ENIG GCR2	Devoir de contrôle Communications numériques	A.U : 2017/2018 Durée : 1H30

R = mD

Seuil

Exercice 1 :

Soit la séquence S= 010100111011

1- Donnez les codages suivants :

a. RZ

b. NRZ

c. Manchester

d. Manchester différentiel

e. Miller

2. Donnez les densités spectrales de puissance des codages RZ et NRZ. Conclure

4 Manchester

3. Quels sont les critères du choix d'un code en ligne ?

R = 2400 bauds

Exercice 2 :

DW = 5000 Hz

1. Soit une ligne de transmission de fréquences extrêmes 200-5200 Hz. La rapidité de modulation est de 2400 bauds et les signaux sont transmis avec une valence de 8. Quel est le débit binaire disponible sur cette ligne ? D = mR V=8
2. Soit une ligne de transmission caractérisée par une bande passante 61-352 kHz, et par un rapport signal sur bruit de 25 dB.

   a. Quelle est la capacité maximale théorique de cette ligne ?

   b. Même question avec un rapport signal sur bruit de 12 dB.
3. Quelle est la rapidité de modulation nécessaire pour qu'un canal de transmission ait un débit binaire de 2400 bit/s sachant que les signaux transmis sont quadrivalents ?

Exercice 3 :

$= \frac{1}{nT_b}$

On considère une transmission NRZ unipolaire dont la rapidité de modulation $R = 2.10^5$ baud . On considère un canal BBAG idéal dont sa densité spectrale de puissance vaut 0.04 W/Hz. On souhaite avoir une probabilité d'erreur $P_e = 10^{-5}$.

$\frac{N_0}{2}$

$\lambda =$

1. Donnez l'expression du seuil de décision optimal qui minimise la probabilité d'erreur.
2. Sachant que « 1 » et « 0 » sont équiprobables, vérifiez que $\lambda_{opt} = \frac{V}{2}$;
3. Sachant que « 1 » et « 0 » sont équiprobables, montrez que :

$$Pe = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

$erfc(x) = 2\,Q(\sqrt{2}\,x)$

4. Déterminez dans ce cas, l'amplitude du signal V et la valeur de λ_{opt}.
5. Tracer la réponse impulsionnelle du filtre adapté et calculer le rapport signal sur bruit à sa sortie.

$\cancel{Pe = \frac{1}{2} erfc\left(\frac{V}{4\sqrt{2}\sigma}\right)}$

$= Q$

Seuil de déci

$E_b = V^2 T_b$

$\lambda_{opt} = \ln \frac{P_0}{P}$

$\Rightarrow V = \left(\frac{E_b}{T_b}\right)$

$Pe = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}}\right) = 10^{-5}$

$P_1 = P_0 = \frac{1}{2}$

$\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}} = 4,7$

E_b

$\lambda_{opt} = ---$

$V^2 \cdot T_b$

$Pe = P_1 P(0/1) + P_0 P(1/0)$

$P_1 = P_0 = \frac{1}{2}$

Devoir de contrôle

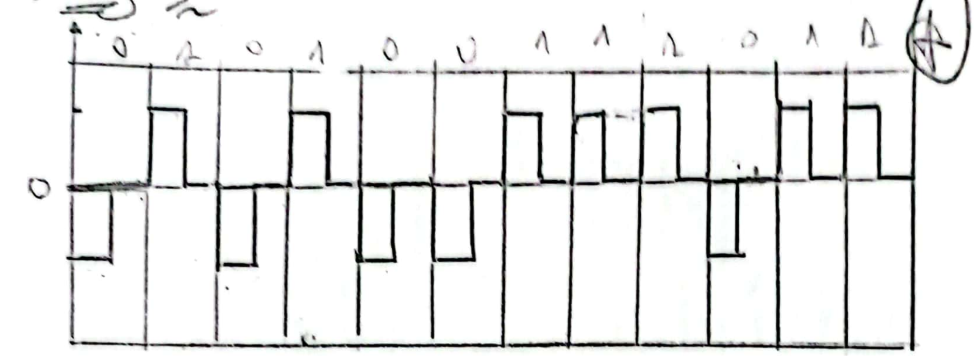
Communications numériques

Exercice 1 :

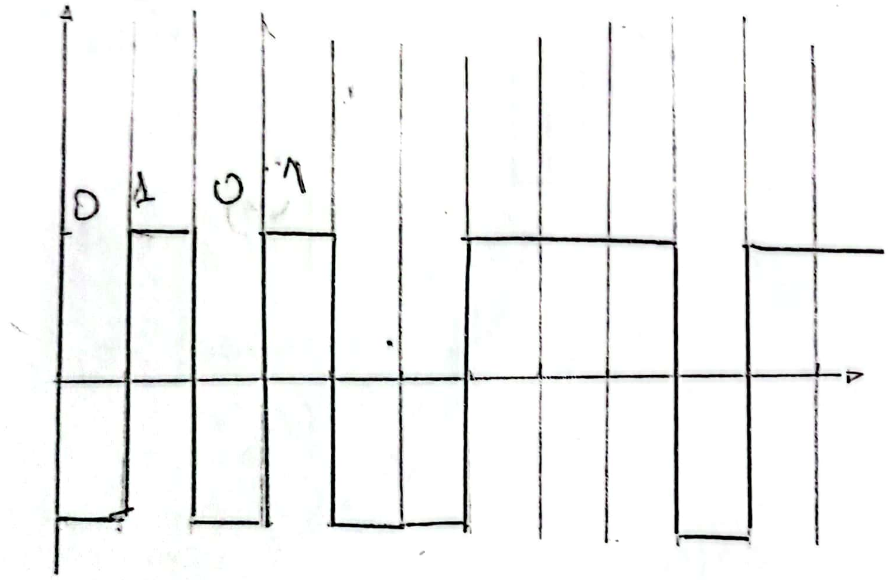
Soit la séquence S = 010100111011

1. Donner les codages suivants :

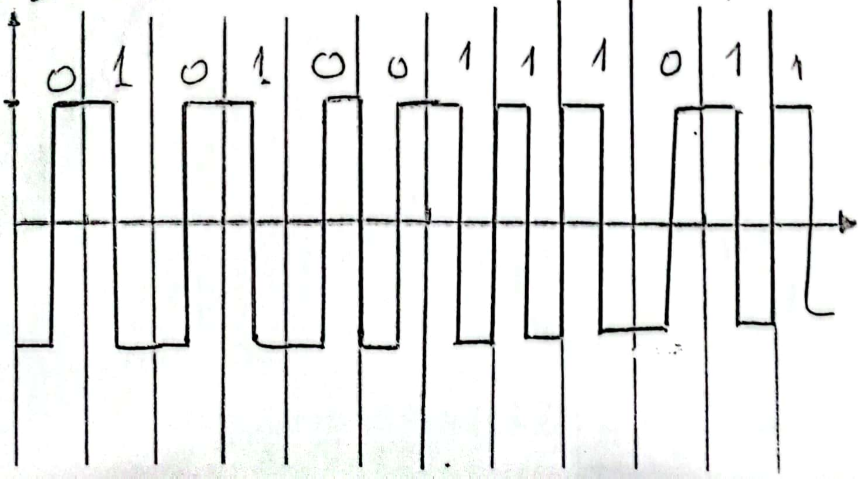
a) RZ-1/2



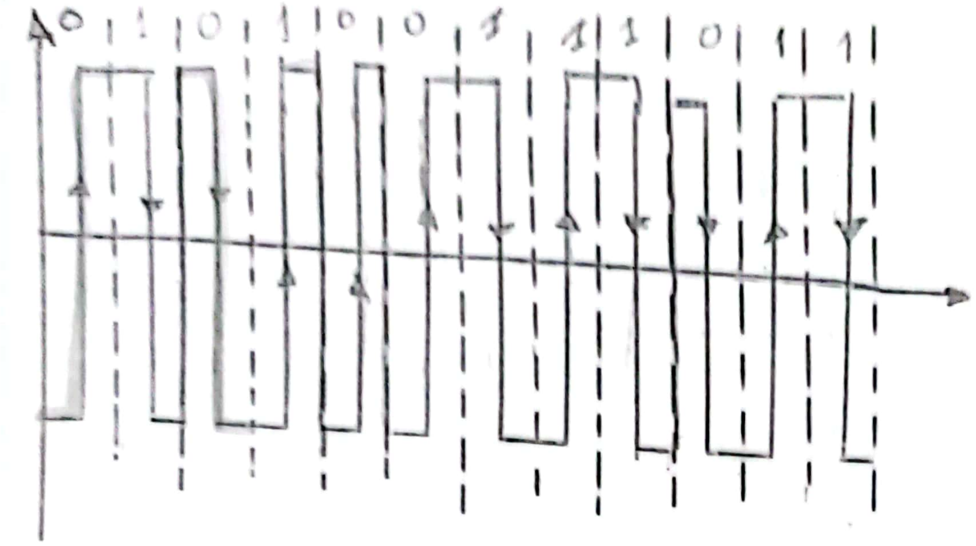
b) NRZ



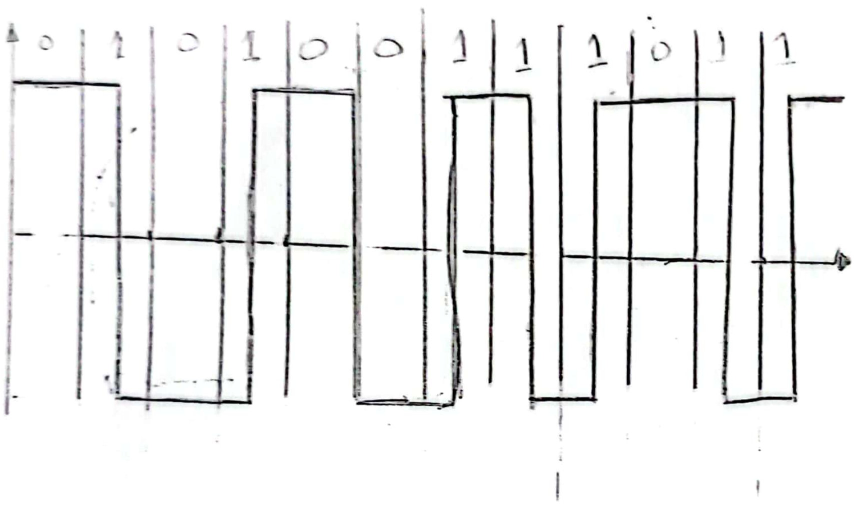
Manchester

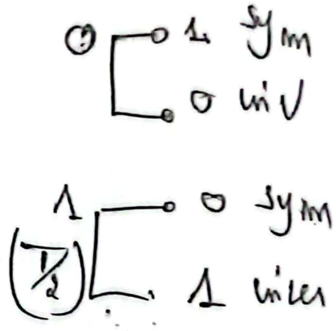


hester différentiel



ller





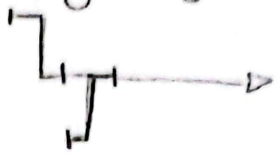
... spectrale :

R3

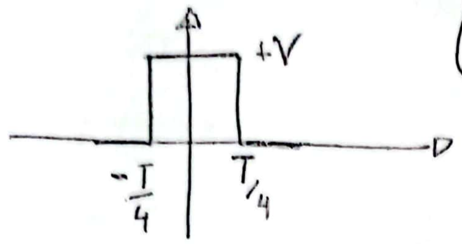
Source $\{0,1\}$ $\longrightarrow a(t) = \sum a_k \delta(t - \frac{k}{T})$

$a_k = \{0, 1\}$

codage R3



$$g(t) = \begin{cases} 1 \text{ si } t \in [0, T/2] \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$



$$e(t) = a(t) * g(t) = \sum a_k \delta(t - \frac{k}{T}) * g(t) = \sum a_k g(t - k/T)$$

$$E(f) = A(f) \cdot G(f)$$

aleatoire — deterministe

R4 $E(f)$ est aléatoire donc pour determiner la densité spectrale on utilise la fonction décorrélation.

$$\phi_e(f) = \phi_A(f) \cdot |G(f)|^2$$

d'après Benner on a

$$\gamma_a(f) = \frac{\sigma_a^2}{T} + \frac{m_a^2}{T^2} \sum_k \delta(f - \frac{k}{T})$$

on $m_a = \sum a_k P_k = (0)\frac{1}{2} + (1) \times \frac{1}{2} = 0\ 1/2$

$$\sigma_a^2 = \sum a_k^2 P_k - m_a^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\phi_a(f) = \frac{1}{4T} + \frac{1}{4T^2} \sum_k \delta(f - \frac{k}{T})$$

$$G(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) e^{-2\pi j f t} dt = V \int_{-T/4}^{T/4} e^{-2\pi j f t} dt = \frac{-V}{2\pi f j} \left[e^{-\pi j f T/2} - e^{\pi j f T/2} \right]$$

$$= \frac{VT}{\pi f} \sin(\pi f T/2) = \frac{VT}{2} \sin_c(\pi f T/2)$$

III)La
1°) Calc
2°) trouv
3°) Expli
4°)Un

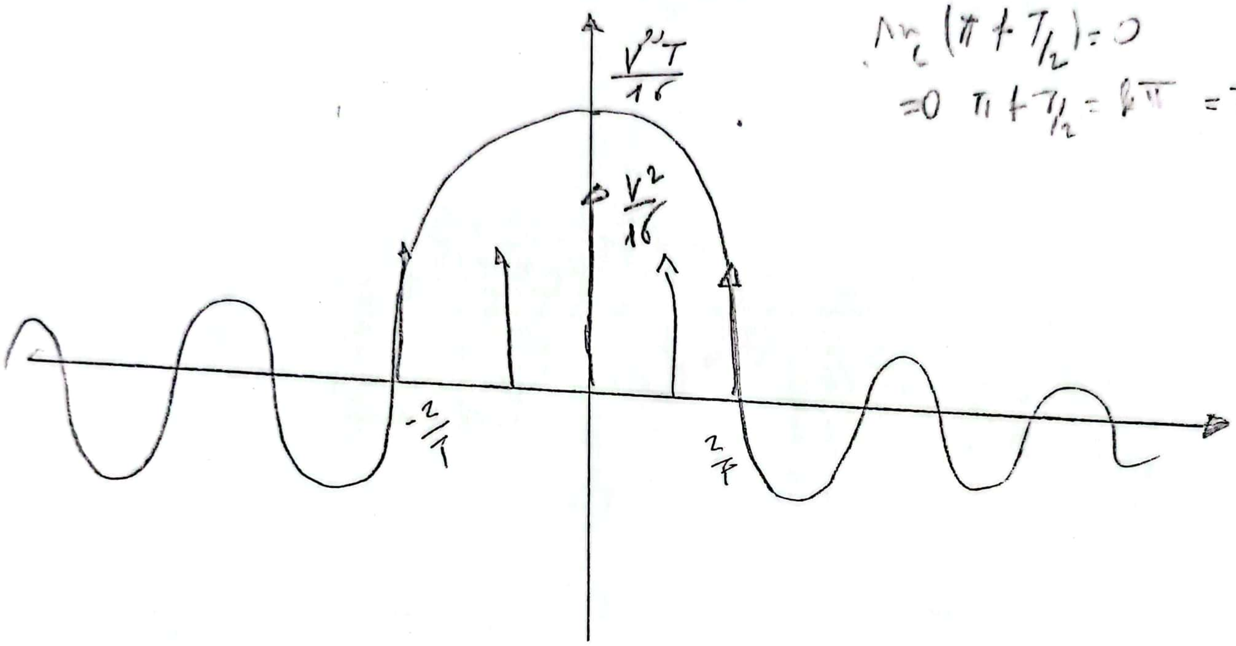
$$\Phi_c(f) = \frac{V^2T^2}{4}\sin_c^2(\pi f T/2)\cdot\left[\frac{1}{4T} + \frac{1}{4T^2}\sum \delta(f - k/T)\right]$$

$$= \frac{V^2T^2}{16T}\sin_c^2(\pi f T/2)\left[1 + \frac{1}{T}\sum \delta(f - k/T)\right]$$

$$= \underbrace{\frac{V^2T}{16}\sin_c^2(\pi f T/2)}_{\text{continue}} + \underbrace{\frac{V^2}{16}\sum \delta(f - k/T)}_{\text{discrète}}$$

$\sin_c(\pi f T/2) = 0$

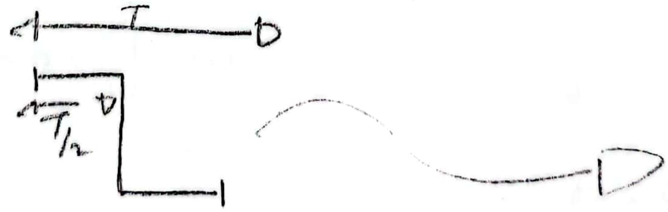
$\Rightarrow \pi f T/2 = k\pi \Rightarrow f = \frac{2}{T}k$



⇒ bande passante grande

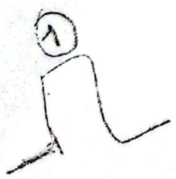
⇒ problème de continuité

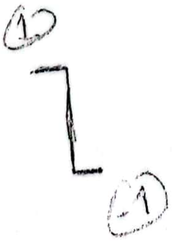
⇒ détection de faute de parité



R3

Manchester





R3 $\{1,0\}$

ace 2 :

1) $W = 5000\,Hz$ $[200 - 5200\,Hz]$.

$R = 2400$ bauds

$V = 8 = 2^3 \to n = 3$

$D = R \times \log_2(V) = R \times 3$

$= 7200$ bit/s.

$V = 2^m$

Lorsqu'un signal a une valence 2^m, une rapidité de modulation d'un baud équivaut à un débit binaire de m bits.

$d = r \times \log_2 |V|$

$\Rightarrow d = 3 \times r$

NRZ $\quad R = 1/2 \{0,1\}$

2) $W = [352 - 61] = 291\,kHz$.

$\frac{S}{B} = 25\,dB \to 10^{25/10} =$

$\left(\frac{S}{B}\right)_{db} = 10 \log_{10}\left(\frac{S}{B}\right)$

$\Rightarrow \log_{10}\left(\frac{S}{B}\right) = \frac{(S/B)_{dB}}{10}$

$\Rightarrow \left(\frac{S}{B}\right) = 10^{\frac{(S/B)}{10}} = 316,2277$ (sans unité).

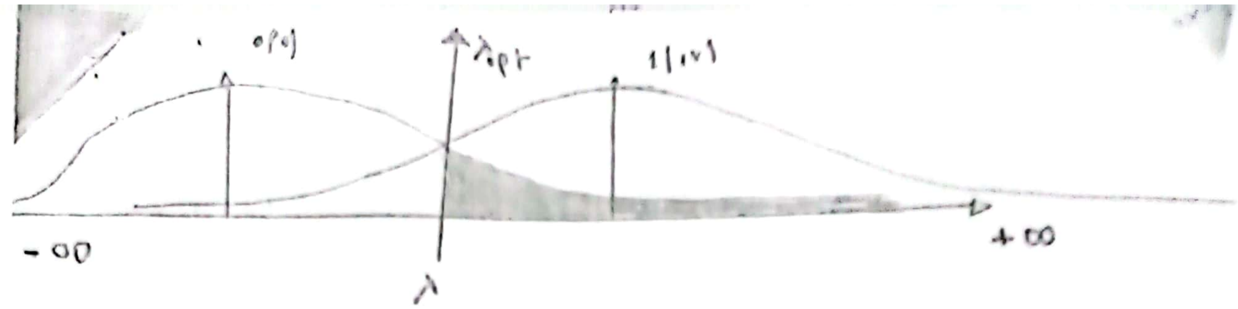
a) capacité maximale théorique est C_{max}

$C = W \log_2\left(1 + \frac{S}{B}\right)$

$C = 2418028,195$ bit/s.

b)

$C = 1185704,303$ bit/s.



$P_e = P_0 P_{10} + P_1 P_{01}$

$$P_{10} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \int_{\lambda}^{+\infty} e^{-\frac{(x-0)^2}{2\sigma^2}}\, dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \int_{\lambda}^{+\infty} e^{-\frac{|x|^2}{2\sigma^2}}\, dx$$

on pose $z = \frac{x}{\sqrt{2}\,\sigma} \rightsquigarrow dx = \sqrt{2}\,\sigma\, dz$.

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \cdot \sqrt{2}\,\sigma \int_{\frac{\lambda}{\sqrt{2}\sigma}}^{+\infty} e^{-z^2}\, dz.$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{\lambda}{\sqrt{2}\sigma}}^{+\infty} e^{-z^2} dz = \boxed{\frac{1}{2}\, \mathrm{erfc}\left(\frac{\lambda}{\sqrt{2}\sigma}\right)}$$

$$P_{10} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \int_{-\infty}^{\lambda} e^{-\frac{(x-1)^2}{2\sigma^2}}\, dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \int_{-\infty}^{\lambda} e^{-\frac{(1-x)^2}{2\sigma^2}}\, dx$$

on pose $z = \frac{1-x}{\sqrt{2}\,\sigma} \longrightarrow dx = -\sqrt{2}\,\sigma\, dz$.

$$= \frac{-\sqrt{2}\,\sigma}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \int_{-\infty}^{\frac{1-\lambda}{\sqrt{2}\sigma}} e^{-z^2}\, dz = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{1-\lambda}{\sqrt{2}\sigma}}^{-\infty} e^{-z^2}\, dz$$

$$= \frac{1}{2}\, \mathrm{erfc}\left(\frac{1-\lambda}{\sqrt{2}\sigma}\right)$$

(0,772)

$$P_e = P_0 \, erfc\left(\frac{\lambda}{\sqrt{2}\sigma}\right) + P_1 \, erfc\left(\frac{V-\lambda}{\sqrt{2}\sigma}\right)$$

$$\frac{dP_e}{d\lambda} = P_0 \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \cdot \frac{-2}{\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{\lambda}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2} + P_1 \cdot \frac{-1}{\sqrt{2}\sigma} \cdot \frac{-2}{\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{V-\lambda}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2}$$

$$\Rightarrow P_0 \cdot \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}\sigma} e^{-\left(\frac{\lambda}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2} = P_1 \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}\sigma} e^{-\left(\frac{V-\lambda}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2}$$

$$\frac{P_0}{P_1} = e^{-\left(\frac{V-\lambda}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{P_0}{P_1}\right) = \frac{-V^2 - \cancel{\lambda^2} + 2\lambda V + \cancel{\lambda^2}}{(\sqrt{2}\sigma)^2}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{P_0}{P_1}\right) = \frac{2\lambda - V}{(\sqrt{2}\sigma)^2}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{V}{2}\left(\ln\left(\frac{P_0}{P_1}\right) \cdot (\sqrt{2}\sigma)^2 + 1\right)$$

2) si $P_0 = P_1$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{V}{2}}$$

$$\sigma^2 = \frac{N_0}{2T_b}$$

3)

$$\boxed{P_e = \cancel{P_0}\, erfc\left(\frac{V}{2\sqrt{2}\sigma}\right)} = \cancel{erfc\left(\frac{N_0}{V}\right)}$$

$$= 2Q\left(\frac{V}{2\sigma}\right) = 2Q\left(\frac{V}{2\sqrt{\frac{N_0}{2T_b}}}\right)$$

$$V = \sqrt{\frac{E_b}{T_b}}$$

$$= 2Q\left(\frac{V}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{N_0}{T_b}}}\right) = 2Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$