ENIG	***Devoir de Synthèse Antennes et propagation libre***	***Ens :M. Benzina H***
Année Universitaire : 2020/2021		***Durée : 02h00***
		Section :GCR2

Q E =#Oruvtx'rq#ghp dqgh#g'Ìwdeolu#xqh#h{suhvvlrq#rx#gh#p rqwuhu#txhotxh#fkrvh/#ohv#uhvxowdwv#sdudfkxwìv#Ã/#p ¶p h#vÚlov#vrqw#fruuhfw/#vhurqw#
frqvlgìuìv#frp p h#idx{ 1#Q h#sdv#rxeolhu#gh#p hqwlrqqhu#oh#qxp ìur#gh#od#txhvwlrq1#
U dsshc##O'dssduhlo#wìoìskrqltxh#hvw#lqwhuglw#>#O'xvdjh#gx#E odqfr#fruuhfwhxu#q'hvw#sdv#gx#wrxw#vrxkdlwì/#txhoohtxh#vrlw#od#udlvrq1#

Exercices: cadre général régime sinusoidal

I) On se propose d'étudier un dipôle de dimension finie, de longueur l et qui est disposé symétriquement autour de O, le long de l'axe Oz.

Ce dipôle est alimenté par un courant $I(z_P)$; où P est le point source (appartenant au dipôle). On voudrait connaitre les caractéristiques de rayonnement en un point M éloigné de telles sorte qu'on pourra considérer les rayons OM et PM parallèles. (mais on n'est pas encore dans la région de champ lointain).

1°)a) Ecrire l'expression générale du potentiel vecteur $\vec{\mathbf{A}}$ (M)

b) Quelles sont les approximations de R=PM, pour le terme d'amplitude et pour le terme de phase. Justifier votre réponse par un schéma, puis par un développement basé sur des considérations géométriques.

c)Obtenir alors l'expression du potentiel vecteur $\vec{\mathbf{A}}$ (M) pour notre cas.

2°) Obtenir l'expression du champ magnétique $\vec{H}(M)$. (prendre le soin de ne pas développer les termes qui sont des dérivés partielles par rapport à θ).

3°) Obtenir l'expression du champ magnétique $\vec{E}(M)$.

4°)On éloigne maintenant suffisamment le point M pour pouvoir être considéré dans la région de champ lointain. Simplifier les expressions des Champs $\vec{H}(M)$ et $\vec{E}(M)$.

5°) Quelle est la structure de l'onde ainsi reçue (sphérique, plane, progressive, stationnaire,…) bien justifier votre réponse.

II) 1°) On considère un dipôle demi-onde, dont l'expression du champ électrique est :

$$\mathcal{E}_\theta = j\omega\mu\frac{2I_o}{\beta}\frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}\frac{\cos\left[\left(\pi/2\right)\cos\theta\right]}{\sin\theta}$$

a)Quelle est l'expression du potentiel vecteur $\vec{\mathbf{A}}$ (M).

b)Déduire l'expression de $\vec{H}(M)$.

c)Déduire l'expression du champ normalisé F(θ).

2°)a)Quel est le champ électrique normalisé d'un réseau linéaire horizontal de 6 dipôles demi-onde verticaux (disposés suivant l'axe Ox),équidistants (d = 3λ/4), parallèles, excités uniformément et dont le déphasage entre deux éléments voisins est de $\alpha = 7\pi/4$.

b)Quelle est l'orientation du lobe principal du facteur de réseau.

3°) Tracer, en polaires, le diagramme de rayonnement du facteur de réseau normalisé dans la feuille jointe avec le sujet d'examen.

III) Une antenne rayonne un champ normalisé dont l'expression est :

$F(\theta,\varphi)=\sin(\theta).\exp(-4|\varphi-\pi|)$

1°) a) Quelle est l'expression de la puissance normalisée.

b)Calculer l'angle solide de l'antenne.

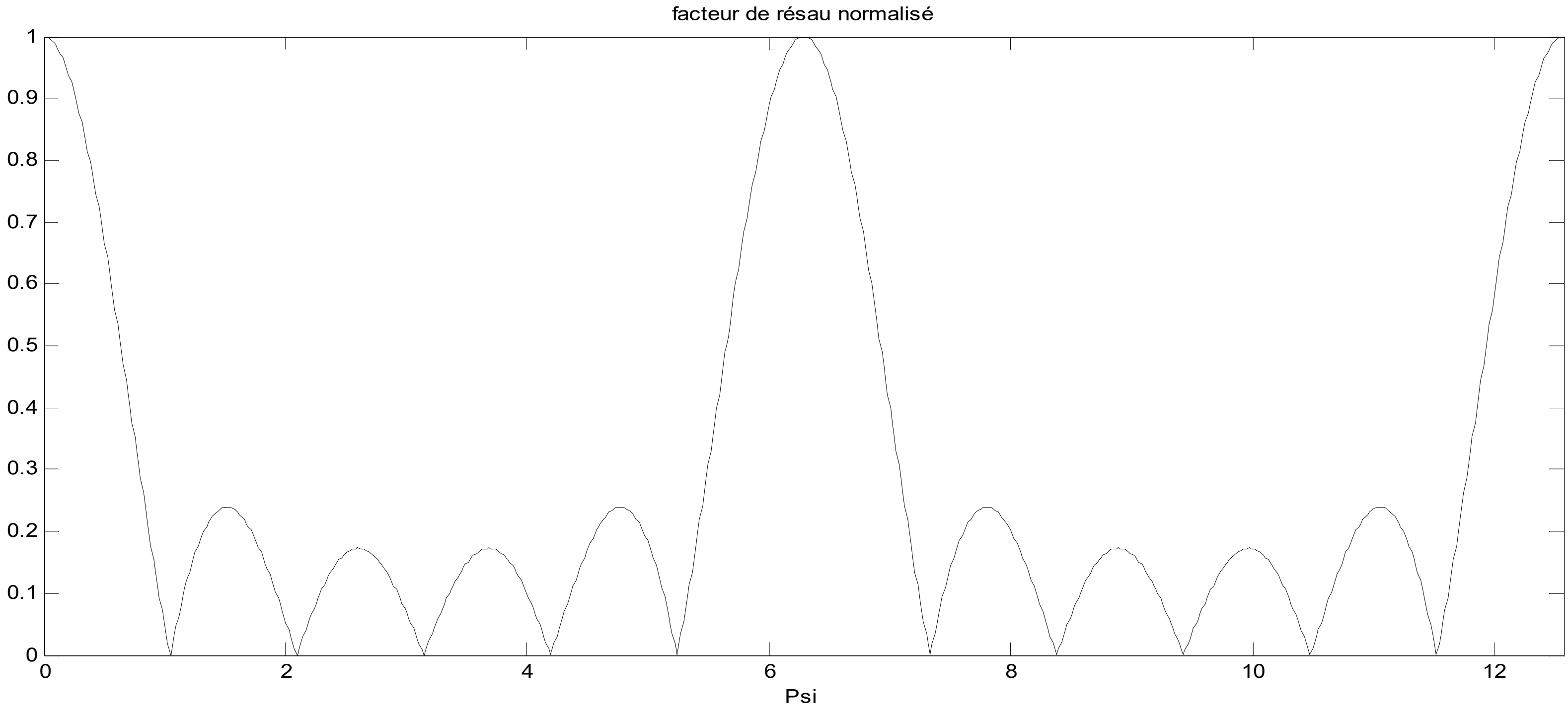
c)Calculer sa Directivité.

2°)a)Calculer la densité de puissance (vecteur de Poynting) émise nécessaire pour rayonner un champ électrique dont l'intensité est de 10 mV/m dans la direction optimale.

b) Déduire la puissance émise nécessaire si cette intensité est produité à 5 km dans la direction optimale.

3°)Si cette intensité de chjamp électrique de 10 mV/m à 5 km, est obtenue dans la direction (θ=60°, φ=150°), recalculez la puissance émise

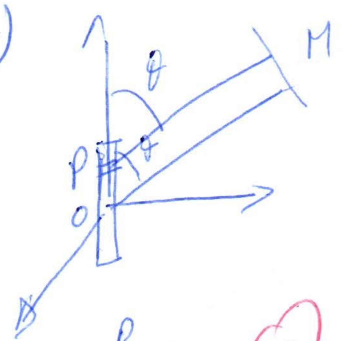
Bon Travail



facteur de résau normalisé
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
2
4
6
8
10
12
Psi

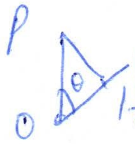
DS ANT 2020/2021 EN16 DS 1

I)



1°) a) $\vec{A}(M) = \frac{\mu}{4\pi}\int_{dipole} \frac{I(P)\, e^{-j\beta R}}{R}\, \vec{dl_P}$

b) pour le terme d'amplitude $R \simeq r$
pour le terme de phase



$R \simeq r - z_P \cos\theta$; $z_P = \overline{OP}$

c) $\vec{A}(M) = \frac{\mu\, e^{-j\beta r}}{4\pi r}\int_{-\frac{\ell}{2}}^{+\frac{\ell}{2}} I(z_P)\, e^{j\beta z_P \cos\theta}\, dz_P\, \vec{k}$

2°) $\vec{H} = \frac{1}{\mu}\vec{rot}\,\vec{A}$; $\vec{A} = A_r\vec{u_r} + A_\theta\vec{u_\theta}$ car $\vec{k} = \cos\theta\,\vec{u_r} - \sin\theta\,\vec{u_\theta}$

$\vec{rot}\,\vec{A} = \frac{\vec{u_\varphi}}{r}\left[\frac{\partial(r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right]$; $A_r = A_z\cos\theta$; $A_\theta = -A_z\sin\theta$

$\vec{rot}\,\vec{A} = \frac{\vec{u_\varphi}}{r}\left[-\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\mu\, e^{-j\beta r}}{4\pi}\sin\theta\int(\dots)\right) - \frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{\mu}{4\pi}\frac{e^{-j\beta r}}{r}\cos\theta\int(\dots)\right)\right]$

$= \frac{-\vec{u_\varphi}}{r}\left\{\frac{\mu}{4\pi}(-j\beta)e^{-j\beta r}\sin\theta\int(\dots) + \frac{\mu}{4\pi}\frac{e^{-j\beta r}}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\cos\theta\int(\dots)\right]\right\}$

$$\boxed{\vec{H}(M) = \frac{-\vec{\mu_\varphi}}{4\pi r}e^{-j\beta r}\left\{(-j\beta)\sin\theta\int(\dots) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\cos\theta\int(\dots)\right]\right\}}$$

3°) $\vec{E} = \frac{1}{j\omega\varepsilon}\vec{rot}\,\vec{H}$; $\vec{H} = H_\varphi\vec{u_\varphi}$

$\vec{rot}\,\vec{H} = \frac{\vec{u_r}}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}(H_\varphi\sin\theta)\right] - \frac{\vec{u_\theta}}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r H_\varphi)$

$= \frac{\vec{u_r}}{r\sin\theta}\frac{(-)e^{-j\beta r}}{4\pi r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left\{(-j\beta)\sin^2\theta\int(\dots) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\cos\theta\int(\dots)\right]\right\}$

$+ \frac{\vec{u_\theta}}{4\pi r}\frac{\partial}{\partial r}\left(e^{-j\beta r}\left\{(-j\beta)\sin\theta\int(\dots) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\cos\theta\int(\dots)\right]\right\}\right)$

$= \frac{-\vec{u_r}\, e^{-j\beta r}}{4\pi r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left\{(-j\beta)\sin^2\theta\int(\dots) + \frac{\partial}{\partial\theta}\left[\cos\theta\int(\dots)\right]\right\}$

$+ e^{-j\beta r}\frac{\vec{u_\theta}}{4\pi r}\left[(-j\beta)\left\{(-j\beta)\sin\theta\int(\dots) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\cos\theta\int(\dots)\right]\right\} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\cos\theta\int(\dots)\right]\right]$

7pts

on déduit $\vec{E}$ en multipliant par $\frac{1}{j\omega\varepsilon}$ DS (2)

4°) $\vec{H}(M) \simeq j\beta \frac{e^{-j\beta r}\sin\theta}{4\pi r}\int(\dots)\,\vec{u}_\varphi = j\beta\frac{A_z}{\mu}\sin\theta\,\vec{u}_\varphi$

$\vec{E}(M) \simeq -\frac{\beta^2 e^{-j\beta r}}{j\omega\varepsilon\, 4\pi r}\sin\theta\int(\dots)\,\vec{u}_\theta = j\omega\mu\frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}\sin\theta\int(\dots)\,\vec{u}_\theta$

$= j\omega\mu\frac{A_z}{\mu}\sin\theta\,\vec{u}_\theta$

5°) $\frac{E_\theta}{H_\varphi} = \frac{\omega\mu}{\beta} = \eta$; $\vec{E}\perp\vec{H}$ et $(\vec{E},\vec{H})\perp\vec{u}_r$

donc on a la structure d'une onde localement plane d'autant plus qu'on a $\frac{e^{-j\beta r}}{r}$ dans E et $\vec{H}$

42pts

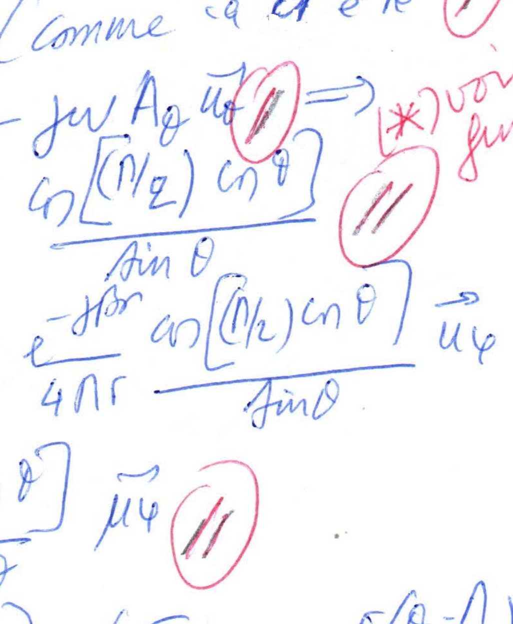
II 1°) a) L'expression de $\vec{E}$ est celle du dipôle demi-onde pour un point M dans la RCL (comme ça a été traité au cours) donc $\vec{E} \simeq -j\omega A_z\vec{u}_z$ ⟶ (*) voir la fin

$A_z = \frac{E_\theta}{-j\omega} = -\mu\frac{2I_0}{\beta}\frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}\frac{\cos[(\pi/2)\cos\theta]}{\sin\theta}$

b) $\vec{H} = \frac{\vec{u}_r\wedge\vec{E}}{\eta} = \frac{j\omega\mu}{\eta}\frac{2I_0}{\beta}\frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}\frac{\cos[(\pi/2)\cos\theta]}{\sin\theta}\vec{u}_\varphi$

$\vec{H} = jI_0\frac{e^{-j\beta r}}{2\pi r}\frac{\cos[(\pi/2)\cos\theta]}{\sin\theta}\vec{u}_\varphi$

c) $F(\theta) = \frac{E_\theta}{E_{\theta max}} = \frac{\cos[(\pi/2)\cos\theta]}{\sin\theta}$ $\left(E_{max} = E(\theta=\frac{\pi}{2})\right)$



2°) a) $E_n = F(\gamma)\times FR_n$

$\cos\gamma = \vec{i}\cdot\vec{u}_r$

③

$$\vec{\imath} = \cos\varphi\, \vec{u_\rho} - \sin\varphi\, \vec{u_\varphi}$$
$$= \cos\varphi(\sin\theta\, \vec{u_r} + \cos\theta\, \vec{u_\theta}) - \sin\varphi\, \vec{u_\varphi}$$
$$= \cos\varphi \sin\theta\, \vec{u_r} + \cos\varphi \cos\theta\, \vec{u_\theta} - \sin\varphi\, \vec{u_\varphi}$$

$$\cos\gamma = \vec{\imath} \cdot \vec{u_r} = \cos\varphi \sin\theta \Rightarrow \sin\gamma = \sqrt{1 - \sin^2\theta \cos^2\varphi}$$

$$\Rightarrow F(\gamma) = \frac{\cos[(\pi/2)\cos\gamma]}{\sin\gamma} = \frac{\cos[(\pi/2)\cos\varphi \sin\theta]}{\sqrt{1 - \sin^2\theta \cos^2\varphi}}$$

d'autre part :

$$\Psi = \beta d \cos\theta + \alpha \;;\; \beta = \frac{2\pi}{\lambda} \;;\; d = \frac{3\lambda}{4} \;;\; \alpha = \frac{7\pi}{4}$$

$$\Psi = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{3\lambda}{4}\cos\theta + \frac{7\pi}{4} = \frac{3\pi}{2}\cos\theta + \frac{7\pi}{4} = \frac{\pi}{4}(6\cos\theta + 7)$$

$$FR_n = \frac{\sin N\frac{\Psi}{2}}{N \sin\frac{\Psi}{2}} = \frac{\sin\left[\frac{6\pi}{8}(6\cos\theta + 7)\right]}{6\sin\left(\frac{\pi}{8}(6\cos\theta + 7)\right)}$$

($\frac{3\pi}{4}$)

finalement

$$E_n = \frac{\cos[(\pi/2)\cos\varphi \sin\theta]}{\sqrt{1 - \sin^2\theta \cos^2\varphi}} \times \frac{\sin\left[\frac{3\pi}{4}(6\cos\theta + 7)\right]}{6\sin\left[\frac{\pi}{8}(6\cos\theta + 7)\right]}$$

b) orientation du lobe principal.

lobe principal $\Rightarrow \Psi = 0$ ou $2\pi \Rightarrow \frac{\pi}{4}(6\cos\theta_0 + 7) = 2\pi$

$$\Rightarrow \theta_0 = \arccos\left(+\frac{1}{6}\right) = 80{,}41^\circ$$

3°) voir figure ci-après (page indépendante). 43pts 44

III) 1°) a) $P = |F(\theta,\varphi)|^2 = \sin^2\theta \exp(-8|\varphi - \pi|)$

b) $$\Omega_A = \iint_{\text{l'espace}} |F(\theta,\varphi)|^2 d\Omega = \underbrace{\int_0^\pi \sin^3\theta\, d\theta}_{I_1} \underbrace{\int_0^{2\pi} \exp[-8|\varphi - \pi|]\, d\varphi}_{I_2}$$

$$I_1 = \int_0^\pi \sin^3\theta\, d\theta = \int_0^\pi \sin^2\theta \sin\theta\, d\theta = \int_0^\pi (1 - \cos^2\theta)(-)\, d(\cos\theta)$$
$$= (-)\int_1^{-1} (1 - u^2)\, du = \int_{-1}^{1} (1 - u^2)\, du = \left[u - \frac{u^3}{3}\right]_{-1}^{1}$$

$\alpha - \beta d$ α $\alpha + \beta d$

④

$I_1 = \left[1 - \frac{1}{3} - \left(-1 + \frac{1}{3}\right)\right] = \left[2 - \frac{2}{3}\right] = \frac{4}{3}$

$I_2 = \int_0^{\pi} \exp(+8(\varphi-\pi))\,d\varphi + \int_{\pi}^{2\pi} \exp(-8(\varphi-\pi))\,d\varphi$

$= \left[\frac{1}{8}\exp(8(\varphi-\pi))\right]_0^{\pi} + \left[\frac{\exp(-8(\varphi-\pi))}{-8}\right]_{\pi}^{2\pi} = \frac{1}{8}\left[1 - \exp(-8\pi) - \exp(-8\pi) + 1\right]$

$= \frac{2 - 2\exp(-8\pi)}{8} = \frac{1 - \exp(-8\pi)}{4}$ $\exp(-8\pi) \ll 1 \Rightarrow I_2 \simeq \frac{1}{4}$

finalement $I = I_1 I_2 = \frac{4}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$; $\Omega_A = \frac{1}{3}$ Sr $(0{,}333)$

c) $D = \frac{4\pi}{\Omega_A} = \frac{4\pi}{1/3} = 12\pi \simeq 37{,}7$

2°) a)

a) $\Pi = \frac{|E|^2}{2\eta} = \frac{(10 \times 10^{-3})^2}{2(120\pi)} = 13{,}3\,10^{-8}\ W/m^2$

b) $P_1 = \Omega_A U_{max} = \Omega_A \Pi r^2 = \frac{1}{3} \times 13{,}3\,10^{-8} \times (5\,10^3)^2$

$P_1 = 1{,}108\ W$

3°) $f(\theta,\varphi) = |F(\theta,\varphi)|^2 = \frac{U}{U_{max}} \Rightarrow U_{max} = \frac{U}{|F(\theta,\varphi)|^2}$ ← joue le même rôle que U_{max} du 2°) b)

$\Rightarrow P_2 = \Omega_A \frac{U}{|F(\theta,\varphi)|^2}$ ($\Omega_A U$: P_1) ; $|F(\theta,\varphi)|^2 = \sin^2(\theta)\, e^{-8|\varphi-\pi|}$

$|F(60°,180°)|^2 = \sin^2(\pi/3)\, e^{-8\left|\frac{5\pi}{6}-\pi\right|} = \frac{3}{4} \times e^{-4\pi/3} = 0{,}01137$

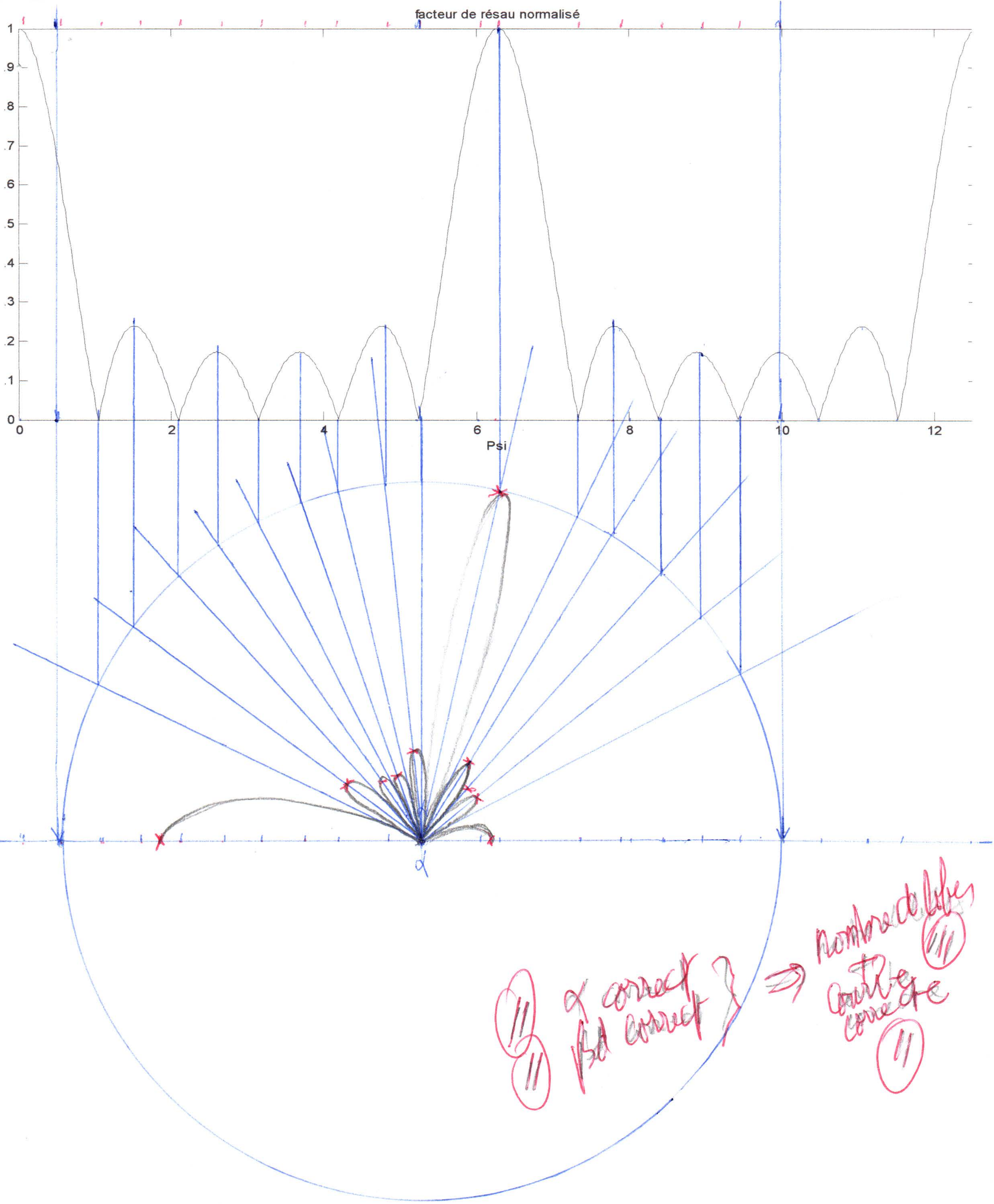
$\Rightarrow P_2 = \frac{P_1}{|F(\theta,\varphi)|^2} = 97{,}4\ W$

(*) on peut ajouter que $\vec{A} \cdot \vec{A}_z = A_z(\cos\theta\, \vec{u}_r - \sin\theta\, \vec{u}_\theta)$
$\Rightarrow \vec{A} = \frac{\varepsilon\mu I_0}{\beta} \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r} \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin^2\theta} \vec{k}$

11 pts ⇒ 32 pts

1 pt = 0,27

total sur 33



11 α correct

11 βd correct } ⇒ nombre de lobes 11

courbe correcte 11