

1<sup>ère</sup> année

C.C de Probabilités

Enseignants: Anis Younes

Noura Dridi

31 Octobre 2018

Durée : 1h30

Ministère de l'enseignement Supérieur

Université de Gabès

École Nationale d'Ingénieurs de Gabès

Documents : non autorisés. Calculatrice : autorisée.

Toute réponse doit être justifiée.

La précision demandée est 4 décimales.

### Exercice 1 (3pts)

Préciser, à chaque fois :

le type de la variable aléatoire, le nom de la loi et les paramètres.

Les réponses doivent être justifiées

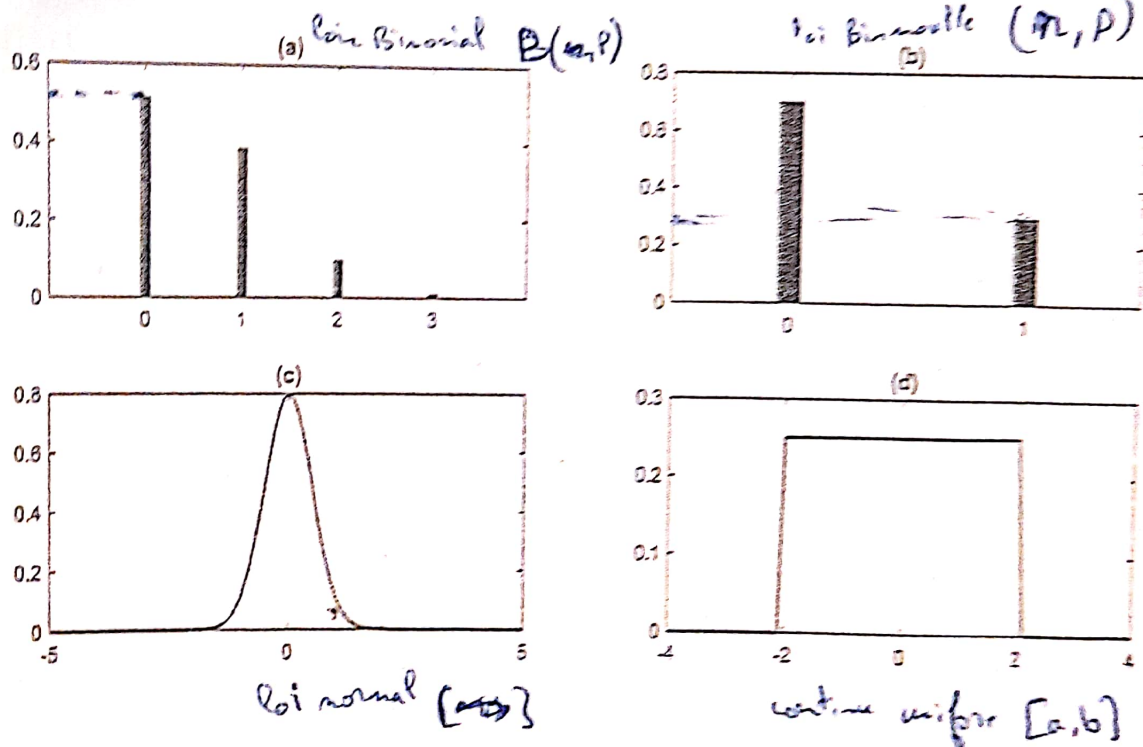


FIGURE 1 – Représentation graphique de quelques lois usuelles

### Exercice 2 (5pts)

On s'intéresse à la population des personnes âgées de plus de 65 ans d'un certain pays en 2017. Dans cette population : 5% des personnes sont atteintes d'une maladie incurable appelée maladie A et parmi celles-ci les deux tiers sont des femmes.

Dans la population 58% sont des femmes; On choisit au hasard une personne dans cette population.

1. Donner le digramme en arbre de cette situation.
2. La personne choisie est un homme. Déterminer la probabilité que cet homme soit atteint de la maladie A.
3. Calculer la probabilité de l'évènement : la personne choisie est atteinte de la maladie A sachant que c'est une femme.
4. Peut-on affirmer que, dans ce pays en 2017, dans la population des personnes âgées de plus de 65 ans, une femme risquait davantage de développer la maladie A qu'un homme? Justifier.

### Exercice 3 (5pts)

Un fabricant d'ordinateurs portables souhaite vérifier que la période de garantie qu'il doit associer au disque dur correspond à un nombre pas trop important de retours de ce composant sous garantie. Des essais en laboratoire ont montré que la loi suivie par la durée de vie, en années, de ce composant est la loi exponentielle de moyenne 4.

1. Préciser la fonction de répartition de cette loi ainsi que son espérance  $E(X)$  et son écart-type  $\sigma$ .
2. Quelle est la probabilité qu'un disque dur fonctionne sans défaillance plus de quatre ans?
3. Quelle est la probabilité qu'un disque dur fonctionne sans défaillance six ans au moins, sachant qu'il a fonctionné déjà cinq ans.
4. Quelle est la probabilité que la durée de vie appartienne à l'intervalle :  $[E(X) - \sigma, E(X) + \sigma]$ ?
5. Pendant combien de temps, 50% des disques durs fonctionnent-ils sans défaillance?

$$\frac{1}{\beta} e^{-x/\beta}$$

$$\begin{cases} 0 < x < \infty \\ e^{-x/\beta} + 1 - x > 0 \end{cases}$$

$$E(X) = \beta$$

$$V(X) = \beta^2$$

### Exercice 4 (7pts)

Une ligne de transmission entre un émetteur et un récepteur transporte des pages de texte, chaque page étant représentée par 100000 bits.

La probabilité pour qu'un bit soit erroné est estimée à 0,0001 et on admet que les erreurs sont indépendantes les unes des autres.

Partie A :

Soit  $X$  la variable aléatoire donnant le nombre d'erreurs lors de la transmission d'une page.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par  $X$ ? *binom*  
Calculer la moyenne et l'écart type de  $X$ .
2. On admet que cette loi peut être approchée par une

*normal*



---

loi normale de paramètres  $m = 10$  et  $\sigma = \sqrt{10}$ . Dans ces conditions, déterminer la probabilité pour qu'une page comporte au plus 15 erreurs.

*Partie B :*

*Pour corriger les erreurs commises à la suite de la transmission d'une page, on transmet cette page autant de fois qu'il le faut jusqu'à l'obtention d'une page sans erreur.*

*Soit  $Y$  la variable aléatoire égale au nombre de transmissions (d'une même page) nécessaires pour obtenir une page sans erreur. On suppose que  $p = 0,05$  est la probabilité de transmission d'une page sans erreur et  $q = 1 - p$  est la probabilité de transmission d'une page avec erreur.*

*On admet que  $Y$  suit la loi de probabilité  $P$  définie par  $P(Y = n) = pq^{n-1}$  ; pour tout  $n$  entier naturel non nul.*

3. Calculer  $P(Y \leq 5)$ .
4. Montrer que pour tout entier  $n \geq 1$ ,  $P(Y \leq n) = 1 - q^n$ .

Table de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite  $\mathcal{N}(0; 1)$  :

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7793	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8906	0.8925	0.8943	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9986	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Table de la loi normale  $\mathcal{N}(0; 1)$  donnant la valeur  $\zeta_{\alpha/2}$  telle que  $P(-\zeta_{\alpha/2} < Z < \zeta_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$ .

$\alpha$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00		2,576	2,326	2,170	2,054	1,960	1,881	1,812	1,751	1,695
0,10	1,645	1,598	1,555	1,514	1,476	1,440	1,405	1,372	1,341	1,311
0,20	1,282	1,254	1,227	1,200	1,175	1,150	1,126	1,103	1,080	1,058
0,30	1,036	1,015	0,994	0,974	0,954	0,935	0,915	0,896	0,878	0,860
0,40	0,842	0,824	0,806	0,789	0,772	0,755	0,739	0,722	0,706	0,690
0,50	0,674	0,659	0,643	0,628	0,613	0,598	0,583	0,568	0,553	0,539
0,60	0,524	0,510	0,496	0,482	0,468	0,454	0,440	0,426	0,412	0,399
0,70	0,385	0,372	0,358	0,345	0,332	0,319	0,305	0,292	0,279	0,266
0,80	0,253	0,240	0,228	0,215	0,202	0,189	0,176	0,164	0,151	0,138
0,90	0,126	0,113	0,100	0,088	0,075	0,063	0,050	0,038	0,025	0,013



1<sup>ère</sup> année GCV+GEA  
C.C de Probabilités  
Enseignant: Noura Dridi  
28 Octobre 2016  
Durée : 1h30

Ministère de l'Enseignement Supérieur  
Université de Gabès  
École Nationale d'Ingénieurs de Gabès

Documents : non autorisés. Calculatrice : autorisée.  
Toute réponse doit être justifiée.  
La précision demandée est 4 décimales.

Exercice 1 (4points :2+0.5+1+0.5)

Soit  $A$  et  $B$  deux événements indépendants

1. Montrer que  $\bar{A}$  et  $\bar{B}$  sont indépendants.

*Application : On considère toujours la même hypothèse ( $A$  et  $B$  sont indépendants), tel que  $P(A) = 0.3$  et  $P(B) = 0.15$ . Calculer*

2.  $P(A \cap B)$
3.  $P(\bar{A} \cup \bar{B})$
4.  $P(\bar{A}|\bar{B})$

Exercice 2 (6points :1+1.5+1+1+1.5)

Monsieur Amine est un grand distrait. Le matin, il oublie d'emporter son cartable avec une probabilité de 0,1. Lorsqu'il oublie son cartable, il oublie son parapluie une fois sur trois. La probabilité qu'il oublie son parapluie sachant qu'il n'a pas oublié son cartable est de 0.8.

1. Quelle est la probabilité que Monsieur Amine oublie son cartable et son parapluie ?
2. Quelle est la probabilité que Monsieur Amine n'oublie que son cartable ?
3. Quelle est la probabilité que Monsieur Amine n'oublie pas son parapluie ?
4. Sachant qu'il a oublié son parapluie, quelle est la probabilité que Monsieur Amine n'oublie pas son cartable ?
5. Quelle est la probabilité que Monsieur Amine oublie son cartable ou son parapluie ?

Exercice 3 (6points :1+1+2+2)

Combien de nombres de quatre chiffres peuvent être constitués des chiffres 1, 2, 3, 4, 5 et 6, si :

1. Chaque chiffre ne peut apparaître plus d'une fois ?

- 
2. Chaque chiffre peut apparaître plus d'une fois ?
  3. Supposons qu'une personne gagne un prix de 1000 dinars si elle détient le numéro 1234, quelle est dans chaque cas (1) et 2)), la probabilité de gagner le prix.
  4. Supposons maintenant qu'un prix de 50 dinars est remis à la personne dont le billet comporte tout autre arrangement des chiffres 1234( càd 1243, 1324,...,4321,...). On considère que chaque chiffre ne peut apparaître plus d'une fois. Quelle est la probabilité de gagner le prix pour ce tirage.

**Exercice 4** (4points :2.5+1.5)

*Une étude a permis d'établir que 20% de tous les véhicules se présentant à une intersection ayant des feux de circulation, veulent tourner à gauche. La voie permettant le virage à gauche a une capacité de 4 voitures.*

*Quelle est la probabilité que cette voie ne soit pas suffisante pour accommoder tous les véhicules qui veulent tourner à gauche lorsque le nombre de véhicules qui se présentent à l'intersection, lorsque le feu est rouge, est :*

1. 6 ?
2. 7 ?