

## Travaux pratiques de Technique de Simulation Numérique

### TP2

Etude des systèmes linéaires continus  
et discret avec **Matlab**

(Toolbox control)

Enseignant : ben abdallah. A

Nom : Abderrahim  
Prénom : Oui  
Classe : GEA2A

#### Exercice 1: Etude d'un système de second ordre (5points)

Soit le système du second ordre suivant :  $G(s) = \frac{1}{1 + 2\zeta u + u^2} \times \frac{1}{(s+a)}$  avec  $u = \frac{s}{w_n}$

1.1 Pour  $a=5$ ,  $w_n=1$  et  $\zeta = 0.2$  ou  $0.7$ . Tracer la réponse indicielle du système en boucle ouverte pour les différentes valeurs de  $\zeta$ . Calculez et affichez sur le graphique le dépassement D%.

①  $a=5$ ;  
 $w=1$ ;  
 $\zeta_1=0.2$ ;  
 $\zeta_2=0.7$ ;  
 $num1=1$ ;  $num2=1$ ;  
 $den1 = [(1/w)^2 \quad 2*\zeta_1/w \quad 1]$ ;  
②  $den2 = [(1/w)^2 \quad 2*\zeta_2/w \quad 1]$ ;  
 $den3 = [1 \quad a]$ ;  
 $num = conv(num1, num2)$ ;  
 $den11 = conv(den1, den3)$ ;  
 $den12 = conv(den2, den3)$ ;  
 $f1 = tf(num, den11)$ ;  $f2 = tf(num, den12)$ ;

③  $D_1 = \exp(-\pi*\zeta_1) / \sqrt{1-(\zeta_1)^2}$ ;  $D_2 = \exp(-\pi*\zeta_2) / \sqrt{1-(\zeta_2)^2}$

figure  
step(f1)  
grid  
step(f2)

1.2 Pour les différentes valeurs de  $\zeta$ , tracer la position des pôles dans le plan complexe en utilisant la fonction prédéfinie : **pzmap**, étudier l'influence de la variation de  $\zeta$  sur la position des pôles.

figure  
pzmap(f1)  
figure  
pzmap(f2)

1.3. Pour  $\zeta=0.6$  et  $w_n=1$ , tracez le diagramme de **bode**, mesurez et affichez la pulsation de coupure à -3db sur le graphique.

$\zeta_3=0.6$ ;  
 $den11 = [(1/w)^2 \quad 2*\zeta_3/w \quad 1]$ ;  
 $den4 = conv(den11, den2)$ ;  
 $f3 = tf(num, den4)$ ;  
 $bode(f3)$ ;  
 $w = \text{logspace}(-2, 4, 1000)$ ;  
 $[m, ph, w] = bode(f3, w)$ ;  
 $k = \text{find}(-20*\log_{10}(m) < -17)$ ;  
 $w_c = w(k(1))$

1.4. Pour  $\zeta=0.3$  et  $w_n=1$ , tracez le lieux de **nyquist**, calculez et affichez la distance minimale qui sépare le lieux du point critique  $(-1,0)$ .

$\zeta_4=0.3$ ;  
 $den111 = [(1/w)^2 \quad 2*\zeta_4/w \quad 1]$ ;  
 $den5 = conv(den111, den3)$ ;  
 $f4 = tf(num, den5)$ ;  
 $[n, i, w] = \text{nyquist}(f4)$ ;  
 $\rightarrow \text{dist} = \sqrt{(n+1)^2 + i^2}$ ;  $\text{distm} = \min(\text{dist})$

Note : .../5

## Exercice 2 : Résolution des équations différentielle (7points)

2.1 Soit à résoudre numériquement l'équation différentielle :  $y' + 5y = \sin(t)$

2.1.1 Créer une fonction nommée **yprime** qui permet de calculer la dérivée première

2.1.2 Calculer la solution avec le solveur **ode45**, le calcul doit se faire sur l'intervalle  $t=[0:20]$  en prenant comme valeur initiale  $y(0) = 1.2$

2.1.3 Tracer l'évolution de la solution sur l'horizon  $t$

$t = [0:0.1:20];$   
 $y_0 = 1.2$   
 $[t, y] = \text{ode45}('yprime', t, y_0)$   
 $\text{plot}(t, y)$

function  $yp = yprime(t, y)$   
 $yp = \sin(t) - 5 * y$

2.2 Soit à résoudre numériquement l'équation différentielle :  $y''(t) + 2y'(t) + y(t) = 2e^{-t}$

2.2.1 Calculer la solution avec le solveur **ode23**, le calcul doit se faire sur l'intervalle  $t=[0:10]$  en prenant comme valeur initiale  $y(0) = 3, y'(0) = 1$

2.2.2 Tracer l'évolution de la solution sur l'horizon  $t$

$y = [1 \ 3]'$   
 $t = [0:0.1:20];$   
 $[t, yp] = \text{ode23}('yprime1', t, y)$   
 $\text{plot}(t, yp)$

function  $yp = yprime1(t, y)$   
 $x(1) = y(1)$   
 $x(2) = y(2)$   
 $xp1 = x(2)$   
 $xp2 = -2 * x(2) - x(1) + 2 * \exp(-t)$   
 $yp = [xp1, xp2]'$

2.3 Soit à résoudre a présent l'équation différentielle :  $y''(t) + p(t)y'(t) + q(t)y(t) = 3 \sin(2t)$

2.3.1 Calculer la solution avec **ode45**, sur l'intervalle  $t=[0:20]$ , en considérant comme valeurs :

-  $y'(0)=2, y(0)=7$  ;

-  $p(t) = t, q(t) = e^{-t}$  ;

2.3.2 Tracer l'évolution de la solution sur l'horizon  $t$

$y = [2 \ 7]'$   
 $t = [0:0.1:20];$   
 $[t, yp] = \text{ode45}('yprime2', t, y)$   
 $\text{plot}(t, yp)$

function  $yp = yprime2(t, y)$   
 $x(1) = y(1)$   
 $x(2) = y(2)$   
 $xp1 = x(2)$   
 $xp2 = 3 * \sin(2 * t) - t * x(2) - \exp(t) * x(1)$   
 $yp = [xp1, xp2]'$

Note : ...../7

## Exercice 3 : Discrétisation des modèles continus et étude de la gouvernabilité et de l'observabilité (7 points)

Soit le procédé continu modélisé par :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \ 0] x$$



En vue d'une commande ultérieure par ordinateur, on échantillonne le procédé à l'aide d'un bloqueur d'ordre zéro aux instants  $KT_e$  ou  $T_e$  désigne la période d'échantillonnage. Ce procédé vue comme un procédé discret obéit aux équations récurrentes suivantes :

$$x(k+1) = Fx(k) + Hu(k)$$

$$y(k) = Px(k) + Qu(k)$$

3.1. Pour  $T_e = [0.2 \ 0.5 \ 2]$ s déterminer les matrices  $F$ ,  $H$ ,  $P$  et  $Q$ .

$$\begin{aligned} a &= [0.1, -2, -3] & d &= 0.1 \\ b &= [0, 1] & \text{sys} &= \text{ss}(a, b, c, d) \\ c &= [1, 0] & \text{sys.d1} &= \text{c2d}(\text{sys}, 0.2) \\ & & \text{sys.d2} &= \text{c2d}(\text{sys}, 0.5) \\ & & \text{sys.d3} &= \text{c2d}(\text{sys}, 2) \end{aligned}$$

3.2. Pour  $T_e = 0.5$  déterminer la fonction de transfert du procédé discret.

$$[num., den.] = \text{ss2tf}.$$

3.3. Pour  $T_e = 0.5$  et  $x(0) = [2 \ 0]^T$ , tracer l'évolution de la sortie du système continu et discret sur le même. Le système étant soumis à ces conditions initiales. L'horizon de simulation est de 10s.

3.4 Soit les systèmes dont les modèles d'états sont les suivants

$$a / x(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k)$$

$$b / x(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(k)$$

Etudier la Gouvernabilité pour les deux cas a/ et b/

3.5. Etudier l'observabilité du système à temps discret modélisé ci-dessous (moteur entraînant une charge) selon que la sortie observé est la vitesse (cas 1) ou la position (cas 2) :

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 0.63 \\ 0 & 0.37 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0.371 \\ 0.63 \end{bmatrix} u(k) \text{ avec: } 1/ \ y(k) = [0 \ 1]x(k) \quad 2/ \ y(k) = [1 \ 0]x(k)$$