

DS DISPOSITIFS ET SYSTEMES MICROONDES 2

N.B : Chaque étudiant(e) dispose d'une seule abaque qu'il(elle) doit rendre sans y écrire son nom.
L'usage de la calculatrice standard est autorisé. L'usage de GSM ou tout objet connecté est strictement interdit.

EXERCICES

I) (Guides d'ondes) Soit un guide rectangulaire sans pertes rempli d'un diélectrique de permittivité relative égale à 2.2 et telle que $a=7.214\text{cm}$ et $b=3.404\text{cm}$. Pour un mode TM_{11} se propageant sous une fréquence de fonctionnement égale à 1.1 fois la fréquence de coupure de ce mode ($f_0=1.1 f_{c11}$), calculer :

- La fréquence de coupure.
- La fréquence de fonctionnement f_0 .
- La constante de propagation β_g .
- La longueur d'onde de coupure.
- La longueur d'onde guidée.
- La vitesse de phase.
- Quels sont les autres modes propagatifs dans ce guide rectangulaire.
- donner les expressions des différentes composantes du champs électromagnétique.

II) (Lignes de transmission) 1°) Sur une ligne coaxiale à air, sans pertes d'impédance caractéristique $Z_0=50\Omega$ et où la distance entre les positions de 2 minimums successifs de tension vaut 4 cm, une impédance $Z_L = (55-j30)\Omega$ termine la ligne.

Déterminer (par le calcul ou en utilisant l'abaque):

- le rapport d'ondes stationnaires s .
- le coefficient de réflexion ρ_L .
- l'admittance de la charge Y_L (avec la meilleure précision possible).
- l'impédance ramenée à 13cm de la charge.

2°) Adapter cette ligne au moyen d'une ligne quart d'onde (donner tous les détails nécessaires et les solutions possibles)

3°) Adapter cette ligne au moyen d'un stub court-circuité ayant la même impédance caractéristique que la ligne principale.

III) (Semiconducteurs) A) On va appeler le niveau de Fermi intrinsèque E_i et celui du matériau dopé E_F .

1°) Dans le cas extrinsèque à l'équilibre thermique quelle est l'expression de :

- n en fonction de E_c et E_F .
- p en fonction de E_v et E_F .
- n_i en fonction de n et p .

2°) Tracer le digramme d'énergie avec E_c , E_v , E_F et E_i , pour :

- Un semiconducteur de type N.
- Un semiconducteur de type P.

3°) Trouver les concentrations en électrons et en trous ainsi que la position du niveau de Fermi pour un Silicium à l'équilibre à $T=300\text{K}$:

- dopé avec du bore dont la concentration est 10^{16}cm^{-3} .
 - dopé avec du phosphore dont la concentration est $2,1 \cdot 10^{15}\text{cm}^{-3}$.
- $n_i=1,45 \cdot 10^{10}\text{cm}^{-3}$.

B) La concentration en électrons dans le silicium est donnée par

$$n(x) = 10^{15} e^{-\left(\frac{x}{L_n}\right)} \text{cm}^{-3} (x \geq 0) \text{ où } L_n=10^{-4}\text{cm}.$$

Le coefficient de diffusion des électrons est $D_n=25 \text{cm}^2/\text{s}$. Déterminer

la densité de courant de diffusion des électrons en (a) $x=0$, (b) $x=10^{-4}\text{cm}$, et (c) $x \rightarrow \infty$.

Bon

Bon
Travail

FORMULAIRE SEMICONDUCTEURS

Densité des états d'énergie :

$$\begin{cases} D(E) = 0 & \text{dans la B.I} \\ D_n(E) = 4\pi \left(\frac{2m_n}{h^2} \right)^{3/2} (E - E_C)^{1/2} & \text{dans la BdC} \\ D_p(E) = 4\pi \left(\frac{2m_p}{h^2} \right)^{3/2} (E_V - E)^{1/2} & \text{dans la BdV} \end{cases}$$

Extrait du tableau périodique :

	IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA	VIIIA
Période						
1	B	C	N	O	F	Ne
2	Al	Si	P	S	Cl	Ar
3	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
4	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
5	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn
6						
7						

Constantes :

Masse de l'électron libre : $m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$;

Constante de Planck : $h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

Constante de Boltzmann : $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

Charge de l'électron : $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Permittivité du vide : $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$

Fonction de distribution de Fermi-Dirac :

$$F_n(E) = \frac{1}{1 + \exp\left[\frac{E - E_F}{kT}\right]} ; kT = 0,0259 \text{ eV à } 300\text{K}$$

$$\int_0^\infty x^{1/2} e^{-x} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} ;$$

Semiconducteur intrinsèque :

$$n = N_C \exp\left[-\frac{(E_C - E_F)}{kT}\right]$$

$$p = N_V \exp\left[-\frac{(E_F - E_V)}{kT}\right]$$

$N_C = \frac{2}{h^3} (2\pi m_n kT)^{3/2}$: densité effective des états dans la BdC

$$p = N_V \exp\left[-\frac{(E_F - E_V)}{kT}\right]$$

Loi d'action de masse : $np = n_i^2$
 $n = p = n_i$

$$E_F = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{kT}{2} \log\left(\frac{N_V}{N_C}\right) ;$$

$$n_i = \sqrt{N_C N_V} \exp\left[-\frac{E_g}{2kT}\right]$$

Semiconducteur extrinsèque :

Cas usuel !

Type N : $n_n \approx N_D$; $p_n \approx \frac{n_i^2}{N_D}$

Type P : $p_p \approx N_A$; $n_p \approx \frac{n_i^2}{N_A}$

$$p = n_i \exp\left[\frac{(E_i - E_F)}{kT}\right]$$

$$n = n_i \exp\left[\frac{(E_F - E_i)}{kT}\right] ;$$

Loi d'action de masse : $np = n_i^2$

Conduction dans les semiconducteurs :

$$\langle E_{cn} \rangle = \frac{3}{2} kT ; I_n = \tau_n v_{thn} ; I_p = \tau_p v_{thp}$$

$$\vec{v}_{dn} = -\mu_n \vec{E} ; \mu_n = \frac{q\tau_n}{m_n} : \text{mobilité des } e$$

$$\vec{v}_{dp} = \mu_p \vec{E} ; \mu_p = \frac{q\tau_p}{m_p} : \text{mobilité des trous.}$$

Loi d'Ohm microscopique :

$$\vec{J}_c = q(n\mu_n + p\mu_p) \vec{E} ;$$

Courant de diffusion pour les électrons :

$$\vec{J}_n(x) = qD_n \text{grad}(n)$$

$$\text{Loi d'Einstein : } \frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q}$$

Cas général pour les trous :

$$\vec{J}_p(x) = \mu_p \left(qp \vec{E} - kT \text{grad}(p) \right)$$

Génération-recombinaison des porteurs :

Régime de faible injection

$\Rightarrow \Delta n = \Delta p \ll N_D$ pour un sc de type N

pour un sc de type N (cas de recombinaison directe), on a :

$$\frac{dp_n}{dt} = G - R = G_L + G_{th} - R = G_L - U ; U = R - G_{th}$$

U : taux net de recombinaison

En régime stationnaire et de faible injection :

$$G_L = U = \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}$$

Equation de continuité :

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = \mu_n \frac{\partial n_p}{\partial x} E + \mu_n n_p \frac{\partial E}{\partial x} + D_n \frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2} + G_n - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n}$$

LES LIGNES DE TRANSMISSION

$$\frac{\partial \underline{U}}{\partial z} = -R' \underline{I} - L' \frac{\partial \underline{I}}{\partial t}; \quad \frac{\partial \underline{I}}{\partial z} = -G' \underline{U} - C' \frac{\partial \underline{U}}{\partial t}$$

Equations des télégraphistes

$$\frac{\partial^2 \underline{U}}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \underline{U}}{\partial t^2} L' C' - \frac{\partial \underline{U}}{\partial t} [R' C' + L' G'] - R' G' \underline{U} = 0$$

Régime sinusoïdal

$$\underline{U}(z, t) = \underline{u}(z) e^{j\omega t}; \quad \frac{\partial \underline{u}}{\partial z} = -(R' + j\omega L') \underline{i};$$

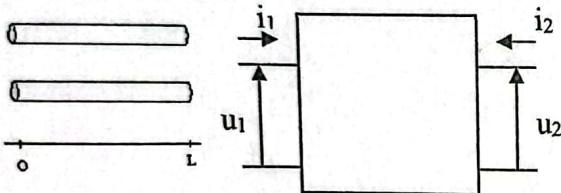
$$\frac{\partial \underline{i}}{\partial z} = -(G' + j\omega C') \underline{u}; \quad \frac{\partial^2 \underline{u}}{\partial z^2} = (R' + j\omega L')(G' + j\omega C') \underline{u}$$

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} = \alpha + j\beta$$

$$\underline{u}(z) = \underline{u}_+ e^{-\underline{\gamma} z} + \underline{u}_- e^{+\underline{\gamma} z}; \quad \underline{i}(z) = \underline{Y}_c (\underline{u}_+ e^{-\underline{\gamma} z} - \underline{u}_- e^{+\underline{\gamma} z})$$

$$\underline{Z}_c = \frac{\underline{u}_+}{\underline{i}_+} = -\frac{\underline{u}_-}{\underline{i}_-} = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$

Une ligne de transmission de longueur L est équivalente à un quadrinôme :



$$\begin{pmatrix} \underline{u}_2 \\ \underline{i}_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cosh(\underline{\gamma} L) & -\underline{Z}_c \sinh(\underline{\gamma} L) \\ -\underline{Y}_c \sinh(\underline{\gamma} L) & \cosh(\underline{\gamma} L) \end{pmatrix}}_{\text{matrice de chaîne}} \begin{pmatrix} \underline{u}_1 \\ \underline{i}_1 \end{pmatrix}$$

Coefficient de réflexion :

$$\underline{\rho}(z) = \frac{\underline{u}_-}{\underline{u}_+} e^{2\underline{\gamma} z}; \quad \underline{u}(z) = \underline{u}_+ e^{-\underline{\gamma} z} [1 + \underline{\rho}(z)];$$

$$\underline{i}(z) = \underline{Y}_c \underline{u}_+ e^{-\underline{\gamma} z} [1 - \underline{\rho}(z)]$$

$$\underline{Z}(z) = \underline{Z}_c \frac{1 + \underline{\rho}(z)}{1 - \underline{\rho}(z)}; \quad \underline{\rho}(z) = \frac{\underline{Z}(z) - \underline{Z}_c}{\underline{Z}(z) + \underline{Z}_c}$$

LIGNE TERMINEE PAR UNE CHERGE

$$\underline{\rho}(z) = \underline{\rho}_L e^{2\underline{\gamma}(z-L)}$$

Cas d'une ligne adaptée :

$$\underline{Z}_L = \underline{Z}_c \Rightarrow \underline{\rho}_L = 0; \underline{u}_- = 0; \underline{\rho}(z) = 0; \underline{Z}(z) = \underline{Z}_c$$

Cas d'une ligne terminée par un court-circuit(cc)

$$\underline{Z}_L = 0; \underline{u}_L = 0; \underline{\rho}_L = -1; \underline{\rho}(z) = -e^{2\underline{\gamma}(z-L)};$$

$$\underline{Z}(z) = -\underline{Z}_c \tanh[\underline{\gamma}(z-L)]$$

Cas d'une ligne terminée par un circuit ouvert(co)

$$\underline{Z}_L = \infty; \underline{i}_L = 0; \underline{\rho}_L = +1; \underline{\rho}(z) = +e^{2\underline{\gamma}(z-L)};$$

$$\underline{Z}(z) = -\underline{Z}_c \coth[\underline{\gamma}(z-L)]$$

LIGNES DE TRANSMISSION SANS PERTES

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\frac{L'}{C'}}; \quad R' = G' = 0; \quad \underline{\gamma} = j\beta;$$

$$|\underline{u}(z)| = |\underline{u}_+| |1 + \underline{\rho}(0) e^{2j\beta z}|$$

Le taux d'ondes stationnaires (TOS)

$$s = \frac{u_{\max}}{u_{\min}} = \frac{1 + |\underline{\rho}|}{1 - |\underline{\rho}|} \Rightarrow |\underline{\rho}| = \frac{s - 1}{s + 1}$$

ABaque DE SMITH

C'est la transformation : $\underline{z}(z) = \frac{Z(z)}{Z_c} = r + jx \rightarrow \underline{\rho}(z) = a + jb$

	$\underline{z}(z)$	$\underline{\rho}(z)$	Commentaire
C.A	1	0	Point O
C.C	0	-1	Point O'
C.O	∞	+1	Point O''
Resistance pure	r	$1 - \frac{2}{1+r}$	Portion de l'axe $\in [-1, 1]$
Réactance pure	jx	$\frac{jx - 1}{jx + 1}$	Cercle unité

Adaptation :

par une ligne quart d'onde: $\underline{Z}_x = \sqrt{\underline{Z}_c R}$

GUIDES D'ONDES

$$\Delta \underline{\psi} = \underline{k}^2 \underline{\psi} \text{ avec } \underline{k}^2 = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) \text{ et } \underline{\psi} = \begin{pmatrix} \underline{E} \\ \underline{H} \end{pmatrix}$$

$$\text{Pas de pertes} \Rightarrow \underline{k}^2 = -k_0^2 = -\omega^2 \mu \epsilon$$

GUIDE RECTANGULAIRE :

Résolution : $\underline{\psi}(x, y, z) = \underline{X}(x) \underline{Y}(y) \underline{Z}(z)$

$$\Rightarrow \beta_g^2 = k_0^2 - k_c^2; \text{ avec } k_c^2 = k_x^2 + k_y^2$$

$$\underline{X}(x) = \underline{A} \sin(k_x x) + \underline{B} \cos(k_x x)$$

$$\underline{Y}(y) = \underline{C} \sin(k_y y) + \underline{D} \cos(k_y y)$$

$$\underline{Z}(z) = \underline{F} \exp(-j\beta_g z)$$

conditions aux limites : $\underline{E}_y = \underline{E}_z = 0$ en

$x = 0$ et a $\underline{E}_x = \underline{E}_z = 0$ en $y = 0$ et b

$$k_{cmn} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}; \quad k_c = \omega_c \sqrt{\mu \epsilon} = \frac{\omega_c}{v}$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda_c}$$

modes $TM_{mn} \Rightarrow \underline{H}_z = 0$

$$\underline{E}_z(x, y, z) = \underline{E}_{zmn} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \exp(-j\beta_g z)$$

$m=1, 2, 3, \dots$ $n=1, 2, 3, \dots$

modes $TE_{mn} \Rightarrow \underline{E}_z = 0$