Série 1

Exercice 1.1 : (BASIQUE) SIGNAUX DE BASE ET DÉCALAGES

Le but de cet exercice est de se familiariser avec les opérations élémentaires sur les signaux, comme la translation et le changement d'échelle. Ces opérations apparaitront tout au long de l'année, aussi est-il indispensable de savoir les manipuler.

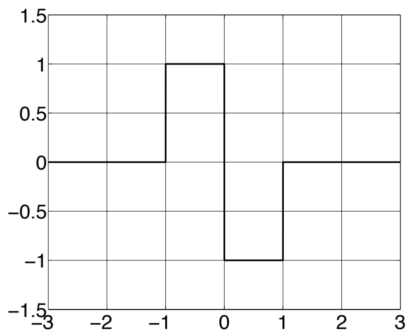
1) Soient $f_1(t) = u(t-4)$, $f_2(t) = u(t+2)$ et $f_3(t) = f_2(t)-f_1(t)$. Tracer $f_1(t)$, $f_2(t)$ et $f_3(t)$. Observer que f_3 est un "créneau" décalé et dilaté. Exprimer analytiquement f_3 comme une fonction "rect" dilatée et translatée.

2) Exprimer la fonction $x(t)$ représentée ci-dessous en utilisant des signaux de base.

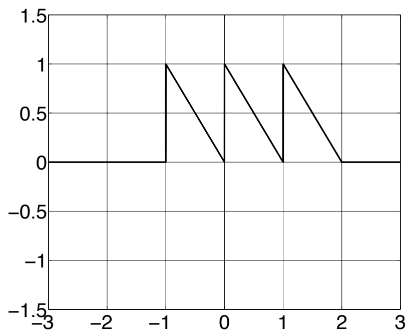
3) Soient $g(t) = t \cdot \mathrm{rect}(t - 1/2)$ et $h(t) = g(-t)$. Tracer $g(t)$ et $h(t)$.

4) Exprimer la fonction $y(t)$ représentée ci-dessous en utilisant la fonction $h(t)$.

5) Tracer les fonctions $r_1(t) = \mathrm{rect}(t/4 - 1)$ et $r_2(t) = \mathrm{rect}((t + 3)/4)$.



(a) Fonction $x(t)$.

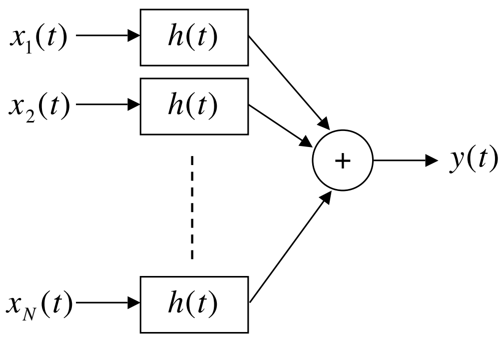


(b) Fonction $y(t)$.

Exercice 1.2 : (BASIQUE) PROPRIÉTÉS DE LA CONVOLUTION

Cet exercice concerne certaines propriétés élémentaires de la convolution. Voir la page 2-24 des notes de cours.

1) Considérer le système ci-dessous où $x_i(t)$ avec i=1,...,N sont les entrées et $y(t)$ est la sortie. Proposer un système équivalent, qui ne comporte qu'une seule opération de convolution.



2) On place un dérivateur à la suite d'un système de réponse impulsionnelle $h(t)$. Donner la réponse impulsionnelle du système équivalent. Montrer que l'on aurait obtenu le même système en plaçant le dérivateur en premier.

3) On se donne $f(t) = \mathrm{rect}(t - 1/2)$, $g(t) = u(t)$ et $h(t) = (f * g)(t)$. Calculer $h(0)$, $h(1/2)$, $h(1)$ et $h(2)$. Représenter graphiquement $h(t)$.

4) Les signaux de la question précédente sont-ils causaux ? S'agit-il d'un résultat général ?

Exercice 1.3 : (BASIQUE) CONVOLUTION DES SIGNAUX DE BASE

On cherche ici à comprendre comment convoluer des signaux de bases entre eux, en utilisant lorsque c'est possible les tables du cours. Ces exemples de convolutions sont tout à fait classiques.

Calculer les convolutions $(h_1 * h_2)(t)$ en utilisant la table de convolution des signaux de base (voir p. A-4 du cours) partout où cela est possible.

1) $h_1(t) = u(t) \cdot \mathrm{e}^{-2t}$ et $h_2(t) = u(t)\mathrm{e}^{-t}$.

2) $h_1(t) = u(t) \cdot \mathrm{e}^{-t}$ et $h_2(t) = u(t)\cos(2\pi t)$.
Indication : exprimer le cos *sous forme d'exponentielles complexes.*

3) $h_1(t) = \delta(t - 3)$ et $h_2(t) = \mathrm{e}^{-|t|}$.

4) $h_1(t) = u(t)\mathrm{e}^{-t}$ et $h_2(t) = \mathrm{e}^{-|t|}$.
Indication : commencer par décomposer h_2 en deux termes : un causal et un non-causal. Le formulaire du cours ne s'applique pas dans le cas non-causal.

Exercice 1.4 : (INTERMÉDIAIRE) CONVOLUTION DE FONCTIONS A SUPPORT FINI

Le but est maintenant de comprendre le résultat de la convolution entre deux signaux de supports finis. Le résultat de cet exercice est crucial pour l'analyse concrète des systèmes.

1) Que signifie la phrase "le support de $f(t)$ est $[0, 2]$" ?

2) Soient $f(t)$ et $g(t)$ deux fonctions dont les supports sont respectivement $[0, 2]$ et $[0, 5]$. Montrer que $h(t) = (f * g)(t)$ est à support fini et préciser son support.

3) Montrer qu'un système RIF peut toujours être vu comme la mise en série d'un système retardateur (i.e. de réponse impulsionnelle $\delta(t - a)$) et d'un autre système RIF causal.

4) En utilisant les deux points précédents, que peut-on dire d'un système constitué de la mise en série de deux systèmes RIF ?