FACULTE DES SCIENCES DE MONASTIR DEPARTEMENT DE PHYSIQUE LEEA2	Série N°2 Traitement analogique du signal	2012/2013

Exercice 1 :

1. Soit un processus aléatoire dont chaque réalisation est un signal sinusoïdal :

$X(t) = A\sin(wt+\varphi)$

Avec A et w sont des constantes et la phase φ est une variable aléatoire uniformément distribuée sur l'intervalle [0,2π].

a) le processus est-il stationnaire au sens large (d'ordre 2).

b) Le processus est-il ergodique pour la moyenne ? pour la fonction d'autocorrélation (ergodique jusqu'à l'ordre 2) ?

2. Soit un processus aléatoire dont chaque réalisation est un signal constant : $x(t)= a$ ou a est un variable aléatoire (de moyenne m_a et de variance σ_a^2) dont la densité de probabilité est indépendante du temps.

Le processus est-il stationnaire ? Est-il ergodique ?

Exercice 2

On considère la fonction aléatoire $y(t,w) = x(t,w)\cos(2\pi f_0 t + \varphi(w))$ ou $x(t,w)$ est un signal aléatoire stationnaire d'ordre 2, centré, ayant pour fonction d'autocorrélation $R_x(\tau)$, $\varphi(w)$ est une phase aléatoire, indépendante de $x(t,w)$, uniformément répartie sur [0,2π].

1. Montre que le signal $y(t,w)$ est stationnaire d'ordre 2.
2. Exprimer sa D.S.P. en fonction de celle de $x(t,w)$.

Exercice 3

Soit la fonction aléatoire $y(t,w) = x(t,w)\cos(2\pi f_0 t)$ ou $x(t,w)$ est un signal aléatoire stationnaire d'ordre 2, centré, ayant pour fonction d'autocorrélation $R_x(\tau)$ et pour D.S.P. $S_x(f)$.

1. Calculer $E[y(t,w)]$.
2. Exprimer la fonction d'autocorrélation du signal $y(t,w)$, définie ici par :

$$R_y(t,\tau) = E[y(t+ \tau/2)\, y^*(t- \tau/2)]$$

En fonction de $R_x(\tau)$.

Exercice 4

On considère la fonction aléatoire définie par :

$$y(t,w) = a(w)\cos(2\pi f_0 t) + b(w)\sin(2\pi f_0 t)$$

Ou $a(w)$ et $b(w)$ sont deux variables aléatoires réelles centrés.

1. Calculer la fonction de corrélation de $x(t,w)$.
2. Montrer que, si les variables aléatoires $a(w)$ et $b(w)$ sont indépendantes de même variance σ^2, alors le signal est stationnaire d'ordre 2.
3. Le signal est-il :
   - à espérance mathématique ergodique ?
   - à fonction de corrélation ergodique ?