



GCR1

A.U 2017-2018

Documents non autorisés

1 page+1 abaque+1 formulaire

DUREE 02H00

**DEVOIR DE SYNTHESE PROPAGATION GUIDEE****N.B :** Chaque étudiant(e), dispose d'un formulaire et d'une abaque.

L'usage d'une calculatrice standard est autorisé. L'usage de GSMs et Smartphones est interdit.

**EXERCICE N°1**

Soit un guide rectangulaire rempli d'un diélectrique de constante  $\epsilon_r=3$ , et telle que  $a=8.2\text{cm}$  et  $b=4.4\text{cm}$

- 1°) a) Quel est le mode fondamental ? quelle est sa fréquence de coupure  $f_{cd}$ .
- b) Calculer alors constante de propagation de coupure  $k_c$  pour ce mode ?
- c) Quelle est la valeur de la longueur d'onde de coupure  $\lambda_c$  pour ce mode ?
- d) Calculer les constantes de propagation  $\beta_g$  et  $k_0$ .

Quelle est la valeur de la longueur d'onde guidée  $\lambda_g$  pour ce mode.

$$f_0 = 116 \text{ Hz}$$

2°) a) En se restreignant à des modes dont la fréquence de coupure est liée à celle du mode fondamental par l'inégalité :  $f_c/f_{cd} \leq 2.5$ , déterminer par ordre d'apparition, les modes présents dans le guide.

**EXERCICE N°2 (1 abaque)**

1) Une ligne coaxiale à air d'impédance caractéristique  $Z_c=100\Omega$  est terminée par une impédance constituée par une résistance  $R=200\Omega$  en série avec une self  $L$  de  $50\text{ nH}$ .

La ligne est alimentée par un générateur délivrant un signal de fréquence  $1.25\text{ GHz}$ .

1°) En utilisant l'abaque de Smith, déterminer:

- a- le rapport d'ondes stationnaires  $s$ .
- b- le coefficient de réflexion  $\rho_L$ .
- c- l'admittance de charge  $Y_L$  (avec la meilleure précision possible).
- d- l'impédance ramenée à  $16\text{ cm}$  de la charge.

2°) On se propose d'adapter cette ligne en utilisant un stub court-circuité d'impédance caractéristique égale à celle de la ligne principale.

Déterminer à quelle distance  $d$  de la charge doit-on placer ce stub ainsi que sa longueur  $\ell$  pour réaliser l'adaptation. (on donnera toutes les solutions possibles)

**EXERCICE N°3**

Une ligne de transmission sans pertes est terminée en  $z=L$ , par une impédance  $Z_L$  inconnue. En  $z=z_0$ , on fait les mesures suivantes :

i) lorsque la ligne est terminée par un court-circuit, alors :

$$Z_{cc}(z_0) = +j159.00(\Omega)$$

ii) lorsque la ligne est terminée par un circuit ouvert, alors :

$$Z_{co}(z_0) = -j35.38(\Omega)$$

1°) Calculer l'impédance caractéristique  $Z_c$  de la ligne.

Sachant que  $L=60\text{cm}$ , que  $\lambda=28\text{cm}$  et que la ligne est terminée par

$$Z_L = (42.5 - j135)\Omega.$$

2°) a) Déterminer le coefficient de réflexion (module et phase) en  $z=L$ .

b) Quel est alors le TOS.

c) Trouver le coefficient de réflexion en  $z=26\text{cm}$  puis en  $z=40\text{cm}$ .

d) Sachant qu'on a détecté un maximum de tension sur la ligne égal à  $8\text{V}$  et un minimum de courant égal à  $0.2\text{A}$ , quels sont alors les valeurs du maximum de tension et celui du minimum de courant.

e) Calculer l'impédance

a) à  $34\text{ cm}$  de la charge.

b) à  $20\text{ cm}$  de la charge.

**Bon Travail**

# Comigé DS PG 17-18

①

Ex 1

1) mode fondamental:  $TE_{10}$

$$k_c = \frac{\omega_c}{v} = \frac{2\pi f_c}{v} \Rightarrow f_c = \frac{v}{2\pi} k_c = \frac{v}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

$$f_{c1} = \frac{v}{2\pi} \frac{\pi}{a} = \frac{v}{2a} ; v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \Rightarrow f_{c1} = 1056 \text{ GHz}$$

$$b) k_{c10} = \sqrt{\left(\frac{1\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{0\pi}{b}\right)^2} = \frac{\pi}{a} = 38,31 \text{ rd/m}$$

$$c) \lambda_{c10} = \frac{2\pi}{k_{c10}} = 16,40 \text{ cm}$$

$$d) k_0 = \frac{2\pi f_0}{v} = 399,04 \text{ rd/m}$$

$$\beta_{g10} = \sqrt{k_0^2 - k_{c10}^2} = 397,19 \text{ rd/m}$$

$$\lambda_{g10} = \frac{2\pi}{\beta_{g10}} = 1,58 \text{ cm}$$

2) m \ n	0	1	2	3	4
0		71,40	146,62	216,9	
1	38,31	81,03	104,77		
2	142,8	2,115	2734		
3	3,72				

$k_{cm}$   
 $f_c / f_{cd}$

$TE_{10}$	$TE_{10}$	$TE_{02}$	$TE_{11}$
①	②	③	④

classement correct

①①

185



Ex 2  $\omega L = 392,7 \Omega \Rightarrow Z_A = 2 + j3,93$

a -  $s = 10,2$  (10,1 par calcul)

b -  $|r_L| = 0,82 \angle \varphi_L = 23,09^\circ$  ( $0,82 e^{j23,09}$  par calcul)  
 $(0,7543 + j0,3216)$

c -  $\underline{Y}_L = \underline{Y}_A = 0,1 - j0,205$  (théorie  $0,103 - j0,202$ )

$\Rightarrow \underline{Y}_L = \underline{Y}_A \times \underline{Y}_C = (10^{-3} - j2,05 \cdot 10^{-3}) \Omega^{-1}$  (théorie  $(1,03 - j2,02)10^{-3}$ )

d)  $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,2 \cdot 10^9} = 24 \text{ cm}$ ;  $\frac{16 \text{ cm}}{\lambda} = \frac{16}{24} = 0,667 \lambda$

$\underline{d}_A = 0,218 \lambda$   $\underline{d}_B = \underline{d}_A + 0,667 \lambda \rightarrow \begin{array}{r} 0,218 \\ 0,167 \\ \hline 0,385 \end{array}$   $0,385 \lambda$   
 ven de gauche

$\underline{Z}_B = 0,18 + j0,865 \Rightarrow \underline{Z}_B = (18 + j86,5) \Omega$  (théorie  $17,5 - j87,08$ )

2)  $\underline{d}_{A'} = 0,408 \lambda$   $\underline{d}_{B_1'} = 0,298 \lambda$ ;  $\underline{d}_{B_2'} = 0,202 \lambda$

$d_1 = \underline{d}_{B_1'} - \underline{d}_{A'} + n \frac{\lambda}{2} = 0,330 \lambda + n \frac{\lambda}{2} = 7,92 \text{ cm} + n 12 \text{ cm}$

$d_2 = \underline{d}_{B_2'} - \underline{d}_{A'} + n \frac{\lambda}{2} = 0,234 \lambda + n \frac{\lambda}{2} = 5,616 \text{ cm} + n 12 \text{ cm}$

$\underline{Y}_{B_1'} = 1 - j2,9$

$\underline{Y}_{B_2'} = 1 + j2,9$

avec le stub on ajouterait  $+j2,9$  pour la 1<sup>re</sup> solution et  $-j2,9$  pour la seconde

$\underline{d}_1 = 0,197 \lambda$   $\underline{d}_2 = 0,303 \lambda$

$\underline{d}_1 = \underline{d}_1 - d_{cc} + n \frac{\lambda}{2} = 0,197 \lambda - 0,25 \lambda + n \frac{\lambda}{2} = 0,447 \lambda + n \frac{\lambda}{2} = 10,73 \text{ cm} + n 12 \text{ cm}$

$\underline{d}_2 = \underline{d}_2 - d_{cc} + n \frac{\lambda}{2} = 0,303 \lambda - 0,25 \lambda + n \frac{\lambda}{2} = 0,053 \lambda + n \frac{\lambda}{2} = 1,272 \text{ cm} + n 12 \text{ cm}$

Ex 3

(5)

1)  $Z_c = \sqrt{Z_{co} Z_{cc}} = 75 \Omega$

2) a)  $\rho_L = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c} = 0,4498 - j0,6322 = 0,7759 e^{j(-0,9524)}$   
 $-54,57^\circ$

b)  $s = \frac{1 + |\rho_L|}{1 - |\rho_L|} = 7,923$

c)  $\rho(z) = \rho_L \exp(2j\beta(z-L))$ . A.N.  $\rho(z) = -0,6795 + j0,3744 = 0,7759 e^{j(151,14^\circ)}$   
 $z_1 = 26 \text{ cm}$   
 $z_2 = 40 \text{ cm}$

d)  $s = \frac{U_{max}}{U_{min}} = \frac{I_{max}}{I_{min}} \Rightarrow U_{min} = \frac{U_{max}}{s}$ ;  $i_{max} = s \cdot U_{min}$   
 A.N.  $U_{min} = 1,001 \text{ V}$ ;  $i_{max} = 1,58 \text{ A}$

e) a)  $z$  vu de la charge c'est  $z_1$   
 et  $z_2$  vu de  $20 \text{ cm}$  c'est  $z_2$

$Z(z_1) = Z_c \frac{1 + \rho(z)}{1 - \rho(z)} = 10,08 + j18,97 \Omega$   
 $Z(z_2) = 10,08 + j18,97 \Omega$

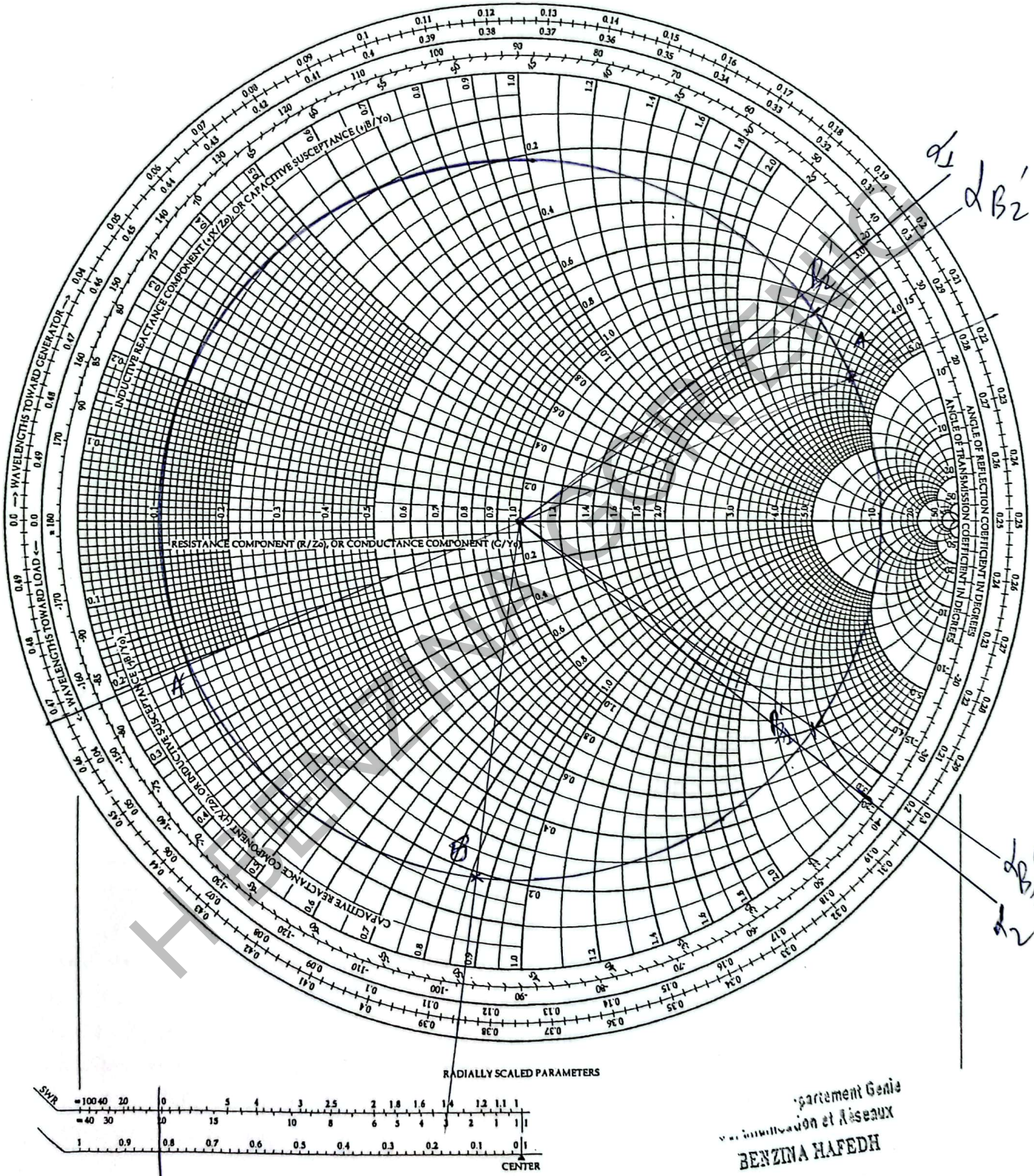
14,5

$54,57^\circ \rightarrow 1 \mu \rightarrow 0,387$

Aide  $1 \mu \rightarrow 0,4$



# Smith Chart



partement Génie  
d'Innovation et Réseaux  
BENZINA HAFEDH



$$\frac{\partial U}{\partial z} = -R' I - L' \frac{\partial I}{\partial t} ; \frac{\partial I}{\partial z} = -G' U - C' \frac{\partial U}{\partial t}$$

## Equations des télégraphistes

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} L' C' - \frac{\partial U}{\partial t} [R' C' + L' G'] - R' G' U = 0$$

## Régime sinusoïdal

$$U(z, t) = \underline{u}(z) e^{j\omega t} ; \frac{\partial \underline{u}}{\partial z} = -(R' + j\omega L') \underline{i} ;$$

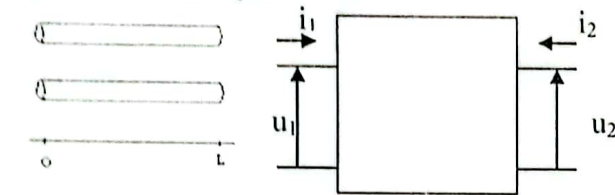
$$\frac{\partial \underline{i}}{\partial z} = -(G' + j\omega C') \underline{u} ; \frac{\partial^2 \underline{u}}{\partial z^2} = (R' + j\omega L')(G' + j\omega C') \underline{u}$$

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} = \alpha + j\beta$$

$$\underline{u}(z) = \underline{u}_+ e^{-\underline{\gamma} z} + \underline{u}_- e^{+\underline{\gamma} z} ; \underline{i}(z) = \underline{Y}_c (\underline{u}_+ e^{-\underline{\gamma} z} - \underline{u}_- e^{+\underline{\gamma} z})$$

$$\underline{Z}_c = \frac{\underline{u}_+}{\underline{i}_+} = -\frac{\underline{u}_-}{\underline{i}_-} = \sqrt{\frac{(R' + j\omega L')}{(G' + j\omega C')}}$$

Une ligne de transmission de longueur L est équivalente à un quadrinôme :



$$\begin{pmatrix} \underline{u}_2 \\ \underline{i}_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cosh(\underline{\gamma} L) & -\underline{Z}_c \sinh(\underline{\gamma} L) \\ -\underline{Y}_c \sinh(\underline{\gamma} L) & \cosh(\underline{\gamma} L) \end{pmatrix}}_{\text{matrice de chaîne}} \begin{pmatrix} \underline{u}_1 \\ \underline{i}_1 \end{pmatrix}$$

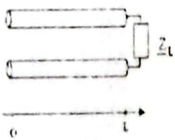
## Coefficient de réflexion :

$$\underline{\rho}(z) = \frac{\underline{u}_-}{\underline{u}_+} e^{2\underline{\gamma} z} ; \underline{u}(z) = \underline{u}_+ e^{-\underline{\gamma} z} [1 + \underline{\rho}(z)] ;$$

$$\underline{i}(z) = \underline{Y}_c \underline{u}_+ e^{-\underline{\gamma} z} [1 - \underline{\rho}(z)]$$

$$\underline{Z}(z) = \underline{Z}_c \frac{1 + \underline{\rho}(z)}{1 - \underline{\rho}(z)} ; \underline{\rho}(z) = \frac{\underline{Z}(z) - \underline{Z}_c}{\underline{Z}(z) + \underline{Z}_c}$$

## LIGNE TERMINEE PAR UNE CHARGE



$$\underline{\rho}(z) = \underline{\rho}_L e^{2\underline{\gamma}(z-L)}$$

Cas d'une ligne adaptée :

$$\underline{Z}_L = \underline{Z}_c \Rightarrow \underline{\rho}_L = 0 ; \underline{u}_- = 0 ; \underline{\rho}(z) = 0 ;$$

$$\underline{Z}(z) = \underline{Z}_c$$

Cas d'une ligne terminée par un court-circuit(cc)

$$\underline{Z}_L = 0 ; \underline{u}_L = 0 ; \underline{\rho}_L = -1 ; \underline{\rho}(z) = -e^{2\underline{\gamma}(z-L)} ;$$

$$\underline{Z}(z) = -\underline{Z}_c \tanh[\underline{\gamma}(z-L)]$$

Cas d'une ligne terminée par un circuit ouvert(co)

$$\underline{Z}_L = \infty ; \underline{i}_L = 0 ; \underline{\rho}_L = +1 ; \underline{\rho}(z) = +e^{2\underline{\gamma}(z-L)} ;$$

$$\underline{Z}(z) = -\underline{Z}_c \coth[\underline{\gamma}(z-L)]$$

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\frac{L'}{C'}} ; R' = G' = 0 ; \underline{\gamma} = j\beta ;$$

La matrice de chaîne devient :

$$\begin{pmatrix} \cos(\beta L) & -j\underline{Z}_c \sin(\beta L) \\ -j\underline{Y}_c \sin(\beta L) & \cos(\beta L) \end{pmatrix}$$

matrice de chaîne

$$|\underline{u}(z)| = |\underline{u}_+| |1 + \underline{\rho}(0) e^{2j\beta z}|$$

## Le taux d'ondes stationnaires (TOS)

$$s = \frac{u_{\max}}{u_{\min}} = \frac{1 + |\underline{\rho}|}{1 - |\underline{\rho}|} \Rightarrow |\underline{\rho}| = \frac{s - 1}{s + 1}$$

## ABaque DE SMITH

C'est la transformation :  $\underline{z}(z) = \frac{\underline{Z}(z)}{\underline{Z}_c} = r + jx \rightarrow \underline{\rho}(z) = a + jb$

	$\underline{z}(z)$	$\underline{\rho}(z)$	Commentaire
C.A	1	0	Point O
C.C	0	-1	Point O'
C.O	$\infty$	+1	Point O''
Resistance pure	r	$1 - \frac{2}{1+r}$	Portion de l'axe $\mathbb{C}[-1, 1]$
Réactance pure	jx	$\frac{jx - 1}{jx + 1}$	Cercle unité

## GUIDES D'ONDES

$$\Delta \underline{\psi} = \underline{k}^2 \underline{\psi} \text{ avec } \underline{k}^2 = j\omega\mu (\sigma + j\omega\epsilon) \text{ et } \underline{\psi} = \begin{pmatrix} \underline{E} \\ \underline{H} \end{pmatrix}$$

$$\text{Pas de pertes} \Rightarrow \underline{k}^2 = -k_0^2 = -\omega^2 \mu \epsilon$$

## GUIDE RECTANGULAIRE :

Résolution :  $\underline{\psi}(x, y, z) = \underline{X}(x) \underline{Y}(y) \underline{Z}(z)$

$$\Rightarrow \beta_g^2 = k_0^2 - k_c^2 ; \text{avec } k_c^2 = k_x^2 + k_y^2$$

$$\underline{X}(x) = \underline{A} \sin(k_x x) + \underline{B} \cos(k_x x)$$

$$\underline{Y}(y) = \underline{C} \sin(k_y y) + \underline{D} \cos(k_y y)$$

$$\underline{Z}(z) = \underline{F} \exp(-j\beta_g z)$$

conditions aux limites :  $\underline{E}_y = \underline{E}_z = 0$  en  $x=0$  et  $a$

$$\underline{E}_x = \underline{E}_z = 0 \text{ en } y=0 \text{ et } b$$

$$k_{cmn} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} = \omega_c \sqrt{\mu \epsilon}$$

modes  $\text{TM}_{mn} \Rightarrow \underline{H}_z = 0$

$$\underline{E}_z(x, y, z) = \underline{E}_{mnz} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \exp(-j\beta_g z) \quad m=1, 2, 3, \dots$$

$$n=1, 2, 3, \dots$$

modes  $\text{TE}_{mn} \Rightarrow \underline{E}_z = 0$

## GUIDE CIRCULAIRE :

$$\Rightarrow \beta_g^2 = k_0^2 - k_c^2 ; \text{avec } k_c^2 = k_x^2 + k_y^2$$

$$\underline{\psi}(\rho, \varphi, z) = \underline{\psi}_{mn} J_m(k_{cmn} \rho) \cos(n\varphi) \exp(-j\beta_g z)$$

Modes TM :  $J_m(k_{cmn} \rho) = 0$  ; Modes TE :  $J'_m(k_{cmn} \rho) = 0$

# conige' hef DS PG 17-18

EX 1

1) mode TE<sub>10</sub>:  $f_c = \frac{v}{2a} = 1,056 \text{ GHz}$  avec  $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$  b)  $k_{c10} = \frac{\pi}{a} = 38,31 \text{ rad/m}$   
 c)  $\lambda_{c10} = \frac{2a}{k_{c10}} = 16,40 \text{ cm}$ ; d)  $k_0 = \frac{2\pi f_c}{v} = 399,04 \text{ rad/m}$ ;  $\beta_{g10} = \sqrt{k_0^2 - k_{c10}^2} = 397,19 \text{ rad/m}$   
 $\lambda_{g10} = \frac{2\pi}{\beta_{g10}} = 1,58 \text{ cm}$ ; 2) 

	TE <sub>10</sub>	TE <sub>01</sub>	TE <sub>20</sub>	TE <sub>11</sub>
$f_c/f_0$	1	1,863%	2,000	2,115
$k_c/k_0$	38,31	41,40	46,52	81,03

 classement correct

EX 2

1)  $\omega L = 392,7 \Omega \Rightarrow Z_A = 2 + j3,93$   
 a)  $\Delta \approx 10,2$  b)  $|e_L| \approx 0,82$   $\angle e_L \approx 23,5^\circ$  c)  $\gamma_L = 0,1 - j0,205 \Rightarrow \gamma_L = (1 - j2,05) \frac{10^{-3}}{z^{-1}}$   
 d)  $\lambda = \frac{c}{f} = 24 \text{ cm}$ ;  $d_A = 0,218\lambda$ ;  $d_B = 0,385\lambda$ ;  $Z_B = 0,18 - j0,85$ ;  $Z_B = (18 - 86,1) \Omega$   
 2)  $d_{A1} = 0,468\lambda$ ;  $d_{B1} = 0,298\lambda$ ;  $d_{B2} = 0,202\lambda$ ;  $d_1 = 0,33\lambda + n\frac{\lambda}{2} = 7,92 \text{ cm} + n12 \text{ cm}$   
 $d_2 = 0,234\lambda + n\frac{\lambda}{2} = 5,616 \text{ cm} + n12 \text{ cm}$ ;  $\gamma_{B1} = 1 - j2,9$ ;  $\gamma_{B2} = 1 + j2,9$  avec le stub  
 ou ajoute  $+j2,9$  et  $-j2,9 \Rightarrow d_1 = 0,197\lambda$ ;  $d_2 = 0,303\lambda$ ;  $l_1 = 0,447 + n\frac{\lambda}{2}$   
 $l_1 = 10,73 \text{ cm} + n12 \text{ cm}$ ;  $l_2 = 0,053\lambda + n\frac{\lambda}{2} = 1,272 \text{ cm} + n12 \text{ cm}$

EX 3

1)  $Z_c = \sqrt{Z_0 Z_{cc}} = 75 \Omega$  2) a)  $\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c} = \frac{94,498 - j0,6322}{94,498 + j0,6322} = 0,7759e^{-j99,524/54,57}$   
 b)  $\Gamma = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} = 7,923$  c)  $\rho(z) = \rho_L \exp(2\gamma(z-L))$ ;  $\rho(z_1) = 0,6795 + j0,3744$   
 $\rho(z_2) = \rho(z_1)$  d)  $\rho_{\text{max}} = \frac{U_{\text{max}}}{Z}$ ;  $U_{\text{max}} = 1 U_{\text{min}}$   
 $U_{\text{min}} = 1,01 \text{ V}$ ;  $I_{\text{max}} = 1,58 \text{ A}$   
 $Z(z) = Z_c \frac{1 + \rho(z)}{1 - \rho(z)}$ ;  $Z(z_1) = 10,08 + j18,97$ ;  $Z(z_2) = Z(z_1)$