FACULTE DES SCIENCES DE MONASTIR DEPARTEMENT DE PHYSIQUE LEEA2	Série N°1 Signaux et systèmes continus	2012/2013

Exercice 1 : Calcul d'énergie

Calculer l'énergie des signaux suivants :

- $x(t) = e^{-at}.\epsilon(t) \;\; a \in \mathbb{R}_+^*$
- $x(t) = te^{-at}.\epsilon(t) \;\; a \in \mathbb{R}_+^*$
- $x(t) = e^{-\frac{t^2}{2a^2}}.\epsilon(t) \;\; a \in \mathbb{R}_+^*$

Exercice 2 : Calcul de puissance

1. Calculer la puissance moyenne des signaux :
   - $x(t) = x_0 \exp(2j\pi f_0 t)$
   - $x(t) = x_0 cos(2\pi f_0 t)$
   - $x(t) = U(t)$
2. Calculer la puissance moyenne d'interaction des signaux :

   $x_1(t) = x_1 \exp(2j\pi f_1 t)$ et $x_2(t) = x_2 \exp(2j\pi f_2 t)$

   En déduire la puissance moyenne des signaux :
   - $x_1(t) = x_1 \exp(2j\pi f_1 t) + x_2(t) = x_2 \exp(2j\pi f_2 t)$, $\;f_1 \neq f_2$
   - $x(t) = x_0 cos(2\pi f_0 t)$
3. Calculer la puissance moyenne d'interaction des signaux :

$$x_1(t) = U(t) \; et \; x_2(t)\,, signal\; périodique$$
$$x_1(t) = sgn(t) \; et \; x_2(t)\,, signal\; périodique$$

Exercice 3 : fonction rectangle

a) Donner l'équation d'une fonction rectangle d'amplitude A, de largeur 2T centrée au point t = τ .

b) Montrer que rect(t) = ε(t + 1/2) − ε(t − 1/2).

c) Montrer que rect(t/T) = ε(t + T/2) − ε(t − T/2).

d) Exprimer à l'aide de seules fonctions sgn la fonction $x(t) = A.rect(\frac{t-t_0-\frac{T}{2}}{\Delta})$.

Exercice 4 : fonction triangle

On défini la fonction tri(t) par :

$$tri(t) = \begin{cases} 1-|t| & si\ |t| < 1 \\ 0 & si\ |t| > 1 \end{cases}$$

a) Tracer $y_1(t) = tri(t)$.

b) Tracer $y_2(t) = tri(\frac{t-\tau}{T})$ (forme généralisée).

c) Calculer l'intégrale entre -∞ < t < +∞ des fonctions :

X1(t)= A.rect(t/Δ).

Y1(t)= A.tri(t/Δ).

d) Calculer la transformée de Fourier de rect(t).

e) Calculer la transformée de Fourier de tri(t).

Exercice 5 : Fonction cosinus

Soit le signal $x(t) = \begin{cases} A\cos(2\pi f_0) & pour -\frac{T}{2} < t < -\frac{T}{2} \\ 0 & sinon \end{cases}$

Le représenter dans l'espace de temps (T>$\frac{1}{f_0}$). Est-ce un signal d'énergie finie ou de puissance finie ?

Quel est le spectre en amplitude de ce signal ? Le représenter.

Calculer selon le cas, son énergie ou sa puissance pour la valeur particulière $T=T_0=1/f_0$

Exercice 6 : Transformée de Fourier

Pour le signal analogique $x(t) = e^{-at}.\epsilon(t)$

a) Calculer sa transformée de Fourier.
b) Son spectre d'amplitude et sa phase.
   Soit $y(t) = \cos(2\pi f_0 t)$
c) Calculer Z(f) sachant que z(t)= x(t).y(t).

Exercice 7 : Produit de convolution

A- Propriétés des produits de convolution

Montrer les propriétés suivantes :

- $x(t) * \delta(t) = \delta(t) * x(t) = x(t)$
- $x(t) * \delta(t - t_0) = x(t - t_0)$
- $x(t - t_1) * \delta(t - t_2) = x(t - t_1 - t_2)$
- $\delta(at) = \frac{\delta(t)}{a}$

B- Calcul de produits de convolution

1. Calculer et tracer les produits de convolution des fonctions x(t) et y(t) suivantes :

– $x(t) = A [\delta(t + t_0) + \delta(t - t_0)]$ et $y(t) = B(\delta(t) + \frac{1}{2}[\delta(t + t_1) + \delta(t - t_1)])$

– $x(t) = \cos\left(\frac{\pi t}{T}\right) rect(\frac{t}{T})$ et $y(t) = A\,\delta_T(t)$.

2. Calculer le produit de convolution de

$x(t) = A.\varepsilon(t)$ avec le filtre $h(t) = \frac{1}{\tau}\exp(-t/\tau).\varepsilon(t)$.

3. Calculer le produit de convolution $rect(t/T) * rect(t/T)$.

4. Calculer le produit de convolution $rect(t/T_1) * rect(t/T_2)$, avec $T_1 > T_2$.

5. Calculer le produit de convolution $x(t) = \sin(2\pi t/T)$ et de $y(t) = rect(t/\theta)$.

6. Calculer le produit de convolution $x(t) = tri(t/T)$ et de $y(t) = rect(t/T)$.

Calculer et représenter sur une courbe amplitude-temps le produit de convolution suivant: $y(t) = x(t) * x(t)$ avec $x(t) = rect(t/T)$

Exercice 8 :

A. Classification de signaux

Soient x(t) un signal déterministe et b(t) un signal aléatoire. Préciser la nature déterministe ou aléatoire des signaux suivants.

1. $x_1(t) = A.x(t)$, où A est un gain réel

2. $x_2(t) = x(t).\sin \omega t$
3. $x_3(t) = x(-t).\varepsilon(t)$
4. $x_4(t) = x(t) + b(t)$
5. $x_5(t) = |b(t)|$
6. $x_6(t) = x(t).b(t)$
7. $x_7(t) = x(t).b(t)/|b(t)|$

B. Classification énergétique de signaux simples

Déterminer si les signaux suivants sont à énergie finie ou à puissance finie. Calculer pour chacun l'énergie et la puissance moyenne totale.

1. $x_1(t) = A.\mathrm{rect}(t)$
2. $x_2(t) = A.\sin\omega t$ A et $\omega > 0$.
3. $x_3(t) = AU(t) \sin\omega t$, A et $\omega > 0$.
4. $x_4(t) = U(t)$
5. $x_5(t) = A\, U(t) \exp(-at)$, où A et $a > 0$,
6. $x_6(t) = A \exp(-at)$, $a>0$
7. $x_7(t) = A\mathrm{tri}(t/T)$, $T > 0$.
8. $x_8(t) = A\, \mathrm{rect}(t/T)$, $T > 0$.

C. Puissance moyenne d'un signal périodique

On considère le signal périodique $x(t) = A \sin(2\pi t/T_0)$.

1. Calculer la puissance moyenne, $P(t,T)$, du signal sur un intervalle de mesure T.
2. Montrer que la puissance moyenne, lorsque $T \to +\infty$, est égale à celle calculée sur une période T_0.
3. Pour quelles autres valeurs de l'intervalle de mesure, obtient-on le même résultat ?