



EPREUVE D'EVALUATION

Année Universitaire:	2020-2021	Date de l'Examen:	12/12/2020
Nature:	DC	Durée:	1h30min
Diplôme:	Ingénieur	Nombre de pages:	1
Section:	GM, GCV	Enseignant:	W. Ben Salah
Niveau d'études:	1ère année	Doc autorisés:	Non
Matière:	Mathématiques I	Remarque:	

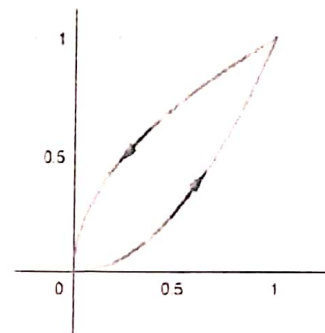
Exercice 1 : (04 points)

Calculer l'intégrale curviligne I le long de la courbe fermée γ constituée par les deux arcs de parabole

$$y = x^2 \text{ et } x = y^2,$$

orientée dans le sens direct où

$$I = \int_{\gamma} (2xy - x^2)dx + (x + y^2)dy.$$



Vérifier le résultat en utilisant la formule de Green-Riemann.

Exercice 2 : (04 points)

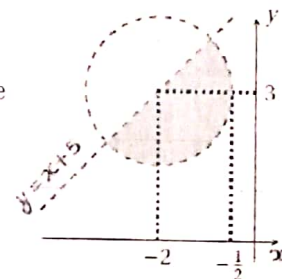
calculer le volume du solide borné par le cylindre $y = x^2$ et par les plans $y + z = 4$ et $z = 0$.

Exercice 3 : (04 points)

Soit \mathcal{D} la partie colorée en figure.

1. Décrire \mathcal{D} en coordonnées cartésiennes.
2. Trouver un changement de variables adéquat pour décrire \mathcal{D} en coordonnées polaires.
3. Calculer

$$\iint_{\mathcal{D}} \frac{x - y}{\sqrt{(x + 2)^2 + (y - 3)^2}} dx dy$$



Exercice 4 : (08 points)

1. Montrer en utilisant un changement de variable adéquat que

$$\beta(a, b) = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin \theta)^{2a-1} (\cos \theta)^{2b-1} d\theta, \quad \forall a > 0, b > 0.$$

2. Dédire que $\beta(a, a) = (\frac{1}{2})^{2a-2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin(2\theta))^{2a-1} d\theta, \quad \forall a > 0.$
3. Montrer que $\beta(a, a) = (\frac{1}{2})^{2a-1} \beta(a, \frac{1}{2}), \quad \forall a > 0.$
4. Dédire la formule de duplication de Legendre

$$\Gamma(a)\Gamma(a + \frac{1}{2}) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2a-1}} \Gamma(2a), \quad \forall a > 0.$$