République Tunisienne Ministère de l'Enseignement
Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université de Gabès
Ecole Nationale d'Ingénieurs de Gabès

Réf : DE-EX-01
Indice : 3
Date : 02/12/2019

EPREUVE D'EVALUATION

Année Universitaire:	2020-2021	Date de l'Examen:	02/02/2021
Nature:	Examen	Durée:	2h
Diplôme:	Ingénieur	Nombre de pages:	3
Section:	GCV	Enseignant:	R Nasfi
Niveau d'études:	1ère année	Doc autorisés:	Non
Matière:	Proba-Stat	Remarque:	Précision : 4 décimales

Exercice 1 :(4 points)

Le bureau d'organisation et méthodes d'une entreprise a établi que le temps moyen requis pour assembler un montage transistorisé est de 12 minutes avec un écart-type de 0,8 mn. En admettant que le temps requis pour accomplir cette tâche est distribué d'après une loi normale.

1) Quelle est la probabilité qu'un employé affecté à cette tâche complète l'assemblage en moins de 11 minutes ?
2) Dans 90% des cas, l'assemblage sera complété en moins de combien de minutes ?
3) 50% des montages sont assemblés en moins de combien de minutes ?
4) Le contremaître mentionne que, généralement, environ 1% des montages sont assemblés avec un temps supérieur à 13,8 minutes. Est-ce que cette affirmation est exacte ?

Exercice 2 :(3 points)

Les spécifications d'un ordinateur portable précisent une autonomie (de fonctionnement sur batterie) de 6h30. Après demande de précisions, il s'avère que l'autonomie en minutes X est distribuée suivant une loi normale d'écart-type 30 minutes.

1) Donner l'espérance et la variance de X.
2) Quelle est la probabilité qu'il fonctionne plus de 8 heures ?
3) Après 6 mois d'utilisation, on observe que 2 fois sur 3, l'autonomie est inférieure à 6 heures. Si on suppose l'écart-type inchangé (égal à 30 minutes), quelle est l'autonomie moyenne de fonctionnement après 6 mois ?

Exercice 3 :(4 points)

Une population de ménages a été répartie en fonction du nombre de parts familiales permettant le calcul de l'impôt sur le revenu.

Nombre de parts	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
Nombre de ménages	48	58	136	184	210	122	62	12

1) Quel est le caractère étudié et quelles sont les modalités ?

2. Déterminer l'étendu et le mode de cette série statistique.
3. Donner une représentation graphique de cette population.
4. Calculer la médiane, la moyenne et l'écart-type de cette variable.

Exercice 4 :(6 points)

Une enquête menée auprès de 20 salariés de l'entreprise STEG, qui porte sur le montant des dépenses mensuelles de transport (en dinars), a donné les informations suivantes :

198	260	215	276	154
189	191	232	166	334
209	216	118	348	185
176	299	155	145	168

1. Déterminer la population et le caractère étudié.
2. Quelle est la forme de graphique adéquate pour cette distribution ? justifier.
3. Présenter dans un tableau statistique :
   - Les données à l'aide des classes d'amplitude 50, à partir de [100,150[.
   - Le centre, l'effectif et la fréquence de chaque classe.
   - La fréquence cumulée croissante de chaque classe.
4. Représenter l'histogramme de cette série de données et tracer le polygone des fréquences relatives cumulées .
5. Déterminer le mode, la médiane et la moyenne arithmétique.
6. Calculer la variance et l'écart type.

Exercice 5 :(3 points)

La durée de vie, en années, d'un composant radioactif est une variable aléatoire T qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0.0005$. Calculer :

1. $P(T < 1500)$, $P(1500 < T < 2500)$ et $P(T > 3000)$.
2. Calculer la probabilité que ce composant ne soit pas désintégré au bout de 2000 ans sachant qu'il n'a pas été désintégré au bout de 1000 ans.
3. Calculer la durée de vie moyenne de l'un de ces composants.

Fonction de répartition de la loi normale standard

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}\, dx$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

z	0.841	1.282	1.645	1.960	2.054	2.326	2.576	2.807	3.091	3.291
$\Phi(z)$	0.8000	0.9000	0.9500	0.9750	0.9800	0.9900	0.9950	0.9975	0.9990	0.9995

République Tunisienne Ministère de l'Enseignement
Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université de Gabès
Ecole Nationale d'Ingénieurs de Gabès

Réf : DE-EX-01
Indice : 3
Date : 02/12/2019

EPREUVE D'EVALUATION

Année Universitaire:	2020-2021	Date de l'Examen:	25/11/2020
Nature:	DC	Durée:	1h30min
Diplôme:	Ingénieur	Nombre de pages:	2
Section:	GEA,GCP,GCV,GCR	Enseignant:	R Nasfi & A Younes
Niveau d'études:	1 ère année	Doc autorisés:	Non
Matière:	Proba-Stat	Remarque:	précision :4 décimales

Exercice 1 : (4 pts)

Deux écoles distinctes A et B forment des ingénieurs en informatique. L'école A forme $\frac{1}{3}$ des ingénieurs de ces deux écoles. Une entreprise recrute ses ingénieurs informaticiens de ces deux écoles. A l'issue du recrutement on constate que 20% des ingénieurs de l'école A et 30% des ingénieurs de l'école B ont été recrutés par cette entreprise. On définit les événements suivants :
A : "l'ingénieur vient de l'école A",
B : "l'ingénieur vient de l'école B",
R : "l'ingénieur est recruté".

1. Calculer $P(R)$, la probabilité pour qu'un ingénieur (pris au hasard parmi tous les ingénieurs formés par ces deux écoles) soit recruté.
2. Quelle est la probabilité pour qu'un ingénieur pris au hasard provienne de l'école A sachant qu'il a été recruté. $P(A|R)$
3. Quelle est la probabilité pour qu'un ingénieur pris au hasard provienne de l'école B sachant qu'il a été recruté. $P(B|R)$

Exercice 2 : (5 pts)

La durée du processus d'atterrissage d'un avion est le temps T, mesuré en minutes, qui s'écoule entre la prise en charge par la tour de contrôle jusqu'à l'immobilisation sur la piste. On estime que le temps T est une variable aléatoire de densité f définie par :

$$f(t) = \begin{cases} te^{-t} & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{sinon .} \end{cases}$$

1. Vérifier que f est bien une densité de probabilité.
2. Calculer l'espérance et la variance de T.
3. Déterminer la fonction de répartition de T.
4. Quelle est la probabilité que :
   a. T dépasse 2 minutes ?
   b. T soit compris entre 45 secondes et 3 minutes ?
   c. T soit inférieur à 4 minutes sachant qu'il dépasse 2 minutes ?

Exercice 3 : (8 pts)

Une entreprise produit en grande série des plaques métalliques rectangulaires pour l'industrie automobile.

I. Les pièces sont produites par deux machines A et B.
La machine A découpe 70 % des pièces et 1.5 % de celles-ci sont défectueuses.
La machine B découpe 30 % des pièces et 3 % de celles-ci sont défectueuses.
On notera D l'événement "La pièce est défectueuse".

1. On prélève une pièce au hasard dans la production déterminer les probabilités des événements suivants :
   E_1 : "La pièce est défectueuse et provient de la machine A".
   E_2 : "La pièce est défectueuse et provient de la machine B".
   D : "La pièce est défectueuse".
2. On prélève une pièce au hasard dans la production, cette pièce est défectueuse. Quelle est la probabilité qu'elle provienne de la machine A ?

II. On note E l'évènement "une plaque prélevée au hasard dans la production d'une journée est défectueuse". On suppose que $P(E) = 0,02$. On prélève au hasard 50 plaques dans la production de la journée pour vérification. On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement ainsi défini, associe le nombre de plaques de ce prélèvement qui sont défectueuses.

1. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
2. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, au plus deux plaques soient défectueuses.
3. On considère que la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X peut être approchée par une loi de Poisson.
   a. Déterminer le paramètre λ de cette loi de Poisson.
   b. On désigne par Z une variable aléatoire suivant la loi de Poisson de paramètre λ, où λ est la valeur obtenue dans laquestion précédente. En utilisant cette loi de Poisson déterminer la probabilité que dans un tel prélèvement de 50 pièces, au moins deux pièces soient défectueuses.

Exercice 4 : (3 points)

Une entreprise de logistique observe qu'en moyenne il arrive chaque jour 4 camions pour le déchargement. Son entrepôt dispose de 5 quais de déchargement. On admet que les arrivées des camions sont indépendantes les unes des autres.
Soit X la variable aléatoire qui à un jour donné associe le nombre de camions arrivant pour décharger.
On admet que X suit une loi de Poisson. On considère que lorsqu'un camion arrive, il lui faut une journée pour décharger.

1. Quelle est la probabilité qu'un jour donné, aucun camion n'attende pour décharger ?
2. L'entreprise souhaite augmenter le nombre de quais de déchargement. Combien doit-elle en construire pour que la probabilité de n'avoir aucun camion en attente soit supérieure à 95% ?
3. On prévoit un doublement de la fréquence d'arrivée des camions. Combien l'entreprise doit-elle alors construire de quais pour que la probabilité de n'avoir aucun camion en attente soit supérieure à 95% ?

Table de la loi de Poisson (Cumulative) :P(X≤ k)= F(k)

Table de la loi de Poisson Cumulative (Extraits)

k \ λ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,3679	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067	0,0025	0,0009	0,0003	0,0001	0,0000
1	0,7358	0,4060	0,1991	0,0916	0,0404	0,0174	0,0073	0,0030	0,0012	0,0005
2	0,9197	0,6767	0,4232	0,2381	0,1247	0,0620	0,0296	0,0138	0,0062	0,0028
3	0,9810	0,8571	0,6472	0,4335	0,2650	0,1512	0,0818	0,0424	0,0212	0,0103
4	0,9963	0,9473	0,8153	0,6288	0,4405	0,2851	0,1730	0,0996	0,0550	0,0293
5	0,9994	0,9834	0,9161	0,7851	0,6160	0,4457	0,3007	0,1912	0,1157	0,0671
6	0,9999	0,9955	0,9665	0,8893	0,7622	0,6063	0,4497	0,3134	0,2068	0,1301
7	1,0000	0,9989	0,9881	0,9489	0,8666	0,7440	0,5987	0,4530	0,3239	0,2202
8	1,0000	0,9998	0,9962	0,9786	0,9319	0,8472	0,7291	0,5925	0,4557	0,3328
9	1,0000	1,0000	0,9989	0,9919	0,9682	0,9161	0,8305	0,7166	0,5874	0,4579
10	1,0000	1,0000	0,9997	0,9972	0,9863	0,9574	0,9015	0,8159	0,7060	0,5830
11	1,0000	1,0000	0,9999	0,9991	0,9945	0,9799	0,9467	0,8881	0,8030	0,6968
12	1,0000	1,0000	1,0000	0,9997	0,9980	0,9912	0,9730	0,9362	0,8758	0,7916
13	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9993	0,9964	0,9872	0,9658	0,9261	0,8645
14	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9998	0,9986	0,9943	0,9827	0,9585	0,9165
15	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9995	0,9976	0,9918	0,9780	0,9513
16	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9998	0,9990	0,9963	0,9889	0,9730
17	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9996	0,9984	0,9947	0,9857
18	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9993	0,9976	0,9928
19	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9997	0,9989	0,9965
20	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9996	0,9984
21	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9998	0,9993
22	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9997
23	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999
24	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000