ENIG	Devoir de contrôle: Communications numériques	2019/2020
GCR 2	Responsable : M. Abdelhakim KHLIFI	Durée : 1H30

Exercice 1 : (4 points)

1. Codez la séquence suivante S= 111010 selon :
   - RZ-1/2
   - NRZ unipolaire
   - Manchester différentiel
2. Déterminer, avec démonstration, l'expression de la densité spectrale de puissance du codage RZ-1/2 unipolaire. Commentez.

Exercice 2 : (16 points)

On note $\{a_k\}_{k=0.1....,N-1}$ la suite binaire à transmettre codé en RZ-1/2 unipolaire. On désire étudier la performance d'un signal RZ-1/2 unipolaire d'amplitude $A = 1mV$. Ce signal est transmis à travers un canal BBAG. La variance du bruit $b(t)$ vaut $\sigma^2 = 2.5 \times 10^{-8}\ W$. La source est considérée non équiprobable.

Partie A (13 points)

Le canal est initialement considéré « idéal »

1. Schématiser la chaine de transmission numérique complète.
2. Schématiser, sur une période T, le filtre d'émission $h_e(t)$.

3. Ecrire l'expression du signal reçu $y(t)$ à la sortie du filtre de réception.
4. Schématiser, sur une période T, le filtre de réception $h_r(t)$.
5. Donner, **sans démonstration**, l'expression du rapport signal sur bruit RSB_{out} à la sortie du filtre de réception.
6. Donnez, **avec démonstration**, l'expression de la probabilité d'erreur P_e en fonction de A, σ, p_0, p_1 et λ le seuil de détection.
7. Donnez, **avec démonstration**, l'expression de seuil de décision optimal λ_{opt} qui minimise la probabilité d'erreur en fonction A, σ et p_0.
8. Sachant que $\lambda_{opt} = 0.465\ mV$, calculer la probabilité p_0.
9. Calculer, dans ce cas, la probabilité d'erreur P_e.
10. Sachant que la densité spectrale de puissance du bruit vaut $10^{-14}\ W/Hz$, en déduire la durée du temps bit T_b ainsi la rapidité de modulation R.
11. En déduire la valeur de l'énergie d'un bit E_b et la valeur de RSB_{out} en dB.

Partie B (3 points)

Le canal est maintenant considéré « à bande limitée» $B = 1\ MHz$

1. Rappeler le critère de Nyquist idéal.
2. Est-ce que ce système respecte ce critère ? Justifiez.
3. Déterminer la valeur du facteur roll-off α requise permettant d'éliminer les IES.

Annexe

$$erfc(x) = 2.Q(\sqrt{2}x)$$

$$erfc(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{x}^{+\infty} e^{-z^2}\,dz$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{x}^{+\infty} e^{-\frac{(y-m)^2}{2\sigma^2}}\,dy$$

$$\frac{d\big(erfc(u)\big)}{du} = \frac{-2}{\sqrt{\pi}}e^{-u^2}\ u'$$

$$\sigma^2 = \frac{N_0}{2T_b}$$

- DSP d'un code en ligne sans mémoire :

$$\gamma_x(f) = \frac{\sigma_a^2}{T} + \frac{m_a^2}{T^2}\sum_k \delta\left(f - \frac{k}{T}\right)$$

$R/$

$9.1.10^6 = \frac{R}{2}(1-\alpha\ 0,2)$

$R = Dm$

$D = \frac{R}{2}(1-\alpha)$

$R/2$

$E = A^2.T_b$

ENIG GCR2	**Devoir de contrôle** **Communications numériques**	**A.U : 2017/2018** **Durée : 1H30**

Exercice 1 :

Soit la séquence S= 010100111011

1- Donnez les codages suivants :
   a. RZ
   b. NRZ
   c. Manchester
   d. Manchester différentiel
   e. Miller

2. Donnez les densités spectrales de puissance des codages RZ et NRZ. Conclure

3. Quels sont les critères du choix d'un code en ligne ?

Exercice 2 :

1. Soit une ligne de transmission de fréquences extrêmes 200-5200 Hz. La rapidité de modulation est de 2400 bauds et les signaux sont transmis avec une valence de 8. Quel est le débit binaire disponible sur cette ligne ? v = 8.
2. Soit une ligne de transmission caractérisée par une bande passante 61-352 kHz, et par un rapport signal sur bruit de 25 dB.
   a. Quelle est la capacité maximale théorique de cette ligne ?
   b. Même question avec un rapport signal sur bruit de 12 dB.
3. Quelle est la rapidité de modulation nécessaire pour qu'un canal de transmission ait un débit binaire de 2400 bit/s sachant que les signaux transmis sont quadrivalents ?

D

Exercice 3 :

On considère une transmission NRZ unipolaire dont la rapidité de modulation $R = 2.10^5$ baud. On considère un canal BBAG idéal dont sa densité spectrale de puissance vaut 0.04 W/Hz. On souhaite avoir une probabilité d'erreur $P_e = 10^{-5}$.

1. Donnez l'expression du seuil de décision optimal qui minimise la probabilité d'erreur.
2. Sachant que « 1 » et « 0 » sont équiprobables, vérifiez que $\lambda_{opt} = \frac{V}{2}$:
3. Sachant que « 1 » et « 0 » sont équiprobables, montrez que :

$$Pe = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

4. Déterminez dans ce cas, l'amplitude du signal V et la valeur de λ_{opt}.
5. Tracer la réponse impulsionnelle du filtre adapté et calculer le rapport signal sur bruit à sa sortie.

Seuil de déci

$\lambda_{opt} = \ln \frac{P_0}{P}$

$(P_1 = P_0 = \frac{1}{2})$

$\lambda_{opt} = --$

ENIG	Examen :	A.U : 2017/2018
GCR2	Communications numériques	Durée : 2H

Exercice 1 :

Soit la séquence S= 1 1 0 1 0 0 0 1 0 1.

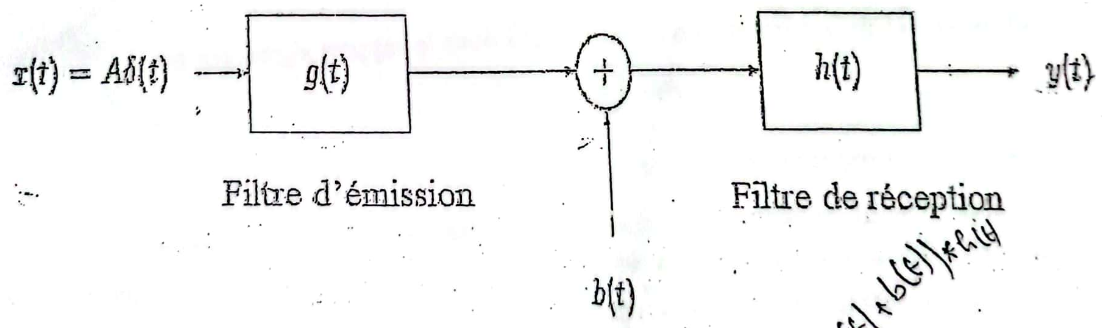
1. Donnez les codages suivants :
   a. NRZ
   b. RZ-1/2
   c. Manchester
   d. Manchester différentiel
   e. Miller
   f. AMI
2. Donnez l'expression de la densité spectrale de puissance du codage NRZ. Conclure

Problème :

Dans ce problème, on étudiera un récepteur numérique constitué d'un filtre de réception, un détecteur du seuil et un démodulateur.

Partie A : Le filtre de réception

On considère le système suivant:



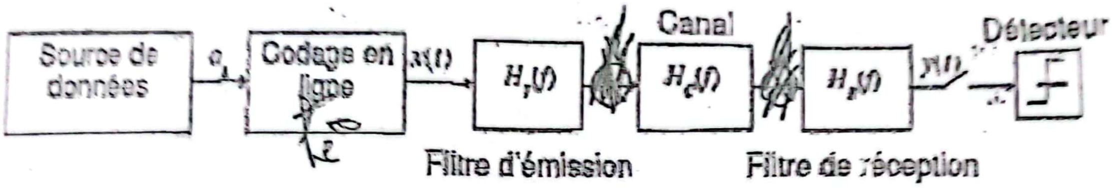
$y(t) = (g(t) + b(t)) * h(t)$

1er Cas : Cas d'un canal idéal

1. Donnez l'expression du signal reçu $y(t)$ à la sortie du filtre.
2. Donnez l'expression du filtre adapté $h(t)$ permettant de maximiser le rapport signal sur bruit.
3. Si l'énergie par bit vaut 10^{-5} $watt - sec$ et la densité spectrale de puissance du bruit blanc vaut 2.10^{-6} W/Hz, calculer en dB le RSB à la sortie du filtre.
4. Schématisez la réponse impulsionnelle du filtre adapté dans le cas d'un codage Manchester.

2ème Cas : Cas d'un canal à bande étroite

On considère maintenant le système de transmission suivant :



1. Donnez l'expression du signal reçu $y(t)$ à la sortie du filtre.
2. A l'instant de l'échantillonnge nT, donner l'expression de $y(nT)$. Qu'appelle-t-on l'interférence entre symboles ?
3. Donner les deux critères de Nyquist pour la suppression totale des interférences. Est-ce-que le filtre de Nyquist est réalisable ? Si non, pourquoi ?
4. Donnez l'expression de la bande passante d'un filtre en cosinus surélevé défini par son roll-off α. Dans le cas $\alpha = 0$, que trouve-t-on ?
5. Sachant que la durée du symbole est $T = 41.06\ \mu s$ et la facteur roll-off $\alpha = 0.35$, calculer la bande passante du filtre.

$B = \frac{R}{2}(\alpha+1)$

Partie II : Détection

Soit un signal NRZ bipolaire transmis à travers un canal BBAG dont le rapport signal sur bruit est 6.8 dB.

1. Donnez l'expression de la probabilité d'erreur P_e.
2. Donnez l'expression de seuil de décision optimal qui minimise la probabilité d'erreur.
3. Sachant que « 1 » et « 0 » sont équiprobables, vérifiez que $\lambda_{opt} = 0$.
4. Sachant que « 1 » et « 0 » sont équiprobables, montrez que :

$$Pe = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

5. Calculez dans ce cas sa valeur.

On suppose un canal AWGN et des symboles équiprobables. La constellation de symboles est composée de $M = 2^k$ symboles où k est un entier positif.

1. Rappeler les deux critères de Nyquist pour la suppression totale des interférences.
2. Vérifier si ce système respecte le critère Nyquist ?
3. Sinon, déterminer la valeur de M_{min} permettant de répondre aux exigences de Nyquist
4. Montrer que la probabilité d'erreur du symbole M-PSK est donnée par :

$$P_s \approx erfc\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}.\sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right)$$

$\frac{E_s}{N_0}$

5. Calculer le rapport $\frac{E_s}{N_0}$ et en déduire $\frac{E_b}{N_0}$ (en dB)
6. Calculer la probabilité d'erreur du symbole P_s.
7. En déduire la probabilité d'erreur binaire P_B. Est-ce que cette valeur répond aux exigences demandées.
8. Sinon, et en gardant la valeur de M_{min}, chercher la nouvelle de $\frac{E_b}{N_0}$ (en dB) permettant d'avoir $P_B \leq 10^{-5}$
9. En déduire le gain (en dB)

Bonne chance ☺

$\frac{(M-1)}{M}$

On suppose un canal AWGN et des symboles équiprobables. La constellation de symboles est composée de $M = 2^k$ symboles où k est un entier positif.

1. Rappeler les deux critères de Nyquist pour la suppression totale des interférences.
2. Vérifier si ce système respecte le critère Nyquist ?
3. Sinon, déterminer la valeur de M_{min} permettant de répondre aux exigences de Nyquist
4. Montrer que la probabilité d'erreur du symbole M-PSK est donnée par :

$$P_s \approx erfc\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}.\sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right)$$

$\frac{E_s}{N_0}$

5. Calculer le rapport $\frac{E_s}{N_0}$ et en déduire $\frac{E_b}{N_0}$ (en dB)
6. Calculer la probabilité d'erreur du symbole P_s.
7. En déduire la probabilité d'erreur binaire P_B. Est-ce que cette valeur répond aux exigences demandées.
8. Sinon, et en gardant la valeur de M_{min}, chercher la nouvelle de $\frac{E_b}{N_0}$ (en dB) permettant d'avoir $P_B \leq 10^{-5}$
9. En déduire le gain (en dB)

Bonne chance ☺

$\frac{(M-1)}{M}$

et Base ...

Correction d'exercice :

1) $D = 24 \times 64 + 8 = 1544$ kbit/s.

2) $B_{min} = \frac{R_s}{2}$ cas idéal.

$B = \frac{R_s}{2}[1+\alpha]$ cas réel

$1 = \frac{D}{2}[1+\alpha] \Rightarrow \alpha = \frac{2}{1{,}544} - 1 = 0{,}29$ $(0 < \alpha < 1)$.

3) $P_e = 10^{-7} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$

$$\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} = 5{,}15 \Rightarrow \frac{2E_b}{N_0} = (5{,}15)^2 \Rightarrow E_b = \frac{N_0}{2}(5{,}15)^2 = 53{,}04 \cdot 10^{-10}.$$

4) $P = \frac{E}{T} \Rightarrow P = E \cdot D = 53{,}04 \cdot 10^{-10} \times 1{,}544 \cdot 10^{6} = 81{,}89 \cdot 10^{-4}$ W.

Modulation numérique :

- ASK : amplitude
- QAM : déplacement d'amplitude + phase
- PSK : phase
- FSK : fréquence

$d_{min} = 2A$ (ASK)

$\mathrm{erfc}\left(\frac{A}{\sqrt{2}\,\sigma}\right)$

$= \mathrm{erfc}\left(\frac{d_{min}}{2\sqrt{2}\,\sigma}\right)$.

$M = 4$

00 → $+V$

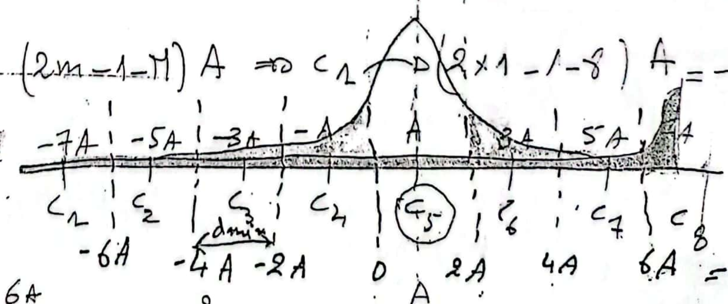
01 → $-V$

10 → $+2V$

11 → $-2V$.

Pour $M = 8 \Rightarrow m \in \{1, \dots, 8\} \Rightarrow (2m-1-M)A \Rightarrow C_1 \Rightarrow (2 \times 1 - 1 - 8)A = -7A$.

Calcul de probabilité d'erreurs



$= \lambda$

$$P_e(C_k \neq C_8 / C_8) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\int_{-\infty}^{6A} e^{-\left(\frac{y-7A}{\sqrt{2}\,\sigma}\right)^2} dy = \frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}\left(\frac{A}{\sqrt{2}\,\sigma}\right)$$

a) $\frac{1}{2} Re($

$\frac{1}{2} E \wedge$

pose $z = \frac{y + A - m_i}{\sqrt{2}\,\sigma}$

$dz = -\frac{1}{\sqrt{2}\sigma} dy \Rightarrow P_e = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \sqrt{2\pi} \int_{A/\sqrt{2}\sigma}^{+\infty} e^{-z^2} dz = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(A/\sqrt{2}\sigma)$

$P(C_x \neq C_1 / C_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \int_{2A}^{+\infty} e^{-\left(\frac{y+A}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2} dy = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{A}{\sqrt{2}\sigma}\right)$

$P(C_x \neq C_5 / C_5) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \int_{-\infty}^{0} e^{-\left(\frac{y-A}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2} dy + \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \int_{2A}^{+\infty} e^{-\left(\frac{y+A}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2} dy$

$= \operatorname{erfc}(A/\sqrt{2}\sigma)$

$P_e = \left[\frac{1}{2} \operatorname{erfc}(A/\sqrt{2}\sigma) + \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(A/\sqrt{2}\sigma) + (M-2) \operatorname{erfc}(A/\sqrt{2}\sigma)\right] / M.$

$$\boxed{P_e = \frac{M-1}{M} \operatorname{erfc}(A/\sqrt{2}\sigma)}$$

énergie de symbole : $E_s = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} (2i - 1 - M)^2 A^2$

$\underline{\text{conhient } 2, 3, \ldots}$

ssance :

$E_s = \frac{A^2}{M} \sum_{i=1}^{M} (2i - (M+1))^2 = \frac{A^2}{M} \sum_{i=1}^{M} \left(4i^2 - 4i(M+1) + (M+1)^2\right)$

$= \frac{A^2}{M} \left(4 \sum_{i=1}^{M} i^2 - 4(M+1) \sum_{i=1}^{M} i + M(M+1)^2\right)$ or on a $\begin{cases} \sum_{i=1}^{M} i = \frac{M(M+1)}{2} \\ \sum_{i=1}^{M} i^2 = \frac{M(M+1)(2M+1)}{6} \end{cases}$

$= \frac{A^2}{M} \left(4 \frac{M(M+1)(2M+1)}{6} - \frac{4(M+1)^2 M}{2} + M(M+1)^2\right).$

$E_s = \frac{(M^2-1)}{3} A^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{3E_s}{M^2-1}}$

$\frac{M-1}{M} \operatorname{erfc}(A/\sqrt{2}\sigma)$ avec $\sigma = \sqrt{\frac{N_0}{2}}$

$= \frac{M-1}{M} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{3E_s}{(M^2-1) N_0}}\right) \Rightarrow E_s = \log_2(M) E_b$

$\Rightarrow P_e = \frac{M-1}{M} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{3 \log_2(M)}{M^2-1} \frac{E_b}{N_0}}\right).$

Scanné avec CamScanner

Q (0,7721)

Défaut de ASK

- 000 101 000

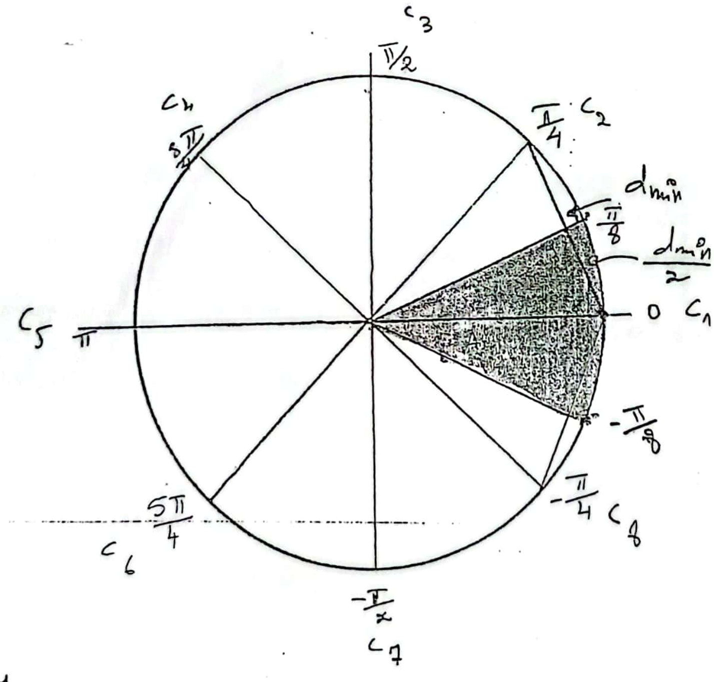
~~[illegible]~~ on peut pas détecter qui représente l'erreur

$C_k = a_k + j b_k$

$$Re\left[C_k e^{j(\omega_0 t + \varphi)}\right] = C_k \cos(\omega_0 t + \varphi_k) = a_k \cos(\omega_0 t)\cos(\varphi_a) - b_k \sin(\omega_0 t)\sin(\varphi_k)$$

$$\varphi_k \in \left\{0, \frac{2\pi}{M}, \dots, \frac{2\pi(M-1)}{M}\right\} : \begin{cases} a_k \to \cos(\omega_0 t) \\ b_k \to -\sin(\omega_0 t). \end{cases}$$

$k = M$



$$\frac{d_{min}}{2} = A \sin\frac{\pi}{8}.$$

En général:

$$d_{min} = 2A\sin(\pi/M).$$

$$E_s = \frac{1}{M}\sum_{1}^{M} A^2 = A^2$$

$$P_e = \frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}\left(\frac{\overset{2A\sin}{\widehat{d_{min}}}}{2\sqrt{2}\,\sigma}\right) = \frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}\left(\frac{2A\sin(\pi/M)}{2\sqrt{2}\,\sigma}\right).$$

$$\Rightarrow \boxed{P_e = \frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}\left(\frac{A\sin(\pi/M)}{\sqrt{N_0}}\right)} \Rightarrow P_e = \frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{A^2\sin^2(\pi/M)}{N_0}}\right).$$

$$E_s = A^2 \Rightarrow P_e = \frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_s\sin^2(\pi/M)}{N_0}}\right).$$

$$P_e = \frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\log_2(M)\sin^2(\pi/M)\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

$$\boxed{P_{e,PSK} = \mathrm{erfc}\left(\sqrt{\log_2(M)\sin^2(\pi/M)\,E_b/N_0}\right)}$$