ECOLE NATIONALE D'INGENIEURS DE GABES
Département Génie des Communications et Réseaux

M. Chokri BACCOUCH

# TD 1 Communications Optiques

## 1. La fibre optique

Pour guider la lumière dans une direction donnée, on réalise des fibres optiques, longs fils cylindriques dont l'indice diminue quand on s'éloigne de l'axe. La lumière suit la direction moyenne de l'axe grâce au phénomène de réflexion totale, à condition que le faisceau incident ait une ouverture angulaire convenable.

Dans le modèle qui suit, on considère que la fibre est constituée d'un cœur cylindrique de rayon a, d'indice $n_1 = 1,510$ et d'une gaine de rayon extérieur b, d'indice $n_2 = 1,495$.

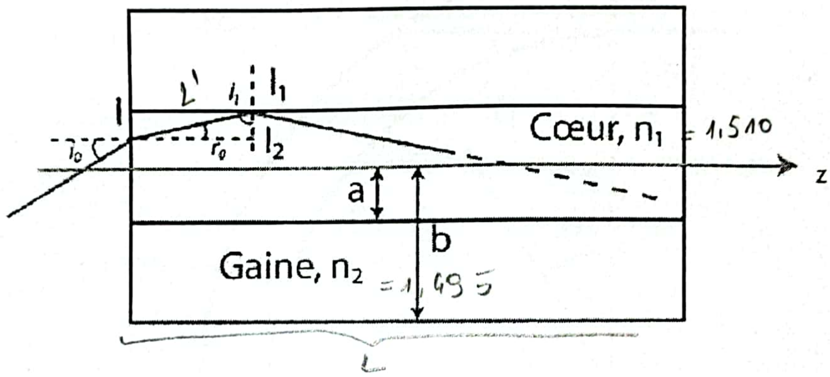


FIGURE 1 – Vue en coupe d'une fibre à saut d'indice

1. Un rayon incident se propage dans l'air dans un plan axial de la fibre et arrive en I, à une distance OI < a de l'axe, sur une extrémité de la fibre, sous un angle d'incidence $i_0$. On note $i_1$ l'angle que fait le rayon avec la normale séparant la gaine du cœur. Déterminer la condition sur $i_1$ tel qu'il y a guidage dans la fibre.
2. Exprimer la relation entre $i_0$ et $i_1$.
3. En déduire la condition sur $i_0$, de la forme $i_0 < i_m$, permettant le confinement du rayon dans la fibre.
4. On appelle ouverture numérique O.N, la quantité sin ($i_m$) de la fibre, le sinus de l'angle d'incidence maximal pour lequel les rayons qui pénètrent dans le cœur sont transmis jusqu'à la sortie. Exprimer O.N. en fonction de $n_1$ et $n_2$.
5. Supposons que l'on envoie dans la fibre une impulsion lumineuse sous la forme d'un faisceau conique convergent, de demi-angle au sommet $i_s < i_m$. Calculer le temps $t_0$ mis pour parcourir une distance L pour un rayon d'angle $i_0 = 0$, puis le temps $t_1$ pour un rayon d'angle $i_s$. Que constate-t'on ?
6. Evaluer $\Delta t = t_1 - t_0$ pour $L = 10\text{m}$, $i_s = 8°$ et $c = 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

## 2. Atténuation du signal

L'atténuation de la lumière dans les fibres optiques est due à l'absorption et à la diffusion par le matériau constitutif du cœur, en général en silice et par ses impuretés (fer, cuivre,..). On la mesure couramment en décibel par kilomètre :

$A(dB/km) = 10\log(\frac{\Phi_{entrant}}{\Phi_{sortant}})$ où $\Phi$ désigne le flux lumineux.

ECOLE NATIONALE D'INGENIEURS DE GABES
Département Génie des Communications et Réseaux

Cette atténuation dépend de la longueur d'onde de la lumière envoyée dans la fibre.

1. Pour de la lumière rouge $\lambda = 800nm$, A = 1, 2 dB/km. Au bout de combien de kilomètres restera-t'il 10% du flux incident ?
2. Même question dans l'infrarouge à 1300 nm où A = 0, 4 dB/km et à 1550 nm où A = 0, 25 dB/km ?

En pratique, les lasers employés dans les télécommunications sont conçus pour émettre autour de 1550 nm, à votre avis pourquoi ?

## 3. Problème de courbure

Considérons maintenant que la fibre se courbe, et pour simplifier supposons qu'elle décrive un arc de cercle de rayon de courbure $r = 200nm$.

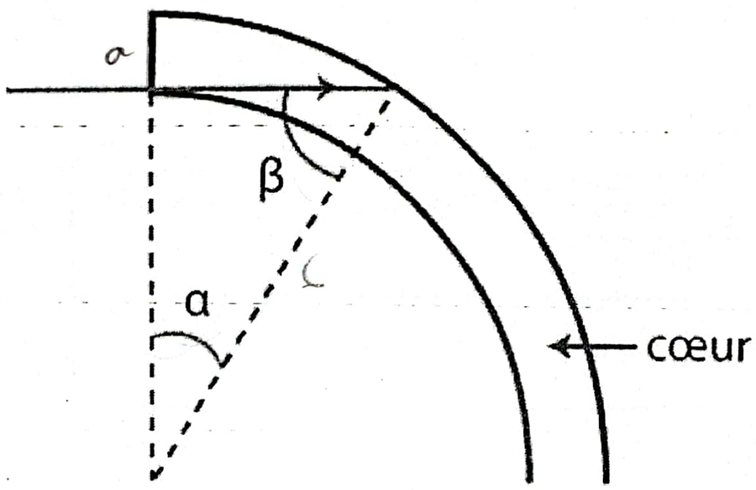


FIGURE 2 – Fibre optique courbée

1. Pour un rayon pénétrant dans la fibre perpendiculairement à sa section, à la limite du bord inférieur, calculer l'angle que fait le rayon avec la normale lorsqu'il rencontre l'interface gaine/cœur. Y'a-t'il réflexion totale, si a = 1mm?
2. A quelle condition sur le rayon de courbure cette condition de réflexion totale n'est plus respectée ?

$\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$

$\cos(\alpha) = \frac{r-a}{r}$

$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1-a}{r}\right)$

$\cos\beta$

## TD 1 :

1) Pour avoir un guidage de signal optique dans la fibre, il faut qu'on obtient une reflexion totale dans le coeur au $I_1$, cad, il faut qu'un signal optique arrive au pt $I_1$ avec un angle d'incidence $i_1 > i_1$ limite.
En cas d'emergence rasante $\alpha = \frac{\pi}{2}$ d'apres Snell - Descartes au pt $I_1$

$$n_1 \sin(i_1) = n_2 \cdot \sin(\alpha)$$

$$\sin i_1 = \frac{n_2}{n_1}$$

$$i_{1limit} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

$$i_1 > i_1 \text{ limite} \Rightarrow i_1 > 81,91°$$

2) D'après Snell - Descartes au pt I :

$$n_0 \sin(i_0) = n_1 \sin(r) \quad \text{avec } r = \frac{\pi}{2} - i_2 \quad = n_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} - i_1\right)$$

$$\sin(i_0) = n_1 \cos(i_1)$$

3) on a $\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \Rightarrow \cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$

$$\sin(i_0) = n_1 \sqrt{1 - \sin^2(i_1 Lim t)} = n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

$\Rightarrow$ Pour avoir une reflexion dans le coeur il faut que le rayon incident a un angle d'incidence à l'entre de fibre inferieur à celui de l'ouverture numerique

$$\sin(i_0) < \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \Rightarrow \boxed{i_0 < i_{max}}$$

4) $ON = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 0,212$

5) $t_0 = \frac{L}{V} = \frac{L \cdot n}{c} \xrightarrow{AN} t_0 = \frac{10 \cdot 1,510}{3 \cdot 10^8} = 5,03 \cdot 10^{-8}\, s$

$$t_1 = \frac{L' \cdot n_1}{c} \Rightarrow t_1 = \frac{L n_1}{\cos(r)}$$

$$\cos r = \frac{L}{L'} \Rightarrow L' = \frac{L}{\cos r}$$

$$t_1 = \frac{L' n_1}{c} = \frac{L \cdot n_1}{c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1}\right)^2}}$$

AN :

$$t_1 = \frac{10 \times 1{,}51}{3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - \left(\frac{1{,}51 - 1{,}495}{1{,}51}\right)^2}} = \frac{15{,}1}{2{,}999 \cdot 10^8} = 5{,}033 \cdot 10^{-8} s$$

6) $$\Delta t = t_1 - t_0 = \frac{L' n_1}{c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1}\right)^2}} - \frac{L n_1}{c}$$

$$\cancel{5{,}033 \cdot 10^{-8} - 5{,}033 \cdot 10^{-8}} =$$

$$= \frac{L n_1}{c} \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1}\right)^2}} - 1 \right) = 2{,}013 \cdot 10^{-12} s.$$

$0{,}99996$ $9{,}86795 \cdot 10^{-5}$

Atténuat° du signal :

$$A(dB/km) = \frac{10}{L} \log \left( \frac{\Phi_{entrant}}{\Phi_{sortant}} \right)$$

$\Phi_{sortant} = 0{,}1 \, \Phi_{entrant}$

1) $\lambda = 800 \text{ nm}$

$A = 1{,}2 \text{ dB/km}$

$$\Rightarrow A = \frac{10}{L} \log \left( \frac{\Phi_{entr}}{0{,}1 \Phi_{\cancel{sort}}} \right) = \frac{10}{L} \log(10)$$

$$\Rightarrow L = \frac{10}{A} \log(10) = \frac{10}{1{,}2} \log(10) = 8{,}33 \text{ km}$$

pour $A = 0{,}4 \text{ dB/km}$

$$L = \frac{10}{0{,}4} \log(10) = 25 \text{ km}$$

pour $A = 0{,}25 \text{ dB/km}$ $\Rightarrow L = \frac{10}{A} \log \left( \frac{\Phi_{ent}}{0{,}1 \Phi_{ent}} \right) = 40 \text{ km}$

→ ceci correspond à l'atténuat° minimal avec le max de kilo.

Problème de contour :

rayon $r = 200\,mm$

1) $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$

$\cos(\alpha) = \frac{r-a}{r}$ avec $a = 1$

$= \frac{r-1}{r}$

$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{r-1}{r}\right) = 5{,}732^{\circ}$

$\beta = \frac{\pi}{2} - 5{,}732 = 84{,}268^{\circ}$

2) il faut que $\beta >$ ilimite pour avoir une reflexion totale

avec $i_{limi} = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1{,}495}{1{,}51}\right) = 81{,}9^{\circ}$

$\beta < i_{lim} \Rightarrow \frac{\pi}{2} - \alpha < i_{limite} \Rightarrow \frac{\pi}{2} - \arccos\left(\frac{r-1}{r}\right) < i_{limite}$

$\Rightarrow \arccos\left(\frac{r-1}{r}\right) > \frac{\pi}{2} - i_{limite}$

$\frac{r-1}{r} > \cos\left(\frac{\pi}{2} - i_{limite}\right) \Rightarrow 1 - \frac{1}{r} > \cancel{\cos(\tfrac{\pi}{2} - i_{limite})}\ \cos(81{,}9)$

$\Rightarrow \frac{1}{r} < 1 - \cos(81{,}9) \Rightarrow r > \frac{1}{1-\cos(81{,}9)} = 100{,}23\,mm$