th}
Supprimons les f.e.m E_1 et E_2 et calculons la résistance R_{Th}



$$R_{Th} = \frac{R_1.R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2 \times 10}{12} = \frac{5}{3}\,\Omega$$

3) calcul de I



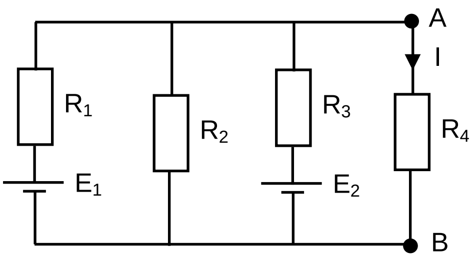
$$I = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_3} = \frac{-\frac{160}{3}}{\frac{5}{3} + 5} = -8\text{ A}$$

<u>*Remarque :*</u>

Le signe (-) veut die que le courant dans la branche 3 circule dans le sens inverse,

2.3.3 - Exercice 3

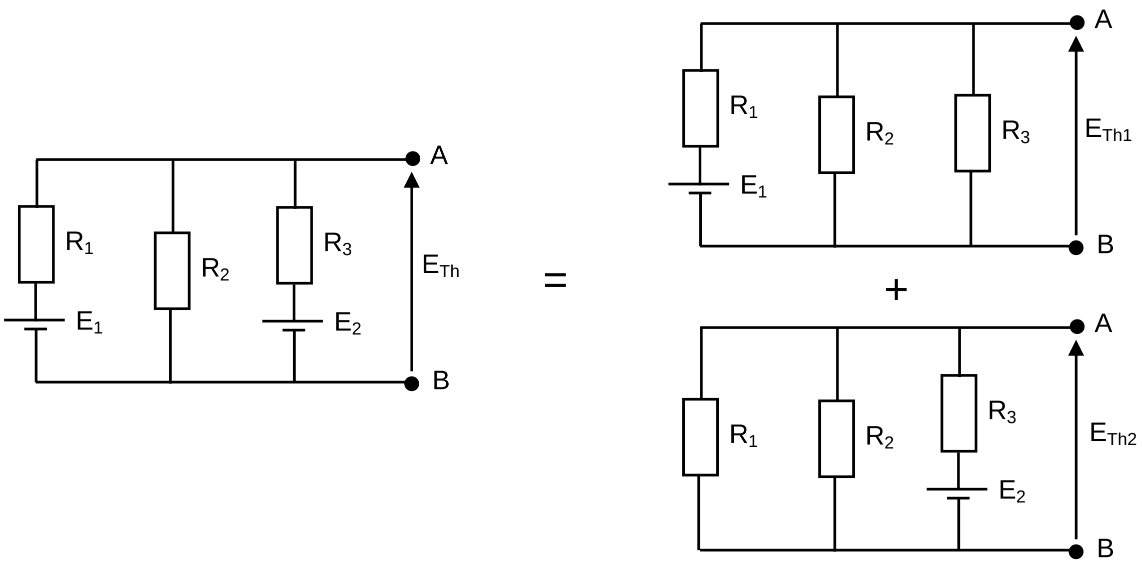
On considère le circuit électrique donné par la figure suivante :



- On donne : $E_1 = 10$ v ; $E_2 = 5$ v ; $R_1 = R_3 = R_4 = 100\ \Omega$; $R_2 = 50\ \Omega$
- Calculer le courant I en appliquant le théorème de Thevenin

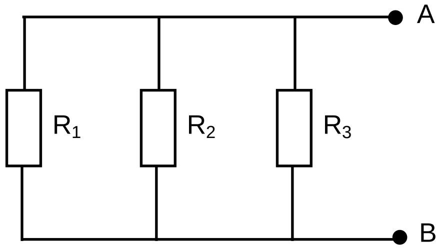
Solution :

1) Calcul de E_{Th}
On débranche la résistance R_4, la configuration sera donc :



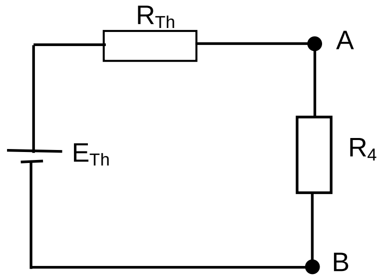
$$\begin{cases} E_{Th1} = \dfrac{\dfrac{R_2.R_3}{R_2+R_3}}{\dfrac{R_2.R_3}{R_2+R_3}+R_1}E_1 = 2{,}5\text{ V} \\ \\ E_{Th2} = \dfrac{\dfrac{R_1.R_2}{R_1+R_2}}{\dfrac{R_1.R_2}{R_1+R_2}+R_3}E_2 = 1{,}25\text{ V} \end{cases} \Rightarrow \quad E_{Th} = E_{Th1} + E_{Th2} = 3{,}75\text{ V}$$

2) Calcul de R_{Th}



$$R_{Th} = \frac{1}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}} = 25\,\Omega$$

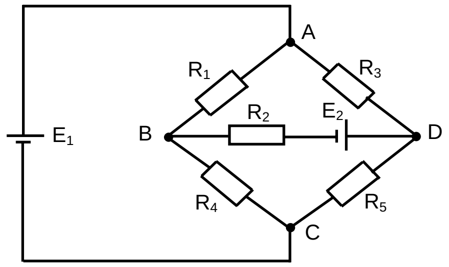
3) calcul de I_3



$$I = \frac{E_{Th}}{R_{Th}+R_4} = 0{,}03\text{ A}$$

2.3.4 - Exercice 4

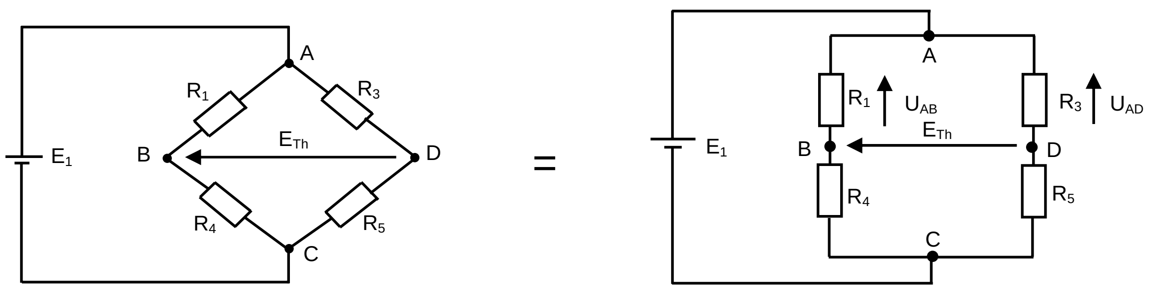
On considère le circuit électrique donné par la figure suivante :



- On donne : E_1 = 10 v ; E_2 = 5 v ; $R_1 = R_3 = R_4$ = 100 Ω ; R_2 = 50 Ω
- Calculer le courant I en appliquant le théorème de Thevenin

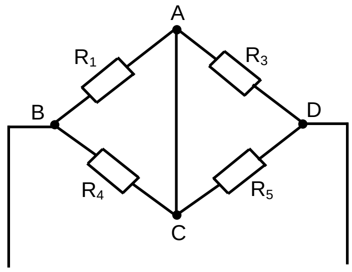
Solution :

1) Calcul de E_{Th}

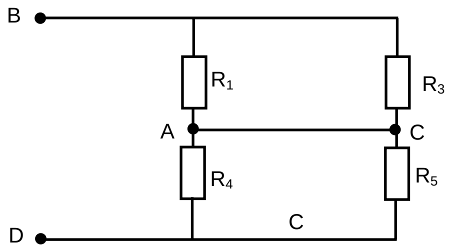


$$\begin{cases} E_{Th} = U_{AD} - U_{AB} \\ U_{AB} = \dfrac{R_1}{R_1 + R_4} E_1 = 3\,V \\ U_{AD} = \dfrac{R_3}{R_3 + R_5} E_1 = 6{,}85\,V \end{cases} \Rightarrow \quad E_{Th} = U_{AD} - U_{AB} = 3{,}85\,V$$

2) Calcul de R_{Th}

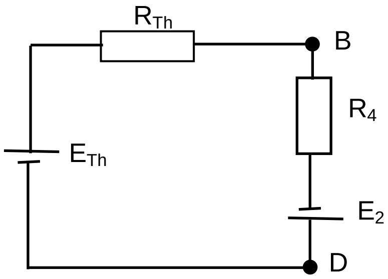


=



$$R_{Th} = \frac{R_1.R_4}{R_1 + R_4} + \frac{R_3.R_5}{R_3 + R_5} = 96{,}42\,\Omega$$

3) calcul de I_3



$$I_3 = \frac{E_{Th} + E_2}{R_{Th} + R_2} = 17{,}4\,mA$$