CHAP 2 : Lignes de Transmission sans Pertes (LSP)

I. Introduction :

LSP ⇒ $R' \approx 0$ et $G' \approx 0$

$\gamma = \alpha + j\beta$, $\alpha = 0 \Rightarrow \gamma = j\beta$ imaginaire pure

$Z_c = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$ réelle pure

$e^{\pm\gamma z} \rightarrow e^{\pm j\beta z}$ ⟨ $U(z) = U_+ e^{-j\beta z} + U_- e^{j\beta z}$; $I(z) = Y_c (U_+ e^{-j\beta z} - U_- e^{j\beta z})$

$$Z(z) = Z_c \frac{Z_L - j Z_c \, tg(\beta(z-L))}{Z_c - j Z_L \, tg(\beta(z-L))}$$

$\rho(z) = \rho(0) e^{2j\beta z}$

II. Etude du coefficient de réflexion et définition du TOS :

on peut voir que

$\rho(z + n\frac{\lambda}{2}) = \rho(z)$ ($\frac{\lambda}{2}$: période de $\rho(z)$)

$\rho(z + n\frac{\lambda}{2}) = \rho(0) e^{2j\beta(z + n\frac{\lambda}{2})}$

$= \rho(0) e^{2j\beta z} e^{2j\beta n \frac{\lambda}{2}}$

$n\beta\lambda = n \frac{2\pi}{\lambda} \lambda$

$\rho(z)$ est un nombre complexe

Dans le plan complexe, on le représente par un vecteur $\vec{\rho}(z)$

Comment évolue $\rho(z)$ lorsqu'on se déplace de z à $z + \Delta z$ sur la LSP

$\rho(z + \Delta z) = \rho(0) e^{2j\beta(z+\Delta z)}$

$= \underbrace{\rho(0) e^{2j\beta z}}_{\rho(z)} e^{2j\beta\Delta z}$

⇒ $|\rho(z+\Delta z)| = |\rho(z)| = \rho(0)$: invariance du module

⇒ rotation d'angle $2\beta\Delta z$

Pour faire un tour complet, on doit parcourir sur la LSP une distance de $\frac{\lambda}{2}$

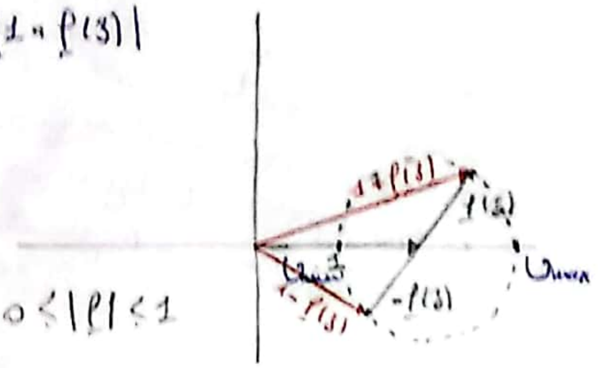
Nous allons maintenant étudier les variations de $|U(z)|$; on rappelle que :

$U(z) = U_+ e^{-j\beta z} + U_- e^{+j\beta z}$

$= U_+ e^{-j\beta z} (1 + \rho(z))$

⇒ $|U(z)| = |U_+| \, |1 + \rho(z)|$

Cela revient à étudier les variations de $|1 + \rho(z)|$

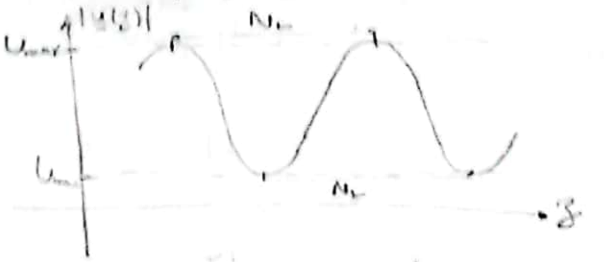


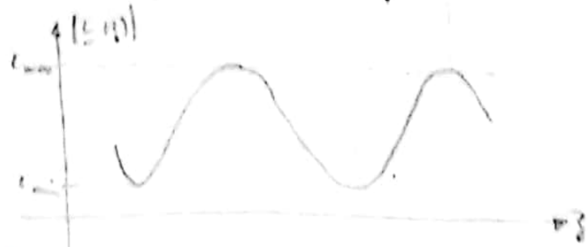
$0 \leq |\rho| \leq 1$

pour $I(z)$ on a

$I(z) = Y_c U_+ e^{-j\beta z} (1 - \rho(z))$

⇒ $|I(z)| = |1 - \rho(z)|$





Définition de TOS :

TOS : taux d'onde stationnaire

ou ROS : rapport " "

en anglais : SWR : standing wave ratio

$$S = \frac{U_{max}}{U_{min}} = \frac{1 + |\rho|}{1 - |\rho|} \; , \; 1 \leq S < \infty$$

$S = 1 \rightarrow$ on a adaptation

→ onde progressive pure ($|\rho| = 0$)

$s \to \infty \Rightarrow$ onde stationnaire pure

III. ABAQUE de Smith :

Elle est basée sur la transformation du plan de $z(z)$ vers le plan des $\rho(z)$

$$\rho(z) = \frac{Z(z) - Z_c}{Z(z) + Z_c} = \frac{\frac{Z(z)}{Z_c(z)} - 1}{\frac{Z(z)}{Z_c} + 1}$$

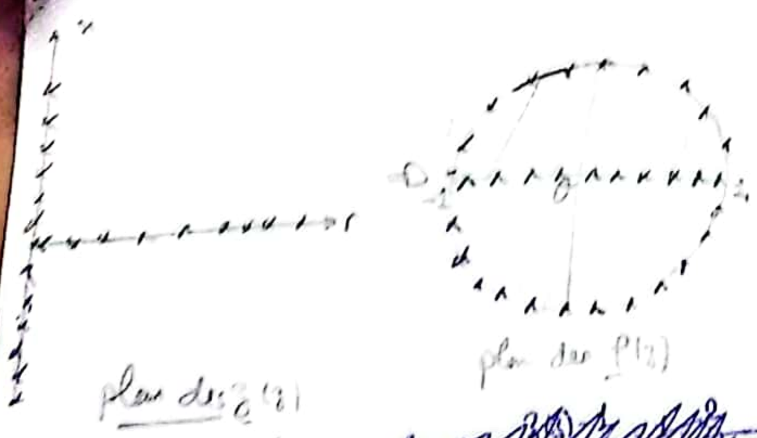
$$= \frac{z(z) - 1}{z(z) + 1} = 1 - \frac{2}{1 + z(z)}$$

$$\boxed{z(z) = \frac{Z(z)}{Z_c}}$$ impédance réduite

→ L'abaque de Smith permet de faire de calculs très rapide sur les lignes de transmission. c'est un outil indispensable

pts particuliers :

~~charges adaptés~~	$z = \frac{Z(z)}{Z_c(z)}$	ρ	Commentaire
charges adaptés (C.A)	1	0	Centre O (le pt le plus important)
C.C	0	-1	pt O'
C.O	∞	$+1$	pt O''
résistance pure r	r	$1 - \frac{2}{r+1}$	segment [O', O''] lieu des pts rep des résistances pures [-1, 1]
réactance pure	jx	$\frac{jx-1}{jx+1}$	cercle unité, lieu des pts rep des résistances pures



$Z(z) = R + jX$

$z(z) = r + jx$

O : pt adaptation, l'objectif est d'aller au centre

S.P 1 : A → B → ∞

EX : en posant $z(z) = r + jx$

$\rho(z) = a + jb$

Mq 1) $a = 1 - \frac{2(r+1)}{x^2 + (r+1)^2}$

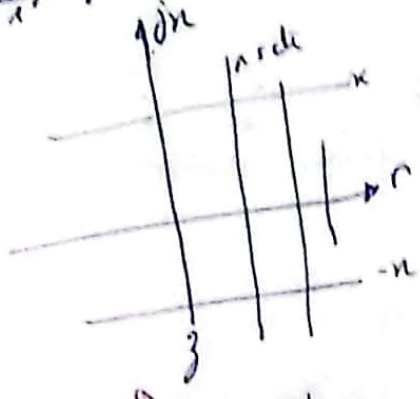
$b = \frac{2x}{x^2 + (r+1)^2}$

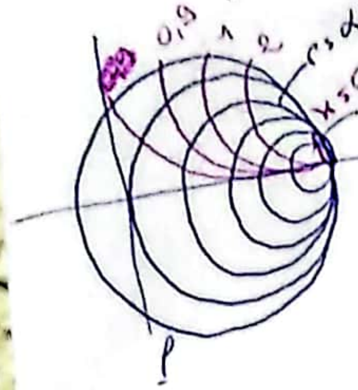
2a) $\frac{x}{b} = -\frac{(r+1)}{(a-1)}$ (1)

2b) $\left(a - \frac{r}{r+1}\right)^2 + b^2 = \left(\frac{1}{1+r}\right)^2$ (2)

2c) $\left(b - \frac{1}{x}\right)^2 + (a-1)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2$

L'eq ① montre que le lieu de pts transformé de la droite r sont des cercles de centre $(\frac{r}{r+1}, 0)$ et de rayon $\frac{1}{r+1}$ et dont les intersections avec l'axe de réelle sont $(\frac{r-1}{r+1}, 0)$ et $(1,0)$





le cercle de r=1 est le cercle le plus important car il passe par le pt le plus important le centre O

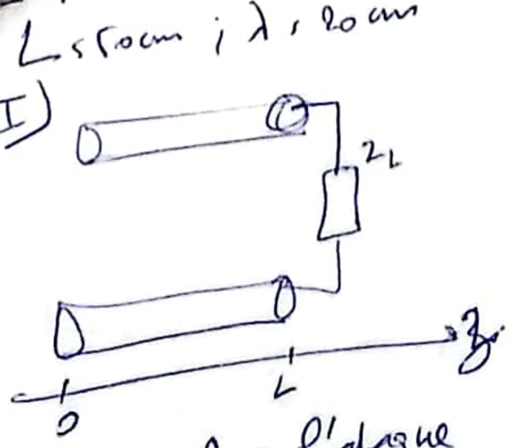
L'eq ② mq les lieux de pts transformée de droite x=cte sont des cercles de centre $(1, \frac{1}{x})$ et de rayon $\frac{1}{x}$

Exp 1 :

$L = 5P \Rightarrow Z_c = 50$; $Z_L = (50 + j50)\ \Omega$

$L = 50cm$; $\lambda = 20cm$

I)

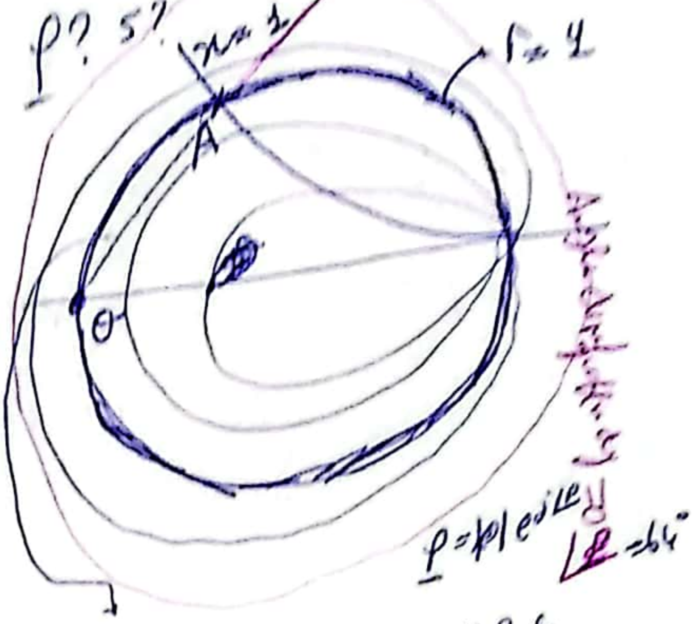


placer le pt A = l'abaque

① calculer l'impédance réduite

$z_A = \frac{Z_L}{Z_c} = \frac{50 + j50}{50} = 1 + j$

ρ? S?



$\rho = |\rho| e^{jL\rho}$

$L\rho = 64°$

SWR ——— $\Rightarrow S \simeq 2,6$

EI ——— $\Rightarrow |\rho| = 0,44$

EX : Mq $y_A = \frac{1}{z_A}$ sur l'abaque est le symétrique O de A ⇒ A'.

pour notre cas $y_{A'} = 0,5 - j0,5$

$y' = \frac{Y}{Y_c} \Rightarrow Y = y Y_c = \frac{y}{Z_c} = \frac{0,5 - j0,5}{50} = (0,01 - j0,01)\ \Omega^{-1}$

refaire cet ex par le calcul

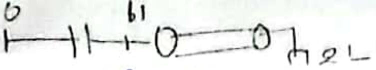
$\rho = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c}$ $|\rho| = 0,4472$

$L\rho = 63,4349°$

$S = \frac{1 + |\rho|}{1 - |\rho|} = 2,6180$

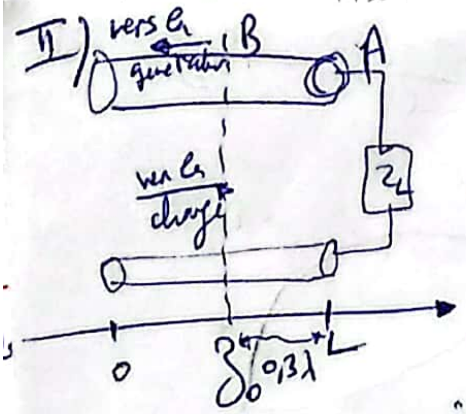
$Y_L = \frac{1}{Z_L} = (0,01 - j0,01)\ \Omega^{-1}$

③

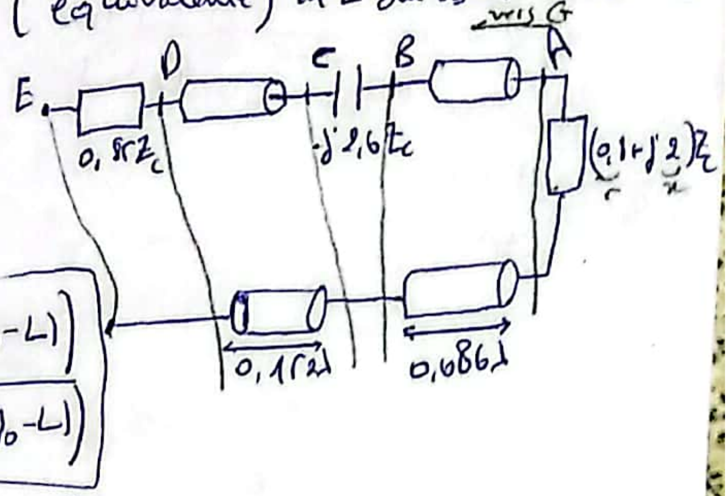


$\delta e\,1$: $A \to B_1 \to O$

II)



EX3 : trouver l'impédance ramenée (équivalente) en E du circuit suivant :



Quelle est l'impédance à $0{,}3\lambda$ de la charge $Z(z_0) = Z_c \dfrac{Z_L - jZ_c tg(\beta(z_0-L))}{Z_c - jZ_L tg(\beta(z_0-L))}$

$z_0 = L - 0{,}3\lambda$

Théo : à montrer

graph : $\beta(z_0 - L) = \beta(L - 0{,}3\lambda - L)$

$= -\frac{2\pi}{\lambda} 0{,}3\lambda = -0{,}6\pi$

$\alpha_A = 0{,}162\lambda$

$\alpha_B = \alpha_A + 0{,}3\lambda = 0{,}462A$

$z_B = 0{,}4 - j0{,}2$

$\Rightarrow Z_B = z_B \times Z_L \approx (20 - j10)\Omega$

théorique : $= (20{,}0612 - j\,10{,}334)\Omega$

EX2 traiter les mêmes questions le cas où $Z_L = (10 - j10)\Omega$

d'après fig $\Rightarrow z_B = 4 - j3{,}4$

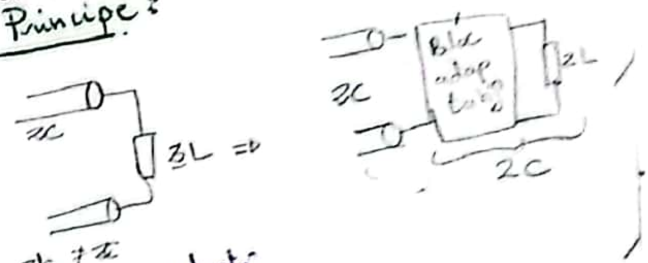
$\cdot\, z_C = z_B - j2{,}6$
$= 4 - j6{,}0$ → dans la fig

. d'après fig → $z_D = 0{,}1 - j0{,}55$

$\cdot\, z_E = z_D + 0{,}85$
$= 0{,}95 - j0{,}55$ → dans la fig

IV) Adaptation des lignes de Transmission :

1- Principe :



$Z_L \neq Z_c$
Ligne non pas adapté

2- Adaptation au moyen d'éléments réactifs (ou réactances).

$z_0 = 1 + j0$.

(4) $A_1 \to B_1 \to O$

$B_2 \to (B_1)$

$l_1 = x_{B_1} - x_A + n\frac{\lambda}{2}$

$z_{B_1} = 1 + j m \quad n \geq 0$

$z_0 = z_{B_1} + (-jm) = 1 + j0$

$A \rightarrow B \rightarrow 0$

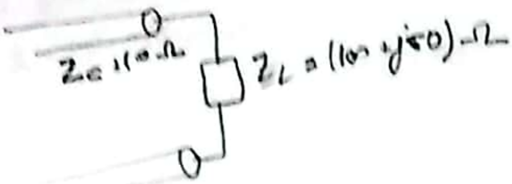
$l_2 = x_{B_2} - x_A + \frac{n\lambda}{2}$

$z_{B_2} = 1 - jm$

$z_0 = z_B + jm = 1 + j0$

Ex 4 : Système LSP caractérisé par $Z_c = 50\,\Omega$ terminé par $Z_L = (100 + j100)\,\Omega$ et fonctionnant à la fréquence $f = 100$ MHz

1. Adapter cette ligne au moyen d'éléments réactifs



$z = \frac{Z_L}{Z_c} = \frac{100 + 100j}{50} = 2 + 2j$

$\Rightarrow x_A = 0{,}214\,\lambda \qquad \lambda = \frac{v}{f}$

$v = c$

$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$

$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\,10^8}{100 \times 10^6} = 3\,m$

On cherche l'intersection du cercle de rayon OA avec le cercle $r = 1$, on obtient deux sol B_1 et B_2

Sol 1 : $A \rightarrow B_1 \rightarrow O$

$l_1 = x_{B_1} - x_A + n\frac{\lambda}{2} = 0{,}124\,\lambda + n\frac{\lambda}{2}$

$= 0{,}372\,m + n\,1{,}5\,m$

$z_{B_1} = 1 - j$

$Z_{B_1} = z_{B_1} \times Z_c = (50 - j50)\,\Omega$

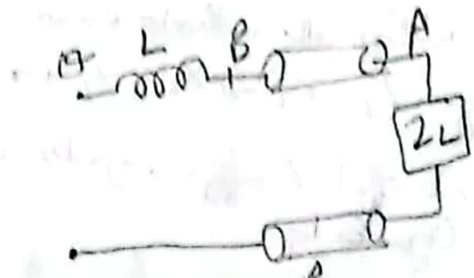
$Z_0 = Z_{B_1} + j50\,\Omega = 50\,\Omega$

On doit ajouter en série une réactance égale à $+j50\,\Omega$: c'est une self inductance

$50 = \omega L \Rightarrow L = \frac{50}{\omega} = \frac{50}{2\pi f} = \frac{50}{2\pi \times 100\,10^6}$

$= 79{,}6\;10^{-9}$ H

$= 79{,}6$ nH



Sol 2 : $A \rightarrow B_2 \rightarrow O$

$l_2 = x_{B_2} - x_A + n\frac{\lambda}{2} = 0{,}162\lambda \boxed{+0{,}5\lambda} - 0{,}214\lambda + \frac{n\lambda}{2}$

$= 0{,}448\lambda + \frac{n\lambda}{2} = 1{,}344\,m + n\,1{,}5\,m$

$z_{B_2} = 1 + j$ et $z_0 = 1 + j0$

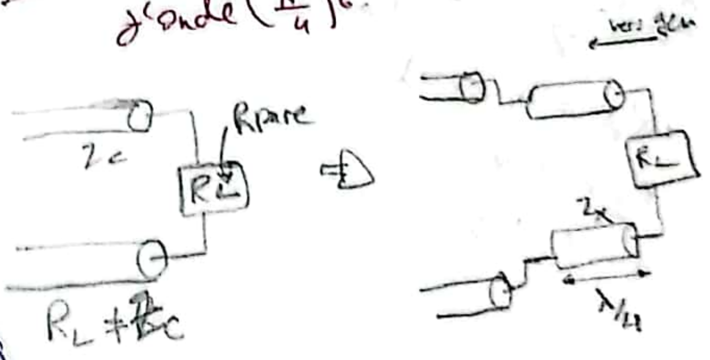
$\Rightarrow z_0 = z_B - j$

On doit ajouter $-1 \times Z_c = \frac{-1}{\omega C}$

$C = \frac{1}{\omega Z_c} = \frac{1}{2\pi\,100\,10^6 \times 50} = \frac{10^{-10}}{\pi}$ F

$= 0{,}318\;10^{-10}$ F $= 31{,}8\;10^{-12}$ F $= 31{,}8$ pF

IV - 3 Adaptation par une ligne quart d'onde $(\frac{\lambda}{4})$:



5

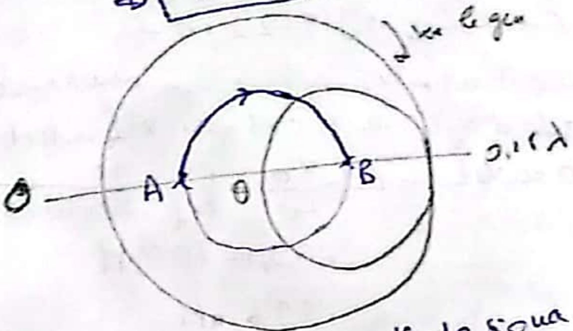
$$\gamma_B = \frac{1}{\gamma_A} \quad \& \quad \frac{Z_x}{R_L} = \frac{Z_b}{Z_x}$$

pour avoir adaptation, il faut que

$Z_B = Z_C$; $\gamma_B = \frac{Z_c}{Z_x}$

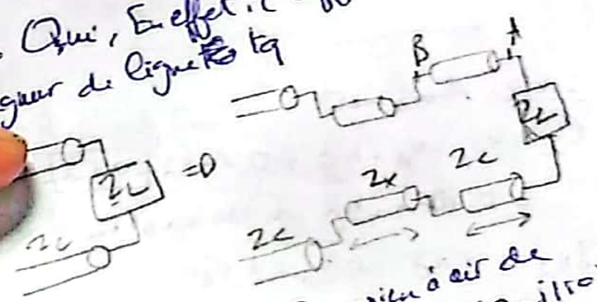
$$\frac{Z_c}{Z_x} = \frac{Z_x}{R_L} \Rightarrow Z_x^2 = R_L Z_c$$

$$\Rightarrow \boxed{Z_x = \sqrt{R_L Z_c}}$$



Q: peut-on utiliser cette méthode si on a une éclairage $Z_L = R_L - jX_L$; $X_L \neq 0$

R: Oui, En effet il suffit d'ajouter une longueur de ligne tq



EXI: Soit une LSP coaxiale à air de $Z_L = (110 - j110)\Omega$ terminée par $Z_c = 100\,\Omega$. Adapter cette ligne sachant que $f = 1000\,MHz$. Adapter cette ligne avec la procedure ligne $\frac{\lambda}{4}$ (donner les 2 sol)

comme on peut placer A

Solution: $\gamma_A = \frac{Z_L}{Z_c} = \frac{(150 - j150)}{100} = 1,5 - j1,5$

$\alpha_A = 0,306\lambda$

$r_1 = 3,4$

$r_2 = 0,3$

6

$\alpha_{B_1} = 0$

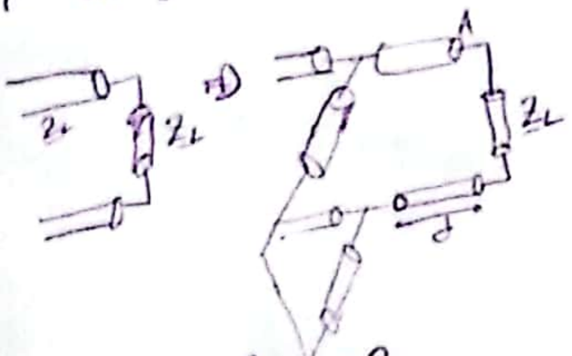
$\alpha_{B_2} = \alpha_A + \frac{n\lambda}{2}$

$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} = c$ (dans notre cas)

adap guide classique

Ex : Soit une ligne coaxiale à air sans pertes de $Z_c = 100\ \Omega$, qui est terminée par une charge composée d'une résistance $R = 200\ \Omega$ en série une self inductance $L = 50\ nH$

Sachant que $f_0 = 1{,}25\ GHz$, adapter cette ligne avec un stub court-circuité de même Z_c que les lignes principale



$Z_L = R + jX$, $R = 200\ \Omega$

ou $X = WL$ (bobine)

$X = \frac{-1}{wC}$ (capacité)

$X = wL = 2\pi f_0 \times 50\,10^{-9} = 125\pi = 392{,}7\ \Omega$

$Z_L = (200 + j\,392{,}7)\ \Omega$

On va placer le pt A

$3A = \frac{Z_L}{Z_c} = 2 + j\,3{,}927$

Comme le stub en // on va travailler en admittance on cherche alors le sym de A/O

Soit A' pour $x_{A'} = 0{,}468\ \lambda$

2) on trace le cercle de rayon OA' (ou OA)

on obtient 2 intersections avec le cercle $r = 1$

Soit B_1 et B_2 $\begin{cases} x_{B_1} = 0{,}20\lambda ;\ y_{B_1} = 1 + j2{,}9 \\ x_{B_2} = 0{,}29\lambda ;\ y_{B_2} = 1 - j2{,}9 \end{cases}$

$d_1 = x_{B_1} - x_{A'} + \frac{n\lambda}{2}$

$d_2 = x_{B_2} - x_{A'} + \frac{n\lambda}{2}$

$\lambda = \frac{v}{f_0}$, $v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} = c$ (diamètre cos)

$\lambda = 3\,10^8 / 1{,}25\,10^9 = 0{,}24\ m = 24\ cm$

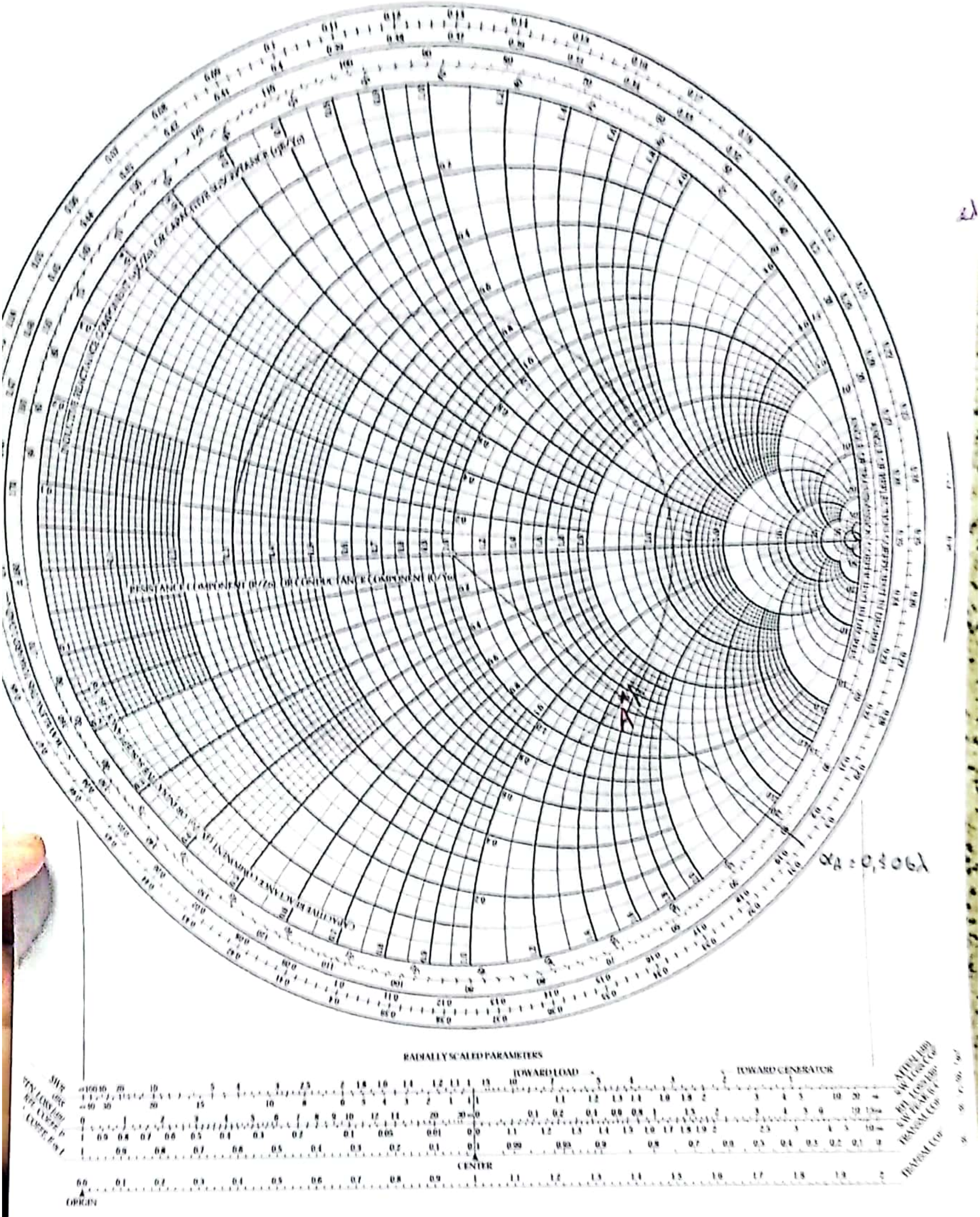
adap

guide

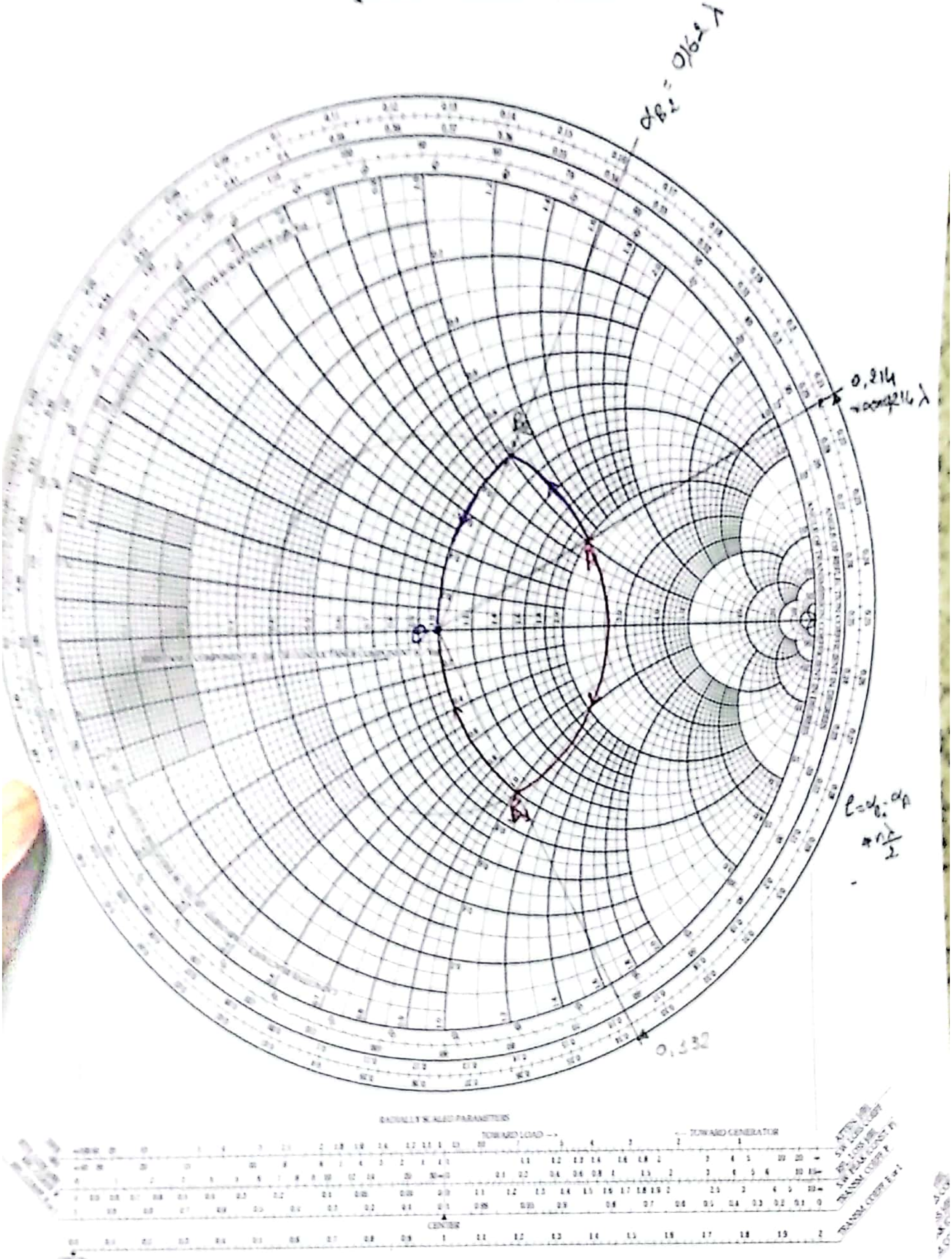
classement de

Scanné avec CamScanner

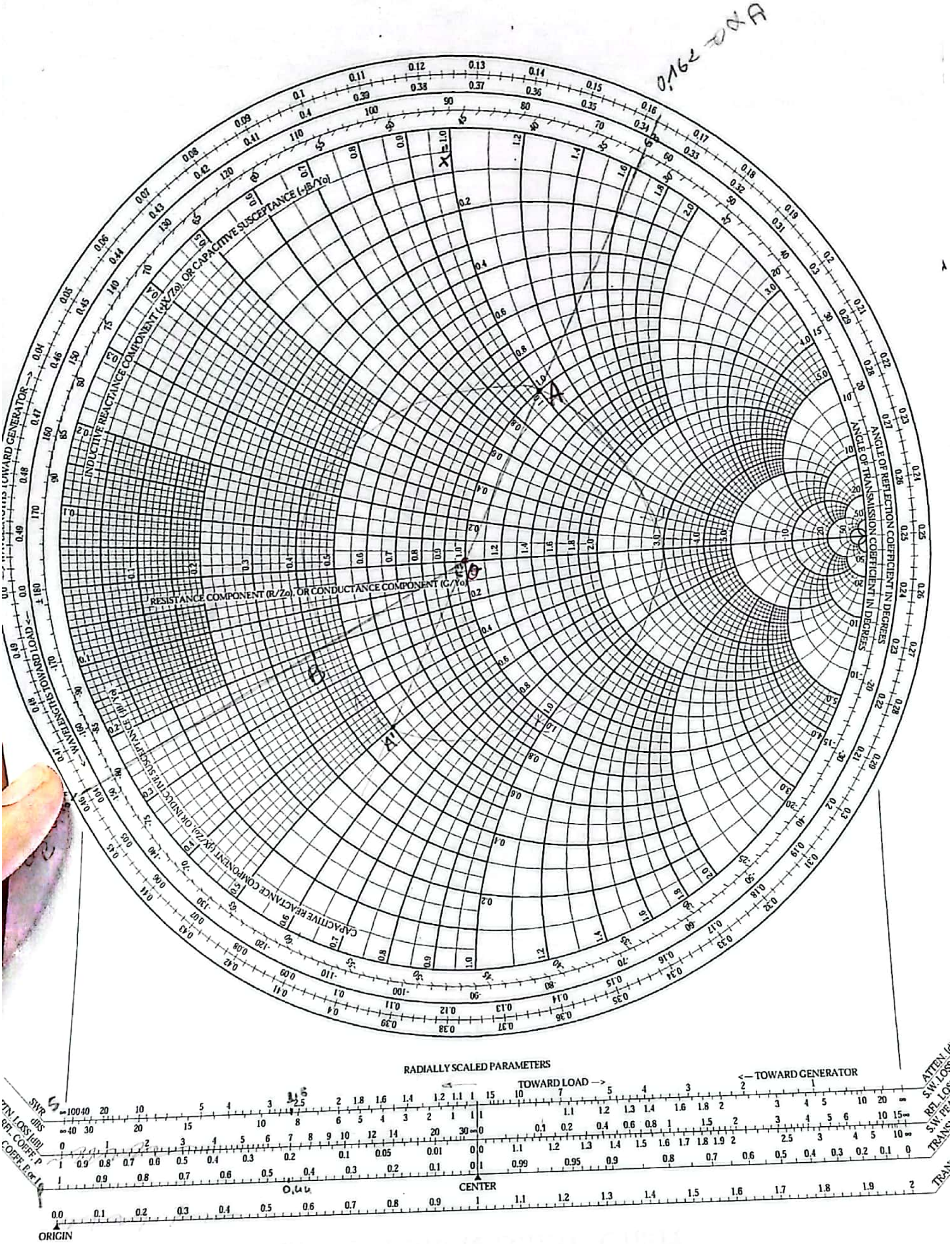
The Complete Smith Chart



The Complete Smith Chart



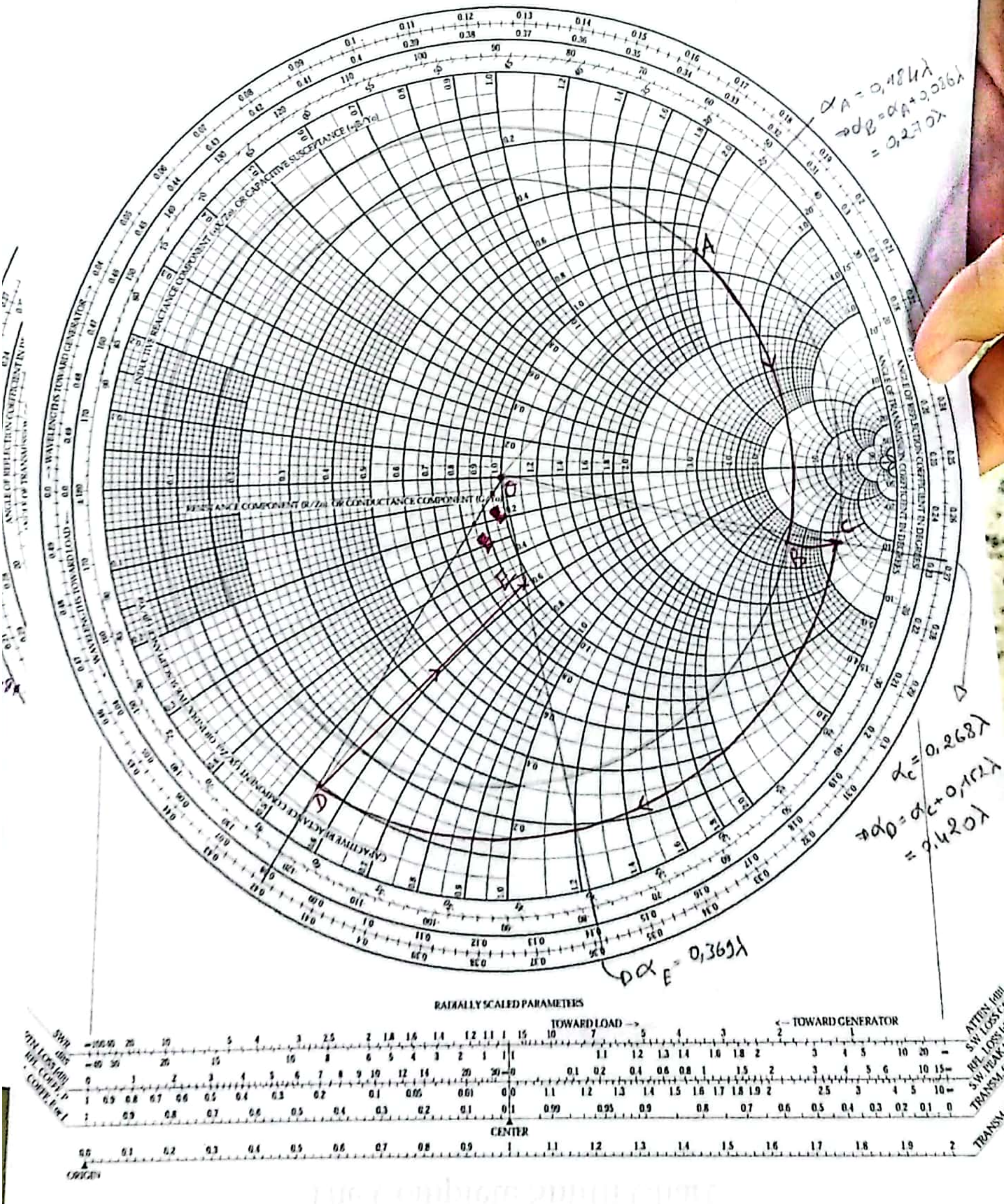
The Complete Smith Chart



EX3 :

The Complete Smith Chart

$z_A = 3x$

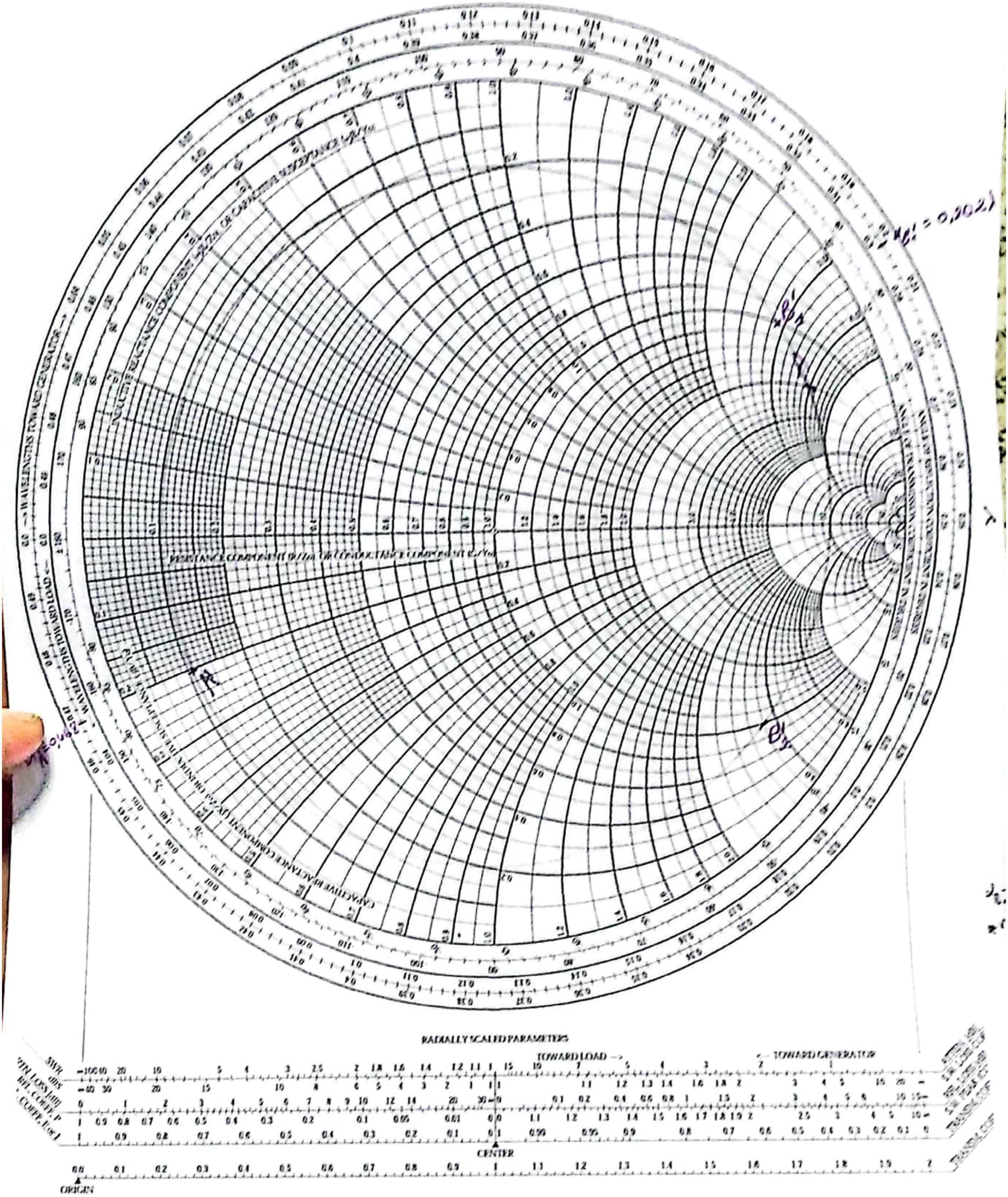


$\alpha_A = 0{,}484\lambda$
$\Rightarrow \alpha_B = \alpha_A + 0{,}036\lambda$
$= 0{,}270\lambda$

$\alpha_C = 0{,}268\lambda$
$\Rightarrow \alpha_D = \alpha_C + 0{,}152\lambda$
$= 0{,}420\lambda$

$D\alpha_E = 0{,}369\lambda$

The Complete Smith Chart



The Complete Smith Chart