

## Producto Escalar

### Ejercicio 1

Dados los vectores:

$$\vec{x} = (1, 2), \vec{y} = (3, -1)$$

hallar la combinación lineal:

$$\vec{z} = 2\vec{x} + 3\vec{y}$$

### Solución:

Lo primero que haremos es sustituir los valores de  $\vec{x}, \vec{y}$  en la combinación lineal, por lo que tenemos:

$$\vec{z} = 2\vec{x} + 3\vec{y} \Rightarrow \vec{z} = 2 \cdot (1, 2) + 3 \cdot (3, -1)$$

Ahora haremos la multiplicación por el escalar:

$$\vec{z} = (2, 4) + (9, -3)$$

Por lo que finalmente necesitamos hacer la suma de los vectores para resolver el problema:

$$\vec{z} = 2 \cdot (1, 2) + 3 \cdot (3, -1) = (2, 4) + (9, -3) = (11, 1)$$

## Ejercicio 2

¿Se puede expresar el vector  $\vec{z} = (2, 1)$  como combinación lineal de los vectores  $\vec{x} = (3, -2)$ ,  $\vec{y} = (1, 4)$ ?

### Solución:

Para averiguar si es posible expresar el vector  $\vec{z}$  como combinación lineal de los vectores  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  debemos encontrar escalares  $a$ ,  $b$  tales que:

$$\vec{z} = a \cdot \vec{x} + b \cdot \vec{y}$$

Si sustituimos los valores de  $\vec{z}$ ,  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  tenemos:

$$(2, 1) = a \cdot (3, -2) + b(1, 4)$$

Podemos notar que esto es equivalente a resolver el sistema de ecuaciones;

$$\begin{aligned} 2 &= a \cdot 3 + b \cdot 1 \\ 1 &= a \cdot (-2) + b \cdot 4 \end{aligned}$$

Para resolver esto tomamos la primera ecuación y despejamos para  $b$ , por lo que obtenemos:

$$2 - a \cdot 3 = b$$

Ahora sustituimos el valor de  $b$  en la segunda ecuación para obtener:

$$\begin{aligned} 1 &= a \cdot (-2) + (2 - a \cdot 3) \cdot 4 \Rightarrow 1 = -2a + 8 - 12a \Rightarrow 7 = 14a \\ \Rightarrow a &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Por lo que se sigue que:  $b = \frac{1}{2}$ .

ya que encontramos pudimos encontrar escalares  $a, b$  tales que:

$$\vec{z} = a \cdot \vec{x} + b \cdot \vec{y}$$

Entonces concluimos que el vector  $\vec{z}$  se puede expresar como combinación lineal de los vectores  $\vec{x}, \vec{y}$ .