Classe : GEA2
Année Universitaire : 2018-2019
Durée : 2 heures
Documents : Non Autorisés

Examen

***

Analyse et Identification des Procédés

. Exercice 1

Un procédé industriel sujet à de bruits et à de perturbations peut être représenté par le modèle de représentation (1) suivant :

$$y(k) = -\sum_{i=1}^{n} a_i y(k-i) + \sum_{i=1}^{n} b_i u(k-i) + \sum_{i=1}^{n} c_i v(k-i) + v(k) \qquad (1)$$

$u(k)$, $y(k)$ et $v(k)$ représentent respectivement l'entrée, la sortie et une séquence des variables aléatoires de moyenne nulle.

1- Il est évident que les perturbations vont introduire des erreurs paramétriques durant l'opération de l'identification (biais des paramètres). Pour la mise en évidence de l'origine de ces erreurs paramétriques, montrer qu'à la convergence (le vecteur des estimés $\hat{\theta}(k)$ est égal au vecteur des paramètres réels $\theta(k)$), la corrélation est non nulle entre l'erreur de prédiction $\varepsilon(k)$ et le vecteur d'observations $\phi(k)$.

2- Dans le cas où le procédé considéré est du premier ordre (n=1) et sans retard, proposer la méthode d'identification paramétrique adéquate qui assure, à la convergence, une corrélation nulle entre $\varepsilon(k)$ et $\phi(k)$) $(E[\phi(k)\varepsilon(k)] = 0)$. En exploitant les mesures effectuées sur le procédé réel (voir Tableau1), donner le vecteur des estimés $\hat{\theta}(k)$.

Tableau 1

***

k	1	2	3	4	5
$u(k)$	−0.5	−0.5	−0.5	+0.5	−0.5
$y(k)$	0.000	−0.500	−0.750	−0.875	0.062

3- Valider, par le test de decorrélation, le modèle identifié par la méthode précédemment proposée.

1+C1q

. Exercice 2

Soit un procédé du premier ordre, sans retard, non bruité et en cascade avec un bloqueur d'ordre zéro.

1- *Montrer que ce système (procédé + bloqueur d'ordre 0) peut être représenté par le modèle suivant :*

$$y(k) = -a_1 y(k-1) + b_1 u(k-1)$$

$u(k)$, $y(k)$ représentent respectivement l'entrée et la sortie du système.

2- Le système est échantillonné avec une période d'échantillonnage T_e égale à 0.2 s. Le tableau suivant résume quelques mesures effectuées sur le système.

2-1 : Donner les estimés à l'instant d'échantillonnage k=4 tout en exploitant la méthode des moindres carrés ordinaires. MCO = MCNR

2-2 : Donner les estimés à l'instant d'échantillonnage k=5 par recours à la méthode des moindres carrés récursifs et déduire les caractéristiques physiques du système (gain statique et constante de temps). MCR

k	1	2	3	4	5
$u(k)$	−0.61	0.9	0.14	−0.27	0.10
$y(k)$	0.24	0.13	0.25	0.24	0.18

Rappel :

Fonction de transfert continue	Fonction de transfert discrète avec bloqueur d'ordre zéro
$\frac{1}{\tau_i s}$	$\frac{b_1 z^{-1}}{1-z^{-1}}$ avec $b_1 = \frac{T_e}{\tau_i}$
$k\left(1+\frac{1}{\tau_i s}\right)$	$\frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1-z^{-1}}$ avec $b_0 = k$ et $b_1 = k\left(\frac{T_e}{\tau_i} - 1\right)$
$\frac{k}{1+\tau s}$	$\frac{b_1 z^{-1}}{1+a_1 z^{-1}}$ avec $a_1 = -e^{\frac{-T_e}{\tau}}$ et $b_1 = k\left(1-e^{\frac{-T_e}{\tau}}\right)$
$\frac{k}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1}$ avec : $\zeta < 1$ $\omega_p = \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau}$	$\frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$ avec : $b_1 = k\left(1 - e^{\frac{-\zeta T_e}{\tau}}\left(\cos\omega_p T_e + \frac{\zeta}{\omega_p \tau}\sin\omega_p T_e\right)\right)$ $b_2 = k e^{\frac{-\zeta T_e}{\tau}}\left(e^{\frac{-\zeta T_e}{\tau}} - \left(\cos\omega_p T_e + \frac{\zeta}{\omega_p \tau}\sin\omega_p T_e\right)\right)$ $a_1 = -2e^{\frac{-\zeta T_e}{\tau}}\cos\omega_p T_e$ et $a_2 = e^{\frac{-2\zeta T_e}{\tau}}$

Classe : GEA2
Année Universitaire : 2019-2020
Durée : 1h30mn
Documents : Non Autorisés

Examen

***

Analyse et Identification des Procédés

▪ L'identification paramétrique et la perturbation aléatoire

Souvent, les procédés industriels sont sujets à des perturbations aléatoires qui entachent les observations. Toutefois, ces perturbations peuvent être représentées, avec une précision suffisante, par le passage d'une séquence de variables aléatoires de valeur moyenne nulle et de variance finie à travers un filtre. Dans la suite, on va considérer deux structures possibles pour la représentation d'un procédé perturbé, du premier ordre et sans retard :

$$y(k) = \frac{b_1 q^{-1}}{1 + a_1 q^{-1}} u(k) + p_a(k)$$

$u(k)$, $y(k)$ et $p_a(k)$ *représentent respectivement l'entrée, la sortie et la perturbation aléatoire.*

A- Structure 1 de la perturbation aléatoire

On considère la structure (1) suivante pour le modèle de la perturbation :

$$p_a(k) = \frac{v(k)}{\left(1 + a_1 q^{-1}\right)\left(1 + c_1 q^{-1}\right)}; \quad v(k) \text{ est un bruit blanc} \quad (1)$$

A1 – *Proposer la méthode d'identification adéquate à la structure retenue (1) et qui conduit à blanchir l'erreur de prédiction ε (k) à la convergence.*

A2 – *Donner le vecteur des estimés* $\hat{\theta}(4)$ *en considérant :*

- *L'entrée* $u(k)$, *la sortie* $y(k)$ *et les paramètres* $\left(\hat{a}_1(k); \hat{b}_1(k)\right)$ *sont nuls aux instants* $k \leq 0$.
- *Les paramètres* $\left(\hat{a}_1(k); \hat{b}_1(k)\right) = (0.74; 0.9)$ *pour les instants* $k = 1$ et $k = 2$.

- *Les couples entrée/sortie sur l'horizon de mesure* $k \in [1, 4]$ *sont égaux à :*

$$(u(1); y(1)) = (-1; +0.01); (u(2); y(2)) = (+1; -0.92);$$
$$(u(3); y(3)) = (+1; +1.57); (u(4); y(4)) = (-1; -0.26)$$

A3 – Valider le modèle ainsi obtenu par le test de blanchissement de l'erreur de prédiction $\varepsilon(k)$

B- Structure 2 de la perturbation aléatoire

On considère la structure (2) suivante pour le modèle de la perturbation :

$$p_a(k) = \frac{1 + c_1 q^{-1}}{1 + a_1 q^{-1}} v(k) \qquad (2)$$

B1 – Examiner le cas de la convergence $\left(\hat{a}_1(k) = a_1(k); \hat{b}_1(k) = b_1(k)\right)$ *et montrer que la corrélation entre l'erreur de prédiction* $\varepsilon(k)$ *et le vecteur d'observations* $\phi(k)$ *est non nulle.*

B2 – A l'aide d'une méthode de décorrelation, déterminer le vecteur des estimés non biaisés $\hat{\theta}(5)$ *par exploitation des couples de mesures suivants :*

$$(u(1); y(1)) = (-0.1; +0.1); (u(2); y(2)) = (+0.3; +0.07);$$
$$(u(3); y(3)) = (+0.6; +0.13); (u(4); y(4)) = (-0.2; +0.24);$$
$$(u(5); y(5)) = (+0.1; +0.18)$$

B3 – Valider le modèle ainsi obtenu par le test de décorrelation entre les sorties prédites et l'erreur de prédiction.

Classe : GEA2
Année Universitaire : 2020-2021
Durée : 2 heures
Documents : Non Autorisés

Examen

***

Analyse et Identification des Procédés

• **Exercice 1**

On désire prédire la température mesurée par un thermocouple industriel en fonction de la tension fournie. En notant la température et la tension échantillonnées, respectivement, par $T(k)$ en °C et $V(k)$ en mv. Le modèle (1) formule la relation entre les deux grandeurs physiques précitées. Le tableau Tab.1 résume l'évolution de la température et de la tension fournie par le thermocouple en fonction de temps discret.

$$T(k)=\sum_{i=0}^{2} a_i V^i(k) \qquad (1)$$

k	1	2	3	4	5
$V(k)$ mv	4.10	4.18	4.26	4.35	4.43
$T(k)$ °C	100	102	104	106	108

Tab.1 : La température et de la tension fournie par le thermocouple en fonction de temps discret.

1-1– Estimer les paramètres a_0, a_1 et a_2 du modèle (1) à la quatrième période d'échantillonnage.

1-2 – Réajuster récursivement les paramètres estimés par exploitation de la mesure effectuée à la cinquième période d'échantillonnage.

▪ **Exercice 2**

Soit un procédé réel qui opère dans un environnement stochastique. L'identification structurelle a conduit aux conclusions suivantes :

- *Le procédé est du premier ordre.*
- *Le retard pur du procédé est nul.*
- *La perturbation affectant le procédé peut être représentée par un modèle Auto Régressif à Moyenne Ajustée « ARMA ».*

2-1– En notant l'entrée, la sortie et le bruit blanc respectivement par $u(k)$, $y(k)$ et $v(k)$, *donner le modèle de représentation du procédé considéré et énoncer deux méthodes d'identification possibles pour estimer ses différents paramètres.*

2-2 – En exploitant les mesures effectuées et dressées sur le tableau Tab.2 et en adoptant la version non récursive d'une méthode d'identification basée sur la décorrelation «Vecteur d'observation-Erreur de prédiction », développer la méthode retenue, donner les paramètres estimés à la cinquième période d'échantillonnage et valider le modèle obtenu par le test adéquat.

k	1	2	3	4	5
$u(k)$	-1	$+1$	$+1$	-1	$+1$
$y(k)$	0.0	-0.3	0.57	-0.2	-0.1

Tab.2 : Les couples « entrée-sortie » en fonction de temps discret.