

Лабораторна робота №9

Нормальна форма Сміта

Мета роботи: навчитися застосовувати оператори системи комп'ютерної алгебри для побудови нормальної форми Сміта цілочисельних матриць та розв'язання систем лінійних рівнянь за допомогою методу Сміта

Теоретичні відомості

- 1) https://ru.wikipedia.org/wiki/Нормальная_форма_Смита
- 2) https://en.wikipedia.org/wiki/Smith_normal_form
- 3) Файл з описом алгоритму отримання нормальної форми Сміта додається

Завдання: Розробити алгоритм, який здійснює

Варіант 1. Побудувати нормальну форму Сміта для матриці

$$A = \begin{bmatrix} 50 & -88 & 50 & -62 \\ -156 & 264 & -150 & 186 \\ 18 & -42 & 24 & -30 \end{bmatrix}.$$

Варіант 2. Розв'язати систему лінійних рівнянь $A \cdot x = b$ за допомогою

нормальної форми Сміта. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$

Варіант 3. Розв'язати систему лінійних рівнянь $A \cdot x = b$ за допомогою

нормальної форми Сміта. $A = \begin{bmatrix} 0 & -14 & -2 & 16 \\ 4 & -34 & -4 & 40 \\ 4 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 8 \\ 8 \\ 64 \end{bmatrix}.$

Варіант 4. Розв'язати систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 - x_2 + 6x_3 - x_4 = 5. \end{cases} \quad \text{за}$$

допомогою нормальної форми Сміта.

Варіант 5. Розв'язати систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases} \quad \text{за}$$

допомогою нормальної форми Сміта.

Варіант 6. Розв'язати систему лінійних рівнянь
допомогою нормальної форми Сміта

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 2, \\ 9x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 5, \\ x_1 - x_2 - x_4 + 2x_5 = 1, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2. \end{cases} \quad \text{за}$$

Варіант 7. Розв'язати систему лінійних рівнянь
допомогою нормальної форми Сміта

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = -1, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 5. \end{cases} \quad \text{за}$$

Варіант 8. Розв'язати систему лінійних рівнянь
допомогою нормальної форми Сміта

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4, \\ x_2 - x_3 + x_4 = -3, \\ x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 1, \\ -7x_2 + 3x_3 + x_4 = -3. \end{cases} \quad \text{за}$$

Варіант 9. Розв'язати систему лінійних рівнянь
допомогою нормальної форми Сміта

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = -2, \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 23, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 12. \end{cases} \quad \text{за}$$

Варіант 10. Розв'язати систему лінійних рівнянь
допомогою нормальної форми Сміта

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2, \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3. \end{cases} \quad \text{за}$$

Варіант 11. Розв'язати систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 1, \\ 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 1, \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 = -1. \end{cases} \quad \text{за}$$

допомогою нормальної форми Сміта

Варіант 12. Розв'язати систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 1, \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases} \quad \text{за}$$

допомогою нормальної форми Сміта

Варіант 13. Розв'язати систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 8, \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = -3, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 1, \\ -x_1 + x_3 + 2x_4 = 1, \\ -x_2 + x_3 + 2x_4 = 3. \end{cases} \quad \text{за}$$

допомогою нормальної форми Сміта

Варіант 14. Розв'язати систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ x_2 + x_3 + x_4 = -3, \\ x_3 + x_4 + x_5 = 2, \\ x_4 + x_5 = -1. \end{cases} \quad \text{за}$$

допомогою нормальної форми Сміта