

Problème Bras manipulateur - (20 pts)

Le manipulateur schématisé figure (ci-jointe) est constitué

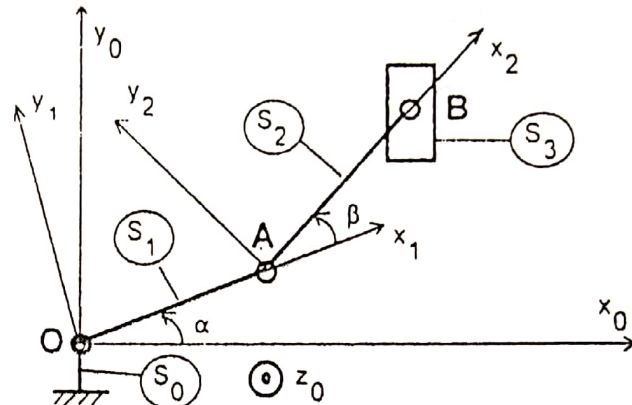
- d'un bâti (S_0) auquel est lié le repère $R_0(0, \bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$.

- d'un bras (S_1) en liaison pivot d'axe $(0, \bar{z}_0)$ avec le bâti $R_1(0, \bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_1 = \bar{z}_0)$ est un repère lié à (S_1), on pose $\alpha = (\bar{x}_1, \bar{x}_0)$

- d'un bras (S_2) en liaison pivot d'axe (A, \bar{z}_0) avec le bras (S_1). $R_2(0, \bar{x}_2, \bar{y}_2, \bar{z}_2 = \bar{z}_0)$ est un repère lié à (S_2) tel que $\vec{OA} = a \bar{x}_1$, on pose $\beta = (\bar{x}_1, \bar{x}_2)$

d'une tête (S_3) en liaison pivot d'axe (B, \bar{z}_0) avec le

bras (S_2) telle que $\vec{AB} = b \bar{x}_2$



N°	Questions	Points
1	Dessiner la figure montrant la rotation du repère R_1 par rapport à R_0 et calculer les vecteurs rotation, vitesse et accélération $\vec{\Omega}(R_1/R_0)$, $\vec{V}(A/R_0)$ et $\vec{a}(A/R_0)$. Donner l'expression de \bar{x}_1 dans le repère R_0 .	5 pts
2	Dessiner la figure montrant la rotation du repère R_2 par rapport à R_1 et calculer le vecteur rotation $\vec{\Omega}(R_2/R_1)$, ainsi que les vecteurs vitesse et accélération : $\vec{V}(B/R_1)$ et $\vec{a}(B/R_1)$.	4 pts
3	En déduire la figure montrant la rotation du repère R_2 par rapport à R_0 et calculer le vecteur rotation $\vec{\Omega}(R_2/R_0)$. Donner l'expression de \bar{x}_2 dans le repère R_0 .	3 pts
4	Donner les coordonnées du $B(x_{B0}, y_{B0}, 0)$ en fonction de a, b, α et β .	1 pt
5	Calculer les vecteurs vitesse et accélération $\vec{V}(B/R_0)$ et $\vec{a}(B/R_0)$.	2 pts

Le manipulateur est immobilisé dans la position $\alpha = 30^\circ$ et $\beta = 20^\circ$

On donne $a = 450$ mm et $b = 600$ mm. On se propose de calculer les variations $d\alpha$ et $d\beta$ des angles α et β pour que le centre B de la tête se déplace de $dx_{B0} = -4.5$ mm suivant \bar{x}_0 et $dy_{B0} = +1.5$ mm suivant \bar{y}_0 . On rappelle que la différentielle totale exacte d'une fonction f de deux variables α et β s'écrit au point de coordonnées (α_0, β_0) :

$$df = \frac{\partial f}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial f}{\partial \beta} d\beta$$

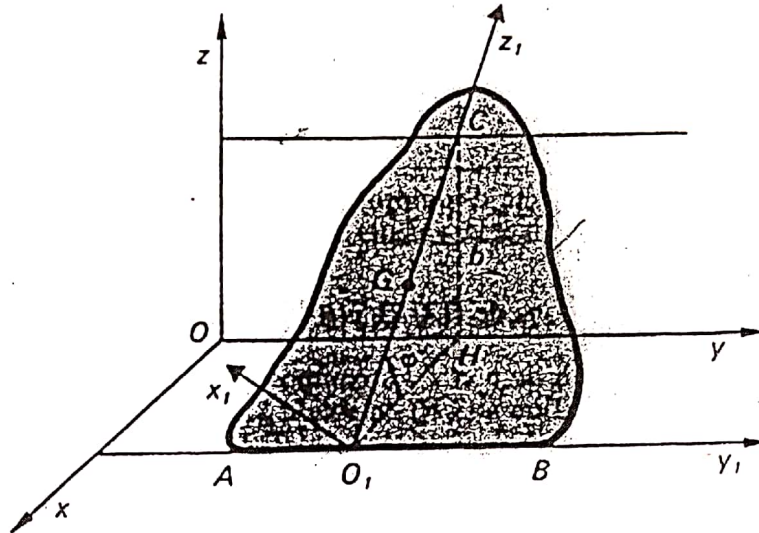
On procède de la manière suivante

N°	Questions	Points
6	déterminer les expressions des déplacements dx_{B0} et dy_{B0} du point B respectivement suivant les axes \bar{x}_0 et \bar{y}_0 en fonction de $a, b, \alpha, \beta, d\alpha$ et $d\beta$.	2 pts
7	Rapporter les valeurs de dx_{B0} et dy_{B0} à a, b, α, β et écrire le système d'équations en $d\alpha$ et $d\beta$ à résoudre.	1 pts
8	Résoudre le système d'équations et donner les valeurs de $d\alpha$ et $d\beta$ cherchées.	2 pts

Bonne chance !!!

Dans le repère $R(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ se déplace une plaque rigide S dont le contour comporte une partie rectiligne AB . On lie à la plaque un repère $R_1(O_1, \vec{e}_{x_1}, \vec{e}_{y_1}, \vec{e}_{z_1})$ tel que :

- O_1 appartient à AB .
- $O_1 y_1$ est dirigé et orienté comme Oy .
- $O_1 z_1$ est dirigé et orienté comme $\overrightarrow{O_1 G}$, G étant un point de la plaque.



On désigne par d la distance $O_1 G$. Le côté AB est astreint à se déplacer dans le plan (xOy) du repère R et reste parallèle à Oy . La plaque S s'appuie sur une tige contenue dans le plan (yOz) , parallèle à Oy et située à la distance constante b de cet axe. La position de S est repérée à un instant donné par :

$$\begin{cases} h = \overrightarrow{OH} & (H : \text{projection de } O_1 \text{ sur } Oy) \\ \varphi = (\overrightarrow{O_1 H}, \overrightarrow{O_1 C}) & (C \text{ point de contact de la tige avec } O_1 z_1) \end{cases}$$

Le repère de projection est R .

1° Déterminer le vecteur rotation $\vec{\omega}(S/R)$.

2° Calculer $\vec{v}(O_1/R)$.

3° En déduire $\vec{v}(G/R)$.

4° Exprimer $\vec{a}(G/R)$ par deux méthodes différentes :

- a) directement à partir de $\vec{V}(G/R)$;
- b) à l'aide de $\vec{a}(O_1/R)$ que l'on calculera.

5° Donner les éléments de réduction en O du torseur cinématique $\vec{C}(S/R)$.

6° a) En déduire l'équation vectorielle de l'axe instantané du mouvement Δ , sous la forme : $\overrightarrow{OK} = \overrightarrow{OQ} + \lambda \vec{\omega}(S/R)$ (K : point courant de Δ et Q : intersection de Δ avec le plan (xOz)).

b) Déterminer l'ensemble des points Q lorsque φ varie.

c) Donner une construction géométrique simple de la position de Q dans le plan (xOz) .

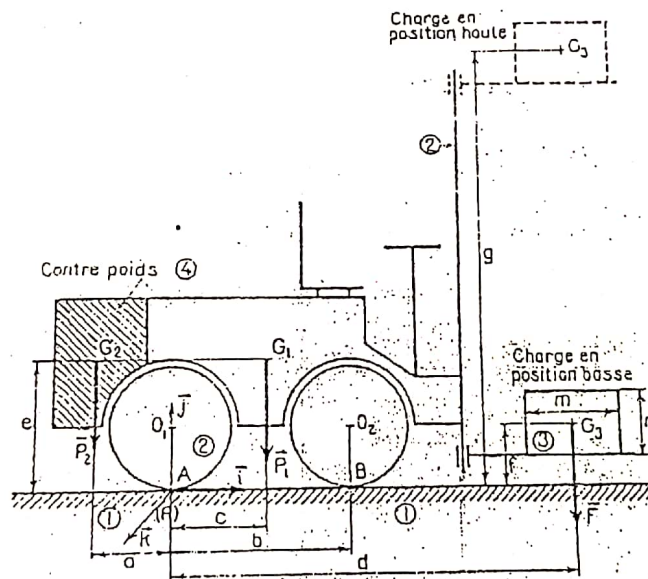
Session d'examen de fin de 1^{er} semestre

UE : Mécanique des systèmes industriels

Documents autorisés : Notes de cours uniquement.

PROBLEME – (20 pts)

But du problème : étude mécanique d'un chariot élévateur de capacité maximale 10 000 N roulant sur un sol horizontal (1) afin de garantir sa stabilité. Seule l'étude statique sera faite.



Données :

- Distance entre les deux roues A et B : b
- Poids du chariot seul : \vec{P}_1
- Position du centre de gravité G_1 du chariot (2) seul : (c, e)
- Position du centre de gravité G_2 du contre poids (4) P_2 : (a, e)
- Poids de la charge (3) : F
- Position du centre de gravité G_3 de la charge en position basse : (d, f) , en position haute (d, g) .

N.B. – Les candidats prêteront particulièrement attention au fait qu'une résolution littérale complète est exigée avant chaque application numérique. L'accélération de la pesanteur est 10 m/s^2 pour tout le problème.

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A – Stabilité du chariot

On se propose ici de déterminer les valeurs extrêmes du contrepoids P_2 de manière à ce que le chariot soit en équilibre à vide et en charge (les actions $\vec{A}_{1/2}$ et $\vec{B}_{1/2}$ se réduisent à des forces perpendiculaires au sol dont on désignera les composantes normales respectives par Y_A et Y_B). Pour ce faire, on étudie l'équilibre de l'ensemble (S) représentant le chariot élévateur et constitué de (2), (3) et (4).

1. Faire le bilan des actions mécaniques appliquées sur (S). On exprimera tous les torseurs au point A. (5 pts)
2. Appliquer le principe fondamental de la statique et écrire le système d'équations qui en résulte. (2 pts)
3. Donner les expressions de Y_A et Y_B en fonction de a, b, c, d, m_1, m_2 et g . (2 pts)
4. Pour que le chariot ne bascule pas, il faut que le contact soit maintenu au niveau des roues arrière A et avant B. Écrire les conditions sur Y_A et Y_B qui traduisent ce maintien de contact. (2 pts)
5. Dédurre des conditions obtenues à la question 4 un encadrement de la valeur m_2 du contrepoids pour que le chariot ne bascule pas. (1 pt)
6. Quel encadrement de m_2 obtient-on lorsque le chariot est à vide ? (1 pt)
7. Donner alors les valeurs limites du contrepoids m_2 qui assure l'équilibre du chariot à vide et en charge. (1 pt)
8. Application numérique (1 pt)
 $a = 0,2 \text{ m}$ $b = 1 \text{ m}$ $c = 0,7 \text{ m}$ $d = 2,5 \text{ m}$ $P_1 = 4\,000 \text{ N}$ $F_{\max} = 10\,000 \text{ N}$
9. Déterminer les actions de contact $\vec{A}_{1/2}$ et $\vec{B}_{1/2}$ exercées par le sol (1) sur les roues A et B en fonction de la charge soulevée \vec{F} . Le contrepoids \vec{P}_2 a une valeur P_2 fixée entre les valeurs extrêmes définies à la question précédente. (1 pt)
10. Application numérique $P_2 = 13\,000 \text{ N}$. (0,5 pt + 0,5 pt)

Partie B – Paramètres barycentriques du chariot

11. Déterminer la position du centre de gravité G du chariot muni de son contrepoids P_2 et charge avec sa charge maximale F_{\max} lorsque le plateau élévateur est :

- a) En position basse, (1 pt)
- b) En position haute. (1 pt)

12. Application numérique : (0,5 pt + 0,5 pt)

$$f = 0,1 \text{ m} \quad g = 4 \text{ m} \quad e = 0,5 \text{ m} \quad P_2 = 13\,000 \text{ N}$$