Traitement du Signal

Zakia Jellali

Institut Supérieur des Etudes Technologiques de Gabès

2020/2021

Chapitre1 : Généralités sur les Signaux

Plan du Chapitre 1

1. Introduction : définitions

2. Modèle mathématique d'un signal

3. Classification des signaux

    a) 1ier classement : déterministes/aléatoires
    b) 2ème classement : continus/discrets
    c) 3ème classement : énergie finie/puissance finie
    d) 4ème classement : autres propriétés

4. Notion de rapport signal sur bruit

1. Introduction

- **Signal :**

Représentation physique d'une information à transmettre
Entité qui sert à véhiculer une information

Exemple :

- ✓ signal sonore délivré par un microphone (parole, musique, …)
- ✓ Signal biologique : EEG (activité électrique du cerveau) , ECG (activité électrique du cœur)
- ✓ tension aux bornes d'un condensateur
- ✓ Images, vidéos

- **Traitement du signal :**

Discipline qui développe et étudie les techniques de traitement, d'analyse (Interprétation) et de transformation (adapter le signal aux besoins) des signaux en vue de leur exploitation

1. Introduction

Opération particulaire : réduction du bruit : le but ici est de réussir à extraire du maximum d'information utile d'un signal perturbé par le bruit (débruitage)

Nouvelle notion : bruit !

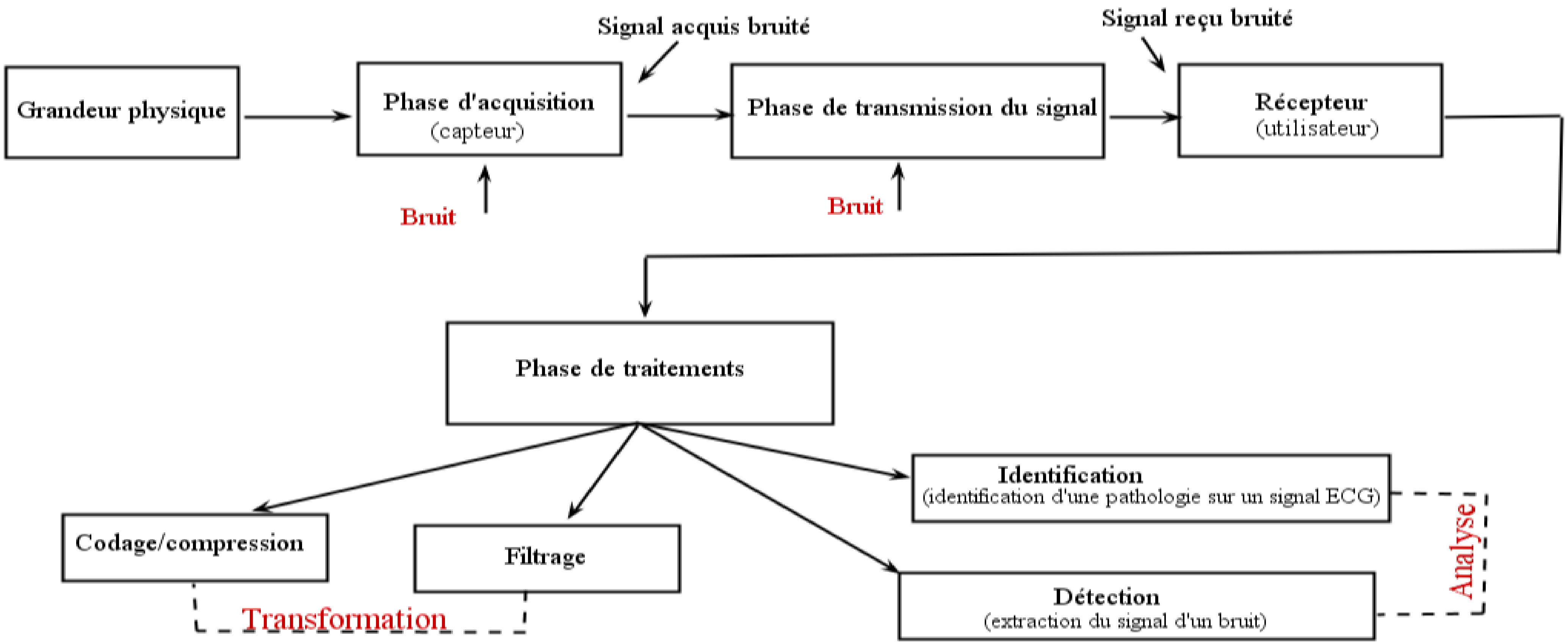
- **Bruit :**

Tout phénomène perturbateur pouvant gêner la transmission ou la perception et l'interprétation d'un signal,
Désigne les éléments indésirables qui s'ajoutent à un signal,
Tout signal physique comporte du bruit = une composante parasite (dépend du hasard : aléatoire)

Exemple : bruit de mesure lors de l'acquisition du signal, bruit de transmission, etc

1. Introduction

- **Chaine de traitement de l'information :**



Plan du Chapitre 1

2. Modèle mathématique d'un signal

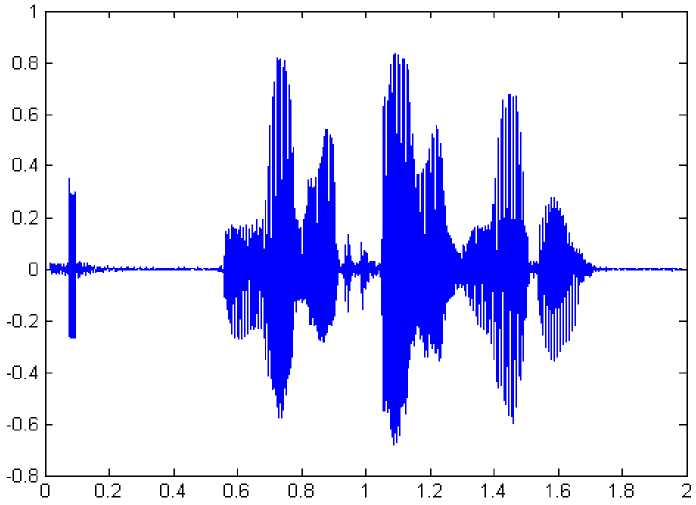
2. Modèle mathématique d'un signal

- Le modèle mathématique d’un signal est une fonction à une ou plusieurs variables réelles ou complexes à une ou plusieurs dimensions,

- Si la fonction est monodimensionnelle (fonction d'un seul paramètre), , on parle d’un signal scalaire. Le signal est dit 1D

  En général, il est noté par **x(t)** (t pas forcément le temps : une position, une mesure,…)

  Exemple : **signal de parole**



- Si la fonction est bidimensionnelle (fonction de deux paramètres),

  Le signal est dit **2D**, il s’agit d’une matrice noté par **X(i,j)**

2. Modèle mathématique d'un signal

Exemple : **Image Lena en niveaux de gris** :
L'intensité (niveau de gris) de chaque pixel repéré par les deux coordonnées cartésiennes dans l'image

- Si la fonction est à trois variables, le signal est dit **3D**, il est noté par **X(i,j,t)**

Exemple : **film noir & blanc (vidéos)**

Plan du Chapitre 1

3. Classification des signaux

   a) 1^{ier} classement : Classification phénoménologique

3. Classification des Signaux

Classification des signaux selon différentes catégories : dimension (1D,2D, 3D), évolution (certaine/aléatoire), énergie, morphologie (continu/discret), …

a) <u>1ier classement : Classification phénoménologique</u>

On considère la nature de l ’évolution du signal en fonction du temps : évolution déterministe ou aléatoire des signaux

1) Signaux déterministes : l'évolution en fonction du temps *t* peut être parfaitement décrite grâce à une description (modèle) mathématique,

- Signaux périodiques : un signal x(t) est périodique s’il existe un réel T>0 , tel que : $x(t) = x(t + kT), \quad k \in \mathbb{Z}$, T : période,

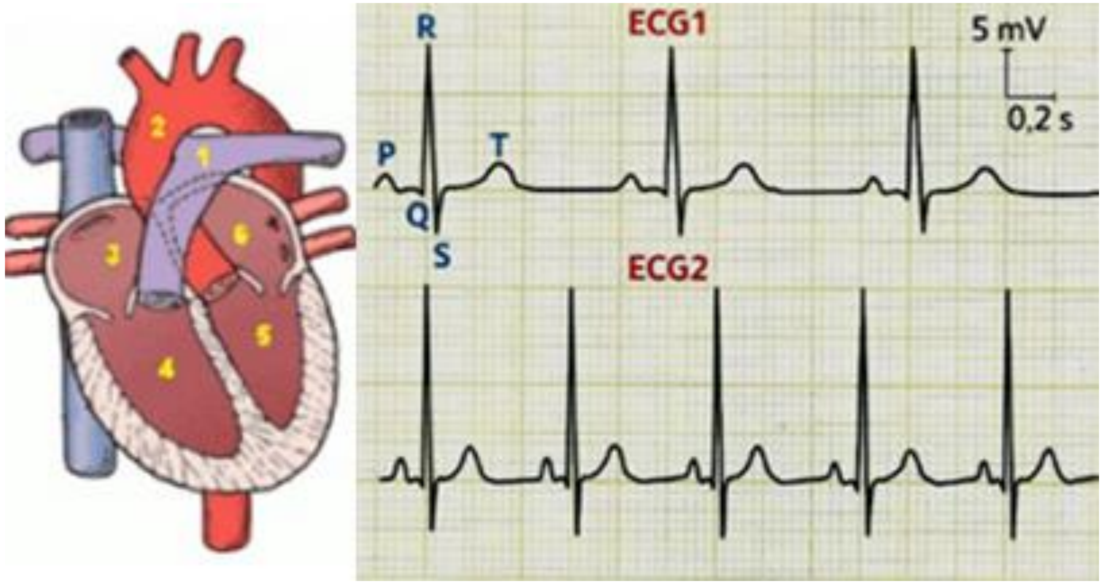
3. Classification des Signaux

<u>Exemple</u> :

- ✓ Le signal sinusoïdal est le plus représentatif de ces signaux périodiques:

  $$x(t) = Asin(wt + a) = Asin\left(2\pi\frac{t}{T} + a\right) = Asin(2\pi f t + a)$$

- ✓ Signal ECG :



3. Classification des Signaux

- Signaux non périodiques : peuvent être quasi-périodiques ou transitoires

  <u>Exemple</u>: Les signaux quasi-périodiques sont produits par la somme ou le produit de signaux sinusoïdaux de périodes dont le rapport n'est pas rationnel. Ainsi, le signal :

$$x(t) = A\sin\left(2\pi\frac{t}{T_1}\right) + B\sin\left(2\pi\frac{t}{T_2}\right)\ Avec\ \frac{T_1}{T_2} \notin \mathbb{Q}$$

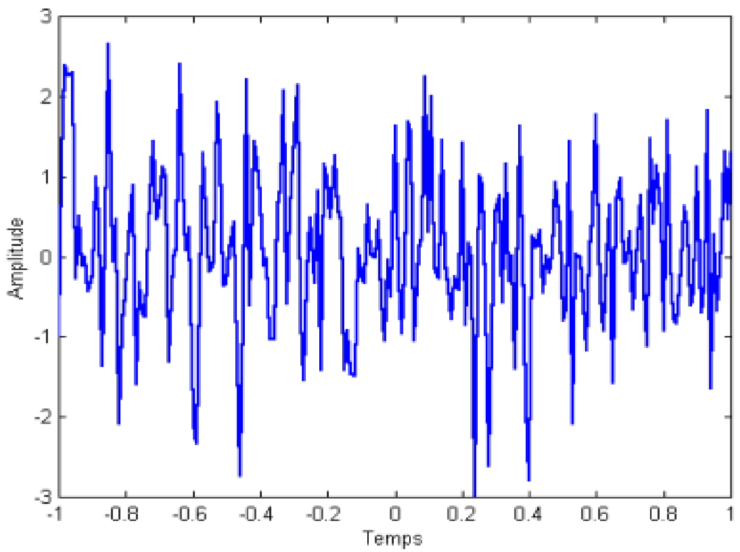
2) Signaux aléatoires (stochastiques) :

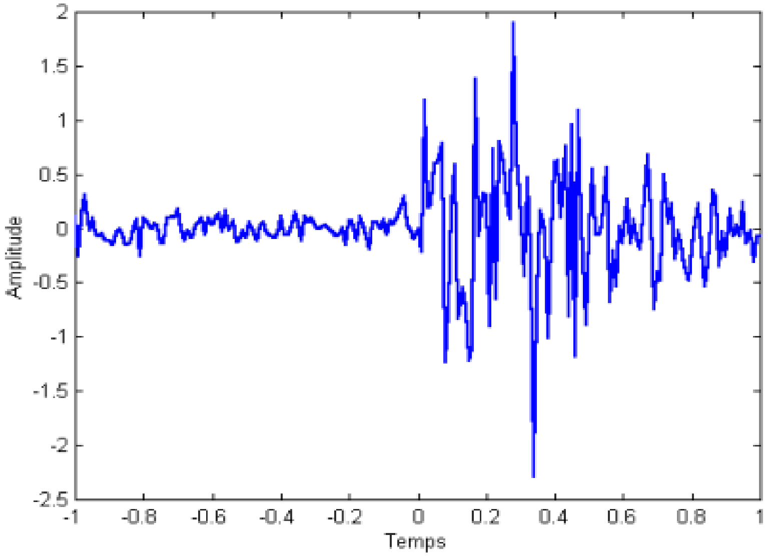
- Signaux dont l'évolution temporelle est imprévisible et dont on ne peut pas prédire la valeur à un temps t.

3. Classification des Signaux

- La description est basée sur les propriétés statistiques des signaux(moyenne, variance, loi de probabilité, …)

  - Signaux stationnaires : les propriétés statistiques sont invariantes dans le temps
  - Signaux non stationnaires : peuvent être quasi-stationnaires ou quelconques (variation lente dans le temps)
    - stationnaires
    - Non-stationnaires





Plan du Chapitre 1

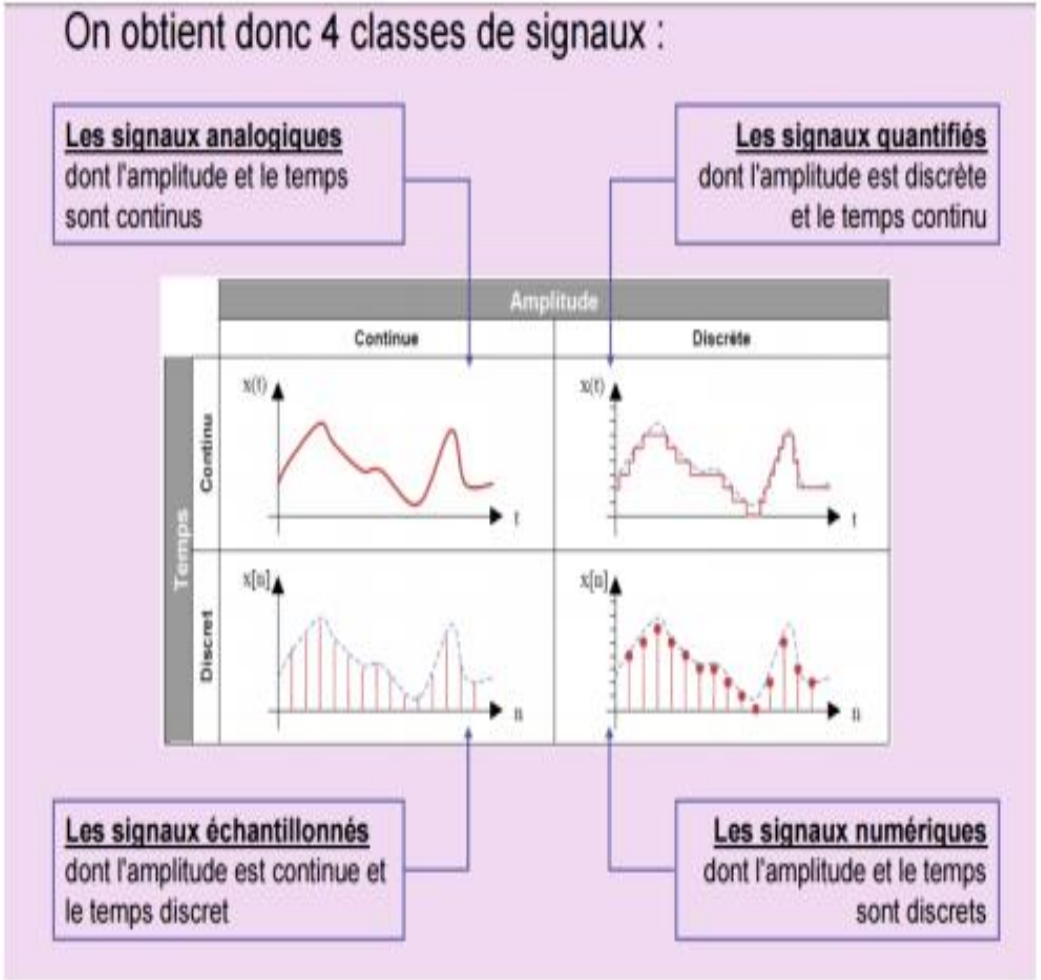
3. Classification des signaux

   b) 2ème classement : Classification morphologique

3. Classification des Signaux

b) <u>2eme classement : Classification morphologique</u>

On distingue les signaux à évolution temporelle continue
et des signaux à évolution temporelle discrète ainsi
que ceux dont l'amplitude est continue ou discrète

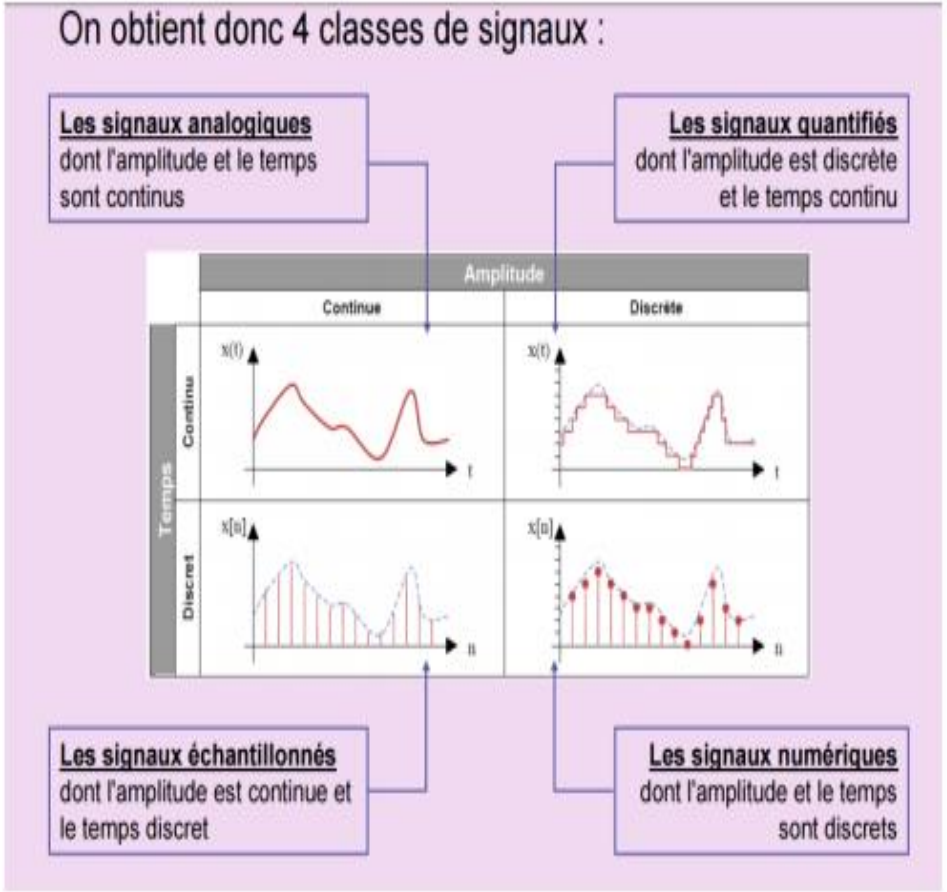


3. Classification des Signaux

b) 2eme classement : Classification morphologique

Notion valable pour les signaux aléatoires et déterministes

- Le signal à amplitude et temps continus appelé couramment **signal analogique**
- Le signal à amplitude continue et temps discret appelé **signal échantillonné**
- Le signal à amplitude discret et temps continu appelé **signal quantifié**
- Le signal à amplitude discret et temps discret appelé **signal numérique**



Plan du Chapitre 1

3. Classification des signaux

   c) 3ème classement : énergie finie/puissance finie

      1) Energie et puissance

      2) Signaux à énergie finie

      3) Signaux à puissance finie

4. Classification des Signaux

c) 3ème classement : Classification énergétique

1) Energie et puissance

Soit x(t) un signal quelconque (fonction complexe),

❑ **Energie d'un signal**

- Energie sur [t1, t2] est définie par :

$$E_x(t1, t2) = \int_{t1}^{t2} |x(t)|^2 dt$$

- Energie totale est définie par :

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$$

4. Classification des Signaux

c) 3ème classement : Classification énergétique

1) Energie et puissance

❑ Puissance moyenne d'un signal

- La puissance moyenne sur [t1, t2] est définie par :

$$P_x(t1,t2) = \frac{1}{t2-t1}\int_{t1}^{t2} |x(t)|^2 dt$$

- La puissance moyenne totale est définie par :

$$P_x = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt$$

Cas de signaux périodiques :

la puissance moyenne totale est égale à la puissance moyenne sur une période

$$P_X = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt$$

4. Classification des Signaux

c) 3ème classement : <u>Classification énergétique</u>

2) Signaux à énergie finie :

- Un signal **x(t)** est à énergie finie si l'intégrale suivante existe :

$$\boxed{E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \quad \text{c-a-d} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt < +\infty}$$

- <u>Exemple</u> : calculer l'énergie totale et la puissance moyenne du signal rectangulaire **x(t)=rect(t/T)**

- Signaux à énergie finie →puissance moyenne nulle

4. Classification des Signaux

c) 3ème classement : Classification énergétique

3) Signaux à énergie infinie (à puissance moyenne finie):

- Signaux à énergie infinie → puissance moyenne non nulle : Cas des signaux périodiques

- Exemple : Calculer la puissance moyenne du signal sinusoïdal représenté par la fonction

$$x(t) = A\cos(\omega t)$$

Plan du Chapitre 1

3. Classification des signaux

   d) 4ème classement : autres propriétés

4. Classification des Signaux

c) 4ème classement : <u>autres propriétés</u>

1) <u>Parité :</u>

- Un signal x(t) est pair si x(t)=x(-t)
- Un signal x(t) est impair si x(t)=-x(-t)
- Tout signal réel x(t) est la somme d'un signal pair xp(t) et d'un signal impair xi(t) :

$$x(t) = xp(t) + xi(t)$$

$$xp(t) = \frac{x(t) + x(-t)}{2}$$

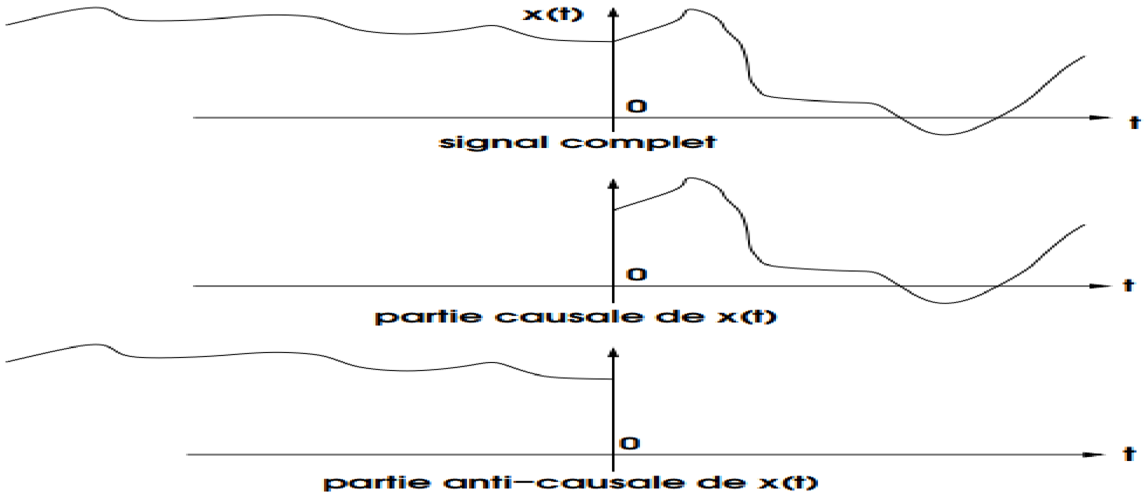
$$xi(t) = \frac{x(t) - x(-t)}{2}$$

4. Classification des Signaux

c) 4ème classement : <u>autres propriétés</u>

2) <u>Causalité :</u>

- Un signal x(t) est dit causal ssi $x(t) = 0 , \forall\ t < 0$
- Un signal x(t) est dit anti-causal ssi $x(t) = 0 , \forall\ t > 0$



Plan du Chapitre 1

4. Notion de rapport signal sur bruit

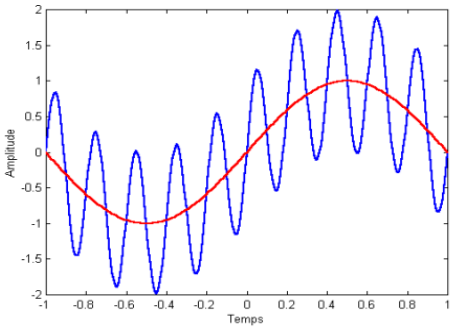
5. Notion de rapport signal sur bruit

- Le rapport signal sur bruit (Signal to Noise Ration SNR en anglais) est un indicateur de la qualité de la transmission de l'information : mesure la quantité du bruit contenue dans le signal
- Déterminer la qualité d'un signal →introduction d'un **R**apport **S**ignal sur **B**ruit (**RSB**) quantifiant l'effet du bruit défini par

$$\boxed{RSB = \frac{P_S}{P_b} \quad ou \quad RSB(dB) = 10\log_{10}\left(\frac{P_s}{P_b}\right)}$$

Avec : P_s est la puissance du signal et P_b celle du bruit

$$RSB_{dB} = 0$$



$$RSB_{dB} = 26$$