

TD

Exercice 1:

Calculer la probabilité d'erreur moyenne du symbole pour une valeur de $\frac{E_b}{N_0} = 15 \text{ dB}$ dans le cas d'une modulation

- a. ASK-2
- b. ASK-4
- c. ASK-16
- d. PSK-16
- e. QAM-16

Exercice 2:

Une probabilité d'erreur binaire $P_b = 10^{-3}$ est requise pour un système avec un débit de données de $D = 100 \text{ kbit/s}$ à transmettre à travers un canal AWGN en utilisant une modulation ***PSK – M***.

La bande passante du système est de 25 kHz. Le filtre cosinus surélevé est caractérisé par un coefficient roll-off $\alpha = 1$.

(1) Quelle est la valeur requise de $\frac{E_s}{N_0}$ pour la probabilité d'erreur binaire spécifiée ?

(2) En déduire la valeur de $\frac{E_b}{N_0}$?

Corrigé

ASK-M

$$P_s = \left(\frac{M-1}{M} \right) \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{3}{M^2-1} \cdot \frac{E_s}{N_0}} \right)$$

$$P_s = 2 \left(\frac{M-1}{M} \right) Q \left(\sqrt{\frac{6}{M^2-1} \cdot \frac{E_s}{N_0}} \right)$$

$$P_s = 2 \left(\frac{M-1}{M} \right) Q \left(\sqrt{\frac{6}{M^2-1} \cdot \frac{\log_2(M) E_b}{N_0}} \right)$$

Exercice 1

a. ASK-2

$$\frac{E_b}{N_0} = 10^{\frac{15}{10}} = 10^{1,5} = 31,62$$

$$P_s = 2 \left(\frac{M-1}{M} \right) Q \left(\sqrt{\frac{6}{M^2-1} \cdot \frac{\log_2(M) E_b}{N_0}} \right)$$

$$P_s = 2 \left(\frac{2-1}{2} \right) Q \left(\sqrt{\frac{6}{4-1} \cdot \log_2(2) * 31,62} \right) = Q(7,95) = 9.325 * 10^{-16}$$

Exercise 1

b. ASK-4

$$\frac{E_b}{N_0} = 10^{\frac{15}{10}} = 10^{1,5} = 31,62$$

$$P_s = 2 \left(\frac{4-1}{4} \right) Q \left(\sqrt{\frac{6}{M^2-1} \cdot \frac{\log_2(M) E_b}{N_0}} \right)$$

$$P_s = \frac{3}{2} Q \left(\sqrt{\frac{6}{16-1} \cdot \log_2(4) * 31,62} \right) = Q(5,03) = \frac{3}{2} * 2,2091 * 10^{-7} = 3,31 \times 10^{-7}$$

Exercise 1

c. ASK-16

$$\frac{E_b}{N_0} = 10^{\frac{15}{10}} = 10^{1,5} = 31,62$$

$$P_s = 2 \left(\frac{M-1}{M} \right) Q \left(\sqrt{\frac{6}{M^2-1} \cdot \frac{\log_2(M) E_b}{N_0}} \right)$$

$$P_s = 2 \left(\frac{16-1}{16} \right) Q \left(\sqrt{\frac{6}{16^2-1} \cdot \log_2(16) * 31,62} \right) = \frac{15}{8} Q(1,725) = \frac{15}{8} * 0.040059$$

$= 7,5 * 10^{-2}$

Exercise 1

d. PSK-16

$$\frac{E_b}{N_0} = 10^{\frac{15}{10}} = 10^{1,5} = 31,62$$

$$P_s = 2Q\left(\sqrt{2\frac{E_s}{N_0}} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right)$$

$$P_s = 2Q\left(\sqrt{\frac{2\log_2(M)E_b}{N_0}} \sin\left(\frac{\pi}{16}\right)\right)$$

$$P_s = 2 \times Q(3,10)$$

$$P_s = 2Q\left(\sqrt{\frac{2\log_2(M)E_b}{N_0}} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right)$$

$$P_s = 2 \times 0,00096$$

$$P_s = 0,00192$$

$$P_s = 1,92 \times 10^{-3}$$

Exercise 1

e. QAM-16

$$\frac{E_b}{N_0} = 10^{\frac{15}{10}} = 10^{1,5} = 31,62$$

$$P_s = 4 \left(\frac{\sqrt{M} - 1}{\sqrt{M}} \right) Q \left(\sqrt{\frac{6}{2(M-1)} \cdot \frac{\log_2(M) E_b}{N_0}} \right)$$

$$P_s = 4 \left(\frac{4 - 1}{4} \right) Q \left(\sqrt{\frac{6}{2(16 - 1)} \cdot \log_2(16) * 31,62} \right) = 3 Q(5,03) = 3 * 2.2091 * 10^{-7}$$

Exercice 2

Nyquist idéal

$$\begin{aligned} R &\leq 2B \\ R_{max} &= 2B \\ B_{min} &= \frac{R}{2} \end{aligned}$$

Cosinus surélevé

$$\begin{aligned} B_{min} &= \frac{R}{2} (1 + \alpha) \\ 0 &< \alpha \leq 1 \end{aligned}$$

Exercise 2

$$P_s = \log_2(M) \cdot P_b$$

$$P_s = 4 \cdot 10^{-3}$$

$$P_s = 2Q \left(\sqrt{2 \frac{E_s}{N_0}} \sin \left(\frac{\pi}{M} \right) \right)$$

$$4 \cdot 10^{-3} = 2Q \left(\sqrt{2 \frac{E_s}{N_0}} \sin \left(\frac{\pi}{M} \right) \right)$$

$$2 \cdot 10^{-3} = Q \left(\sqrt{2 \frac{E_s}{N_0}} \sin \left(\frac{\pi}{M} \right) \right)$$

Exercise 2

$$2 \cdot 10^{-3} = Q \left(\sqrt{2 \frac{E_s}{N_0}} \sin \left(\frac{\pi}{16} \right) \right) \quad \longrightarrow \quad X = 2,85$$

$$\sqrt{2 \frac{E_s}{N_0}} \sin \left(\frac{\pi}{16} \right) = 2,85$$

$$\frac{E_s}{N_0} = \left(\frac{2,85}{\sin \left(\frac{\pi}{16} \right)} \right)^2 * \frac{1}{2} = 106,8$$

$$\left(\frac{E_s}{N_0} \right)_{dB} = 10 \log_{10}(106,8) = 20,28 \text{ dB}$$

Exercise 2

$$E_s = \log_2(M)E_b$$

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{\frac{E_s}{N_0}}{\log_2(M)} = \frac{106,8}{4} = 26,7$$

$$\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{dB} = 10\log_{10}(26,7) = 14,26 \text{ dB}$$