2- Formules de Bresse

Soit (G, xyz) le repère mobil, orthonormé, de référence lié à la section (S).

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$: sont les unitaires portées par les axes de ce repère.

2-1- *Déplacement élémentaire de la section (S') par rapport à (S)*

* Effort Normal : $\vec{N}$

Translation de vecteur : $\frac{N}{ES} \cdot \vec{i}dx$

* Efforts Tranchants : Ty, Tz

Translation de vecteur : $(\frac{T_y}{GS_r} \cdot \vec{j} + \frac{T_z}{GS_r} \cdot \vec{k}).dx$

* Moments de flexion : My, Mz

Rotation autour de G',centre de gravité de (S') de vecteur :

$$(\frac{M_y}{EI_y} \cdot \vec{j} + \frac{M_z}{EI_z} \cdot \vec{k}).dx$$

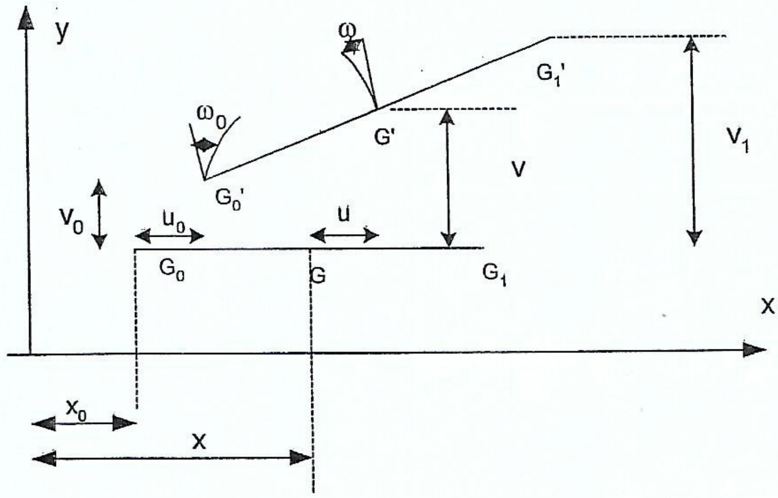
* Moment de torsion : Mt

Rotation autour du centre de torsion C', de vecteur

$$\frac{M_t}{GJ} \cdot \vec{i}.dx$$

2-2- *Expression des formules de Bresse pour des poutres à plan moyen chargées dans leur plan moyen (cas des poutres droites)*

Soit G_0G_1 la fibre moyenne de la poutre dans l'état initial, et $G_0'G_1'$ la fibre moyenne de la poutre déformée. La courbe $G_0'G_1'$ est appelée ligne élastique ou déformée de la poutre.



Connaissant le déplacement (u_0,v_0,ω_0) de la section S_0 de centre de gravité G_0, on peut calculer le déplacement (u,v,ω) d'une section quelconque (S) de centre de gravité G, sous l'effet des sollicitations.

$$\mathbf{U}_{(x)} = \mathbf{U}_0 + \int_{x_0}^{x} \frac{\mathbf{N}}{\mathbf{ES}} d\xi$$

$$\mathbf{V}_{(x)} = \mathbf{V}_0 + \omega_0 (x - x_0) + \int_{x_0}^{x} \frac{\mathbf{M}_z (x-\xi)}{\mathbf{EI}_z} d\xi - \int_{x_0}^{x} \frac{\mathbf{T}}{\mathbf{GS}_r} d\xi$$

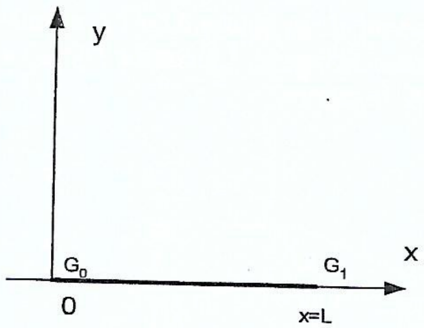
$$\omega_{(x)} = \omega_0 + \int_{x_0}^{x} \frac{\mathbf{M}_z}{\mathbf{EI}_z} d\xi$$

x_0 : abscisse du point G_0
x : celle du point G, où on cherche le déplacement
ξ : une abscisse variant de x_0 à x

REMARQUES :

a) Les formules peuvent se généraliser au cas des poutres courbes ou gauches de faibles courbures.

b) cas pratique, Ty=0 et x0=0, et on calcule (u,v,ω) de l'extrémité de la poutre

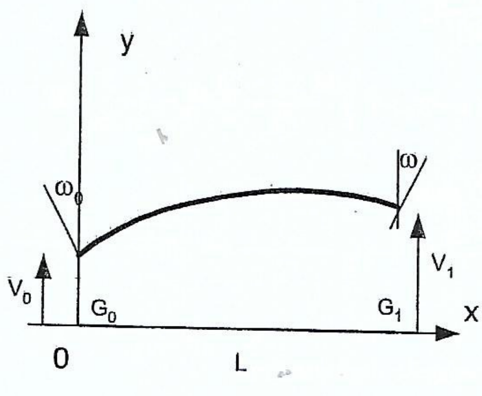


$$U_1 = U_0 + \int_0^L \frac{N}{ES} dx$$

$$V_1 = V_0 + \omega_0 L + \int_0^L \frac{M_z (L - x)}{EI_z} dx$$

$$\omega_1 = \omega_0 + \int_0^L \frac{M_z}{EI_z} dx$$

c) rotations aux extrémités d'une poutre droite



$$\omega_0 = \frac{V_1 - V_0}{L} - \int_0^L (1 - \frac{x}{L}) \cdot \frac{M_z}{EI_z} \cdot dx$$

$$\omega_1 = \frac{V_1 - V_0}{L} + \int_0^L (\frac{x}{L}) \cdot \frac{M_z}{EI_z} \cdot dx$$