



Devoir de Contrôle

ANALYSE & IDENTIFICATION DES PROCÉDES

(Documents non autorisés)

Exercice 1 :

Soit un mobile se déplaçant avec un mouvement rectiligne non uniforme dont la position est décrit par le modèle suivant :

$$y(t) = \frac{1}{2} \delta t^2 + v_0 t + e(t)$$

δ est l'accélération, v_0 est la vitesse initiale et $e(t)$ est l'erreur de mesure considérée de moyenne nulle et de variance $\sigma^2 = 10^{-2}$.

Les mesures expérimentales conduisant à l'estimation de vecteur paramètres $\theta^T = [\delta \ v_0]$ sont données sur le tableau suivant :

t	1	2	3
$y(t)$	2.5	5.7	9.5

- Déterminer les paramètres de $\hat{\theta}(2)$ du vecteur de paramètres en appliquant la méthode des moindres carrés non récurrents.
- Calculer la covariance du $\hat{\theta}(2)$.
- Appliquer la méthode des moindres carrés récurrents pour estimer $\hat{\theta}(3)$.

Exercice 2 :

Soit un système décrit par le modèle entrée-sortie suivant :

$$y(k) = -a_1 y(k-1) + b_1 u(k-1) + e(k)$$

où $u(k)$, $y(k)$ et $e(k)$ représentent respectivement l'entrée, la sortie du système et un bruit blanc. On donne sur le tableau suivant quelques mesures effectuées sur le système considéré :

k	1	2	3	4	5	6
$u(k)$	-1	-1	-1	1	1	1
$y(k)$	0	0	-0.15	-0.25	-0.46	-0.57

1. Discuter de la possibilité de l'application de la méthode des moindres carrés récursifs pour l'identification des paramétriques a_1 et b_1 .
2. Décrire la méthode adéquate de validation du modèle identifié.
3. Déterminer les estimés de vecteur paramètre $\hat{\theta}(5)$ en utilisant la méthode des moindres carrés ordinaires non récursifs.
4. Calculer la variance du bruit $e(k)$.
5. Utiliser la méthode des moindres carrés récursifs pour la détermination des estimés à l'instant $k=6$.
6. En supposant que le bruit est décrit par le modèle à moyenne ajustée donné par la relation (1) suivante, formuler, sans calcul numérique, le problème d'estimation du vecteur des paramètres $\hat{\theta}(6)$ du modèle qui en résulte en utilisant une méthode convenable d'estimation pour ce type de modèles.

$$v(k) = e(k) + c_1 e(k-1) \quad (1)$$

Bon Travail



Devoir de Contrôle

ANALYSE & IDENTIFICATION DES PROCÉDES

(Documents non autorisés)

Exercice 1

1. En partant de l'affirmation que les perturbations aléatoires vont introduire des biais sur les paramètres estimés d'un procédé, donner en détails les deux possibilités permettant de surmonter le dit problème et d'avoir des estimés non biaisés.

2. Soit un système décrit par le modèle entrée-sortie suivant :

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k) + C(q^{-1})v(k)$$

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1}; \quad B(q^{-1}) = b_1q^{-1}; \quad d = 0; \quad C(q^{-1}) = 1$$

où $u(k)$, $y(k)$ et $v(k)$ représentent respectivement l'entrée, la sortie du système et un bruit blanc.

On donne sur le tableau suivant quelques mesures effectuées sur le système considéré :

k	1	2	3	4	5	6
$u(k)$	-1	-1	-1	1	1	1
$y(k)$	0	-0.15	-0.25	-0.35	-0.46	-0.66

- Discuter de la possibilité de l'application de la méthode des moindres carrés récurrents pour l'identification des paramètres a_1 et b_1 .

3. Décrire la méthode adéquate de validation du modèle identifié.

4. Déterminer les estimés du vecteur de paramètres $\hat{\theta}(5)$ en utilisant la méthode des moindres carrés ordinaires non récurrents.

5. Appliquer le test de validation au modèle identifié à l'instant $k=5$, et évaluer la précision de l'estimation.



Devoir de Contrôle

ANALYSE & IDENTIFICATION DES PROCÉDES

(Documents non autorisés)

Exercice 1

Soit un système décrit par le modèle entrée-sortie suivant :

$$y(k) = -a_1 y(k-1) + b_1 u(k-1) + v(k)$$

où $u(k)$, $y(k)$ et $v(k)$ représentent respectivement l'entrée, la sortie du système et un bruit blanc.

On donne sur le tableau suivant quelques mesures effectuées sur le système considéré :

k	1	2	3	4	5	6
$u(k)$	-1	-1	1	-1	1	1
$y(k)$	0	0	-0.14	-0.27	-0.31	-0.47

1. Discuter de la possibilité de l'application de la méthode des moindres carrés récurrents pour l'identification des paramètres a_1 et b_1 , et décrire la méthode adéquate de validation du modèle identifié.
2. Déterminer les estimés $\hat{a}_1(5)$ et $\hat{b}_1(5)$ en utilisant la méthode des moindres carrés ordinaires non récurrents.
3. Utiliser la méthode des moindres carrés récurrents pour la détermination des estimés à l'instant $k=6$.
4. En supposant que le bruit affectant le système $e(k)$ est décrit par le modèle à moyenne ajustée donné par la relation suivante :

$$e(k) = v(k) + c_1 v(k-1)$$

Formuler, sans calcul numérique, le problème d'estimation du vecteur des paramètres $\hat{\theta}(k)$ du modèle qui en résulte en utilisant une méthode convenable d'estimation pour ce type de modèles.

Exercice 2

Soit le procédé du premier ordre sans retard, opérant dans un environnement stochastique

Le modèle retenu pour décrire l'influence de la perturbation est le suivant :

$$y(k) = \frac{1}{A(q^{-1})C(q^{-1})} v(k)$$

Le modèle « procédé + perturbation » est décrit, donc, par les polynômes suivants :

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1}; \quad B(q^{-1}) = b_1 q^{-1}; \quad C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1}$$

On note par $u(k)$, $y(k)$ et $v(k)$ respectivement l'entrée, la sortie et le bruit blanc.

On donne sur le tableau suivant quelques mesures effectuées sur le procédé considéré :

k	1	2	3	4
$u(k)$	-1	1	1	-1
$y(k)$	0.05	-0.82	1.67	-0.36

- Pour $k \leq 0 \Rightarrow u(k) = y(k) = 0$
- $\hat{a}_1(1) = \hat{a}_1(2) = 0.32$; $\hat{b}_1(1) = \hat{b}_1(2) = 0.54$
- Valeurs initiales des différents paramètres sont nulles.

- 1- Quelle est parmi les méthodes basées sur le blanchissement de l'erreur de prédiction celle qui conduit à une estimation non biaisée des paramètres du procédé.
- 2- Exploiter la méthode proposée pour l'estimation non-réursive des paramètres à l'instant d'échantillonnage 4.

Bon Travail

$$\frac{Y(k)}{U(k)} = \frac{B(\bar{q}^{-1})}{A(\bar{q}^{-1})}$$

$$A(\bar{q}^{-1})Y(k) = B(\bar{q}^{-1})U(k) + \frac{1}{C(\bar{q}^{-1})}v(k)$$