

* Pour les électrons :

$$\langle E_{cn} \rangle = \frac{1}{2} m_n v_{th}^2$$

pour $v_{th} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$

$$\langle E_{cn} \rangle = \frac{3}{2} kT$$

théorie cinétique moyenne

$T = 300K \Rightarrow \langle E_{cn} \rangle = 10^{-17} J$ (silicium et germanium)

le temps de libre parcours moyen.

$$-qE_n = m_n \frac{dv_n}{dt}$$

$$\Rightarrow \vec{v}_n = -\frac{qE_n}{m_n} \vec{E}$$

la quantité de mvnt appliquée à un e⁻ la quantité de mvnt gagne

$$\mu_n = \frac{qE_n}{m_n}$$

Alors $\vec{v}_n = -\mu_n \vec{E}$

mobilité électronique

* Pour les trous :

$$\mu_p = \frac{qE_p}{m_p}$$

$$\vec{v}_p = \mu_p \vec{E}$$

(car les trous se déplacent dans le m sans que E)

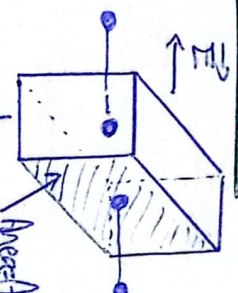
la vitesse de dérive du trou

la mobilité du trou

$$\mu_p = \frac{qE_p}{m_p}$$

* Loi d'Ohm

nombre de porteurs/cm³ (concentration)



conduction dans le sc

Le déplacement de porteurs crée un courant de densité

$$\vec{J} = \vec{J}_n + \vec{J}_p$$

$$\vec{J} = \frac{1}{A} \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{A} q \frac{dN}{dt}$$

$$\vec{J}_n = -q n \vec{v}_n$$

$$\vec{J}_c = q(n \mu_n + p \mu_p) \vec{E} = \sigma \vec{E}$$

c'est la loi d'Ohm microscopique

$$\sigma = q(n \mu_n + p \mu_p)$$

conductivité du semi-conducteur (exprimé en $\Omega^{-1} m^{-1}$)

Cas d'un sc intrinsèque : on a $n = p = n_i \Rightarrow \sigma = q(n_i \mu_n + n_i \mu_p)$

Rep :

$$\sigma \propto T \Rightarrow \sigma \propto \frac{1}{T}$$

la résistance R

(résistance proportionnelle à la longueur l et inversement proportionnelle à la section S)

* Si T $\uparrow \Rightarrow \sigma \uparrow$

Sc de type n $n \approx N_D$

Sc de type p $p \approx N_A$

donc peut négligier

donc peut négligier

1

$$\sigma \approx q N_D \mu_n$$

$$\sigma \approx q N_A \mu_p$$

* Diffusion de Baléuns

• Soit $x = -l_n$ allant vers $x=0$:

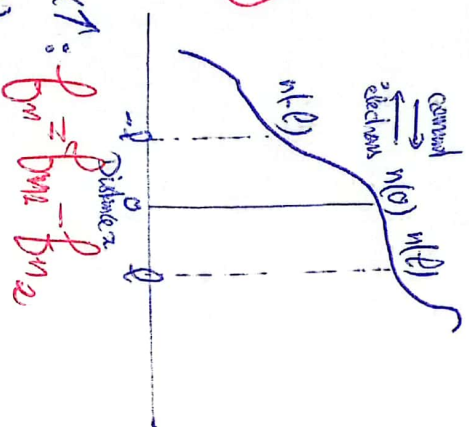
$$f_m = \frac{1}{2} \frac{n(-l_n) l_n}{\epsilon_n} \Rightarrow f_m = \frac{1}{2} n(-l_n) \frac{dl_n}{dn}$$

Le taux moyen de flux de e^- par unité de surface.

• En $x = l_n$ allant vers $x=0$:

$$f_{m2} = \frac{1}{2} n(+l_n) \frac{dl_n}{dn}$$

Le taux moyen de flux de e^- par unité de surface.



Le sens positif est le sens de x^+ : $J_m = f_{m1} - f_{m2}$

$$J_m = \frac{1}{2} (n(-l_n) - n(+l_n)) v_{thn}$$

• En utilisant la formule de Taylor (pour approx à $x = \pm l_n$)

$$n(\pm l_n) = n(0) \pm l_n \frac{dn(0)}{dx}$$

$$\Rightarrow J_m = -D_n \frac{dn(0)}{dx}$$

$$J_n = l_n v_{thn}$$

Je détermine J_{nR} en intégrant les e^- de déplacement (coeff de diffusion) des régions de fortes concentrations vers les régions de faibles concentrations des électrons

$$J_n dx = -q f_m \Rightarrow J_n dx = q D_n \frac{dn}{dx}$$

Relation de Einstein:

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q}$$

cas général: $\vec{J} = \vec{J}_n + \vec{J}_p$ et $\vec{J}_n = q n \mu_n \vec{E} + q D_n \nabla n$
 $\vec{J}_p = q p \mu_p \vec{E} - q D_p \nabla p$

donc $\vec{J} = J_n (q n \vec{E} + kT q \nabla n)$
 $\vec{J} = J_p (q p \vec{E} - kT q \nabla p)$

• Pour $P_n = n_i^2$

Le taux de recombinaison

$$R_R = \beta \frac{P_n}{n_i n}$$

• En équilibre thermique: pour un sc de type n:

Le taux de génération $G_R = R_R = \beta n_0 p_0$

indique une e^- de densité de trous

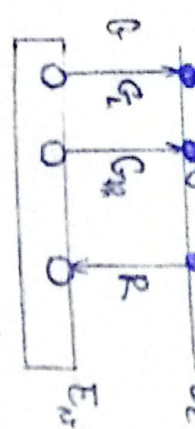
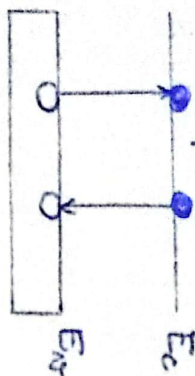
$$R = \beta n n_i$$

$$\Delta n = n - n_0$$

$$G = G_L + G_R$$

les concentrations en excès de porteurs

$\Delta n = \Delta p$ pour maintenir la neutralité globale de la charge.



- si $G > R$: injection (Augmentation de la densité des porteurs)
- si $G < R$: extraction (Diminution de la densité des porteurs)

Le taux de changement de concentration de trous est :

$$\frac{dp}{dt} = G - R = G_L + G_R - R$$

* En Régime Permanent :

$$\frac{dp}{dt} = G - R$$

$$U = R - G_{th}$$

* Régime à faible injection : $\Delta p, \Delta n \ll n_0$

À l'équilibre thermique : $U = 0$

La cste de recombinaison due à vie τ_p

$$\tau_p = \frac{1}{B n_0}$$

$$E_{R.P.} : G_L = U = \frac{\Delta p}{\tau_p}$$

$$p_n = p_{n_0} + \Delta p$$

$$\Delta p = p_n - p_{n_0}$$

• Condition aux limites : $p_n(t=0) = p_{n_0} + \dots$

$$p_n(t \rightarrow \infty) = p_{n_0}$$

$$\frac{dp_n}{dt} = G_L - \frac{p_n}{\tau_p} = \dots = - \frac{p_n}{\tau_p}$$

$$(G_L = \frac{\Delta p}{\tau_p}) \quad X = p_n - p_{n_0}$$

$$\frac{dX}{dt} = \dots \rightarrow \ln(X) = \dots + C ; C = \text{cst}$$

$$\rightarrow X = K e^{\dots} \Rightarrow p_n - p_{n_0} = K \tau_p$$

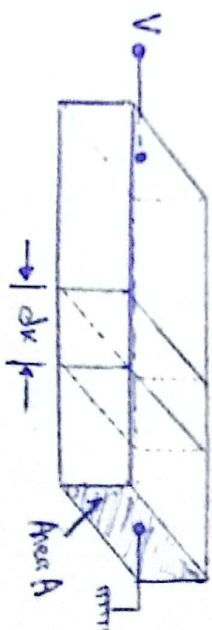
$$\text{Comme } p_n(t=0) = p_{n_0} + \dots \Rightarrow K = \dots$$

$$\text{donc } p_n = p_{n_0} + \dots$$

$$G_L = U = \frac{p_n - p_{n_0}}{\tau_p}$$

En régime stationnaire et à faible injection

* Équation de continuité



$$\frac{J_n(x)}{q A dx} = \frac{q p_n \cdot J_n(x) dx}{q A dx}$$

$$n \cdot x \cdot dx$$

nombre de électrons dans la tranche en X, moins le nombre de recombinaisons

Le taux de variation global du nombre d'e- dans la tranche est :

$$\frac{\partial n}{\partial t} A dx = \left[\frac{J_n(x) A}{-q} - \frac{J_n(x+dx) A}{-q} \right] + (G_n - U_n) A dx$$

(3)

A : section ; A dx : volume de la tranche

l'eq. de base de la continuité pour les e^- :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = +\frac{1}{q} \frac{\partial \bar{J}_n(x)}{\partial x} + (G_n - U_n)$$

— pour les trous:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} \frac{\partial \bar{J}_p(x)}{\partial x} + (G_p - U_p)$$

* Cas unidimensionnel dans des conditions de faible injection:

$$U_n = \frac{n_p - n_{p0}}{\epsilon_n}$$

$$U_p = \frac{p_n - p_{n0}}{\epsilon_p}$$

$$\bar{J}_n = q n n E + q D_n \frac{\partial n}{\partial x} \Rightarrow \frac{1}{q} \frac{\partial \bar{J}_n}{\partial x} = \mu_n \frac{\partial n}{\partial x} E + D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$$

$$\bar{J}_p = q p p E - q D_p \frac{\partial p}{\partial x} \Rightarrow -\frac{1}{q} \frac{\partial \bar{J}_p}{\partial x} = -(\mu_p \frac{\partial p}{\partial x} E + D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2})$$

* les eq. de continuité pour les porteurs minoritaires (cà d

un semi-conducteur de type P ou P_n dans un SC de type N)

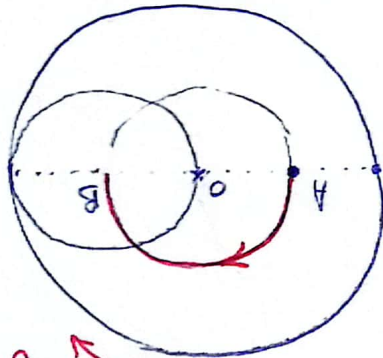
$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = \mu_n \frac{\partial n_p}{\partial x} E + \mu_n p \frac{\partial E}{\partial x} + D_n \frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2} + G_n - \frac{1}{\epsilon_n} \frac{p_{n0} - p_0}{\epsilon_n}$$

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -\mu_p \frac{\partial p_n}{\partial x} E - \mu_p p_n \frac{\partial E}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} + G_p - \frac{1}{\epsilon_p} \frac{p_{n0} - p_0}{\epsilon_p}$$

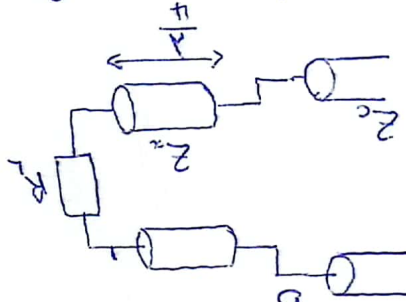
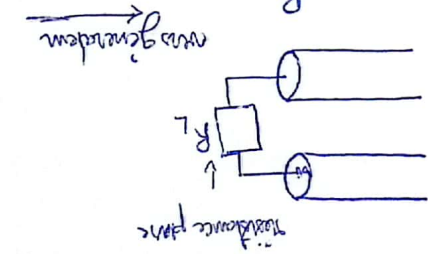
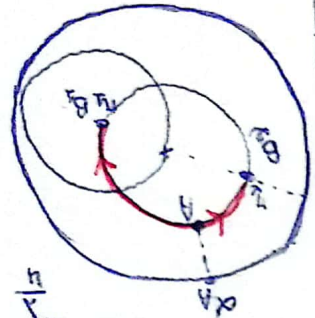
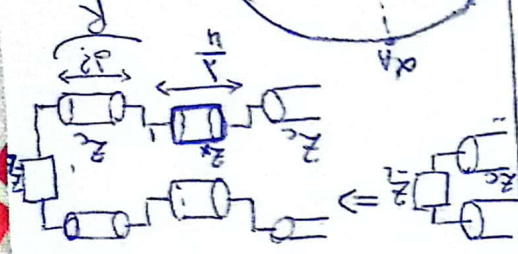
Adaptation des lignes de transmission

Adaptation par un ligne quart d'onde ($\frac{\lambda}{4}$) :

vers générateur



R : oui, en effet, il suffit d'ajouter une longueur de ligne telle que :



$$\frac{\partial \Gamma}{\partial Z} = \frac{\partial \Gamma}{\partial Z_L} = \frac{\partial \Gamma}{\partial Z_c}$$

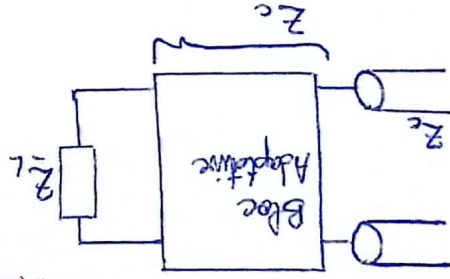
Pour avoir un adaptateur : il faut que $Z_B = Z_c \cdot \Gamma_B = \frac{Z_c}{\Gamma_L}$

$$\frac{Z_c}{Z_L} = \frac{Z_c}{Z_B} \Rightarrow Z_c = R_L Z_B$$

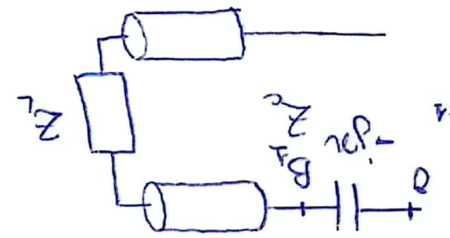
$$Z_c = \sqrt{R_L Z_L}$$

on a charge $Z_L = R_L + jX_L$: peut-on adapter cette impédance ?

Principe :



Adaptation au moyen d'effets réactifs (ou réactifs) :



$$\Gamma_A \rightarrow \Gamma_B \rightarrow \Gamma$$

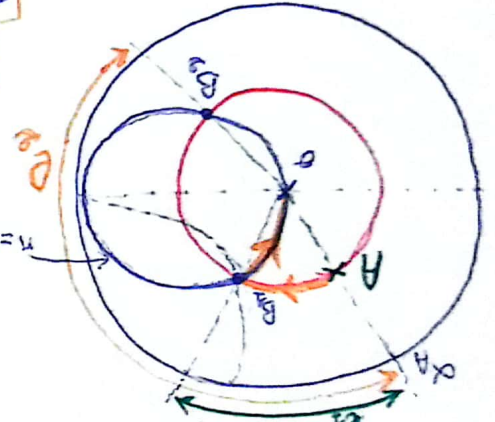
$$\Gamma_A = \alpha_B - \alpha_A + n \frac{\lambda}{4} \text{ et } \Gamma_B = 1 + j \cdot x > 0$$

$$\Gamma_0 = \Gamma_B + (-j \cdot x) = 1 + j \cdot 0$$

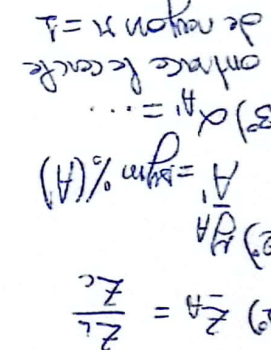
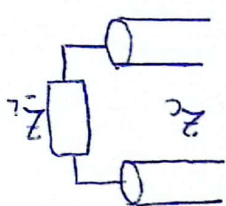
$$\Gamma_A \rightarrow \Gamma_B \rightarrow \Gamma$$

$$\Gamma_B = \alpha_B - \alpha_A + n \frac{\lambda}{4}$$

$$\Gamma_B = 1 - j \cdot x \text{ et } \Gamma_0 = \Gamma_B + j \cdot x = 1 + j \cdot 0$$



⇒ stab em // ⇒
7. on-hauteufe
em ad-miffence


$$x_i^T - r = r g_i \quad \dots = r g_p$$

$$x_{B_2} = 1 + x_{B_1}$$

5) Calcul de d : (1^{re} solution $d_A = \alpha_{B_1} - \alpha_{A_1} + n \frac{\lambda}{2}$)

$$\alpha \text{ solution } dz = \alpha B_2 - \alpha A_1 + n \frac{1}{2}$$

5) longueur du sub: le sub est équivalent à une sous-partie variable

si Z_c du stub est égale à Z_c de la LSP

\Rightarrow La longueur caractéristique λ pour la première réflexion correspond à $\lambda/2$ pour la deuxième réflexion.

$$\frac{c}{\mu} + \rho_c - \rho = c$$

Les guides d'ondes

Guide Rectangulaire:

* Sol: d'eq. d'onde:

$$\Delta \left(\frac{\bar{H}_z}{\bar{H}_0} \right) = k^2 \left(\frac{\bar{H}_z}{\bar{H}_0} \right) \text{ avec } k = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)$$

Equation d'onde (d'Helmholtz)

si Ψ représente une composante du champ \vec{E} ou \vec{H} alors

$$\Delta \bar{\Psi} = k^2 \bar{\Psi}$$

$$\Psi = \psi(x, y, z)$$

$$\psi(x, y, z) = \bar{X}(x) \bar{Y}(y) \bar{Z}(z)$$

linéaire, homogène

$$\Rightarrow \frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} + \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = k^2$$

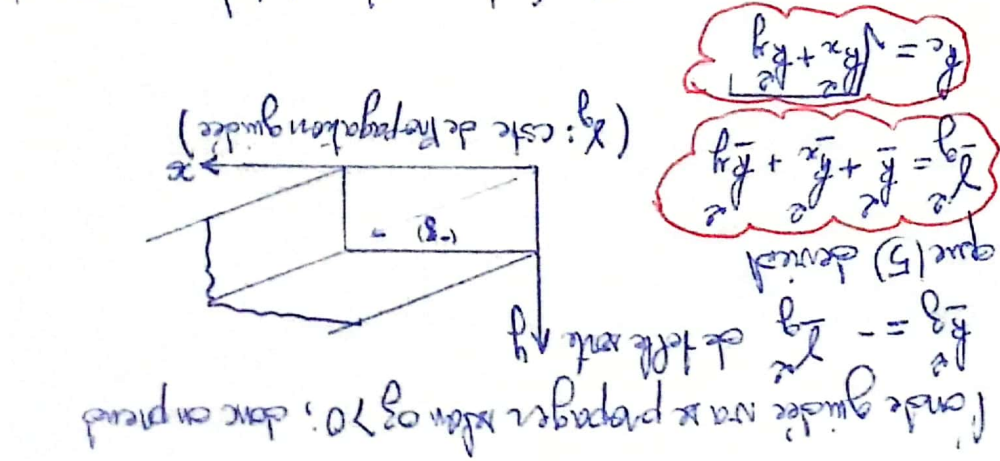
$$\Rightarrow \frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = -k_x^2$$

$$\frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} = -k_y^2$$

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = -k_z^2$$

$$\Rightarrow -k_x^2 - k_y^2 - k_z^2 = k^2$$

$$\begin{aligned} \bar{X}(x) &= \bar{A} \cos k_x x + \bar{B} \sin k_x x \quad (a) \\ \bar{Y}(y) &= \bar{C} \cos k_y y + \bar{D} \sin k_y y \quad (b) \\ \bar{Z}(z) &= \bar{E} \cos k_z z + \bar{F} \sin k_z z \quad (c) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} k_g^2 &= k_x^2 + k_y^2 \\ k_c &= \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \end{aligned}$$

Dans un milieu sans perte (milieu du guide), on a $\sigma < 0$ et $k_g^2 = j\omega\mu \times j\omega\epsilon = -\omega^2 \mu \epsilon = -k_c^2$ d'où $k_g^2 = -\omega^2 \mu \epsilon + k_c^2$

$$k_g^2 = \omega^2 \mu \epsilon$$

on est la pulsation de coupure $f_c = \frac{\omega_c}{2\pi}$ la freq de coupure

$$f_c = \frac{\sqrt{k_x^2 + k_y^2}}{2\pi}$$

dans ce cas, pas de propagation, il y a atténuation * lorsque $f > f_c$: il y a propagation

$$\begin{aligned} \bar{X}_g &= j k_0 \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \\ \bar{Y}_g &= \pm j \beta_g = j \omega \sqrt{\mu \epsilon} \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \\ \beta_g &= -k_x^2 + \omega^2 \mu \epsilon \end{aligned}$$

* lorsque $f < f_c$: $\beta_g = \pm \alpha_g = \frac{\omega}{4} \sqrt{\mu \epsilon} \sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1}$ \Rightarrow onde atténuée

Après la relation d'une onde guidée qui se propage selon $k_y > 0$ est :

$$\psi(x, y, z) = [A \sin(k_x x) + B \cos(k_x x)] [C \cos(k_y y) + D \sin(k_y y)] e^{-\gamma z}$$

* Modes Transverses électromagnétiques (TEM)

caractérisé par $E_z = 0$

Les équations en fonctions $\vec{rot}(\vec{E})$:

$$\vec{rot} \vec{E} = \nabla \wedge \vec{E} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \\ \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \end{pmatrix}$$

ona note $\vec{rot} \vec{E} = -j\omega \mu \vec{H}$
 $\vec{rot} \vec{H} = \vec{j} + j\omega \epsilon \vec{E}$

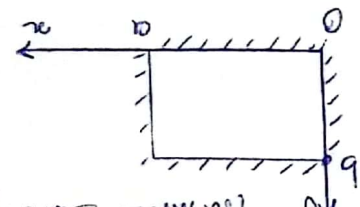
Le milieu de l'intérieur du guide est l'air, l'air est un diélectrique homogène, isotrope

$$\begin{cases} \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} = -j\omega \mu H_z \\ \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = j\omega \epsilon E_x \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = j\omega \epsilon E_y \end{cases}$$

pour $E_z = 0$ et $\frac{\partial}{\partial z} = -j\beta_z$ donc on a :

$$\begin{cases} +j\beta_z E_y = -j\omega \mu H_x \\ +j\beta_z E_x = +j\omega \mu H_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial x} = j\omega \epsilon E_x \\ \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = j\omega \epsilon E_x \end{cases}$$



Condition aux limites

Sur un mur au \sin c.p $E_t = 0 \Rightarrow E_y(x=0) = 0 \Rightarrow E_y(x=a) = 0$
 $E_x(y=0) = 0 \Rightarrow E_x(y=b) = 0$

$\Rightarrow H_x = -j\beta_z \frac{\partial H_y}{\partial x}$ et $H_y = j\beta_z \frac{\partial H_x}{\partial x}$

$(E_z) d(E_x) \Rightarrow E_x = -j\omega \mu \frac{\partial H_x}{\partial y}$

$(E_x) d(E_z) \Rightarrow j\omega \mu \frac{\partial H_x}{\partial x} = E_y$

$\frac{\partial}{\partial z} = -j\beta_z$

Pour $X(x)$: $\frac{\partial H_x}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial X}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial X}{\partial x}(x=0) = 0 \Rightarrow \frac{\partial X}{\partial x}(x=a) = 0 \Rightarrow k_x - A \sin(k_x a) = 0 \Rightarrow k_x a = m\pi$
 $k_x = \frac{m\pi}{a}$

$H_z(x, y, z) = [A \cos(k_x x) + B \sin(k_x x)] [C \cos(k_y y) + D \sin(k_y y)] e^{-\gamma z}$
 (conducteur parfait)

Pour γ_y : $\frac{\partial \gamma}{\partial y} = 0 \text{ ou } y = 0 \text{ ou } b \Rightarrow D=0$ et que $k_y = n\pi/b$

Finalement: $H_3(x,y,z) = H_3 \cos(\frac{m\pi}{a}x) \cos(\frac{n\pi}{b}y) e^{-\alpha z}$

$\bar{E}_2(x,y,z) = \bar{E}_{2m} \cos(\frac{m\pi}{a}x) \sin(\frac{n\pi}{b}y) e^{-\alpha z}$
 $\bar{H}_2(x,y,z) = H_{2m} \sin(\frac{m\pi}{a}x) \cos(\frac{n\pi}{b}y) e^{-\alpha z}$
 $\bar{E}_3(x,y,z) = \bar{E}_{3m} \sin(\frac{m\pi}{a}x) \cos(\frac{n\pi}{b}y) e^{-\alpha z}$
 $\bar{H}_3(x,y,z) = H_{3m} \cos(\frac{m\pi}{a}x) \sin(\frac{n\pi}{b}y) e^{-\alpha z}$

Evidence d'une double infinité de couples (m,n) qui correspondent à des modes possibles: Ces sont les modes TE_{mn}

Rq: E_{00} n'existe pas
 • on a $k_c = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ donc $k_{mn} = \sqrt{(\frac{m\pi}{a})^2 + (\frac{n\pi}{b})^2}$

β_y : cste de propagation guidée
 k_c : cste de propagation libre
 k_0 : cste de propagation libre dans le milieu qui correspond au guide

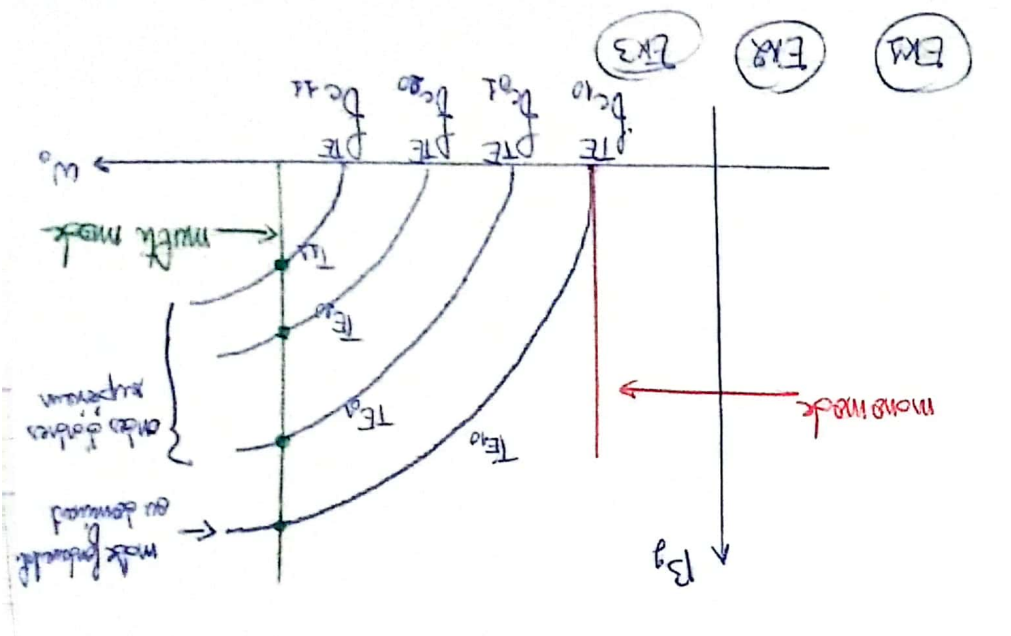
$k_0 = w_0 \sqrt{\epsilon \mu} = \frac{w_0}{v} = \frac{2\pi f_0}{v} = \frac{\lambda_0}{v}$
 $\beta_y = \frac{w_y}{v} = \frac{2\pi f_y}{v}$
 $k_c = \frac{w_c}{v} = \frac{2\pi f_c}{v}$
 Rq: pour que l'onde existe il faut que $\beta_y > 0 \Rightarrow k_0 > k_c$

fco de guidage
 pour $k_0 > k_c \Rightarrow \beta_y > 0$ (pour chaque mode (m,n))
 $k_{cm} = \frac{1}{\sqrt{(\frac{a}{m})^2 + (\frac{b}{n})^2}}$
 $\beta_y = k_0 \sqrt{1 - (\frac{k_c}{k_0})^2}$
 $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$

$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$
 $\beta_y = \frac{w_y}{v}$
 $k_0 = \frac{w_0}{v}$

• Modes transmisses magnétiques TM
 • caractérisés par $H_3 = 0$
 • Étude semblable aux modes TE:

$\bar{E}_3(x,y,z) = -\frac{\partial \bar{E}_2}{\partial y}$
 $\bar{H}_3(x,y,z) = \frac{\partial \bar{E}_2}{\partial x}$
 $\bar{E}_2(x,y,z) = \bar{E}_{2m} \cos(\frac{m\pi}{a}x) \sin(\frac{n\pi}{b}y) e^{-\alpha z}$
 $\bar{H}_2(x,y,z) = H_{2m} \sin(\frac{m\pi}{a}x) \cos(\frac{n\pi}{b}y) e^{-\alpha z}$



Rq: TM_{0n} d.TM_m n'existe pas
 $\Rightarrow \exists$ double infinité de TM