Machines asynchrones =(moteur à induction).

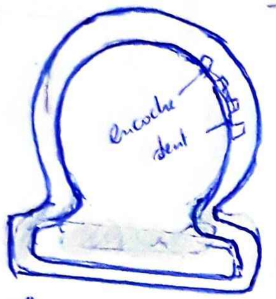
I. Définition.

Une MAS est une MCA dont la vitesse en charge ~~dont~~ et la fréquence du réseau auquel elle est reliée ne sont pas dans un rapport constant.

II. Constitution.

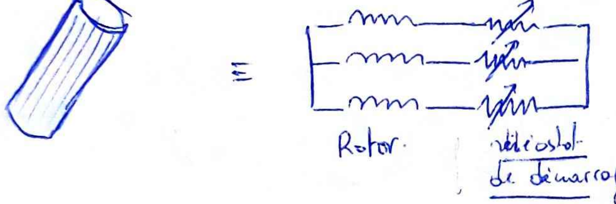
deux éléments essentiels.

* le stator (fixe) : c'est anneau de tôles encoché qui contient les enroulements pour constitué un système triphasé.



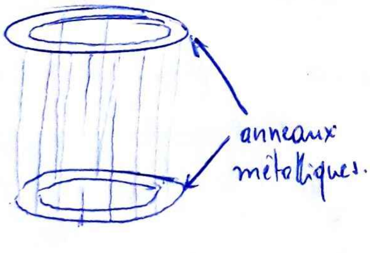
* le rotor (mobile) :

① Rotor bobiné : (à bague).



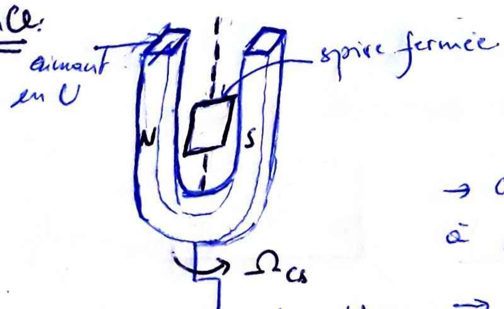
[illegible] courant [illegible] de démarrage.

② Rotor à cage d'écureuil //(court circuit).



III. Principe de fonctionnement :

1. Expérience.



on fait tourner l'aimant à la vitesse Ω_{cs}.

→ création d'un champ tournant à la vitesse Ω_{cs}.

→ création d'un courant induit dans la spire (L. Faraday)

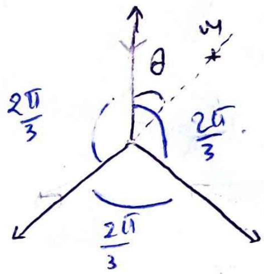
- Lenz : le sens du courant induit s'oppose à la cause qui lui a donnée naissance. (la rotation de l'aimant)

$\Rightarrow$ la spire commence à tourner ds le m̂ sens mais à une vitesse inférieure.

2/ Théorème de Ferraris :

un système de 3 enroulements régulièrement repartie dans l'espace ayant p paires de pôles et parcourus par 3 courants triphasés équilibré de pulsation ω crée un champ tournant d'amplitude $\frac{3}{2} H_{max}$; H_{max} : amplitude du champ crée par 1 bobine, de à la vitesse $\boxed{\Omega_s = \frac{\omega}{p}}$

vitesse du champ = vitesse de synchronisme



le champ résultant en M

$$H = \left[H_m \cos(\omega t)\cos\theta + H_m \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)\cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + H_m \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)\cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)\right].$$

$$H = \frac{H_m}{2}\left[\cos(\omega t + \theta) + \cos(\omega t - \theta) + \cos\left(\omega t + \theta - \frac{4\pi}{3}\right) + \cos(\omega t - \theta) + \cos\left(\omega t + \frac{4\pi}{3} + \theta\right) + \cos(\omega t - \theta)\right].$$

syst équilibré $\Rightarrow$ somme $= 0$.

$H = \frac{3}{2} H_m \cos(\omega t - \theta)$ $\boxed{p=1}$. $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2}\left[\cos(a+b) + \cos(a-b)\right]$

- dans le cas d'un système multipolaire $\boxed{H = \frac{3}{2} H_m \cos\left(\frac{\omega}{p} t - \theta\right)}$

IV / Notion de glissement :

le glissement est l'écart relatif entre la vitesse de rotat° de champ et celle du rotor.

$$\boxed{g = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s}}$$

Ω_s : vitesse du champ stator (rad/s)

Ω : vitesse du rotor (rad/s).

$$\boxed{g = \frac{n_s - n}{n_s}}$$

n_s (tr/min).

n (tr/min).

$$\boxed{\Omega_s = \frac{\omega}{p}}$$

$$g = \frac{\omega - p\Omega}{\omega} \quad ; \quad \boxed{0 \leq g \leq 1}$$

— qui lui a donnée naissance. (la rotation

$\Rightarrow$ la spire con...

- si $n = n_s \rightarrow g = 0 \Rightarrow$ marche à vide idéal
- si $n = 0 \rightarrow g = 1 \Rightarrow$ démarrage.
- si $0 < n < n_s \rightarrow 0 < g < 1 \Rightarrow$ fonction en charge.

En pratique $\boxed{1\% < g < 10\%}$

Rque : La vitesse du champ statorique par rapport au rotor.

$\boxed{\Omega_s - \Omega = g\,\Omega_s}$ $\Rightarrow$ la pulsation des courants rotorique

est $\boxed{g\,\omega_s = \omega_r}$

$\Rightarrow$ $\boxed{f_r = g\,f_s}$

fréquence du courant rotorique

fréquence des courants statorique

VI/ Schéma équivalent :

$$\begin{cases} R_s I_s + j\mathcal{L}_s \omega_s I_s + j M\omega_s I_r = V_s \\ \left[R_r I_r + j\mathcal{L}_r \underbrace{\omega_r}_{g\omega_s} I_r + j M\underbrace{\omega_r}_{g\omega_s} I_s = 0\right] \times \frac{1}{g} \end{cases}$$

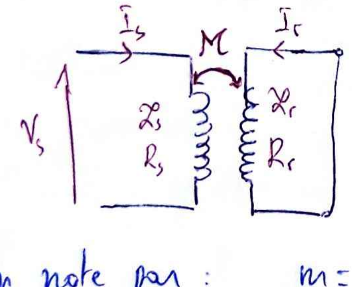
R_s : résistance d'une phase statorique.

I_s : courant

$\mathcal{L}_s . \omega_s$: réactance cyclique propre d'une phase statorique

M : mutuelle inductance cyclique tenant compte de l'influence d'une phase rotorique sur le stator.

$$\begin{cases} V_s = R_s I_s + j\mathcal{L}_s \omega_s I_s + j M\omega_s I_r \\ \frac{R_r}{g} I_r + j\mathcal{L}_r \omega_s I_r + j M \omega_s I_s = 0. \end{cases}$$



On note par : $m = \frac{N_s}{N_r}$: rapport de transformation.

$l_s\omega$: réactance cyclique de fuite d'une phase statorique.

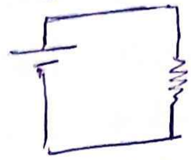
X_M : réactance magnétisante cyclique

$l'_r\omega_s$, R'_r, I'_r : valeurs de R_r, $l_r\omega_s$ et I_r ramenés au stator.

* mi f.m.m:

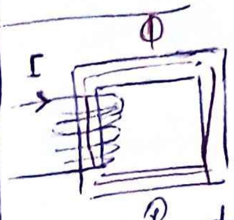
$N_s I'_r = N_r I_r \Rightarrow I'_r = \frac{N_r}{N_s} I_r = \frac{I_r}{m}$.

en complexe: $\underline{I}'_r = \frac{-\underline{I}_r}{m}$ (car I'_r change de sens)



$E = RJ$

$R = \rho \frac{l}{s}$



$\underbrace{NI}_{\text{f.mm}} = \underbrace{\mathcal{R}}_{\text{reluctance}} \cdot \Phi$

$\mathcal{R} = \frac{1}{\mu} \frac{l}{s}$.

* mi p_j: perte joule

$R_r I_r^2 = R'_r I_r'^2 \Rightarrow R'_r = \frac{I_r^2}{I_r'^2} R_r$

$= m^2 R_r$.

$R'_r = m^2 R_r$.

* mi pertes réactives:

↳ $l'_r \omega_s = \omega^2 l_m \omega_s$.

$N_s I_s + N_r I_r = N_s I_{1\mu}$.

$I_s + \underbrace{\frac{N_r}{N_s} I_r}_{-I'_r} = I_{1\mu} \Rightarrow \boxed{\underline{I}_s = \underline{I}'_r + \underline{I}_{1\mu}}$ — courant magnétisant (courant statoriq à vide).

Stator

$V_s = R_s \underline{I}_s + j L_s \omega_s \underline{I}_s + j M \omega_s \underline{I}_r$.

$V_s = R_s \underline{I}_s + j L_s \omega_s \underline{I}_s - j m M \omega_s \underline{I}'_r \quad | \quad \underline{I}'_r = \underline{I}_s - \underline{I}_{1\mu}$

$V_s = R_s I_s + j L_s \omega_s I_s - j m M \omega_s I_s + j m M \omega_s I_{1\mu}$.

$V_s = R_s I_s + j(\underbrace{L_s \omega_s - m M \omega_s}_{l_s \omega_s}) I_s + j \underbrace{m M \omega_s}_{x_\mu} \underline{I}_{1\mu}$

$$\boxed{V_s = R_s \underline{I}_s + j l_s \omega_s \underline{I}_s + j x_\mu \underline{I}_{1\mu}}$$

Rotor

$\frac{R_r}{g} I_r + j L_r \omega_s \underline{I}_r + j M \omega_s \underline{I}_s = 0$.

$\left[\frac{R'_r}{m^2 g} \cdot m \underline{I}'_r - j \frac{L'_r}{m^2} \omega_s m I'_r + j M \omega_s (\underline{I}'_r + I_{1\mu}) = 0 \right] \times (-m)$.

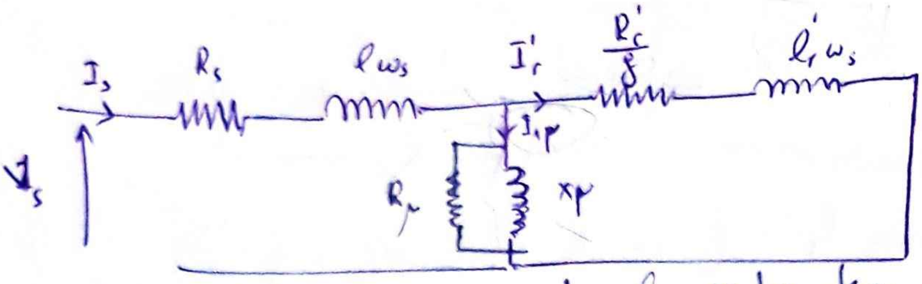
$\frac{R'_r}{g} \underline{I}'_r + j L'_r \omega_s I'_r - j m M \omega_s \underline{I}'_r - j m M \omega_s I'_{1\mu} = 0$

$\frac{R'_r}{g} I'_r + j(\underbrace{L'_r \omega_s - \cancel{g} m M \omega_s}_{l'_r \omega_s}) I'_r - j \underbrace{m M \omega_s}_{x_\mu} I_{1\mu} = 0$

$$\frac{R_r}{g} I'_r + j\, l'_r\, \omega_s\, I'_r = j X_\mu\, I_{1\mu}$$

on aura enfin : X_s

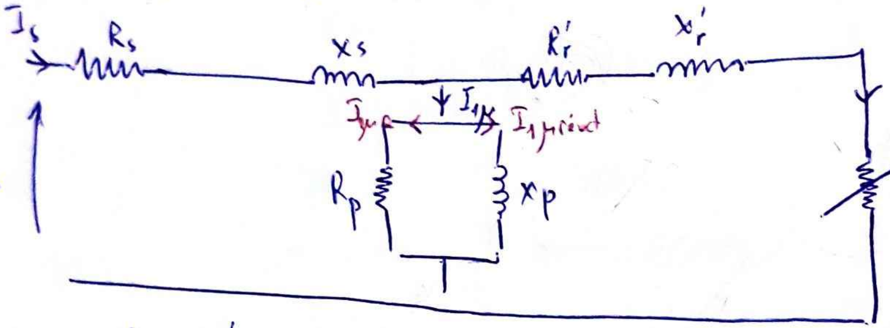
$$\begin{cases} V_s = R_s I_s + j\, l_s \omega_s\, I_s + j X_\mu I_{1\mu} \\ \frac{R'_r}{g} I'_r + j\, l'_r\, \omega_s\, I'_r = j X_\mu\, I_{1\mu} \\ I_s = I'_r + I_{1\mu} \Rightarrow I_{1\mu} = I_s - I'_r \end{cases}$$



R_μ : resistance fictive qui represente les pertes fer.

$$\frac{R'_r}{g} = R'_r - R'_r + \frac{R'_r}{g} = R'_r + R'_r\left(\frac{1-g}{g}\right)$$

$$X_s = l_s\,\omega_s \qquad X'_r = l'_r\,\omega_s$$



$R'_r\left(\frac{1-g}{g}\right)$: représente la puissance mécanique

$g = 0$ (à vide idéal) : la machine se comporte comme un transfo à vide.

VI / Bilan Energétique :

1. Puissances :

* Puissance absorbée :

$$P_a = 3 V_s I_s \cos\varphi = \sqrt{3}\, U_s I_s \cos\varphi$$

* Pertes joules totale :

$$3\left(R_s I_s^2 + R'_r I'^2_r\right) = 3\left(R_s I_s^2 + R_r I_r^2\right)$$

* Pertes fer : $P_f = 3 R_\mu I_{1\mu a}^2$
* Pertes mécanique : p_m
* Puissance mécanique $P_m = 3 R'_r\left(\frac{1-g}{g}\right) I'^2_r$
* Puissance utile : $P_u = P_m - p_m$

* Puissance transmise à l'entrefer : $P_{tr} = P_a - (p_{js} + p_{fs})$
} transférée au rotor

* $p_{fr} \simeq 0$ car la fréquence des courants rotorique sont très faibles.

· $p_{js} = 3 R_r' I_r'$ et $P_m = 3 R_r' \left(\frac{1-g}{g}\right) I_r'^2$.

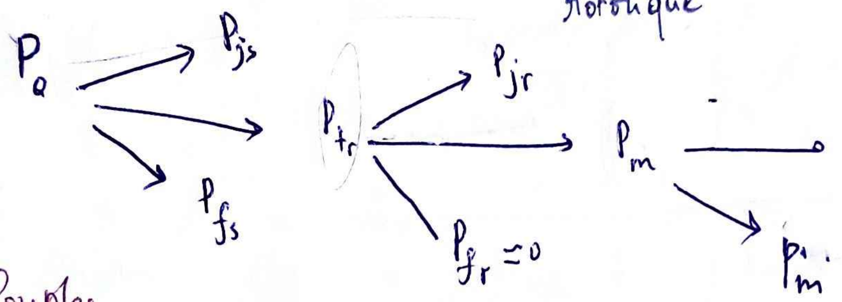
$$\Rightarrow \boxed{P_m = \left(\frac{1-g}{g}\right) p_{jr}}$$

$$P_m = P_t - p_{jr} \Rightarrow P_t = P_m + p_{jr} = \left(\frac{1-g}{g}\right) p_{jr} + p_{jr}$$

$$P_t = \frac{p_{jr}}{g} \Rightarrow \boxed{p_{jr} = g P_{tr}}$$

$$\boxed{P_m = (1-g) P_{tr}}$$

rendement rotorique



2/ Couples :

* Couple mécanique : $C_m = \underset{(Nm)}{C} = \frac{P_m (W)}{\Omega \text{ (rad/s)}} = \frac{(1-g) P_{tr}}{(1-g)\Omega_s} = \frac{P_{tr}}{\Omega_s}$.

puissance mécanique

vitesse mécaniq du rotor.

puissance / vitesse

* Couple utile : $C_u = C - C_{pertes} = \frac{P_m}{\Omega} - \frac{p_f}{\Omega} = \frac{P_u}{\Omega}$

* Caractéristique mécanique : $C = f(g)$

$$C = \frac{P_{tr}}{\Omega_s} = \frac{p_{jr}}{g \Omega_s} = \frac{3 R_r' I_r'}{g \Omega_s} = \frac{3 R_r' I_r'^2}{g \Omega_s} \Rightarrow I_r' = \frac{V_s}{\sqrt{\left(\frac{R_r'}{g}\right)^2 + X_r'^2}}$$

$$C = \frac{3 R_r'}{g \Omega_s} \cdot \frac{V_s^2 \times g}{\left(\frac{R_r'}{g}\right)^2 + X_r'^2 \times g}.$$

$$C = \frac{3m^2 R_r}{\Omega_s} \times \frac{g V_s^2}{m^4 R_r^2 + m^4 g^2 X_r^2} \Rightarrow C = \frac{3V_s^2}{m^2\Omega_s} \times \frac{g R_r}{R_r^2 + g^2 X_r^2}$$

$$\boxed{k = \frac{3V_s^2}{m^2 \Omega_s}} \Rightarrow \boxed{C = k \frac{g R_r}{R_r^2 + g^2 X_r^2}}$$

$g = 0 \Rightarrow C = 0$ (à vide idéal).

$g = 1$ (démarrage). $C = C_d = k \dfrac{R_r}{R_r^2 + X_r^2}$: couple de démarrage.

C_{max} ? $\rightarrow \dfrac{dC}{dg} \overset{?}{=} 0$.

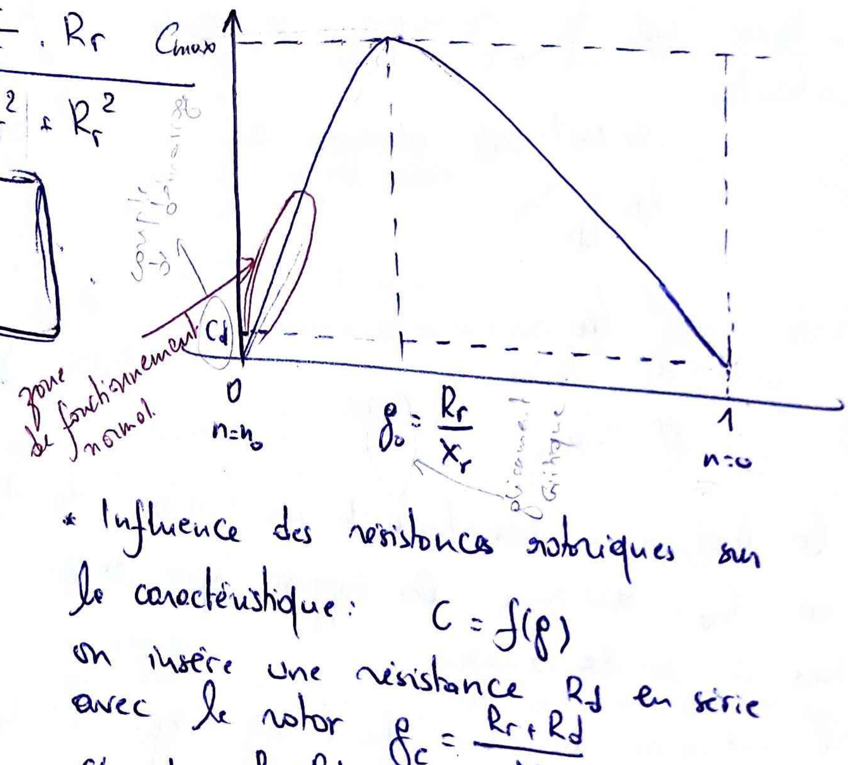
$$\frac{dC}{dg} = k \frac{R_r(R_r^2 + g^2 X_r^2) - g R_r \times 2g X_r^2}{(R_r^2 + g^2 X_r^2)^2} = 0.$$

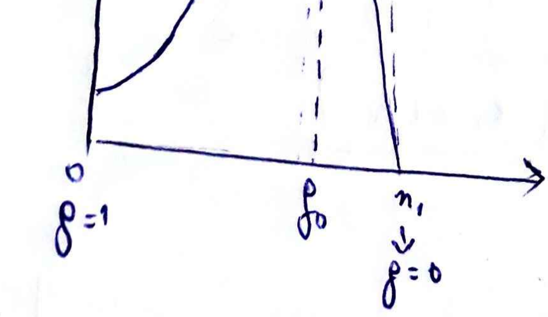
$$\Rightarrow R_r'(R_r^2 + g^2 X_r^2) = 2g^2 R_r X_r^2 \Rightarrow g^2 = \frac{R_r^2}{X_r^2} \Rightarrow g = \frac{R_r}{X_r}.$$

$g_c = \dfrac{R_r}{X_r}$: glissement critique.

$$C_{max} = k \frac{\frac{R_r}{X_r} \cdot R_r}{R_r^2 + R_r^2}$$

$$\boxed{C_{max} = \frac{k}{2X_r}}$$

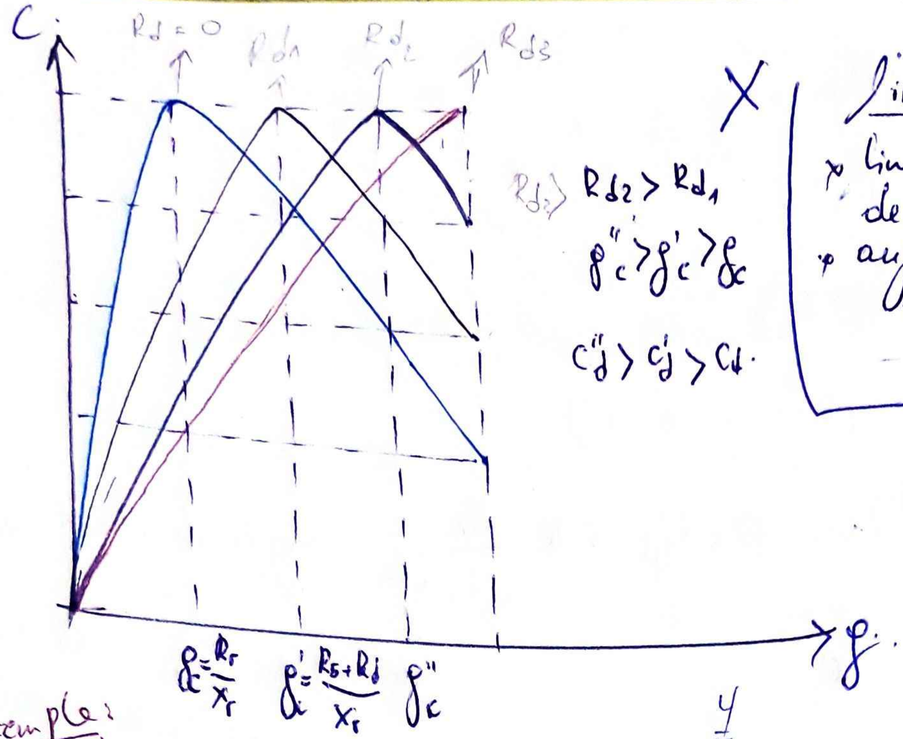




* Influence des résistances rotoriques sur la caractéristique : $C = f(g)$

On insère une résistance R_d en série avec le rotor $g_c = \dfrac{R_r + R_d}{X_r}$

$$C'_d = k \cdot \frac{R_r + R_d}{(R_r + R_d)^2 + X_r^2}.$$



X

$Rd_2 > Rd_1$

$g''_c > g'_c > g_c$

$C''_d > C'_d > C_d$.

Y

L'interêt d'ajouter un Rh de démarrage

- limite le courant de demorrage
- augmenter le couple de demarrage

exemple :

un moteur asynchrone 3~ tetrapolaire à bague (couplage Y)

$P_u = 40$ kW $U = 380$V $f = 50$ Hz.

essai à vide : $U_{10} = 380$ V $I_0 = 16,6$ A $P_0 = 1853$ W

la résistance entre bornes du stator $R_b = 0,14\ \Omega$.

1/ Calculer P_f et P_m en les supposant égales

2/ Pour un $\eta = 0,9$ et $\cos\varphi = 0,91$ au fonctionnement normal calculer :

a/ Intensité absorbée I

b/ les P_{js}

c/ les P_{jr}

d/ g et n

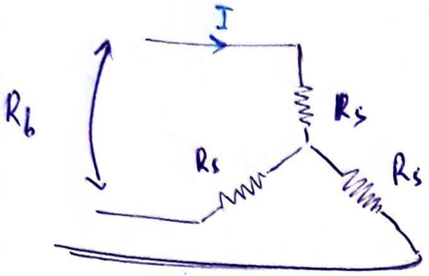
e/ C_u

3/ Le moteur a maintenant une vitesse de 1440 tr/min pour un $C_u = 300$ N.m. On suppose que sa caractéristique est rectiligne dans les limites d'emploi

Il entraine un ventilateur qui exige un $C_r = 29,5$ N.m pour $n = 500$ tr/min. Le C_r est proportionnel au carré de la vitesse.

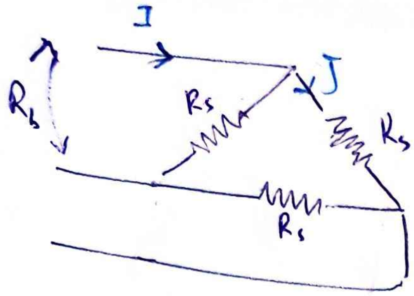
Determiner le pt de fonctionnement. ($C_r = k v^2$)

②



$P_{js} = 3 R_s I^2 \qquad R_b = 2 R_s$

$$\boxed{P_{js} = \frac{3}{2} R_b I^2}$$



$P_{js} = 3 R_s J^2$

$R_b = \dfrac{R_s \times 2R_s}{3R_s} = \dfrac{2}{3} R_s$

$P_{js} = 3 \times \dfrac{3}{2} R_b \times \dfrac{I^2}{3} = \boxed{\dfrac{3}{2} R_b I^2}$

Correction exemple

1/ $P_o = P_{fs} + P_m + P_{jso} \Rightarrow P_{fs} = \dfrac{P_o - P_{jso}}{2} = \dfrac{P_o - \frac{3}{2} R_b I_o^2}{2} = 897,56\ W$

2/a/ $P_a = \dfrac{P_m}{\eta} = \dfrac{40 \cdot 10^3}{0,9} = 44 \cdot 10^3\ W.$

$I = \dfrac{P_a}{\sqrt{3}\, U \cos\varphi} = \dfrac{44 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \times 380 \times 0,9} = 73,46\ A \qquad \Omega_s = \dfrac{\omega_s}{p} = \dfrac{2\pi f}{p}.$

b/ $P_{js} = \dfrac{3}{2} R_b I^2 = 1133,23\ W$

c/ $P_{jr} = P_a - P_u - P_{js} - P_{fs} - P_m = 1071,65\ W$

d/ $g = \dfrac{P_{jr}}{P_a} = 0,025 = 2,5\%$; $P_{transmise} = P_{tr} = P_a - P_{fs} - P_{js}.$

$n = n_s(1-g)$; $n_s = \dfrac{60 \times f}{p} = \dfrac{60 \times 50}{2} = 1500\ tr/min$

$n = 1500(1 - 0,025) = 1462,5$

e/ $C_u = \dfrac{P_u}{\Omega} = \dfrac{P_u}{2\pi \frac{n}{60}} = \dfrac{46 \cdot 10^3}{2\pi \times \frac{1462,5}{60}} = 261,30\ N.m.$

3/ $C_r = k \cdot n^2$

$\rightarrow k = \dfrac{29,5}{500^2} = 0,000118 = 118 \cdot 10^{-6} \Rightarrow C_r = 118 \cdot 10^{-6}\, n^2$

$$\begin{cases} 0 = a \times 1500 + b. \\ 300 = a \times 1440 + b. \end{cases}$$

$x.1 \rightarrow 300 = -60a \rightarrow a = -5$

$1 \Rightarrow \quad b = -a \times 1500 = 7500$

$C = -5n + 7500$

$-5n + 7500 = 118 \cdot 10^{-6} n^2$

$\Rightarrow 118 \cdot 10^{-6} n^2 + 5n - 7500 = 0$

$\boxed{n = 1450,35 \text{ tr/min}}$

$C_u = -5 \times n + 7500$

$C_u = -5 \times 1450,35 + 7500.$

$C_u = 248,25 \text{ N.m}$