

S3-P1 BALISTIQUE EXTERIEURE, SUR LES TRACES DE VON NEUMANN...

But du projet : mettre en place un outil de calculs de balistique extérieure.

Compétences attendues : analyser, rechercher, mettre en œuvre et valider.

Pré-requis : Notions de NSI de 1G, TGLE séquence S3.

Le grand mathématicien VON NEUMANN a été, très tôt, passionné par les objets se déplaçant et répondant à des modèles de comportement mathématiques. Ses apports ont été très importants dans le domaine numérique mais aussi dans les méthodes appliquées avec des outils numériques afin de résoudre rapidement un problème complexe, c'est le cas de la balistique.



1. Vitesse du son :

- 1.1. A partir de l'annexe A10, écrire une fonction qui prend en paramètre l'altitude et qui calcul la pression atmosphérique.
- 1.2. Ecrire une fonction qui convertie une température exprimée en degré Celsius en Kelvin.
- 1.3. Ecrire une fonction qui prend en paramètres la température et l'altitude puis qui retourne la pression partielle de vapeur saturante P_s en hecto Pascal.
- 1.4. Ecrire une fonction qui prend en paramètres la température, l'altitude, le taux d'humidité relatif et qui retourne la vitesse du son en m/s.
- 1.5. A partir de l'annexe A11, écrire une fonction qui prend en paramètre la température, le taux d'humidité relatif puis l'altitude et qui calcul la masse volumique de l'air.

2. Calcul de la vitesse initiale :

- 2.1. A partir de l'annexe A1, et de la fiche des groupes de projet, écrire une fonction qui prend en paramètres les principales caractéristiques associées au projectile, et qui retourne l'énergie cinétique utile en translation ainsi que la vitesse à la bouche du canon en m/s.

Le départ du projectile est parfaitement horizontal.

3. Calcul des paramètres balistiques :

- 3.1. A partir de l'annexe A6, écrire une fonction qui calcul la densité de section.
- 3.2. A partir du fichier Excel '*Coefficients de traînée aérodynamique TGLE NSI.xlsx*', sélectionner uniquement le modèle (effacer si nécessaire les données non utiles) qui se rapproche le plus de votre projectile, sauvegarder au format CSV, puis écrire une fonction de



lecture du fichier CSV qui retourne le coefficient balistique du modèle pour une vitesse donnée.

3.3. A partir de l'annexe A8, écrire une fonction qui calcul l'indice de forme i_l en fonction du nombre de Mach.

3.4. A partir de l'annexe A9, écrire une fonction qui calcul le coefficient balistique CB_p en fonction du nombre de Mach.

4. Calcul de la vitesse en fonction du temps :

4.1. A partir de l'annexe A9, écrire une fonction qui prend en paramètre la vitesse initiale, qui calcul la décroissance de la vitesse d_{vp} au bout d'un temps $dt = 1$ ms, jusqu'à ce que la distance parcourue soit 300 m.

4.2. Tracer la vitesse en fonction du temps, l'énergie cinétique en fonction du temps, le coefficient balistique en fonction du nombre de Mach sur un graphique 2D multifenêtres.

4.3. Proposer quelques jeux de tests pour votre programme à partir des intervalles suivants :

- Température : de -15 à 50 °C,
- Taux d'humidité relatif : de 0 à 95 %,
- Altitude : de -100 à 2500 mètres.

5. Synthèse :

5.1. Ecrire une fonction qui produit un fichier CSV avec l'ensemble des données calculées.

5.2. Réaliser une page Web (HTML et CSS) avec les données (valeurs et graphiques, faire preuve de créativité pour le design).

ANNEXES :

A1. Bilan énergétique d'une arme à feu :

Quelle que soit la technologie, une arme à feu est un dispositif thermodynamique dont la source d'énergie potentielle est issue de matériaux énergétiques et où l'énergie de sortie est sous forme cinétique par l'intermédiaire d'un projectile en mouvement, une translation et une rotation pour stabiliser sa trajectoire. Bien entendu une arme à feu est caractérisée par un ensemble de pertes liées au mécanisme, aux échauffements et à l'aptitude (liée aux conditions de pression et de température) d'utiliser efficacement la totalité de la masse de poudre placée dans l'étui. La figure A1. représente un bilan énergétique exploitable dans le cas d'une arme semi-automatique ou automatique (il doit être remis en cause pour une arme à feu d'une autre nature). La source d'énergie est dans un premier temps mécanique (puisque'il s'agit d'une amorce à percussion) puisqu'un percuteur doit percuter l'amorce qui délivre une quantité d'énergie thermique suffisante permettant de convertir la poudre sous forme solide en gaz de combustion.

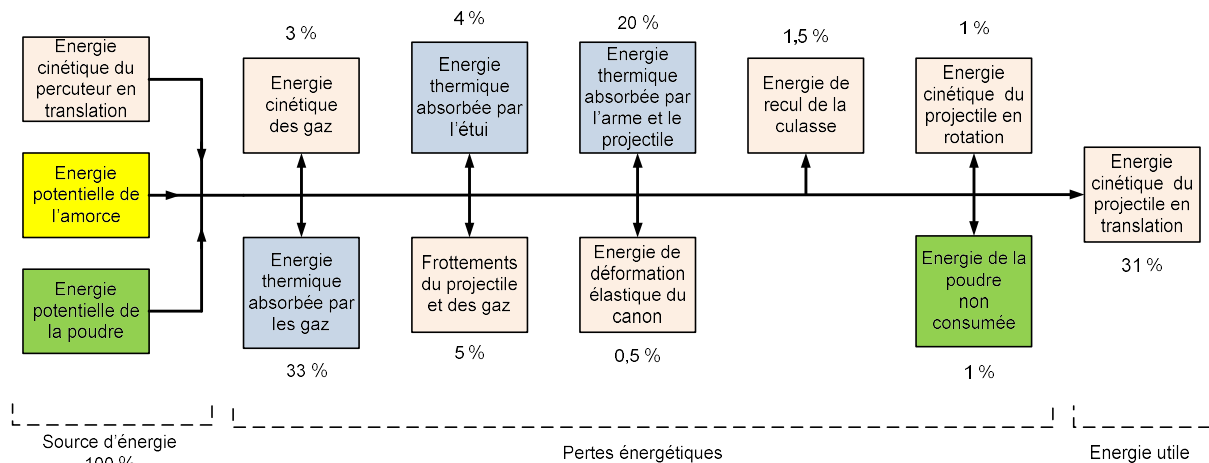


Figure A1a. Bilan énergétique d'une arme à feu.

La forte pression contraint le projectile à sortir des lèvres de l'étui puis à suivre les rayures du canon. Les gaz ainsi que le projectile, caractérisés tous deux par une masse, acquièrent une vitesse importante.

$$E_{\text{utile_translation}} = \frac{1}{2} m_p \cdot v_p^2 \text{ avec l'énergie en Joule, } m_p \text{ en kg, } v_p \text{ en m/s.}$$

Les énergies cinétique et thermique des gaz apparaissent alors comme une perte d'énergie puisque pour un tir de plusieurs dizaines de centimètres seul le projectile atteint la cible. Il en est de même pour les pertes par frottements mécaniques, l'énergie mécanique utilisée par le système d'alimentation et aussi les grains de poudre imbrulés évacués avec les gaz. A courte distance, les gaz produits par l'amorce et la poudre, ainsi que les imbrulés constituent les résidus de tir.

Les poudres sont des matériaux énergétiques dans lesquelles l'énergie potentielle est libérée plus ou moins rapidement en fonction des conditions de pression et de température.

La composition est parfois complexe, on y retrouve plus d'une vingtaine de composés organiques.

Les poudres sans fumée sont classées en fonction du type (simple, double ou triple base, voir tableau A1b.).



Base :	Mono	Double	Triple
<i>Energie massique (KJ/Kg) :</i>	3500	4800	4200
<i>Volume spécifique de gaz (m³/Kg) :</i>	950	850	940
<i>Température de combustion (°C) :</i>	2500-3000	3000-3800	2700-3300
<i>Masse molaire (g/mole) :</i>	23,98	24,76	23,20
<i>Avantage :</i>	Moins couteuse, température de combustion plus faible, moins de flash à la bouche du canon, plus polyvalente.	Combustion plus complète et régulière, peu sensible l'humidité, plus stable chimiquement,	Moins sensible à l'humidité, moins couteux à fabriquer que la double base, moins érosive, moins de résidus de combustion.
<i>Inconvénient :</i>	Combustion incomplète, moins de chaleur produite, plus de résidus de combustion, plus sensible à l'humidité, stabilité chimique plus faible.	Plus d'érosion et de corrosion que la simple base, plus couteux que la simple base.	Plus d'ingrédients que la double base.
<i>Utilisation :</i>	Polyvalente, armes de poing à canon lisse ou rayé.	Armes de poing, armes d'épaule de forte puissance.	Artillerie, armes à grande cadence de tir.
Tableau A1b. Caractéristiques, avantages et inconvénients de la base d'une poudre.			

A2. Paramètres influençant la trajectoire, hypothèses et limites :

Il existe une multitude de paramètres susceptibles d'intervenir sur la trajectoire d'un projectile. Des grandeurs physiques comme la température de l'air, le taux d'humidité relatif, la densité de l'air, l'altitude, l'intensité et la direction du vent, les forces de traînée et de portance, la rotation du projectile autour de son axe longitudinal (roulis), la vitesse du projectile...

On négligera ici tous les paramètres hormis ceux que laisse entrevoir la figure ci-dessous. Le vecteur vitesse est supposé être parallèle aux vecteurs matérialisant le flux d'air. Il n'existe donc ici aucun phénomène de portance, seule F_t la force de traînée intervient et rends compte de la plus ou moins grande aptitude du projectile à se déplacer dans l'air (vis-à-vis des frottements aérodynamiques).

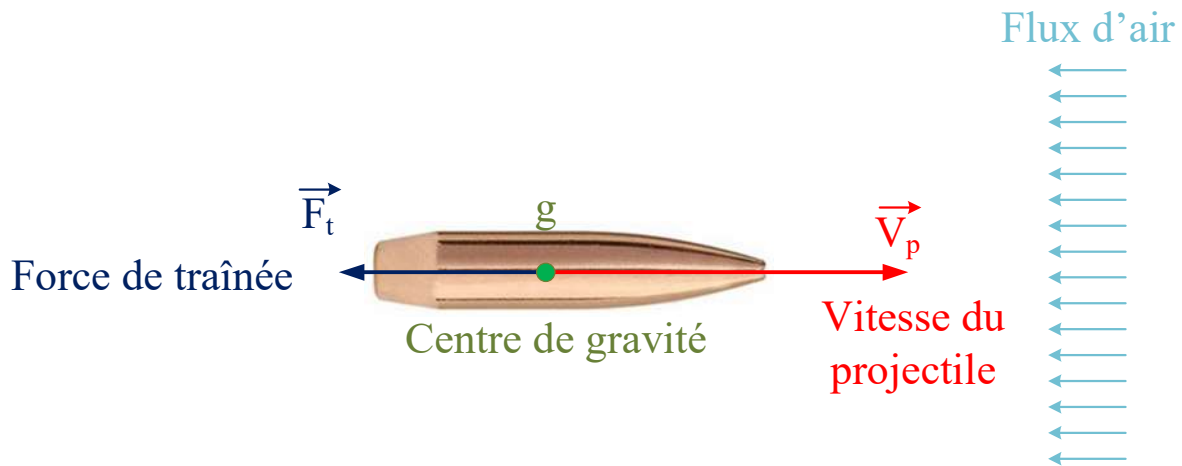


Figure A2. Situation du vecteur vitesse du projectile vis-à-vis du flux d'air.

A3. Force de résistance à la pénétration dans l'air :

Le module du vecteur force de traînée a pour expression : $\|\vec{F}_t\| = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_p^2 \cdot S_p \cdot C_t$, avec :

ρ : la masse volumique de l'air en kg/m³ (supposée ici constante) ;

V_p : la vitesse du projectile en m/s ;

S_p : la plus grande section droite du projectile en m²,

$$\text{ici } S_p = \frac{\pi d_p^2}{4},$$

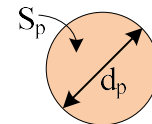


Figure A3. Section droite du projectile.

C_t : le coefficient de traînée (sans unité) dépendant de la géométrie du projectile, de sa vitesse de déplacement et de la vitesse du son.

A4. Design d'un projectile :

Le design d'un projectile dépend directement de son utilisation et de l'évolution technologique. Que ce soit pour la chasse, le tir sportif, l'utilisation par les forces de l'ordre ou les militaires, cela implique, dans chaque domaine, des designs différents et pas forcément pertinents ni adaptés aux autres domaines du tir.

A courte distance (quelques dizaines de mètres), pour les armes de poing notamment, le design influence peu la trajectoire, mais plutôt sur l'effet à l'impact (perforation ou champignonage plus ou moins important de la tête du projectile).

Sous la vitesse du son (vitesse subsonique) la forme de la tête a peu d'influence sur la traînée aérodynamique, c'est généralement le cas pour les armes de poing. La traînée est principalement liée à l'état de surface du projectile.

Pour les armes d'épaules, les portées sont plus importantes (jusqu'à 2400 m parfois bien que les distances soient généralement plus courtes) et il est clair que l'énergie cinétique du projectile à la bouche du canon doit être conservée le plus loin possible durant le vol du projectile (par minimisation de la force de traînée). On adopte dans la plupart des cas des projectiles avec des formes minimisant la traînée aérodynamique.








Vitesse du projectile :	Subsonique			Transsonique	Supersonique			
Forme :	Ronde, elliptique ou, conique à tête courte.			Pointue, effilée...				
Remarque :	Armes de poing ou armes d'épaule subsonique. Les formes sont liées à des fonctions mathématiques standards).			La traînée aérodynamique peut-être assez importante, mais réduite avec une forme issue d'une fonction mathématique minimisant la traînée (Ogive de Von Karman).		On retrouve souvent des ogives tangente ou sécante et parfois mixte (la combinaison des deux). Les formes sont liées à des fonctions mathématiques standards).		
Exemples :								

Figure A4. Formes de projectile et vitesse d'emplois.

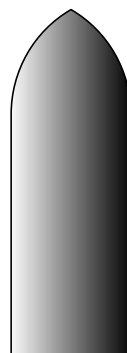
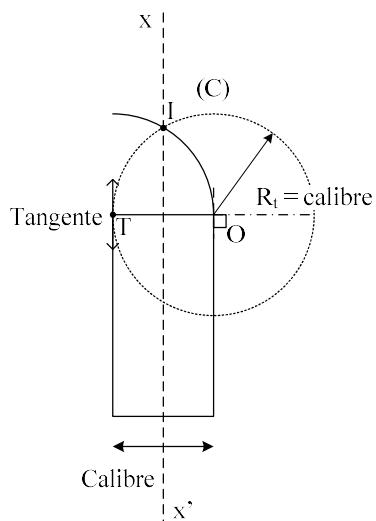
Figure A4. Formes de projectile et vitesse d'emplois.

La forme d'un projectile est généralement définie pour une plage d'utilisation (subsonique ou supersonique) et son comportement change lorsque l'on sort de la plage. Le coût de fabrication influence aussi fortement la forme, tous les projectiles n'ont pas besoin d'être aussi optimisés surtout lorsque les tirs sont réalisés à moins de 300 m. L'optimisation du projectile est alors assez révélateur de l'application pour laquelle il a été réalisé.

Parmi les projectiles supersoniques on distingue les ogives tangentes (à base plate ou base fuyante) et les ogives sécantes, très répandues pour les armes d'épaules :

■ Ogive tangente :

La construction commence par le corps rectangulaire du projectile. On positionne sur le coin supérieur gauche du corps un point T. On trace, une droite passant par le point T et perpendiculaire à l'axe xx' . On positionne un point O, appartenant à la droite passant par T et tel que le rayon du cercle (C) de centre O soit $R_t = \text{Calibre}$. Le cercle (C) est tangent au corps de projectile au point T (D'où l'appellation de cette ogive). Par symétrie on construit l'arc de cercle passant par les points I et O à partir de l'arc passant par I et T. La silhouette du projectile est alors créée.

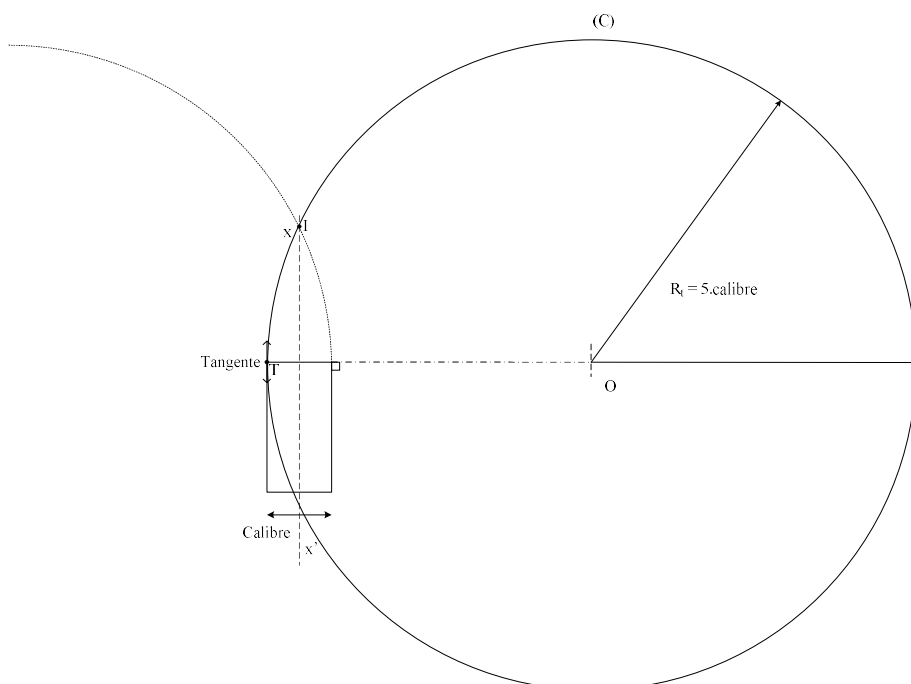


Construction avec $R_t = \text{calibre}$.

Allure du projectile avec $R_t = \text{calibre}$.

Figure A5. Projectile à ogive tangente $R_t = \text{calibre}$ et base plate.

Avec $R_t = 5.\text{Calibre}$:



Construction avec $R_t = 5.\text{calibre}$.

Allure du projectile

Avec $R_t = 5.\text{calibre}$.

Figure A6. Projectile à ogive tangente $R_t = 5.\text{calibre}$ et base plate.

Rayon R_t : 0,5.Calibre 1.Calibre 2.Calibre 3.Calibre 5.Calibre 10.Calibre

Allure :

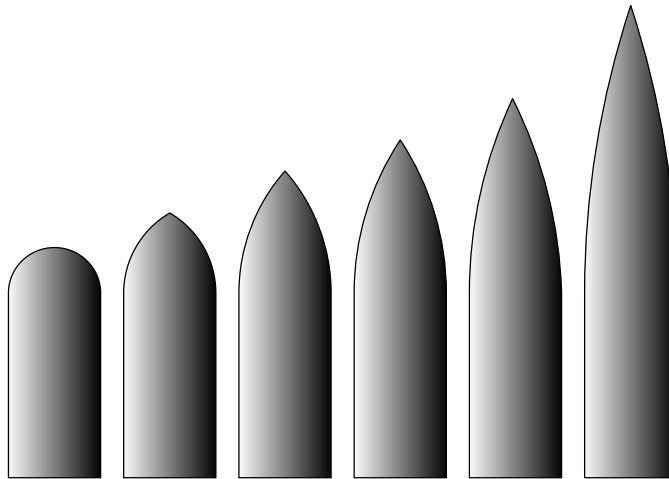


Figure A7. Projectiles à ogive tangente pour divers R_t . La base est plate.

Pour un rayon $R_t = 0,5$.Calibre, on obtient un projectile à tête elliptique. Plus R_t augmente, plus le projectile devient effilé, moins la traînée sera importante, mais plus le projectile deviendra long.

Une ogive tangente avec un rayon supérieure à la moitié du calibre aura moins de traînée qu'un projectile sphérique, elliptique ou conique.

► Lors du déplacement du projectile il existe une dépression à l'arrière. Cette dépression contribue à accroître la traînée.

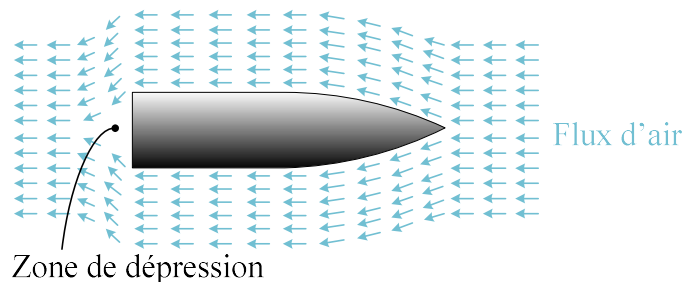


Figure A8. Projectile à ogive tangente et base plate.

Pour réduire la traînée en vol supersonique on adopte une base fuyante figure ci-dessous.

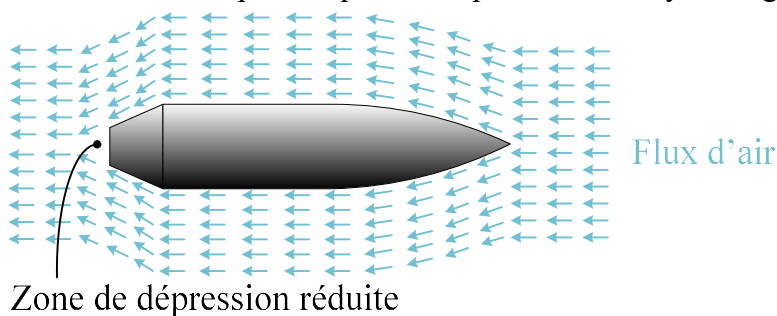
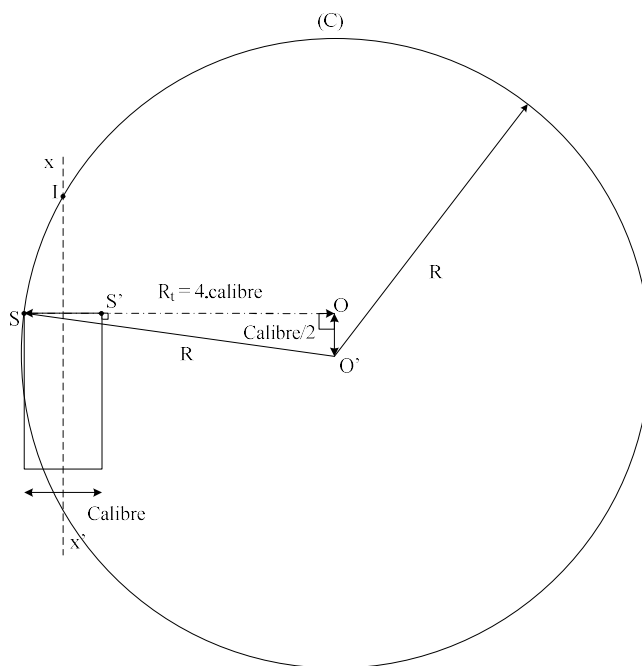


Figure A9. Projectile à ogive tangente et base fuyante.

Pour la plupart des calibres, l'angle formé par la base est généralement compris entre 6 et 8 degrés, la longueur 0,8 fois le calibre, ce qui permet de réduire la traînée de 10 %.

■ Ogive sécante :

La construction commence par le corps rectangulaire du projectile. On positionne sur le coin supérieur gauche du corps un point S. On trace, une droite passant par le point S et perpendiculaire à l'axe xx' . On positionne un point O, appartenant à la droite passant par S et tel que la distance entre le point S et O soit $R_t = 4 \times \text{Calibre}$ (Attention O n'est pas centre du cercle (C)). On trace ensuite une droite OO' parallèle à la droite xx' avec une distance entre le point O et le point O' égale à un calibre/2. Le centre du cercle (C) en maintenant O' , le rayon du cercle est R. Le cercle (C) n'est plus tangent au corps de projectile mais sécant au point S (D'où l'appellation de cette ogive). Par symétrie on construit l'arc de cercle passant par les points I et S à partir de l'arc passant par I et S. La silhouette du projectile est alors créée.



Il existe une double infinité de possibilités R_t et R. Pour caractériser le projectile on indique généralement le rapport $\frac{R_t}{R}$.



Construction avec $R_t = 4 \cdot \text{calibre}$ et $R_t/R = 0,99$.

Allure du projectile avec $R_t = 4 \cdot \text{calibre}$ et $R_t/R = 0,99$.

Figure A10. Projectile à ogive sécante $R_t = 4 \cdot \text{calibre}$ et base plate.

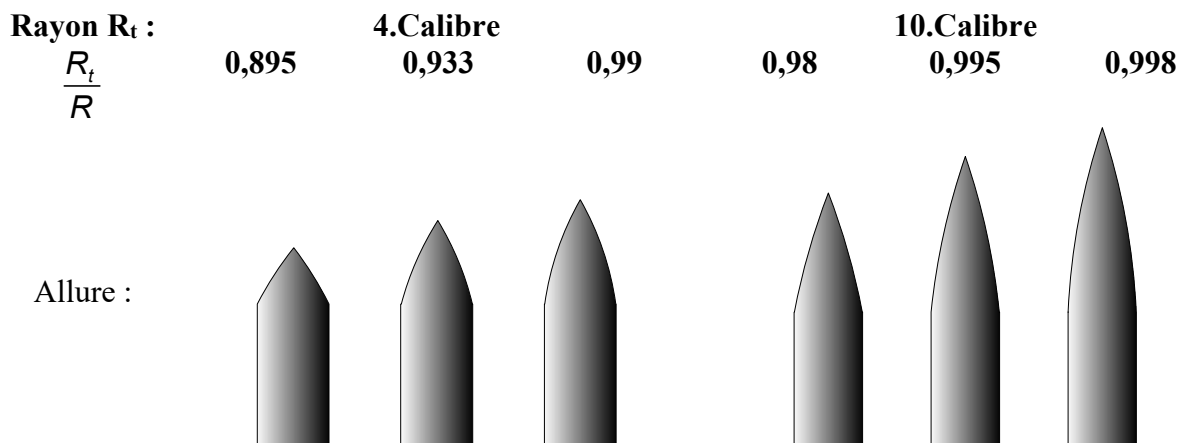


Figure A11. Projectiles à ogive sécante pour divers R_t et $\frac{R_t}{R}$. La base est plate.

Si $\frac{R_t}{R} = 1$ l'ogive est tangente, c'est donc un cas particulier des ogives sécantes.

A masse et longueur égales, il y a moins de traînée avec une ogive sécante qu'avec une ogive tangente.

A calibre et R_t égaux une ogive sécante est plus courte qu'une ogive tangente.

A5. Coefficient de traînée d'un projectile :

Dans l'expression : $F_t = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_p^2 \cdot S_p \cdot C_t$, si on suppose la masse volumique de l'air ρ et la section S_p constantes, alors pour une vitesse V_p donnée, le coefficient C_t permet de minimiser la force de traînée. Pour un projectile donné, C_t est dépendant du rapport de la vitesse du projectile sur la vitesse du son (nombre de Mach) : $C_t = f\left(\frac{V_p}{V_{son}}\right) = f(Ma)$.

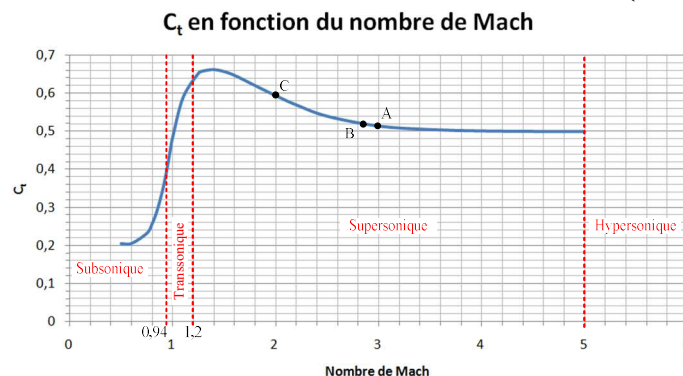


Figure A12. Coefficient de traînée aérodynamique dans les zones subsonique à hypersonique.

Le coefficient à utiliser dépend de la zone dans laquelle la vitesse du projectile intervient.

■ Dans la zone subsonique, on évite généralement les vitesses trop proches de la vitesse du son pour des raisons de stabilité de trajectoire du projectile. Le coefficient C_t peut être considéré comme constant (cas des armes de poing, pour des distances très courtes).

■ La zone transsonique est à éviter (stabilité du projectile difficile à contrôler donc nuisible à la précision).

■ Dans la zone supersonique (pas trop proche de la zone transsonique), C_t est une fonction décroissante. A la bouche du canon, la vitesse du projectile est maximale (Point A sur la figure A12), puis diminue au fur et à mesure que le projectile se déplace. A courte distance, la vitesse a faiblement chuté, le coefficient a donc légèrement augmenté (Point B). On peut éventuellement adopter un modèle moyen entre les points A et B (moyenne des coefficients $C_{t(A)}$ et $C_{t(B)}$). Pour des distances plus importantes, la vitesse chute d'une façon plus significative, et le coefficient augmente en conséquence (Point C). Une moyenne paraît assez hasardeuse, et l'utilisation d'un outil numérique pour déterminer la trajectoire est alors nécessaire.

Le modèle de comportement que constitue cette caractéristique est empirique et réalisé à partir de moyennes de plusieurs tirs. Il existe donc un modèle pour un type de projectile.

On utilise souvent neuf modèles de base permettant de balayer la plupart des projectiles :

■ **Modèle G1** : c'est un modèle de référence, pour un projectile à base plate et ogive tangente, l'extrémité de l'ogive est supposée émoussée. La lettre G fait référence au polygone de tir de Gâvres où de nombreux essais de tirs ont été réalisés de 1829 à 1930.

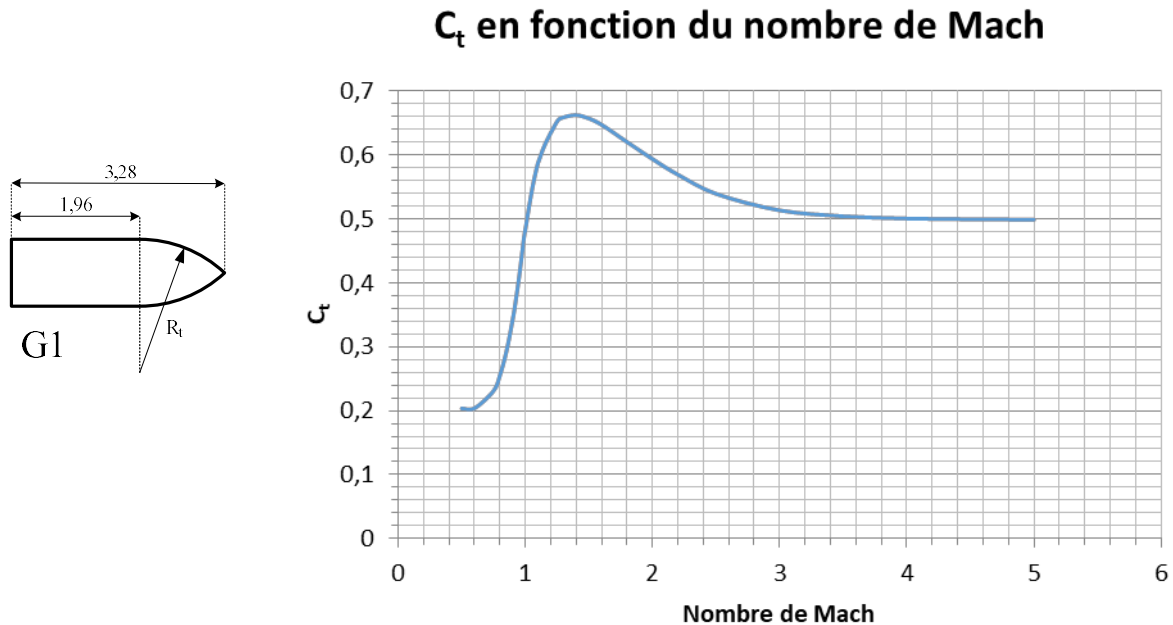
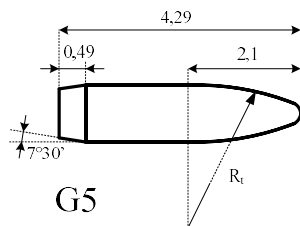


Figure A13. Coefficient de traînée aérodynamique, modèle G1.

- Les dimensions des projectiles sont en grandeurs réduites (grandeur de réduction : calibre), il faut multiplier par le calibre (en pouce ou en mm) pour retrouver les grandeurs réelles.
- Des indications complémentaires figurent dans un tableau de synthèse à la suite des modèles.
- Il existe d'autres modèles utilisés notamment en artillerie ou pour des armes de gros calibres.

■ **Modèle G5** : c'est un modèle utilisé pour les projectiles à base fuyante de faible longueur avec ogive tangente :



C_t en fonction du nombre de Mach

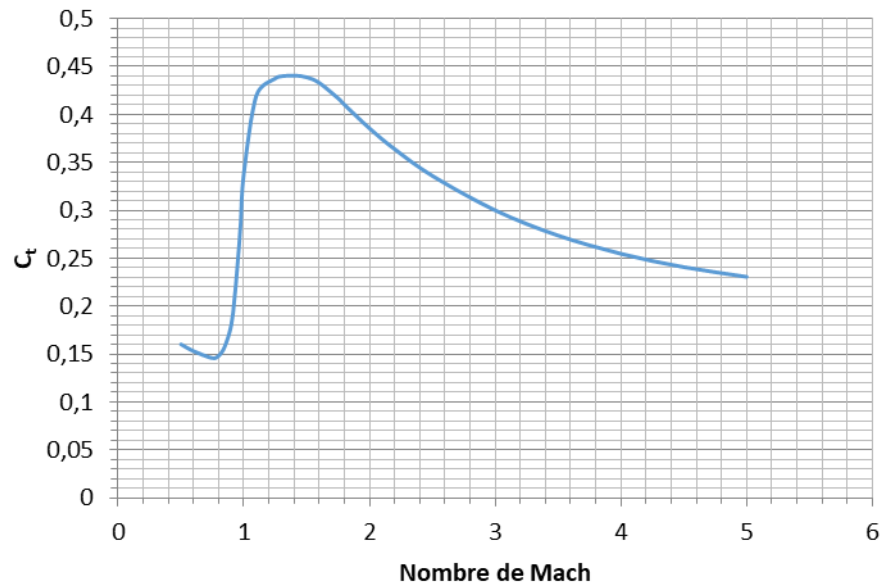
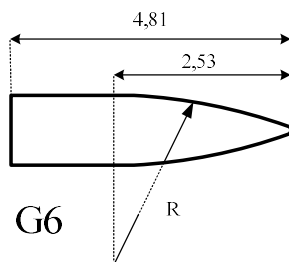


Figure A14. Coefficient de traînée aérodynamique, modèle G5.

■ **Modèle G6** : modèle utilisé pour les projectiles à base plate, l'ogive est tangente :



C_t en fonction du nombre de Mach

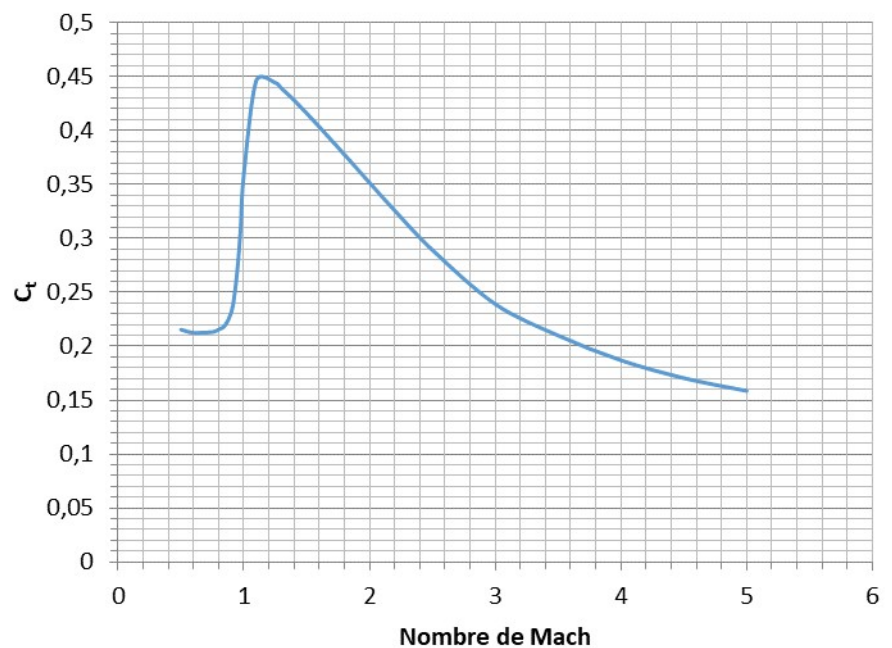


Figure A15. Coefficient de traînée aérodynamique, modèle G6.

■ **Modèle G7** : modèle utilisé pour les projectiles tirés à longue distance, la base est fuyante, l'ogive est sécante :

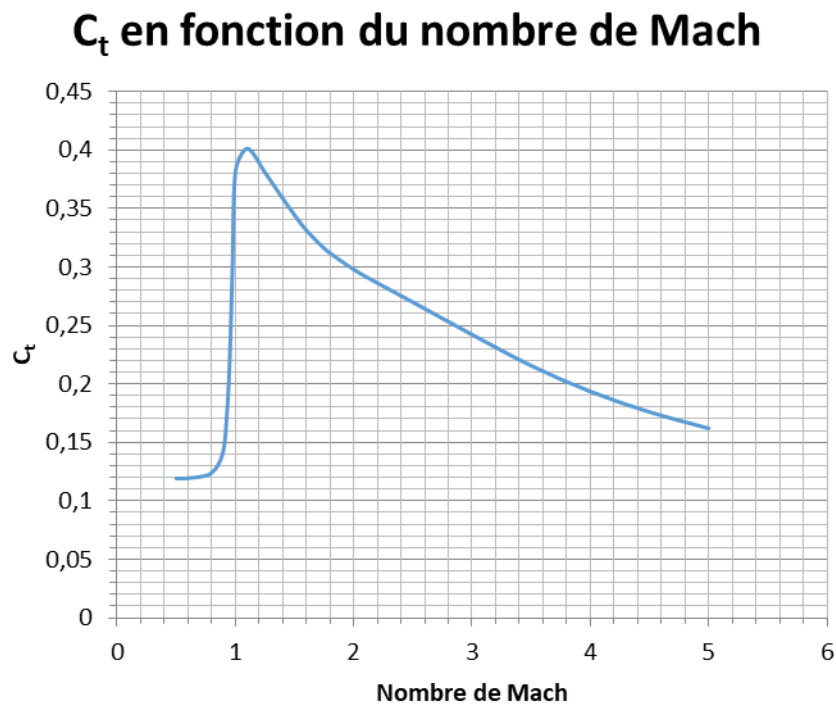
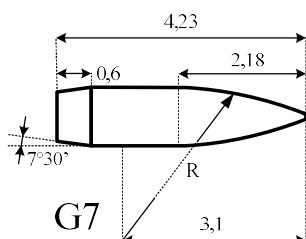


Figure A16. Coefficient de traînée aérodynamique, modèle G7.

■ **Modèle G8** : modèle utilisé pour les projectiles à base plate et ogive identique à G7 :

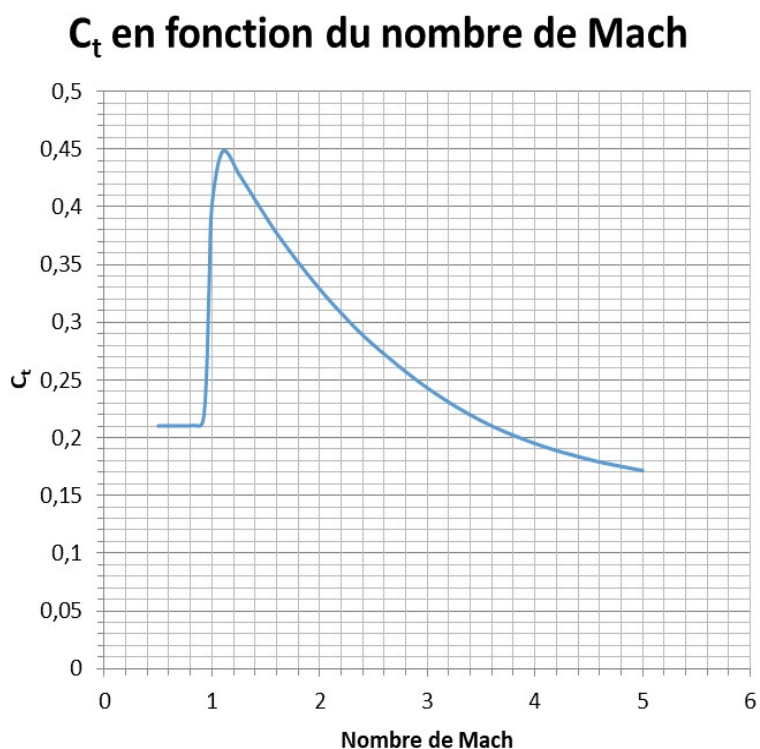
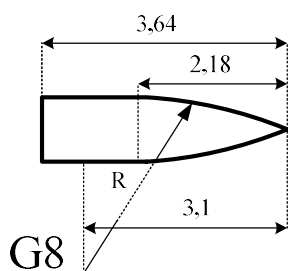


Figure A17. Coefficient de traînée aérodynamique, modèle G8.

■ **Modèle GS** : modèle utilisé pour les projectiles sphériques, le modèle est valable pour les petites ou grandes sphères :

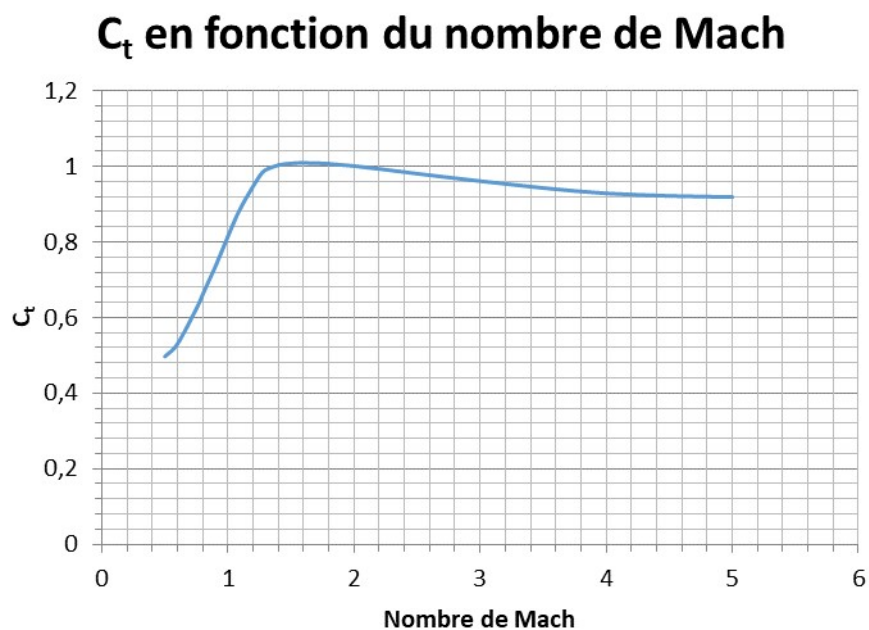
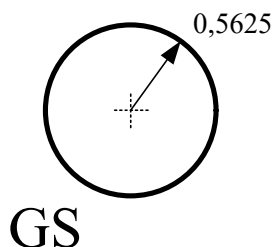


Figure A18. Coefficient de traînée aérodynamique, modèle GS.

■ **Modèle RA4** : modèle utilisé pour les projectiles de 22 LR :

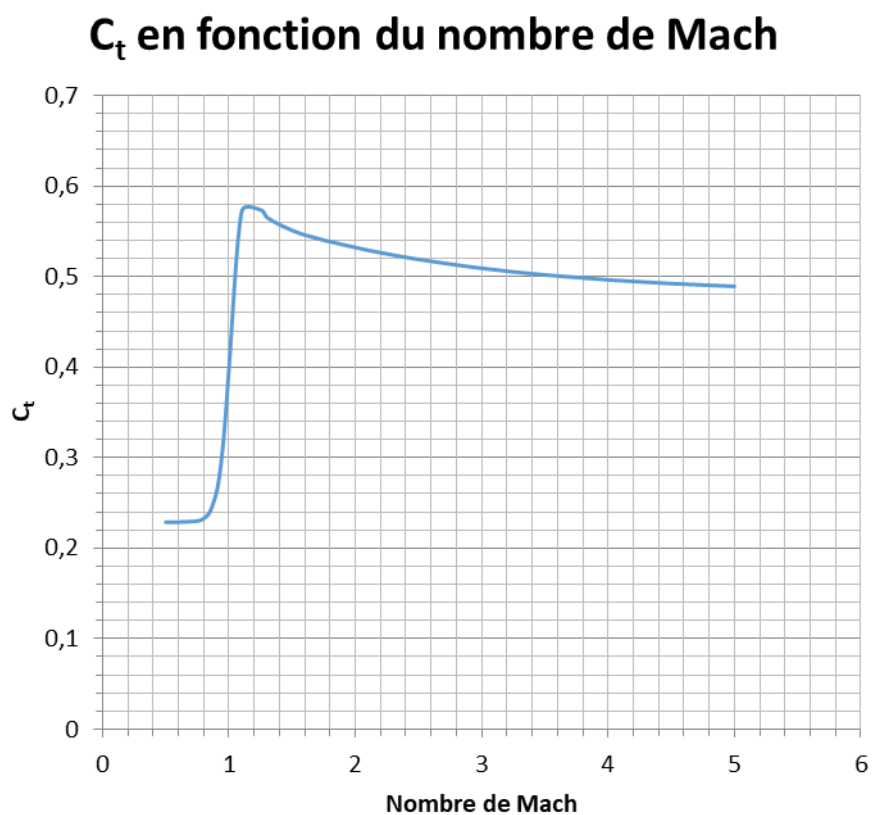
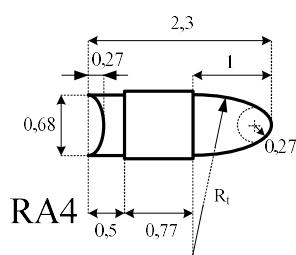


Figure A19. Coefficient de traînée aérodynamique, modèle RA4.

■ **Modèle GL** : modèle utilisé pour les projectiles dont la tête fait apparaître du plomb (Lead) émoussé :

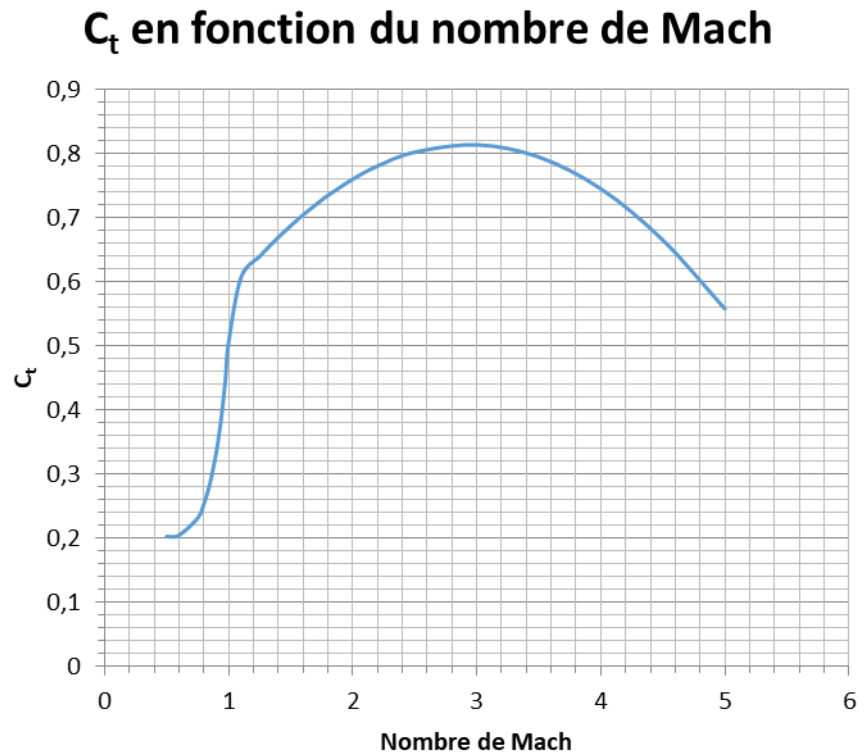
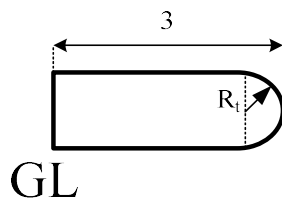


Figure A20. Coefficient de traînée aérodynamique, modèle GL.

■ **Modèle GC** : modèle utilisé pour les projectiles cylindriques longs à tête plate :

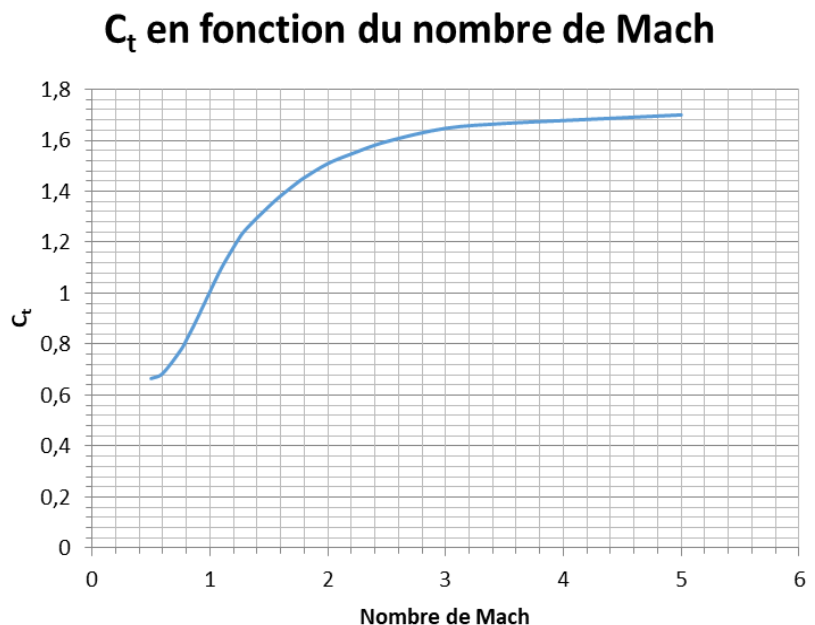
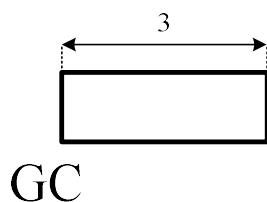


Figure A21. Coefficient de traînée aérodynamique, modèle GC.

Tableau de synthèse des modèles avec les principaux paramètres :

Modèle :	Longueur projectile *	Base fuyante		R _t ou R *	Tangente /Sécante	Longueur du nez *
		Longueur *	Angle			
G1	3,28			2	T	1,32
G5	4.29	0.49	7° 30'	6,19	T	2,1
G6	4.81			6,99	S	2,72
G7	4.23	0.6	7° 30'	10	S	2.18
G8	3.64			10	S	2.18

*: en grandeur réduite, facteur de réduction : calibre.

On cherchera à identifier un projectile vis-à-vis d'un modèle afin de calculer la trajectoire du projectile.

A6. Densité de section d'un projectile :

La force de traînée a pour expression : $F_t = -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_p^2 \cdot S_p \cdot C_t$ avec

$$S_p = \frac{\pi d_p^2}{4}, \text{ d'où } F_t = -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_p^2 \cdot \frac{\pi d_p^2}{4} \cdot C_t = -\frac{\pi}{8} \rho \cdot V_p^2 \cdot d_p^2 \cdot C_t. \text{ La force de traînée}$$

contribue à créer une décélération du projectile et on peut alors noter : $F_t = m_p \frac{dv_p}{dt}$ avec

m_p la masse du projectile et $\frac{dv_p}{dt}$ l'accélération du projectile (négative ici, d'où le signe - suivant).

$$m_p \frac{dv_p}{dt} = -\frac{\pi}{8} \rho \cdot V_p^2 \cdot d_p^2 \cdot C_t, \quad \frac{dv_p}{dt} = -\frac{\pi}{8} \rho \cdot V_p^2 \cdot \frac{d_p^2}{m_p} \cdot C_t, \quad \frac{dv_p}{dt} = -\frac{\pi}{8} \rho \cdot V_p^2 \cdot \frac{C_t}{D_s},$$

$$\text{avec } D_s = \frac{m_p}{d_p^2}.$$

La densité de section D_s est définie comme le rapport de la masse du projectile sur son diamètre, avec m_p en livre et d_p en pouce. L'unité de D_s est donc en livre par pouce au carré. La plupart du temps l'unité de masse utilisée est le grain ou le gramme.

Une livre (lb) est égale à 7000 grains, $D_s = \frac{m_p}{7000 \cdot d_p^2}$ en livre par pouce au carré mais avec m_p en grains.

1 grain = 64,799 milligramme et 1 pouce est égal à 25,4 mm.

$$D_s = \frac{m_p}{7000 \cdot 64,799 \times 10^{-3} \left(\frac{d_p}{25,4} \right)^2} = 1,4223 \frac{m_p}{d_p^2} \text{ en livre par pouce mais avec en } m_p \text{ en}$$

grammes et d_p en mm.



Exemple : calcul de la densité de section d'un projectile de masse $m_p = 90$ grains et de diamètre $d_p = 0,243$ pouce.

Unités de masse :	En grain :	200 gr	En gramme :	12,959 g
Unités de longueur :	En pouce :	0,308 in	En millimètre	7,823 mm
Densité de section :	En $\frac{lb}{in^2}$	$D_s = \frac{m_p}{7000 \cdot d_p^2}$		$D_s = 1,4223 \frac{m_p}{d_p^2}$
		$D_s = \frac{200}{7000 \cdot 0,308^2}$		$D_s = 1,4223 \frac{12,959}{7,823^2}$
		$D_s = 0,301 \frac{lb}{in^2}$		

La densité de section du projectile rend compte de l'efficacité à pénétrer un milieu.

A7. Indice de forme d'un projectile :

Des projectiles de formes différentes peuvent avoir la même densité de section D_s . Or, en fonction de la forme, la traînée est plus ou moins importante.

Projectiles : Sphérique Base plate et tête ronde Base fuyante et tête ogivale sécante



On définit alors l'indice de forme $i = \frac{C_{tp}}{C_{tref}}$. C'est le rapport du coefficient de traînée du

projectile considéré sur le coefficient de traînée d'un projectile de référence pour une vitesse donnée.

On utilise comme référence G1 pour les cas de figures classiques ou G7 pour les tirs longues distances, d'où :

$$i_1 = \frac{C_{tp}}{C_{tG1}} \quad \text{ou} \quad i_7 = \frac{C_{tp}}{C_{tG7}}$$

Avec i_1 indice de forme ayant comme référence le modèle G1 et i_7 avec le modèle G7.

C_t en fonction du nombre de Mach

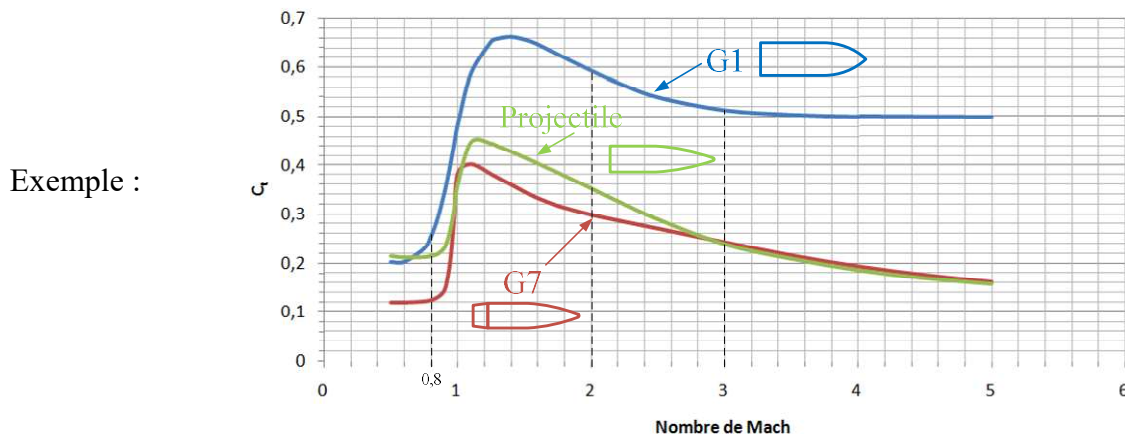


Figure A22. Coefficients de traînée aérodynamique, modèle G1, G6 et G7.

Il est possible de calculer l'indice de forme par rapport aux modèles G1 ou G7 pour diverses vitesses.

Nombre de Mach :		0,8	2	3
Coefficients de traînée :	Modèle G1	0,25507071	0,59368	0,51336754
	Modèle projectile	0,21554524	0,35157969	0,2391158
	Modèle G7	0,12419476	0,2978315	0,24220055
$i_1 = \frac{C_{tp}}{C_{tG1}}$		0,845	0,592	0,465
$i_7 = \frac{C_{tp}}{C_{tG7}}$		1,735	1,18	0,987
Tableau A23. Exemples de calcul d'indice de forme.				

Lorsque l'indice de forme d'un projectile (par rapport au modèle G1 ou G7) est inférieur à l'unité, la forme du projectile est plus adaptée que celle du modèle de référence, pour une vitesse donnée (moins de traînée). Lorsque l'indice est supérieur à l'unité, le modèle de référence est meilleur, mais ce n'est pas forcément le cas pour d'autre vitesse du projectile.

A8. Coefficient balistique d'un projectile :

Le coefficient balistique d'un projectile rend compte de l'aptitude d'un projectile à limiter la traînée aérodynamique et donc de conserver une vitesse maximale le plus longtemps possible. C'est un paramètre qui donne un aperçu global des performances en vol. Le coefficient balistique est défini comme le rapport de la densité de section sur l'indice de forme.

$$CB_{p1} = \frac{D_s}{i_1} \quad CB_{p1} = \frac{m_p}{i_1 \cdot d_p^2} \quad \text{Avec le modèle G1}$$

$$CB_{p7} = \frac{D_s}{i_7} \quad CB_{p7} = \frac{m_p}{i_7 \cdot d_p^2} \quad \text{Avec le modèle G7}$$

Tableau A24. Exemples de calcul de coefficient balistique.

Pour une densité de section donnée, si l'indice de forme diminue (meilleure pénétration dans l'air) alors le coefficient balistique augmente. Pour une vitesse et un calibre donnés, lorsque le coefficient balistique augmente, les frottements de traînée diminuent.

A9. Evolution de la vitesse d'un projectile dans l'air :

■ A partir des hypothèses simplificatrices (assez réductrices) on accède à un modèle semi empirique et il vient :

La force de traînée a pour expression $\frac{dv_p}{dt} = -\frac{\pi}{8} \rho \cdot V_p^2 \cdot \frac{C_{tG1}}{D_s} \cdot i_1$ en tenant compte de l'indice de forme du projectile avec le modèle G1.

On en déduit : $\frac{dv_p}{dt} = -\frac{\pi}{8} \rho \cdot V_p^2 \cdot \frac{C_{tG1}}{CB_{p1}}$ avec $CB_{p1} = \frac{D_s}{i_1}$, $dv_p = -\frac{\pi}{8} \rho \cdot V_p^2 \cdot \frac{C_{tG1}}{CB_{p1}} dt$ pour une très

faible durée dt , la vitesse V_p a diminuée d'une quantité $\frac{\pi}{8} \rho \cdot V_p^2 \cdot \frac{C_{tG1}}{CB_{p1}} dt$. On remarque que la perte de vitesse dV_p est d'autant plus petite que le coefficient balistique CB_{p1} est grand.



D'une manière générale $dv_p = -\frac{\pi}{8} \rho \cdot V_p^2 \cdot \frac{C_t}{CB_{p1}} dt = a \cdot V_p^2 \cdot dt$ avec $-\frac{\pi}{8} \rho \cdot \frac{C_t}{CB_{p1}}$.

■ Une fonction polynomiale du second ou du troisième ordre permet d'affiner le comportement du projectile :

$$dv_p = (a \cdot V_p^2 + b \cdot V_p + c) dt \text{ ou } dv_p = (a \cdot V_p^3 + b \cdot V_p^2 + c \cdot V_p + d) dt$$

Les paramètres a, b, c et d sont empiriques et dépendent de la forme du projectile.

Modèle :	Vitesse du projectile en m/s :								
	>122 et < 335,28			> 335,28 et < 365,76			> 365,76		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c
G1	0,00123	-0,01739	36,857	0,00235	-0,0316	66,94	0,00233	-0,03133	66,4
GL	0,0013	-0,01743	36,95	0,0024288	-0,032655	69,21054	0,00286	-0,038463	81,5217

Tableau A25. Paramètres de l'équation du second degré des modèles G1 et GL.

Modèle :	Vitesse du projectile en m/s :								
	>182,9 et < 335,28			> 335,28 et < 365,76			> 365,76		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c
G5	0,000828	-0,011127	23,584	0,00168	-0,02257	47,83385	0,00144	-0,02	41,03

Tableau A26. Paramètres de l'équation du second degré du modèle G5.

Modèle :	Vitesse du projectile en m/s :								
	< 335,28			> 335,28 et < 365,76			> 365,76		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c
G6	0,001	-0,01343	28,4589	0,001786	-0,024	50,9	0,0013	-0,01729	36,64
G7	0,00073	-0,00979	20,7476	0,0016	-0,02158	45,724	0,001135	-0,01527	32,35153
G8	0,001	-0,01331	28,213	0,0018	-0,024	51,1	0,001241	-0,016688	35,37
GS	0,0028	-0,037	78,4	0,0036	-0,04781	101,327	0,004	-0,0525	111,27

Tableau A27. Paramètres de l'équation du second degré des modèles G6 à G8 et GS.

Modèle :	Vitesse du projectile en m/s :											
	< 292,6				> 292,6 et < 320				> 320			
	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d
RA4	0	0,00093	0	0	-7,62E-07	0,002247	-0,03	64,019	0	0	-0,028	58,6133

Tableau A28. Paramètres de l'équation du troisième degré du modèle RA4.

A10. Calcul de la vitesse du son dans l'air :

Il existe une multitude d'applications dans lesquelles la connaissance de la vitesse du son dans l'air est indispensable.

Le Machmètre, par exemple, utilisé en aéronautique, permet de mesurer en grandeur réduite la vitesse de vol d'un avion, avec comme facteur de réduction la vitesse du son dans l'air.

Dans d'autres situations comme dans le cas de la balistique extérieure, on cherche généralement à vérifier que la vitesse de déplacement d'un projectile soit subsonique ou supersonique, en évitant que ce dernier soit proche de la vitesse du son (le passage du



domaine supersonique vers le subsonique fait intervenir des phénomènes complexes, difficiles à prendre en compte, nuisibles à la régularité et donc à la précision de la trajectoire).

Cette vitesse est fonction de nombreux paramètres comme :

- La pression atmosphérique, dépendante elle-même de l'altitude :

$$p_{(h)} = p_{(0)} \cdot e^{-\left(\frac{h}{8400}\right)}$$

avec une pression atmosphérique au niveau de la mer de

$p_{(0)} = 1013,25$ hPa et h en mètre (air sec et température $T = 273,15$ K).

- la pression de vapeur saturante (liée à la quantité maximale de vapeur d'eau dans l'atmosphère à une température donnée) :

$$p_{s(T,h)} = p_{(h)} \cdot e^{\left(A - \frac{B}{T}\right)} \text{ avec } A = 13,7, B = 5120 \text{ K et } T \text{ en Kelvin.}$$

Pression de vapeur saturante de l'eau.							
t (°C) :	0,01 (pt triple)	0	20	40	60	80	100
p_s (en Pa) :	610,47	610,5	2 338	7 381	19 933	47 374	101 324

- Le taux d'humidité relatif : $[HR] = 0 \%$ → air sec,

$[HR] = 100 \%$ → présence d'une phase liquide.

Finalement le calcul de la vitesse du son peut calculer par :

$$v_{son} = \sqrt{\gamma \cdot 10^3 \cdot \frac{R \cdot T}{M_{airsec} + \frac{[HR]}{100} \frac{p_{sat}(T)}{p_{air}} (M_{eau} - M_{airsec})}} \quad T \text{ en Kelvin, } V_{son} \text{ en m/s.}$$

Avec :

Coefficient adiabatique : $\gamma = 1,4$	Constante des gaz parfaits : $R = 8,31451 \text{ J} \cdot \text{mole}^{-1} / \text{K}$
Masse molaire de l'eau : $M_{eau} = 18,015 \text{ g/mole}$	Masse molaire de l'air sec : $M_{airsec} = 28,965 \text{ g/mole}$

A11. Calcul de la masse volumique de l'air :

$$\rho_{(T,h,[HR])} = \frac{p_{(h)} - 0,3783 \cdot \frac{[HR]}{100} \cdot p_{s(T,h)}}{287,058 \cdot T}$$

avec T en Kelvin, h en mètre, HR en %, les pression en pascal et ρ en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

