Annexe

$$erfc(x) = 2.Q(\sqrt{2}x)$$

$$erfc(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_x^{+\infty} e^{-z^2}\,dz$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_x^{+\infty} e^{-\frac{(y-m)^2}{2\sigma^2}}\,dy$$

$$\frac{d(erfc(u))}{du} = \frac{-2}{\sqrt{\pi}}e^{-u^2}. u'$$

$$\sigma^2 = \frac{N_0}{2T_b}$$

- DSP d'un code en ligne sans mémoire :

$$\gamma_x(f) = \frac{\sigma_a^2}{T} + \frac{m_a^2}{T^2}\sum_k \delta\left(f - \frac{k}{T}\right)$$

	Examen: Communications numériques	2018/2019
GCR 2	Responsable : M. Abdelhakim KHLIFI	Durée : 2H

Exercice 1 : (3 points)

Soit la séquence S=010010 10 1.

1. Donnez les codages suivants :
   - NRZ bipolaire
   - Manchester
   - Manchester différentiel
2. Déterminer l'expression de la densité spectrale de puissance du codage NRZ unipolaire. Conclure

Exercice 2 : (7 points)

Soit un signal NRZ unipolaire transmis à travers un canal BBAG.

1. Donnez l'expression de la probabilité d'erreur P_e en fonction de p_0, p_1, p_{10} et p_{10}
2. Donnez l'expression de seuil de décision optimal qui minimise la probabilité d'erreur.
3. Sachant que « 1 » et « 0 » sont équiprobables, vérifiez que $\lambda_{opt} = A/2$.
4. Déterminer dans ce cas l'expression de la probabilité d'erreur P_e
5. Déterminer la valeur de A requise pour atteindre une $P_e = 10^{-6}$ One donne :la densité spectrale de puissance du bruit $\frac{N_0}{2} = 10^{-10}$ W/Hz et le débit binaire vaut 10kbit/s

Exercice 3 : (10 points)

PSK

$RSB = \frac{E[|g(t)|^2]}{E[n(t)^2]} = R$

On désire concevoir un système de communication numérique qui répond aux exigences suivantes:

- ~~La bande passante ne doit pas dépasser 2 KHZ~~

B ≤ 2 KHz.

- Le rapport signal sur bruit $\frac{E_b}{N_0} = 10\ dB$

Càd $\frac{N_0 E}{2} \leq 2$ KHz

- Le débit binaire $D = 10\ kbit/s$ R
- Le taux d'erreur binaire $P_B \leq 10^{-5}$

$RSB = \frac{N_0 E}{2}$ P_e $B = \frac{R}{2}$ B ≤

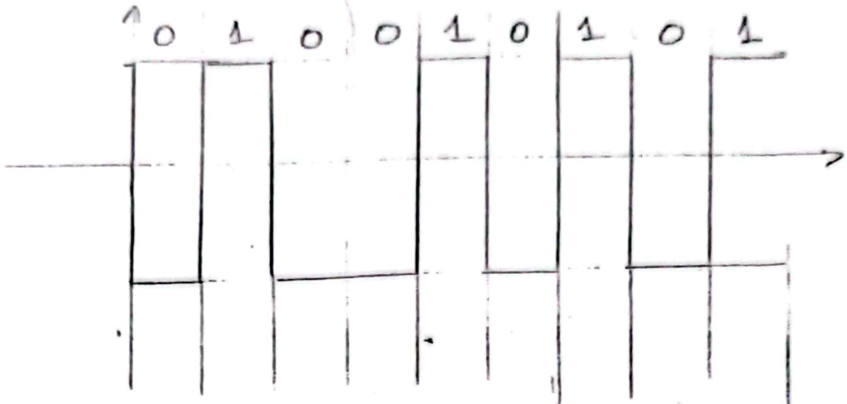
R

P_e

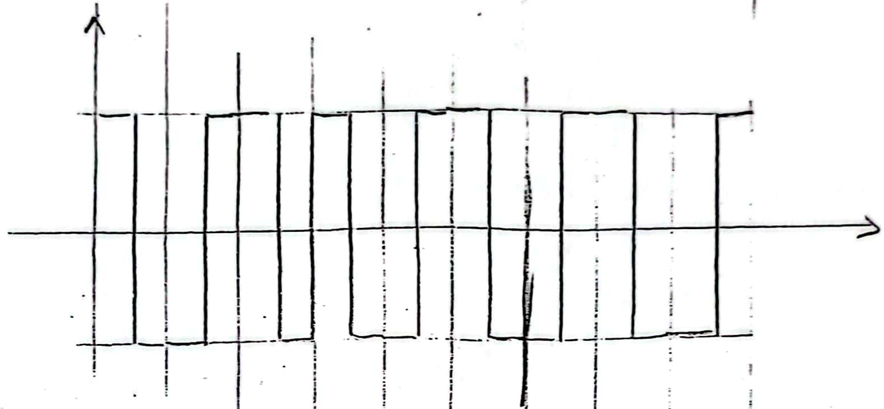
Examen
Communications numériques 2018-2019

Exercice 1 : $S = 010010101$

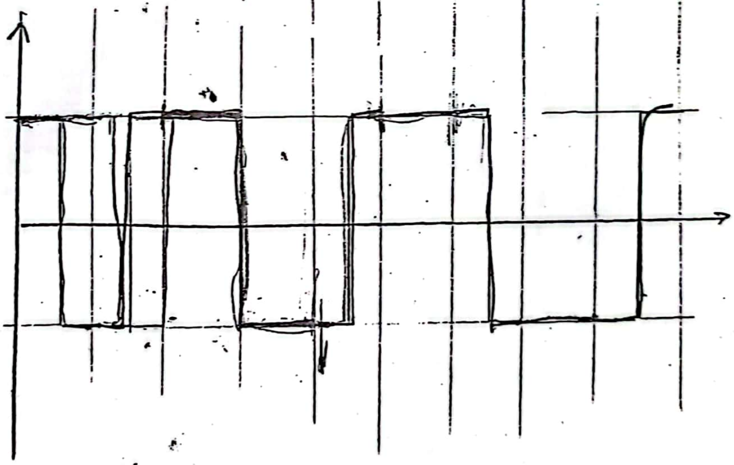
1/ NRZ bipolaire :



Manchester.



Manchester différentielle :



2/ le code NRZ unipolaire est sans mémoire $\Rightarrow \Phi_{aa}(f) = \frac{\sigma_a^2}{T} + \frac{m_a^2}{T^2} \sum \delta\left(f - \frac{k}{T}\right)$

$$\Phi_{ee}(f) = \Phi_{aa}(f) \cdot |G(f)|^2$$

$\Phi_{aa}(f) = \frac{1}{4T} + \frac{1}{4T^2} \sum_k \delta($ [illegible] $)$

$$G(f) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} g(t)\, e^{-j2\pi f t}\, dt = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e^{-j2\pi f t}\, dt = T \operatorname{sinc}(f \pi T)$$

$$) = \frac{T}{4} \operatorname{sinc}^2(\pi f T) + \frac{1}{4} \sum_k \delta\left(f - \frac{k}{T}\right) \operatorname{sinc}^2(\pi f T) \xrightarrow[\text{en } k=0]{\text{On a seulement une impulsation}} \Phi_{ee}(f) = \frac{T}{4} \operatorname{sinc}^2(\pi f T) + \frac{1}{4} \delta(f)$$

Exercice N°2 : NRZ unipolaire.

1°/ $P_e = P_0 P_{10} + P_1 P_{01}$.

2°/ $$\lambda_{opt} = \frac{\sigma^2}{A} \ln\left(\frac{P_0}{P_1}\right) + \frac{A}{2}.$$

3°/ $P_0 = P_1 = \frac{1}{2}$.

$$\Rightarrow \lambda_{opt} = \frac{\sigma^2}{A} \ln\left(\frac{1/2}{1/2}\right) + \frac{A}{2} = \frac{A}{2}$$

4°/ $$P_e = \frac{1}{2} P_{10} + \frac{1}{2} P_{01}$$

$$P_{10} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \int_{\lambda}^{+\infty} e^{-\left(\frac{y}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2} dy$$; on pose que $z = \frac{y}{\sqrt{2}\sigma}$

$$P_{10} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{\lambda}{\sqrt{2}\sigma}}^{+\infty} e^{-z^2} dz = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\lambda}{\sqrt{2}\sigma}\right).$$

$$P_{01} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \int_{-\infty}^{\lambda} e^{-\left(\frac{A-y}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2} dy$$; on pose que $z = \frac{A-y}{\sqrt{2}\sigma}$

$dy = -\sqrt{2}\,\sigma\, dz$.

$$P_{01} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{A-\lambda}{\sqrt{2}\sigma}}^{+\infty} e^{-z^2} dz = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{A-\lambda}{\sqrt{2}\sigma}\right).$$

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{A}{2\sqrt{2}\sigma}\right) = Q\left(\frac{A}{2\sigma}\right) = Q\left(\frac{A}{2\sqrt{\frac{N_0}{2T_b}}}\right)$$

$$= Q\left(\frac{A\sqrt{T_b}}{\sqrt{2}\sqrt{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}}\right)$$

5°/ $$Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}}\right) = 10^{-6}$$

$$\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}} = 4{,}75 = \frac{A}{2\sqrt{\frac{N_0}{2T_b}}} \Rightarrow A = 2 \times 4{,}75 \times \sqrt{\frac{N_0}{2T_b}}$$

$$= 2 \times 4{,}75 \times \sqrt{10^{-10} \times 10 \times 10^{3}}$$

(2) $A = 0{,}0095$

Exercice 3 :

B Passante $\leq 2KHz$.

$\frac{E_b}{N_0} = 10dB$

$D = 10$ kbits/s

$P_e \leq 10^{-5}$

$M = 2^k$ symboles où $k \in \mathbb{N}$

1°/ les deux critères de Nyquist pour la suppression total des interférences
* la bande de fréquence minimale nécessaire à la transmission en bande base sans IES est

$$B_0 = \frac{1}{2T_s} = \frac{R_s}{2}$$

T_s : durée d'un symbole.

R_s : rapidité de modulation.

* la fréquence maximale que doit contenir un signal pour permettre sa description = fréquence limite de repliement (chevauchement) (interférences).

$F_N = \frac{f_e}{2}$; f_e : fréquence d'échantillonnage.

2°/

$$B_0 = \frac{1}{2T_s} = \frac{R_s}{2} = \frac{D}{2k} = \frac{10 \cdot 10^3}{2k} = \frac{1}{k} \times 5 \cdot 10^3 = \frac{5000}{k} (Hz)$$

k est un entier positif. $\{1, 2, 3, \ldots, n\}$

* donc $B_0 = \frac{5000}{k}$ Hz est supérieure à 2000 Hz. Pour $k \leq 2,5 \Rightarrow k \leq 2$

donc Nyquist est vérifié pour tout $k \geq 3$.

3°/

M_{min} permettant aux exigences de Nyquist

$M_{min} = 2^3 = 8$

°/