

Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales separables:

a) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 - 1}{y^2}$

a) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 - 1}{y^2} \Rightarrow y^2 dy = (x^2 - 1) dx \Rightarrow \int y^2 dy = \int (x^2 - 1) dx$

$$\frac{y^3}{3} = \frac{x^3}{3} - x + C \Rightarrow y^3 = x^3 - 3x + C \Rightarrow y = \sqrt[3]{x^3 - 3x + C}$$

b) $\frac{dy}{dx} = 3x^2 y$

b) $\frac{dy}{dx} = 3x^2 y \Rightarrow \frac{dy}{y} = 3x^2 dx \Rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int 3x^2 dx$

$$\ln(y) = x^3 + C \Rightarrow y = e^{x^3 + C} \Rightarrow y = Ke^{x^3}$$

Resolver el P.V.I. indicado:

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} 2y \frac{dy}{dx} = -x^2 \\ y(0) = 2 \end{array} \right\}$$

$$\text{a) } 2y \frac{dy}{dx} = -x^2 \Rightarrow 2y dy = -x^2 dx \Rightarrow \int 2y dy = -\int x^2 dx$$

$$y^2 = -\frac{x^3}{3} + C \xrightarrow{y(0)=2} 4 = C \Rightarrow y = \sqrt{-\frac{x^3}{3} + 4}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = y \cdot \operatorname{sen} x \\ y(\pi) = -3 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \frac{dy}{dx} = y \cdot \operatorname{sen} x \Rightarrow \frac{dy}{y} = \operatorname{sen} x dx \Rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int \operatorname{sen} x dx$$

$$\ln(y) = \cos x + C \Rightarrow y = e^{\cos x + C} \Rightarrow y = Ke^{\cos x}$$

$$y = Ke^{\cos x} \xrightarrow{y(\pi)=-3} -3 = Ke^{-1} \Rightarrow K = -3e \Rightarrow y = -3e^{1+\cos x}$$