FORMULAIRE DU MODULE ANTENNES ET PROPAGATION

Equations de Maxwell en régime sinusoidal:

$$\vec{rot}\,\vec{E} = -j\omega\vec{B} \qquad \vec{rot}\,\vec{H} = \vec{J} + j\omega\vec{D}$$

$$\operatorname{div}\vec{D} = \rho \quad \operatorname{div}\vec{B} = 0$$

Relations constitutives :

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} \qquad \vec{B} = \mu\vec{H} \qquad \vec{J} = \sigma\vec{E}$$

Puissance rayonnée:

$$P = \operatorname{Re}\frac{1}{2}\oiint\left(\vec{E}\,x\,\vec{H}^*\right).\vec{dS}\ ;$$

Potentiels :

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu}\vec{rot}\,\vec{A}\quad ;\vec{E} = -\vec{grad}\,V - j\omega\vec{A}\ ;$$

$$\operatorname{div}\vec{A} + j\omega\varepsilon\mu V = 0 (\text{jauge de Lorentz})$$

Equation d'Helmholtz et sa solution :

$$\Delta\vec{A} + \beta^2\vec{A} = -\mu\vec{J};\quad \text{avec}\quad \beta = \omega^2\mu\varepsilon\ ;$$

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi}\iiint_V \frac{\vec{J}\,e^{-j\beta R}}{R}d\tau_P \leftrightarrow \frac{\mu}{4\pi}\int_{source}\frac{I\,e^{-j\beta R}}{R}\vec{dl}_P$$

Dipôle Idéal dans la région de champ lointain :

$$\vec{E} = j\omega\mu\frac{I\Delta z}{4\pi r}e^{-j\beta r}\sin\theta.\vec{u}_\theta\quad ;$$

$$\vec{H} = j\beta\frac{I\Delta z}{4\pi r}e^{-j\beta r}\sin\theta.\vec{u}_\varphi\quad ;;\ \zeta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = 120\pi$$

Dipôle de dimension finie :

$$\vec{H} = j\beta\frac{\sin\theta}{\mu}.A_z\,\vec{u}_\varphi\quad ;\ \vec{E} = -j\omega A_\theta\,\vec{u}_\theta$$

Limite de la region de champ proche : $r = \frac{2D^2}{\lambda}$

Cas général (champ lointain)

$$\vec{A} = \frac{\mu e^{-j\beta R}}{4\pi r}\iiint_V \vec{J}\,e^{j\beta\vec{u}_r.\vec{r}'}d\tau_P\ ;\ \vec{r}' = \vec{OP}$$

$$\vec{E} = -j\omega(A_\theta\vec{u}_\theta + A_\varphi\vec{u}_\varphi)\ ;\vec{u}_r\,x\,\vec{E} = \zeta\vec{H}$$

Champ normalisé : $F(\theta,\varphi) = \frac{E}{E_{max}}$

Diagramme de puissance normalisée :

$$\mathcal{P}(\theta,\varphi) = |F(\theta,\varphi)|^2$$

Intensité de rayonnement :

$$U(\theta,\varphi) = \frac{1}{2\zeta}\left|\vec{E}\right|^2 r^2\ ;\ U_{moy} = \frac{P}{4\pi}$$

Directivité : $D(\theta,\varphi) = \frac{U(\theta,\varphi)}{U_{moy}} = \frac{4\pi}{\Omega_A}|F(\theta,\varphi)|^2\ ;$

$$\Omega_A = \iint |F(\theta,\varphi)|^2 d\Omega, D = \frac{U_{max}}{U_{moy}} = \frac{4\pi}{\Omega_A}$$

Gain : $G(\theta,\varphi) = \frac{4\pi U(\theta,\varphi)}{P_e}$; $G = \frac{4\pi U_{max}}{P_e}$

Efficacité du rayonnement : $e_r = \frac{P}{P_e}$

Dipôle court :

$$I(z) = I_A\left[1 - \frac{2|z|}{\Delta z}\right] pour \quad |z| \le \frac{\Delta z}{2}\ ; 0 \text{ ailleurs}$$

Dipôle demi-onde :

$$I(z) = I_m \sin\left[\beta(\frac{\lambda}{4} - |z|)\right] pour \quad |z| \le \frac{\lambda}{4}$$

champ normalisé : $F(\theta) = \frac{\cos\left[\frac{\pi}{2}\cos\theta\right]}{\sin(\theta)}$

Impédance d'antenne : $Z_A = R_r + R_d + jX_A$; $R_r = \frac{2P}{|I|^2}$

Epaisseur de peau $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$; $R_S = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}$;

Conducteur cylindrique : $R_d = \frac{l}{2\pi a}R_S$

$P_e = P + P_d$; $R_A = R_r + R_d$; $R_A = \frac{2P_e}{|I|^2}$

Antenne à la réception :

$$P_{max}(\text{réçue}) = \frac{1}{8}\frac{|V|^2}{R_r}$$

$\text{Pmax} = \left|\vec{S}\right|A_{e\,max}$; $A_{e\,max}$:surface équivalente maximale de réception.

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2}A_{e\,max}\ ;\ \lambda^2 = \Omega_A.A_{e\,max}\ ;$$

$$A_e = e_r A_{e\,max}\ ;\ G = \frac{4\pi}{\lambda^2}A_e$$

Formule de FRIIS :

$P_R = P_E G_E G_R\left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2$;EIRP=$P_E G_E = 4\pi U_{max}$.

RESEAUX LINEAIRES EQUIDISTANTS UNIFORMEMENT EXCITES :

Facteur de réseaux normalisé :

$$FR_n = \frac{\sin\left(N\frac{\psi}{2}\right)}{N\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)};\ \psi = \beta d\cos\theta + \alpha$$

Champ du réseau :

E(réseau)=E(élément singulier)xFR

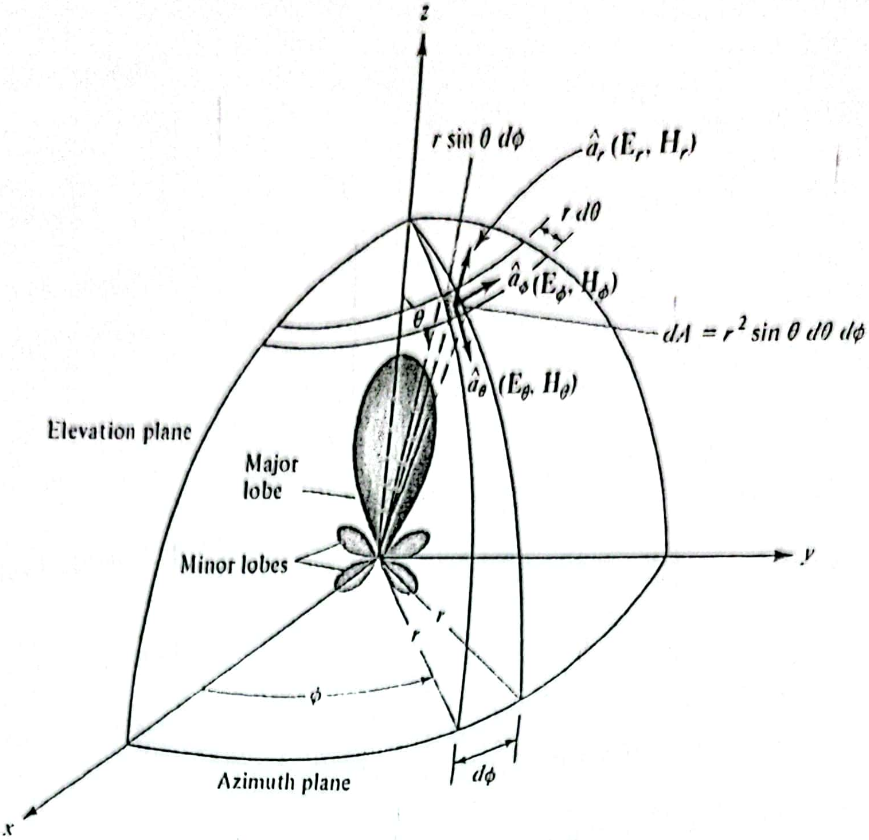
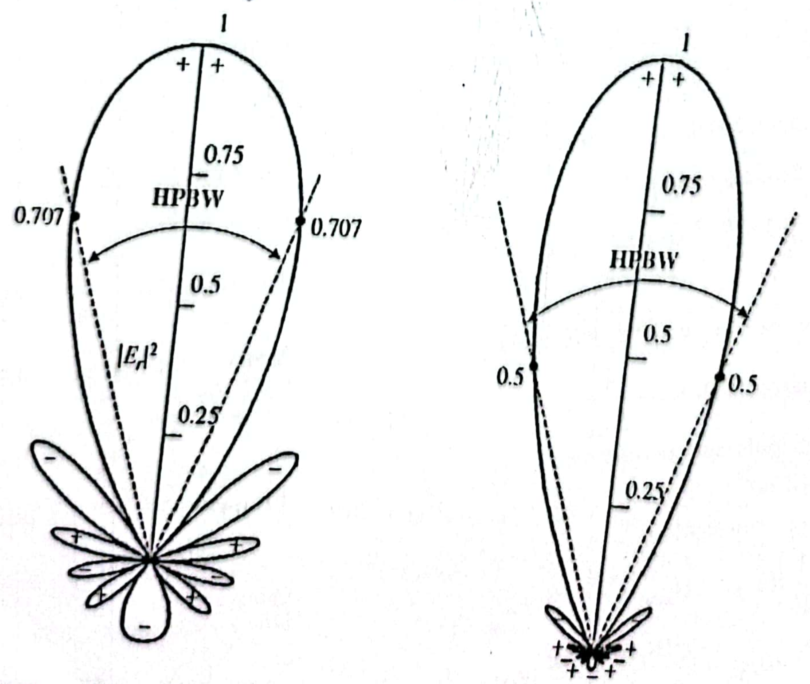


Figure Coordinate system for antenna analysis.

HPBW · half Power Beam Width
" faisceau (lobe)
angle d'ouverture de la puiss

RADIATION PATTERN

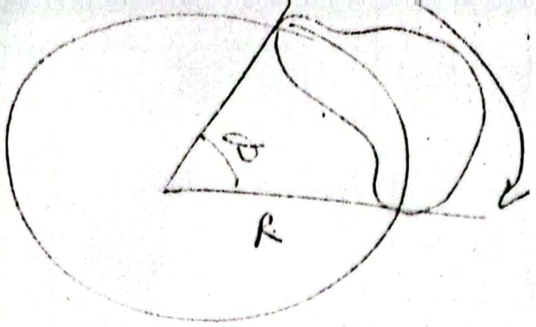


(a) Field pattern (in linear scale)

(b) Power pattern (in linear scale)

diag champ

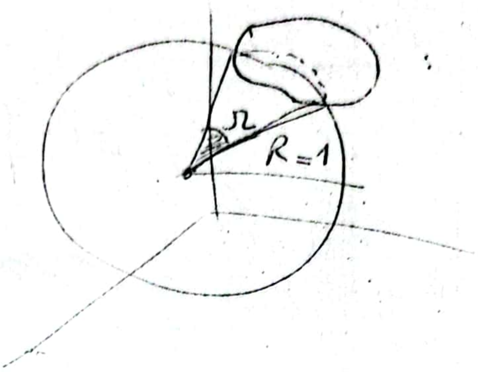
diag puissance



$l'arc = \theta R = L$

pour $R = 1 \Rightarrow \theta = L$

dans l'espace :



$$d\Omega = \vec{dS} \cdot \vec{u} \quad (R=1)$$

$$= \frac{\cancel{R^2} \sin\theta \, d\theta \, d\varphi}{R^2}$$

$R^2 = 1$

$$d\Omega = \underbrace{\frac{\vec{dS} \cdot \vec{u_r}}{R^2}}_{\text{angle solide élémentaire}}$$

$$d\Omega = \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$$

Q : quel est l'angle solide dans lequel on voit tout l'espace ?

1) 4π ✓

2) $4\pi^2$

$$\Omega = \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} d\Omega$$

$$= \int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$$

$$= \left[-\cos\theta\right]_0^{\pi} \times 2\pi$$

$$= \left[1+1\right] \times 2\pi$$

$$= 2 \times 2\pi$$

$$= 4\pi$$

Ex)

Π_q $P_{dB}(\theta,\varphi) = |F(\theta,\varphi)|_{dB}$

on a $P_{dB}(\theta,\varphi) = 10 \log\left(P(\theta,\varphi)\right)$

$= 10 \log\left(|F(\theta,\varphi)|^2\right)$

$= 20 \log\left(|F(\theta,\varphi)|\right)$

$= |F(\theta,\varphi)|_{dB}$

$$|F(\theta,\varphi)|_{dB} = 20 \log\left(|F(\theta,\varphi)|\right)$$

⚠ pour la puissance $W_{dB} = 10 \log(W)$
pour le champ $E_{dB} = 20 \log(E)$

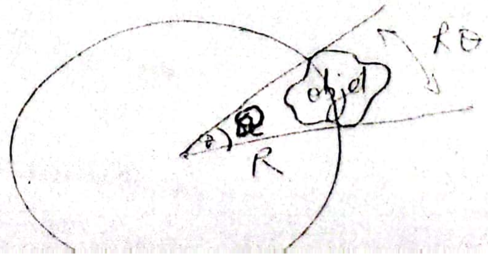
Intensité de rayonnement :

$$U(\theta,\varphi) = \Pi_r \cdot r^2 \qquad / \quad \vec{\Pi} = \Pi_r \cdot \vec{u}_r$$

on a $dP = \Pi_r \, dS$

$= \Pi_r \, r^2 \underbrace{\sin\theta \, d\theta \, d\varphi}_{\text{angle solide (en Stéradians N)}}$

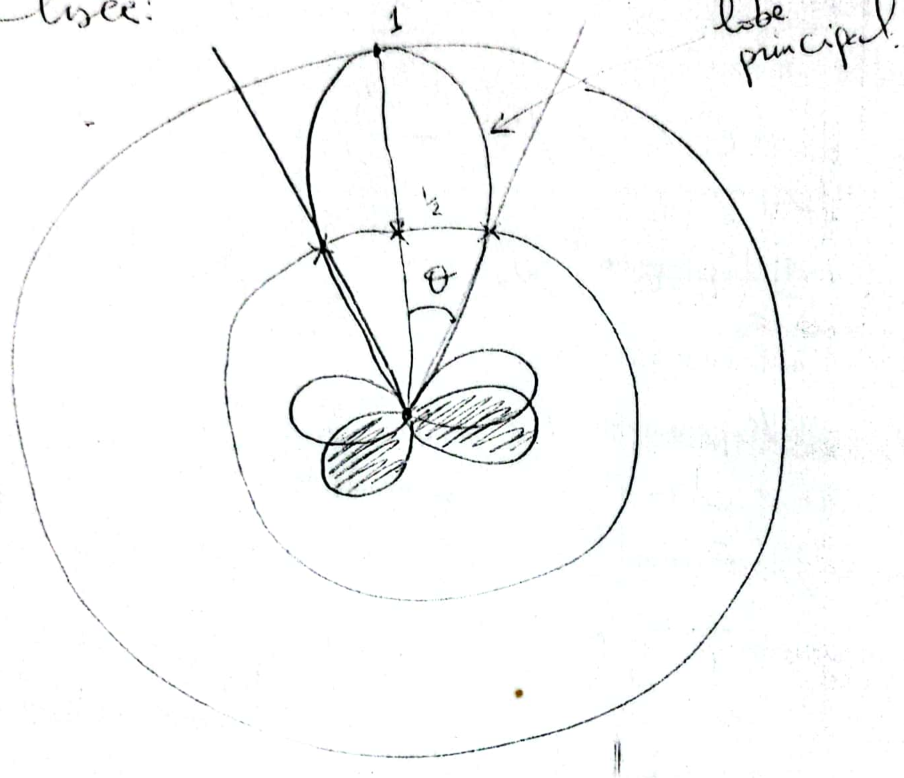
$$\boxed{dP = U \cdot d\Omega}$$



$$\Rightarrow P_{(\theta,\varphi)} = |F(\theta,\varphi)|^2$$

champ normalisé : $\Rightarrow \frac{E}{E_m} \simeq \frac{H}{H_m}$

Soit un diagramme de rayonnement de puissance normalisée :



θ : angle de moitié de puissance

= angle d'ouverture de l'antenne

Ex : trouvez l'expression de la puissance normalisée du dipôle infinitésimal.

$$F(\theta,\varphi) = \sin\theta \Rightarrow P(\theta,\varphi) = \sin^2\theta$$

dipole infinitésimal $\Rightarrow$ dipôle idéal

Propagation Libres & Antennes

$$\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) = (\vec{a}\cdot\vec{c})\vec{b} - (\vec{a}\cdot\vec{b})\cdot\vec{c}$$

App :

$$\vec{\Pi}_{(M)} = \frac{1}{2}\vec{E}\wedge\vec{H}^* = \frac{1}{2}\left(\vec{E}\wedge\left(\frac{1}{\xi}\vec{u}_r\wedge\vec{E}^*\right)\right)$$

$$= \frac{1}{2\xi}(\vec{E}\cdot\vec{E}^*)\cdot\vec{u}_r - \frac{1}{2\xi}\underbrace{(\vec{E}\cdot\vec{u}_r)}_{0}\vec{E}^*$$

$$= \frac{1}{2\xi}(\vec{E}\cdot\vec{E}^*)\vec{u}_r = \frac{1}{2\xi}|\vec{E}|^2\cdot\vec{u}_r$$

Puissance Normalisée :

$$P(\theta,\varphi) = \frac{dP}{dP_{max}}$$ ← puiss ray moy élém

Ex :
Trouvez dans la RCL, la relation entre :

$P(\theta,\varphi)$ et $F(\theta,\varphi)$.

$$\boxed{\vec{F}(\theta,\varphi) = \frac{\vec{E}}{\|\vec{E}\|_{max}}}$$

$$\boxed{dP = \vec{\Pi}\cdot d\vec{S}}$$

$$\boxed{\vec{\Pi} = \Pi\cdot\vec{u}_r}$$

$$\frac{dP}{dP_{max}} = \frac{\vec{\Pi}\cdot d\vec{S}}{dP_{max}}$$

$$dP_{max} = \Pi_{max}\,dS = \frac{1}{2\xi}E^2_{max}\,dS$$

$$F(\theta,\varphi) = \frac{\|\vec{E}\|}{\|\vec{E}\|_{max}}$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{dP_{max}} = \frac{\frac{1}{2\xi}E^2\,dS}{\frac{1}{2\xi}E^2_{max}\,dS} = \frac{dP}{dP_{max}} = \left\|\frac{E}{E_{max}}\right\|^2 = |F(\theta,\varphi)|^2$$