

 Année Universitaire : 2021/2022	Devoir de Contrôle Antennes et propagation libre	Ens : M. Benzina H Durée : 01h30 Section : GCR2
---	---	---

Exercices:

N.B: Lorsque l'on demande d'écrire une expression ou de montrer quelque chose, les résultats « connus », même s'ils sont évidents, seront considérés comme faits.

I) Soient \vec{E} et \vec{H} respectivement le champ électrique et magnétique et \vec{E} et \vec{H} les champs correspondants en notation complexe.

1°) Définir le vecteur de Poynting en notation réelle. Quelle est sa signification ?

2°) Montrer que la valeur moyenne du vecteur de Poynting est égale à :

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\vec{E} \times \vec{H}^* \right).$$

II) 1a) Définir le diagramme de rayonnement plan-E

b) Définir le diagramme de rayonnement plan-H

2) Tracer ces deux diagrammes pour un dipôle infinitésimal.

III) Soit une antenne dont le champ normalisé est donné par :

$$F(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{pour } 0 \leq \theta \leq 20^\circ \\ 0,707 & \text{pour } 20^\circ < \theta \leq 60^\circ \\ 0,5 & \text{pour } 60^\circ < \theta \leq 120^\circ \\ 0,707 & \text{pour } 120^\circ < \theta \leq 150^\circ \\ 0 & \text{pour } 150^\circ < \theta \leq 180^\circ \end{cases}$$

Sachant que les résistances de rayonnement et de dissipation ont pour valeurs respectives 12Ω et 1.25Ω :

1°) Déterminer l'angle solide de l'ouverture de l'antenne Ω_A .

2°) Déterminer la directivité de cette antenne. $D = \frac{U_{max}}{U_{moy}}$

3°) Déterminer le gain de cette antenne. $G = \eta D$

$$U_{max} = \frac{4\pi F_{\theta}}{P} = 1$$

$$U_{moy} = \frac{\int F_{\theta}}{4\pi}$$

IV) On dispose de 4 dipôles idéaux de longueur a , avec lesquelles on forme un carré (en les joignant), que l'on dépose sur un plan xOy , et tel que son centre coïncide avec O. On fait

circuler dans ce carré un courant $I_0 e^{j\omega t}$ avec $I_0 = \text{constante}$.

En supposant que $a \ll \lambda$, et pour un point M éloigné, montrer que :

$$\vec{A}(\vec{M}) = a^2 \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r} \vec{f}(\theta); \quad \text{où } \vec{f}(\theta) \text{ est une fonction vectorielle qui depends de } \theta \text{ et que l'on}$$

identifiera.

BON TRAVAIL



FORMULAIRE DU MODULE ANTENNES ET PROPAGATION

Equations de Maxwell en régime
sinusoidal :

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = -j\omega \vec{B} \quad \vec{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J} + j\omega \vec{D}$$

$$\text{div} \vec{D} = \rho \quad \text{div} \vec{B} = 0$$

Relations constitutives :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad \vec{B} = \mu \vec{H} \quad \vec{J} = \sigma \vec{E}$$

Relations de continuité :

$$\vec{n} \cdot (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0 ; \vec{n} \cdot (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}_s$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \sigma ; \vec{n} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0$$

Vecteur de Poynting complexe :

$$\vec{P} = \frac{1}{2} (\vec{E} \wedge \vec{H}^*)$$

Puissance moyenne rayonnée:

$$P = R_e \frac{1}{2} \oint (\vec{E} \wedge \vec{H}^*) \cdot d\vec{S} ;$$

Dipôle Idéal :

$$\vec{E}(\vec{M}) = j\omega\mu \frac{I\Delta z}{4\pi r} e^{-j\beta r} \left\{ \left[\frac{1}{j\beta r} + \frac{1}{(j\beta r)^2} \right] 2 \cos \theta \vec{u}_r + \left[1 + \frac{1}{j\beta r} + \frac{1}{(j\beta r)^2} \right] \sin \theta \vec{u}_\theta \right\}$$

Impédance intrinsèque de l'espace libre :

$$\zeta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = 120\pi$$

Limite de la région de champ proche :

$$r_f = \frac{2D^2}{\lambda}$$

Cas général (champ lointain)

$$\vec{E} = -j\omega(A_\theta \vec{u}_\theta + A_\phi \vec{u}_\phi)$$

$$\vec{u}_r \wedge \vec{E} = \zeta \vec{H}$$

$$\text{Champ normalisé : } F(\theta, \phi) = \frac{E}{E_{\max}}$$

Diagramme de puissance normalisée :

$$\mathcal{P}(\theta, \phi) = |F(\theta, \phi)|^2$$

Intensité de rayonnement :

$$U(\theta, \phi) = \mathcal{P}(\theta, \phi) ; U_{\text{moy}} = \frac{P}{4\pi}$$

Directivité :

$$D(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_{\text{moy}}} = \frac{4\pi}{\Omega_A} |F(\theta, \phi)|^2 ;$$

$$\Omega_A = \iint |F(\theta, \phi)|^2 d\Omega, D = \frac{U_{\max}}{U_{\text{moy}}} = \frac{4\pi}{\Omega_A}$$

Gain :

$$G(\theta, \phi) = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_e} ; G = \frac{4\pi U_{\max}}{P_e}$$

$$\text{Efficacité du rayonnement : } e_r = \frac{P}{P_e}$$

Dipôle court :

$$I(z) = I_0 \left[1 - \frac{2|z|}{\Delta z} \right] \text{ pour } |z| \leq \frac{\Delta z}{2}$$

Dipôle demi-onde :

$$I(z) = I_m \sin \left[\beta \left(\frac{\lambda}{4} - |z| \right) \right] \text{ pour } |z| \leq \frac{\lambda}{4}$$

champ normalisé :

$$F(\theta) = \frac{\cos \left[\frac{\pi}{2} \cos \theta \right]}{\sin(\theta)}$$

Impédance d'antenne :

$$Z_A = R_r + R_d + jX_A ; R_r = \frac{2P}{|I|^2}$$

$$\text{Epaisseur de peau } \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} ;$$

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} ;$$

Conducteur cylindrique parcouru par un
courant constant (spatialement):

$$R_d = \frac{l}{2\pi a} R_s$$

$$P_e = P + P_d ; R_A = R_r + R_d ; R_A = \frac{2P_e}{|I|^2}$$