République Tunisienne Ministère de l'Enseignement
Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université de Gabès
Ecole Nationale d'Ingénieurs de Gabès

EPREUVE D'EVALUATION

Année Universitaire:	2020-2021	Date de l'Examen:	
Nature:	Examen	Durée:	2h
Diplôme:	Ingénieur	Nombre de pages:	
Section:	GCV	Enseignant:	Mohamed Ben Mabrouk
Niveau d'études:	1 année	Doc autorisés:	Non
Matière:	Analyse Numérique	Remarque:	

Exercice. 1. *Considérons un système linéaire*

$$(\mathcal{E}) : AX = b$$

avec A une matrice triangulaire supérieur de $\mathcal{M}_{n\times n}$ et $det(A) \neq 0$

1. *Écrire un algorithme qui permet de résoudre $(\mathcal{E})$ et de retourner X.*
2. *Calculer la complexité de l'algorithme précèdent. (expliquer)*

Exercice. 2. *Soit f une fonction définie par $f(x) = cos(x) - x$, sur $I = [0, \pi/2]$*

1. *Vérifier que f admet au moins une racine dans I.*
2. *$\forall k \in \mathbb{N}^*$, donner $x^{(k+1)}$ en fonction de $x^{(k)}$ et $x^{(k-1)}$ par la méthode de la sécante.*
3. *$x^{(0)} = \pi/4, x^{(1)} = \pi/3$, exécuter 2 itérations par la méthode de la sécante.*

Exercice. 3. *Soit f une fonction définie sur $I = [-2; 2]$ par*

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

On veut interpoler f en utilisant 5 points équidistants .

1. *Déterminer les points x_k et leurs images y_k par f.*
2. *Vérifier que le problème d'interpolation polynomiale admet une solution, préciser la nature.*
3. *Déterminer la base de Lagrange relative aux points x_k.*
4. *Déterminer le polynôme P qui interpole f aux points x_k.*
5. *Calculer $P(1)$.*

Exercice. 4. *Soit*

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

1. *Donner M_G et N_G et discuter la convergence de la méthode de Gauss-Seidel.*
2. *Donner M_J et N_J et discuter la convergence de la méthode de Jacobi.*
3. *$\omega = 1/4$, Donner M_S et N_S et discuter la convergence de la méthode SOR.*

République Tunisienne Ministère de l'Enseignement
Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université de Gabès
Ecole Nationale d'Ingénieurs de Gabès

Réf : DE-EX-01
Indice : 3
Date : 02/12/2019

EPREUVE D'EVALUATION

Année Universitaire:	2020-2021	Date de l'Examen:	
Nature:	Examen	Durée:	1h30
Diplôme:	Ingénieur	Nombre de pages:	
Section:	GCV & GCP	Enseignant:	Mohamed Ben Mabrouk
Niveau d'études:	1 année	Doc autorisés:	Non
Matière:	Analyse Numérique	Remarque:	

Exercice. 1. *Considérons un système linéaire*

$$(\mathcal{E}): \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

1. *Verifier si $\mathcal{E}$ admet une solution.*
2. *Résoudre par gauss à pivot total.*
3. *Donner D, E et F telle que $A = D - (E + F)$*
4. *Donner les conditions pour qu'une méthode itérative $MX^{(k-1)} = NX^{(k)} + b$ soit convergeante.*
5. *Gauss-Seidel, donner M_G et N_G, étudier la convergence.*
6. *Jacobi, donner M_J et N_J, étudier la convergence.*
7. *SOR, $\omega = 2$, donner M_S et N_S, étudier la convergence.*
8. *Gauss-Seidel, $X^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, calculer $X^{(1)}$ et $X^{(2)}$*

Exercice. 2. *Considérons la fonction f :*

$$f(x) = e^x + sin(x)$$

1. *Vérifier $f(x) = 0$ admet au moins une solution dans $I = [-1, 1]$.*
2. *Dichotomie, combien faut-il d'itérations pour obtenir un encadrement de longeur 10^{-5}*
3. *Newton, pour $k \geq 1$, donner $x^{(k+1)}$ en fonction de $x^{(k)}$.*
4. *Newton, $x^{(0)} = 0$, calculer $x^{(1)}$ et $x^{(2)}$*