Ecole Nationale Supérieure Polytechnique   Année académique 2020/2021

Examen de fin de Premier semestre d'Electrocinétique (Durée 02h)

Votre travail doit être bien rédigé et vos démonstrations claires. Eviter les ratures.

Exercice 1: (6pts)

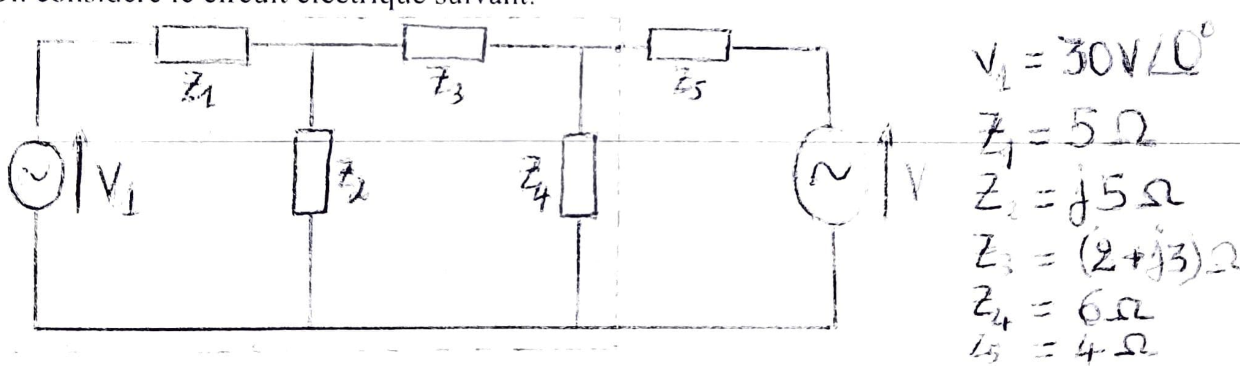
1. Définir les expressions suivantes: Quadripôle, filtre, phaseur, puissance instantanée, puissance apparente. **(2.5 pts)**
2. Qu'est ce que l'adaptation en impédance? **(1 pt)**
3. Qu'est ce qu'un circuit bouchon? A quoi sert-il? **(1,5 pts)**
4. Dans les expression suivantes où Z représente l'impédance et Y l'admittance que représente A, B,C et D? **(1 pt)**
   $Z = A + jB;$ $Y = C + jD$ où j est imaginaire.

Exercice 2 (7.5 pts)

A_ Un moteur de 5CV d'un rendement de 92% et possédant un facteur de puissance ($cos\theta$ arrière) de 0.6 est connecté à une source de (208V, 60Hz).

1. Représenter le triangle de puissance pour la charge **(3 pts)**
2. Déterminer la capacité qu'il faut mettre en parallèle de la charge pour porter le facteur de puissance à 1. **(1 pt)**
   NB: Prendre 1CV=746W)

B_ (***Dans cette partie, tous les résultats doivent être présentés sous la forme phasorielle***).
On considère le circuit électrique suivant:

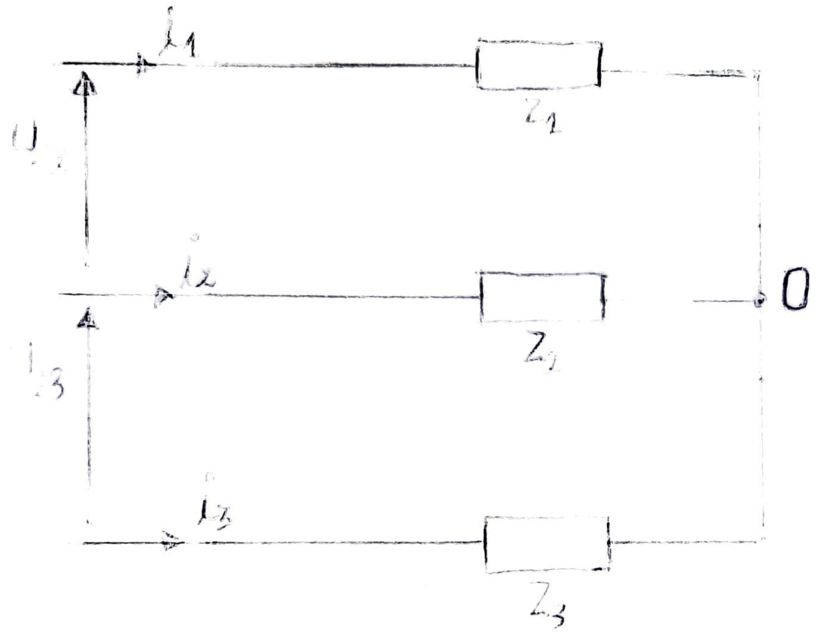


1. Déterminer V pour que le courant qui circule dans l'impédance Z_3 soit nul. **(1.5 pts)**
2. Calculer alors la puissance dissipée dans Z_4. **(0.5 pt)**
3. On considère maintenant le courant qui circule dans Z_3 non nul; Déterminer la source de Thevenin correspondant à la partie hachurée sur la figure. **(1.5 pts)**

Exercice 3: ***Dans cet exercice tous les résultats doivent être présentés sous la forme phasorielle*** **(6.5 pts)**

Un système triphasé direct trois fils de 208V alimente une charge connectée en étoile d'impédances $z_1 = 10\angle 0^0\Omega$, $z_2 = 15\angle 30^0\Omega$, et $z_3 = 10\angle -30^0\Omega$. On prendra comme origine des phases la tension $\underline{u_{23}}$.

1. Exprimer la tension $\underline{v_0}$ du point O en fonction des tensions $\underline{v_1}$, $\underline{v_2}$ et $\underline{v_3}$ et des admittances y_1, y_2, et y_3. Calculer sa valeur numérique. **(2.5 pt)**
2. En déduire les tensions $\underline{v_{10}}$, $\underline{v_{20}}$, et $\underline{v_{30}}$. **(1.5 pts)**
3. En déduire les courants de ligne $\underline{i_1}$, $\underline{i_2}$ et $\underline{i_3}$. **(1.5 pts)**
4. Calculer la puissance active consommée par la charge. **(1 pt)**



Le tout n'est pas de finir l'épreuve, mais de bien faire ce que l'on connait.

Bonne et heureuse année 2021 à tous.

SN Electrocinétique

Exercice 1

1- Définitions

Quadripôle : Circuit électrique à quatre bornes dont une paire constitue l'entrée et l'autre la sortie.

Filtre : Circuit électrique généralement quadripolaire qui se laisse traverser par des signaux possédant une certaine plage de fréquences.

Phaseur : Représentation donnant l'information sur l'amplitude et la phase d'un signal sinusoïdal

Puissance instantanée ; Valeur du produit du courant instantané et la tension instantanée.

Puissance apparente ; Amplitude de fluctuation de la puissance instantanée par rapport à sa valeur moyenne.

2- L'adaptation en impédance est l'opération qui consiste à rendre minimale l'impédance d'un circuit par adjonction en série ou en parallèle d'une réactance afin de la rendre purement résistive.

3- Un circuit bouchon est un circuit pour lequel la condition de résonance est obtenue lorsque l'impédance tend vers l'infini et empêche le passage du courant dans le circuit.

Il permet d'effectuer une démodulation en fréquence (séparation d'un signal superposé à une porteuse).

4- $Z = A + jB$, $Y = C + jD$.

A : résistance

B : réactance

C ; conductance

D ; susceptance

Exercice 2

A/1- Triangle de puissances pour la charge :

$\eta = \frac{P_m}{P} \Rightarrow P = \frac{P_m}{\eta}$ { P_m : puissance mécanique (W)
η : rendement.
P : puissance active (W)

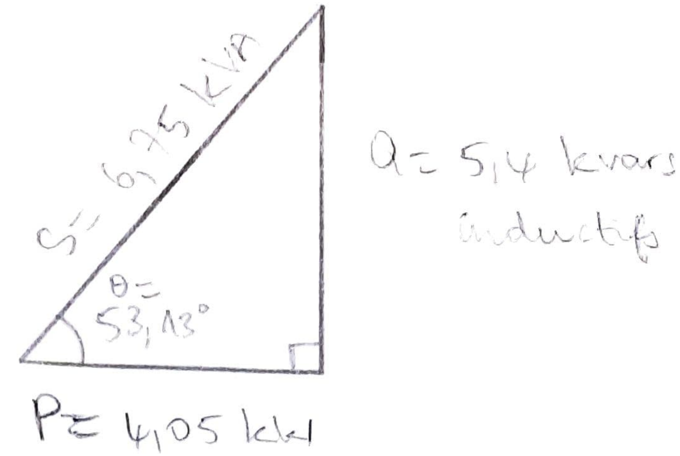
$\frac{Q}{P} = \tan\theta \Rightarrow Q = P\tan\theta$

$\Rightarrow Q = P\tan(\arccos(\cos\theta))$ { $\cos\theta$: facteur de puissance
Q : puissance réactive (vars)

$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ { S : puissance apparente (VA).

AN :

$P = 4{,}05$ kW , $Q = 5{,}4$ kvars inductifs (cos θ arrière) , $S = 6{,}75$ kVA



2- <u>Capacité à mettre en parallèle :</u>

Soit C cette capacité, P_c sa puissance active et Q_c sa puissance réactive.

$P_C = 0$ et $Q_C = \frac{U^2}{|Z_C|} = U^2 C\omega$ vars capacitifs $\left(-\frac{I^2}{C\omega}\right.$ $= -U^2C\omega)$

Nouvelle puissance active : $P_T = P + P_C = P = 4,05$ kW

Nouvelle puissance réactive : $Q_T = Q + Q_C = Q - \frac{I^2}{C\omega} = Q - U^2C\omega$

$\cos\theta = 1 \Rightarrow \theta = 0° \Rightarrow \tan\theta = 0$

Donc $Q_T = P_T \tan\theta \Rightarrow Q_T = 0 \Rightarrow Q + Q_C = 0$

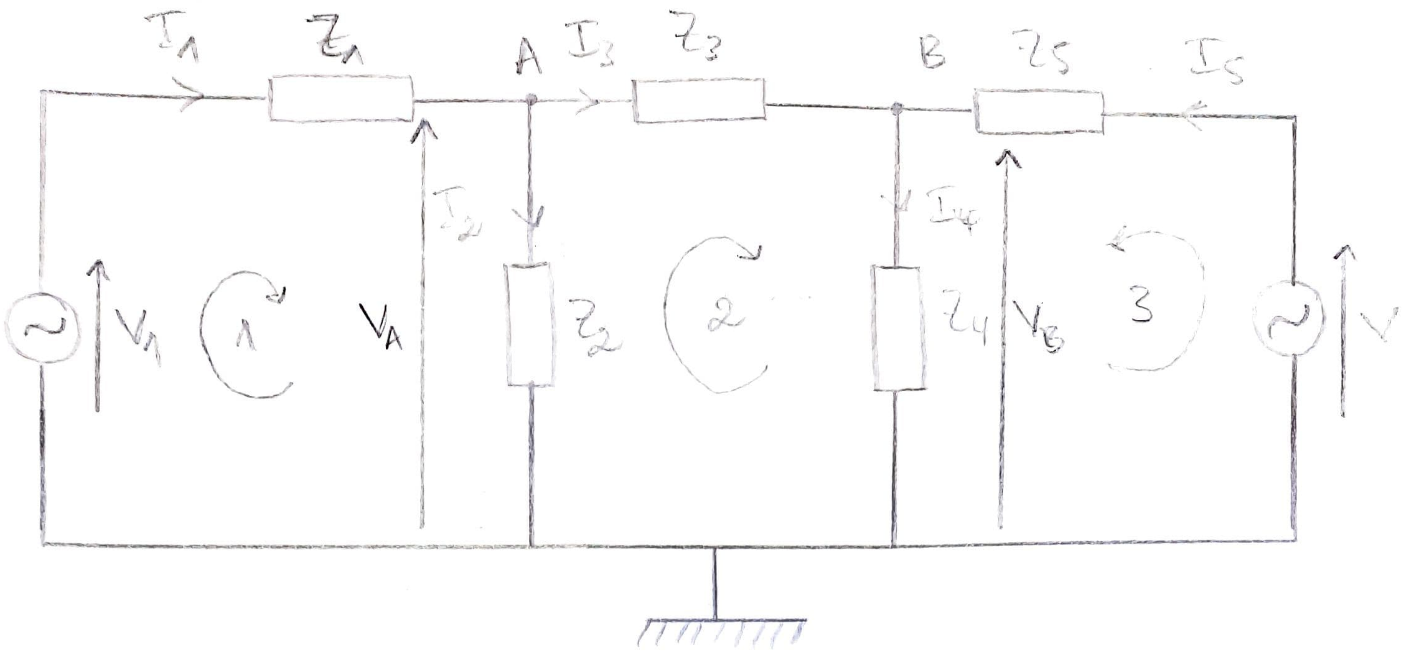
$\Rightarrow Q - U^2 C\omega = 0$

$\Rightarrow C = \frac{Q}{U^2\omega} = \frac{Q}{U^2\, 2\pi f}$

AN : $C = \frac{5,4 \times 10^3}{208^2 \times 2\pi \times 50} = 397,3\ \mu F$

B/ 1- <u>Valeur de V pour que le courant circulant dans Z_3 soit nul :</u>

Utilisons la méthode de tensions de noeuds.



* Loi des mailles :

Maille 1 : $V_1 - Z_1 I_1 - V_A = 0 \Rightarrow I_1 = \dfrac{V_1 - V_A}{Z_1} = (V_1 - V_A) y_1$

Maille 2 : $V_A - Z_3 I_3 - V_B = 0 \Rightarrow I_3 = \dfrac{V_A - V_B}{Z_3} = (V_A - V_B) y_3$

Maille 3 : $V - Z_5 I_5 - V_B = 0 \Rightarrow I_5 = \dfrac{V - V_B}{Z_5} = (V - V_B) y_5$

* Loi d'ohm :

Aux bornes de Z_2 : $V_A = Z_2 I_2 \Rightarrow I_2 = \dfrac{V_A}{Z_2} = V_A y_2$

Aux bornes de Z_4 : $V_B = Z_4 I_4 \Rightarrow I_4 = \dfrac{V_B}{Z_4} = V_B y_4$

* Loi des noeuds :

Au point A :

$I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow (V_1 - V_A) y_1 = V_A y_2 + (V_A - V_B) y_3$

$\Rightarrow (y_1 + y_2 + y_3) V_A - y_3 V_B = V_1 y_1$ (1)

Au point B :

$I_4 = I_3 + I_5 \Rightarrow V_B y_4 = (V_A - V_B) y_3 + (V - V_B) y_5$

$\Rightarrow -y_3 V_A + (y_3 + y_4 + y_5) V_B = V y_5 \quad (2)$

On obtient le système:

$$\begin{cases} (y_1 + y_2 + y_3) V_A - y_3 V_B = V_1 y_1 \\ -y_3 V_A + (y_3 + y_4 + y_5) V_B = V y_5 \end{cases}$$

$I_3 = 0 \Rightarrow (V_A - V_B) y_3 = 0 \Rightarrow V_A - V_B = 0 \Rightarrow V_A = V_B$

Le système devient:

$$\begin{cases} (y_1 + y_2) V_A = V_1 y_1 & (1) \\ (y_4 + y_5) V_A = V y_5 & (2) \end{cases}$$

$\frac{(2)}{(1)}$ donne $\frac{V y_5}{V_1 y_1} = \frac{y_4 + y_5}{y_1 + y_2} \Rightarrow V = \frac{V_1 y_1 (y_4 + y_5)}{y_5 (y_1 + y_2)}$

AN : $V = \dfrac{\frac{1}{5}\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right)}{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5j}\right)} \times 30V\angle 0°$

$= \dfrac{\frac{1}{12}}{\frac{1-j}{20}} \times 30V\angle 0° = \dfrac{5}{3-3j} \times 30V\angle 0°$

$= \dfrac{5}{3\sqrt{2}\angle -45} \times 30V\angle 0°$

$= 35{,}35V\angle 45°$

$\rightarrow \boxed{V = 35{,}35\ V \angle 45°}$

2 - Puissance dissipée dans Z_4 :

De l'équation ② du système simplifié et comme $V_A = V_B$, on obtient

$$(y_4 + y_5) V_B = V y_5 \Rightarrow V_B = \frac{y_5}{y_4 + y_5} V.$$

Z_4 est purement résistive, la puissance à ses bornes est donc $P_4 = Z_4 I_4^2 = \frac{V_B^2}{Z_4} = V_B^2 y_4$.

$$V_B^2 = \left(\frac{y_5}{y_4 + y_5}\right)^2 V^2$$

D'où $P_4 = \left(\frac{y_5}{y_4 + y_5}\right)^2 V^2 \, y_4$

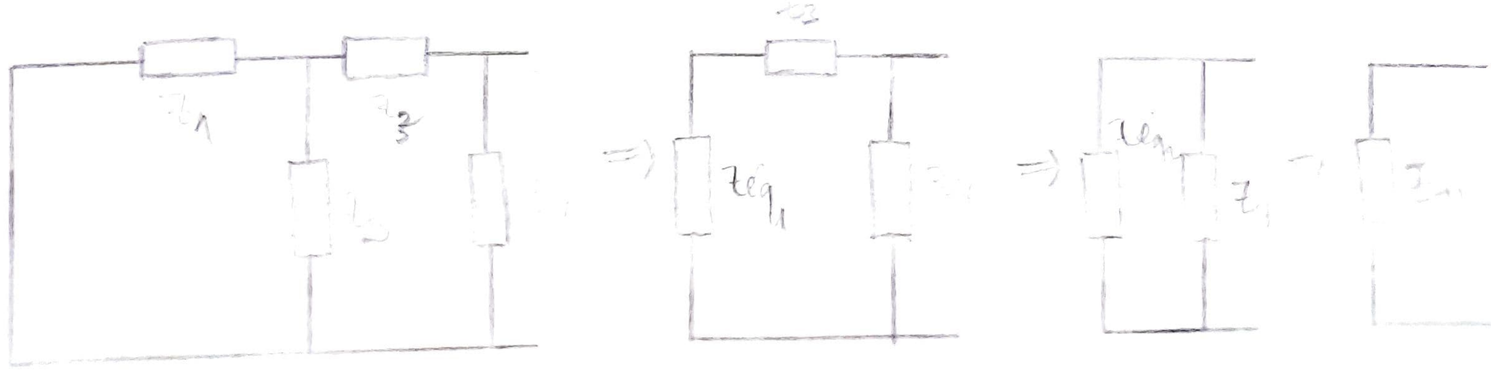
AN : $P_4 = \left(\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{4}}\right)^2 \times 1250 \times \frac{1}{6}$ $\quad (V = 25\sqrt{2}\ V \Rightarrow V^2 = 1250\ V^2)$

$$\boxed{P_4 = 75\ W}$$

3 - Source de Thévenin correspondante :

* Impédance équivalente :

Court-circuitons la source de tension V_1 :



$$Z_{éq_1} = (Z_1 \parallel Z_2)$$

$$Z_{éq_1} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad \text{AN: } Z_{éq_1} = \frac{5 \times 5j}{5+5j} = \frac{25j}{5+5j} = \frac{5j}{1+j}$$

$$= \cancel{\frac{25j(5-5j)}{}}$$

$$\Rightarrow Z_{éq_1} = \frac{5j(1-j)}{2} = \frac{5j+5}{2} = \frac{5}{2} + \frac{5}{2}j.$$

$$Z_{éq_2} = Z_{éq_1} + Z_3 \quad \text{AN: } Z_{éq_2} = \frac{5}{2} + \frac{5}{2}j + 2 + 3j$$

$$= \frac{9}{2} + \frac{11}{2}j$$

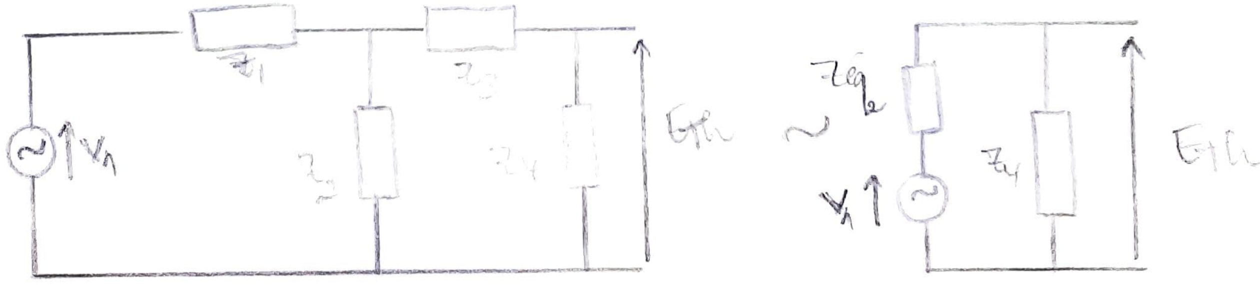
$$Z_{Th} = (Z_{éq_2} \parallel Z_4)$$

$$Z_{Th} = \frac{Z_{éq_2} \times Z_4}{Z_{éq_2} + Z_4} \quad \text{AN: } Z_{Th} = \frac{6\left(\frac{9}{2} + \frac{11}{2}j\right)}{\frac{9}{2} + 6 + \frac{11}{2}j} = \frac{9 + 11j}{\frac{21}{2} + \frac{11}{2}j}$$

$$= \frac{18 + 22j}{21 + 11j}$$

$$Z_{Th} = \frac{28{,}4\ \Omega \angle 50{,}7°}{23{,}7\ \Omega \angle 27{,}6°} = 1{,}2\ \Omega \angle 23{,}1°$$

* Tension de thévenin :



D'après le pont diviseur de tension:

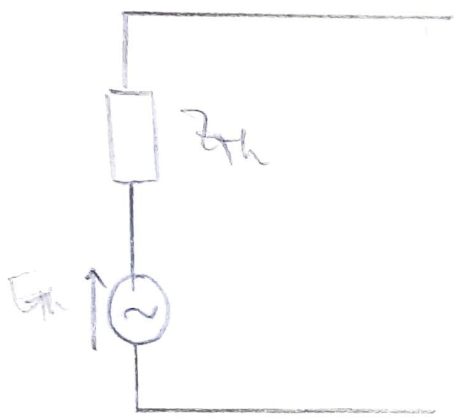
$$E_{Th} = \frac{Z_4}{Z_{éq_2} + Z_4} V_1 \quad \text{AN: } E_{Th} = \frac{6}{\frac{9}{2} + \frac{11}{2}j + 6} \times 30\text{ V} \angle 0°$$

$$E_{th} = \frac{6}{\frac{21}{2}j + 6} \times 30\,V \angle 0^\circ$$

$$= \frac{12}{12 + 21j} \times 30\,V \angle 0^\circ$$

$$= \frac{12 \angle 0^\circ}{24{,}2 \angle 60{,}3^\circ} \times 30\,V \angle 0^\circ = 14{,}9\,V \angle -60{,}3^\circ$$

D'où la partie hachurée est équivalente à :

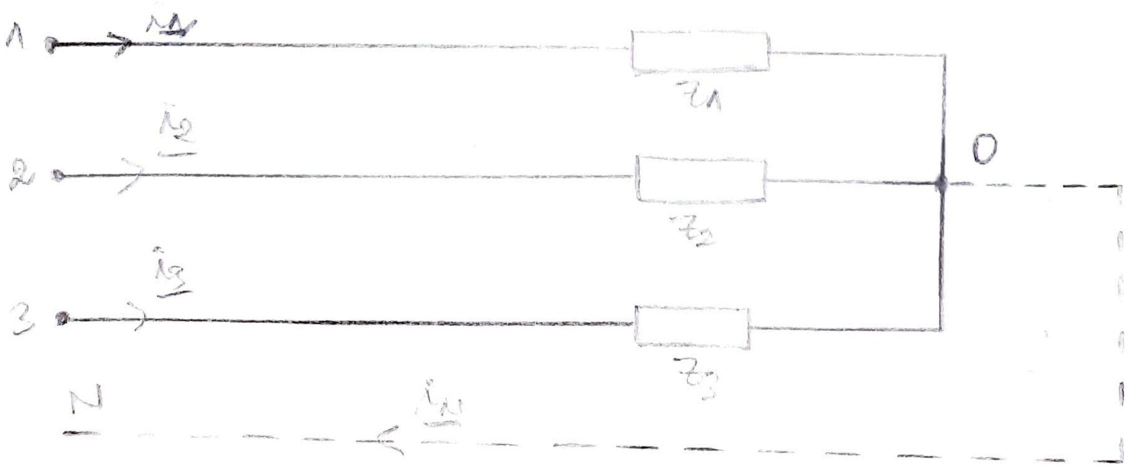


avec $\begin{cases} E_{th} = 14{,}9\,V \angle -60{,}3^\circ \\ \text{et} \\ Z_{th} = 1{,}2\,\Omega \angle 23{,}1^\circ \end{cases}$

Exercice 3

1- Expression de la tension $\underline{V_0}$ du point O :

Supposons l'existence du neutre N à partir duquel les tensions sont mesurées :



La loi des nœuds au point s'écrit:

$\underline{i_1} + \underline{i_2} + \underline{i_3} = 0.$

Les lois d'ohm aux bornes de Z_1, Z_2 et Z_3 s'écrivent:

$\underline{v_{10}} = Z_1 \underline{i_1}$, $\underline{v_{20}} = Z_2 \underline{i_2}$ et $\underline{v_{30}} = Z_3 \underline{i_3}$

$\Rightarrow \underline{i_1} = \underline{v_{10}}\, y_1$, $\underline{i_2} = \underline{v_{20}}\, y_2$ et $\underline{i_3} = \underline{v_{30}}\, y_3$.

Or $\underline{v_{10}} = \underline{v_{1N}} + \underline{v_{N0}}$, $\underline{v_{20}} = \underline{v_{2N}} + \underline{v_{N0}}$ et $\underline{v_{30}} = \underline{v_{3N}} + \underline{v_{N0}}$

$= \underline{v_1} - \underline{v_0}$, $= \underline{v_2} - \underline{v_0}$ $= \underline{v_3} - \underline{v_0}$

Ainsi

$$(\underline{v_1} - \underline{v_0}) y_1 + (\underline{v_2} - \underline{v_0}) y_2 + (\underline{v_3} - \underline{v_0}) y_3 = 0$$

$$\Rightarrow \underline{v_0} = \frac{\underline{v_1} y_1 + \underline{v_2} y_2 + \underline{v_3} y_3}{y_1 + y_2 + y_3}$$

AN;

On a $\underline{u_{12}} = 208\,V \angle 120^\circ$, $\underline{u_{23}} = 208\,V \angle 0^\circ$ et $u_{31} = 208\,V \angle -120^\circ$

Donc $\underline{v_1} = 120\,V \angle 90^\circ$, $\underline{v_2} = 120\,V \angle -30^\circ$ et $\underline{v_3} = 120\,V \angle -150^\circ$

$$* \ \underline{v_1} y_1 = \frac{120\,V \angle 90^\circ}{10\,\Omega \angle 0^\circ} = 12\,A \angle 90^\circ$$

$$* \ \underline{v_2} y_2 = \frac{120\,V \angle -30^\circ}{15\,\Omega \angle 30^\circ} = 8\,A \angle -60^\circ$$

$$* \ \underline{v_3} y_3 = \frac{120\,V \angle -150^\circ}{10 \angle -30^\circ} = 12\,A \angle -120^\circ.$$

$$* \ y_1 + y_2 + y_3 = 0{,}1 \angle 0^\circ + \frac{1}{15} \angle -30^\circ + 0{,}1 \angle 30^\circ$$

$$= 0{,}244 + 0{,}017\,j = 0{,}24 \angle 3{,}9^\circ.$$

$$\underline{v_0} = \frac{12\angle 90 + 8\angle -60 + 12\angle -120}{0{,}24\angle 3{,}9} = 23{,}7\ \angle -114{,}5°$$

2- Tensions $\underline{v_{10}}$, $\underline{v_{20}}$ et $\underline{v_{30}}$:

$\underline{v_{10}} = \underline{v_1} - \underline{v_0}$, $\underline{v_{20}} = \underline{v_2} - \underline{v_0}$ et $\underline{v_{30}} = \underline{v_3} - \underline{v_0}$

AN : $\underline{v_{10}} = 120\angle 90° - 23{,}7\angle -114{,}5°$

$= 141{,}9\ V\ \angle 86°$

$\underline{v_{20}} = 120\angle -30° - 23{,}7\angle -114{,}5°$

$= 120\ V\ \angle -18{,}7°$

$\underline{v_{30}} = 120\angle -150° - 23{,}7\angle -114{,}5°$

$= 101{,}6\ V\ \angle -157{,}8°$

3- Courants de ligne $\underline{i_1}$, $\underline{i_2}$ et $\underline{i_3}$:

$\underline{i_1} = \frac{\underline{v_{10}}}{\underline{Z_1}}$, $\underline{i_2} = \frac{\underline{v_{20}}}{\underline{Z_2}}$ et $\underline{i_3} = \frac{\underline{v_{30}}}{\underline{Z_3}}$

AN : $\underline{i_1} = \frac{141{,}9\angle 86°}{10\angle 0°} = 14{,}2\ A\ \angle 86°$

$\underline{i_2} = \frac{120\angle -18{,}7°}{15\angle 30°} = 8\ A\ \angle -48{,}7°$

$\underline{i_3} = \frac{101{,}6\angle -157{,}8°}{10\angle -30°} = 10{,}2\ A\ \angle -127{,}8°$

4 - Puissance active consommée par la charge :

$$P = V_{10} I_1 \cos \varphi_1 + V_{20} I_2 \cos \varphi_2 + V_{30} I_3 \cos \varphi_3 .$$

AN : $P = 141,9 \times 14,2 \times \cos 0 + 120 \times 8 \times \cos 30 + 101,6 \times 10,2 \times \cos(-30)$

$$\boxed{P = 3,74 \text{ kW}}$$