



Année Universitaire :
2023/2024

Devoir de Contrôle Dispositifs et Systèmes microondes 2

Ens : M. Benzina H

Durée : 01h30

Section : GCR2

Exercices:

N.B: Lorsqu'on demande d'établir une expression ou de montrer quelque chose, les résultats « parachutés », même s'ils sont corrects, seront considérés comme faux.

I) 1) a) D'où provient le potentiel vecteur

A. Comment?

b) Est-ce qu'il est unique. Justifier.

2) a) Etablir l'expression :

$$\vec{E}(M) = -\text{grad } V(M) - j\omega \vec{A}(M)$$

b) Est-ce que V est unique?

II) 1) a) Définir le diagramme de rayonnement plan-E

b) Définir le diagramme de rayonnement plan-H

2) Tracer ces deux diagrammes pour :

a) une antenne isotrope.

b) un dipôle infinitésimal.

III) Une onde électromagnétique a un champ (en notation réelle) qui s'écrit comme suit :

$$\vec{E}(M, t) = E_1(M) \cos(\omega t) \vec{i} + E_2(M) \cos(\omega t + \delta) \vec{j}$$

Discuter les différents cas possibles de polarisations suivant les valeurs des paramètres ci-dessus.

IV) Soit une antenne dont le champ normalisé est donné par :

$$F(\theta) = \begin{cases} 0 & \text{pour } 0 \leq \theta \leq 20^\circ \\ 0,707 & \text{pour } 20^\circ < \theta \leq 60^\circ \\ 0 & \text{pour } 60^\circ < \theta \leq 120^\circ \\ 0,707 & \text{pour } 120^\circ < \theta \leq 150^\circ \\ 1 & \text{pour } 150^\circ < \theta \leq 180^\circ \end{cases}$$

Sachant que les résistances de rayonnement et de dissipation ont pour valeurs respectives 0.5Ω et 0.002Ω :

1°) Déterminer l'angle solide de l'ouverture de l'antenne Ω_A .

2°) Déterminer la directivité de cette antenne.

3°) Déterminer le gain de cette antenne.

V) Soit un dipôle vertical (disposé symétriquement /O, suivant Oz) de longueur

$\ell = \frac{\lambda}{2}$, et parcouru par un courant $I(z)$ (voir formulaire).

1°) a) Donner, en un point M quelconque, l'expression de départ du potentiel vecteur $\vec{A}(M)$.

Dans la suite on supposera le point M appartenant à la région de champ lointain.

b) A cause de la symétrie cylindrique, on suppose $\phi=0$; développer l'expression précédente de $\vec{A}(M)$, en négligeant les variations des termes d'amplitude mais pas celles de phase. Calculer l'intégrale en vous aidant de la formule fournie dans le formulaire.

2°) Obtenir les expressions des champs électrique et magnétique en tout point M.

3°) Dédire l'expression du champ normalisé $F(\theta)$.

BON TRAVAIL

FORMULAIRE DU MODULE DISPOSITIFS ET SYSTEMES MICROONDES 2

Equations de Maxwell en régime harmonique :

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = -j\omega \vec{B} ; \vec{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J} + j\omega \vec{D} ; \text{div} \vec{D} = \rho ;$$

$$\text{div} \vec{B} = 0$$

Relations constitutives :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad \vec{B} = \mu \vec{H} \quad \vec{J} = \sigma \vec{E}$$

Vecteur de Poynting complexe:

$$\vec{\Pi} = \frac{1}{2} (\vec{E} \times \vec{H}^*);$$

Puissance rayonnée moyenne :

$$P = \text{Re}(\oint \vec{\Pi} \cdot d\vec{S});$$

Potentiels :

$$\text{div} \vec{A} + j\omega \epsilon \mu V = 0 (\text{jauge de Lorentz})$$

Equation d'Helmholtz et sa solution :

$$\Delta \vec{A} + \beta^2 \vec{A} = -\mu \vec{J}; \quad \text{avec} \quad \beta^2 = \omega^2 \epsilon \mu ;$$

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V \frac{\vec{J} e^{-j\beta R}}{R} d\tau_P \leftrightarrow \frac{\mu}{4\pi} \int_{\text{source}} \frac{I e^{-j\beta R}}{R} dl_P$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = 120\pi \quad (\text{en espace libre})$$

Dipôle de dimension finie :

$$\vec{H} = j\beta \frac{\sin \theta}{\mu} \cdot A_z \vec{u}_\phi \quad ; \vec{E} = -j\omega A_\theta \vec{u}_\theta$$

Limite de la région de champ proche :

$$r = \frac{2D^2}{\lambda}$$

Cas général (champ lointain)

$$\vec{A} = \frac{\mu e^{-j\beta R}}{4\pi r} \iiint_V \vec{J} e^{j\beta \vec{u}_r \cdot \vec{r}'} d\tau_P ; \quad r' = OP ;$$

$$\vec{E} = -j\omega (A_\theta \vec{u}_\theta + A_\phi \vec{u}_\phi)$$

$$\vec{u}_r \times \vec{E} = \zeta \vec{H} ; \vec{\Pi} = \frac{1}{2\zeta} |\vec{E}|^2 \vec{u}_r$$

$$\text{Champ normalisé : } F(\theta, \phi) = \frac{E}{E_{\max}}$$

Puissance normalisée :

$$\mathcal{P}(\theta, \phi) = |F(\theta, \phi)|^2$$

Intensité de rayonnement :

$$U(\theta, \phi) = \Pi_r r^2 ; U_{\text{moy}} = \frac{P}{4\pi}$$

Directivité :

$$D(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_{\text{moy}}} = \frac{4\pi}{\Omega_A} |F(\theta, \phi)|^2 ;$$

$$\Omega_A = \int |F(\theta, \phi)|^2 d\Omega,$$

$$D = \frac{U_{\max}}{U_{\text{moy}}} = \frac{4\pi}{\Omega_A}$$

Gain :

$$G(\theta, \phi) = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_e} ; G = \frac{4\pi U_{\max}}{P_e}$$

$$\text{Efficacité du rayonnement : } e_r = \frac{P}{P_e}$$

Dipôle court :

$$I(z) = I_A \left[1 - \frac{2|z|}{\Delta z} \right] \text{ pour } |z| \leq \frac{\Delta z}{2} ; 0$$

ailleurs

Dipôle demi-onde :

$$I(z) = I_m \sin \left[\beta \left(\frac{\lambda}{4} - |z| \right) \right] \text{ pour } |z| \leq \frac{\lambda}{4}$$

$$\text{Impédance d'antenne : } Z_A = R_r + R_d + jX_A ;$$

$$\text{Résistance de rayonnement : } R_r = \frac{2P}{|I|^2}$$

$$\text{Dipôle idéal : } R_r = 80 \cdot \pi^2 \cdot (\Delta z / \lambda)^2$$

$$\text{Dipôle court : } R_r = 20 \cdot \pi^2 \cdot (\Delta z / \lambda)^2$$

$$\text{Résistance de dissipation : } R_d$$

$$\text{Epaisseur de peau } \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}} ; R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\sigma}} ;$$

Conducteur cylindrique

$$\text{Dipôle idéal : } R_d = \frac{l}{2\pi a} R_s$$

$$\text{Dipôle court : } R_d = \frac{1}{3} \frac{l}{2\pi a} R_s$$

$$P_e = P + P_d ; R_A = R_r + R_d ; R_A = \frac{2P}{|I|^2}$$

Monopole :

$$R_r(\text{Monopole}) =$$

$$\frac{1}{2} R_r(\text{Dipole}) ; D(\text{Monopole}) = \frac{1}{2} D(\text{Dipole})$$

$$Z_e(\text{Monopole}) = \frac{1}{2} Z_e(\text{Dipole})$$

dipôle magnétique -spire circulaire : inductance :

$$L = \mu b \left[\text{Log} \left(\frac{8b}{a} \right) - 1,75 \right] \text{ pour } a \ll b$$

b : rayon de la spire ; a : rayon du fil

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ F/m}$$

$$\int \sin(a + bx) \exp(cx) dx$$

$$= \frac{\exp(cx)}{b^2 + c^2} [c \sin(a + bx) - b \cos(a + bx)]$$