探究与启示——浅析新高考Ⅰ卷解析几何解答题

前次特地为2022年全国甲、乙两卷的解析几何解答题写了一篇文章，是因为那时恰好在研究射影几何背景在高考中的体现。但作为即将迎接新高考Ⅰ卷的考生，更有必要认真研究新高考Ⅰ卷短暂的三年中对解析几何的考查。本文将对近三年新高考Ⅰ卷解答题中解析几何相关试题进行详细解析，并尝试探究其命题特点与规律，提出相应备考策略。

一、试题分析

1.（2020,22）已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，且过点$A(2,1)$.

（1）求C的方程；

（2）点M，N在C上，且$AM\perp AN$，$AD\perp MN$，D为垂足，证明：存在定点Q，使得$|DQ|$为定值.

分析：本题以常规的直线斜率关系为依托，在直线过定点问题的基础上加以创新，改编为证明存在定点Q，使得$|DQ|$为定值的问题。问题本身难度不大，常规解法和技巧性解法均可解答此题，但上述创新可能会使得考生无法将“$|DQ|$为定值”这一条件转化，导致解题过程出现障碍。但是在未能转化该条件的情况下，仍能从常规思路出发，得出直线MN过定点的结论，与最终问题形成里应外合之势，从而解决问题。

具体地说，题目的关键条件是直线$AM\perp AN$，即$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}=0$。据此，我们有两种思路解决该问题：第一，常规思路，设出直线MN的方程并与椭圆方程联立，用韦达定理转化条件$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}=0$，但要注意讨论直线$MN$斜率的存在性；第二，运用齐次化设出直线$MN$，与椭圆方程联立后运用韦达定理表示直线$AM$，$AN$的斜率关系，但也要注意讨论斜率的存在性。

解答：

（1）由题设得$\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=1$，$\dfrac{a^2-b^2}{a^2}=\dfrac{1}{2}$，

解得$a^2=6$，$b^2=3$，所以C的方程为$\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{3}=1$.

（2）**方法一 常规解法** 设$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，

若直线MN斜率存在，设直线$MN:y=kx+m$，与C的方程联立得：

$(1+2k^2)x^2+4kmx+2m^2-6=0$，于是$x_1+x_2=\dfrac{-4km}{1+2k^2}$，$x_1x_2=\dfrac{2m^2-6}{1+2k^2}$，

由 $AM \perp AN$ 得 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = (x_1-2)(x_2-2)+(y_1-1)(y_2-1)=0$，

即 $(k^2+1)x_1x_2+(km-m-2)(x_1+x_2)+(m-1)^2+4=0$，

整理得 $(2k+3m+1)(2k+m-1)=0$，

因为 $A(2,1)$ 不在直线 MN 上，所以 $2k+m-1\neq 0$，故 $2k+3m+1=0(k\neq 1)$，

于是 $MN: y=k(x-\frac{2}{3})-\frac{1}{3}(k\neq 1)$ 过定点 $P(\frac{2}{3},-\frac{1}{3})$.

若直线 MN 斜率不存在，可得 $N(x_1,-y_1)$，

所以 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = (x_1-2)(x_1-2)+(y_1-1)(-y_1-1)=0$，

又 $\frac{x_1^2}{6}+\frac{y_1^2}{3}=1$，可得 $3x_1^2-8x_1+4=0$，解得 $x_1=2$（舍去）或 $x_1=\frac{2}{3}$，

此时直线 MN 过 $P(\frac{2}{3},-\frac{1}{3})$.

综上，直线 MN 过定点 $P(\frac{2}{3},-\frac{1}{3})$.

令 Q 为 AP 的中点，即 $Q(\frac{4}{3},\frac{1}{3})$，于是 $|DQ|=\frac{1}{2}|AP|=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

故存在点 $Q(\frac{4}{3},\frac{1}{3})$，使得 $|DQ|$ 为定值.

方法二　齐次化　由题意知直线 MN 不过 $A(2,1)$，故可设 $MN: m(x-2)+n(y-1)=1$，

将 C 的方程变形为 $(x-2)^2+2(y-1)^2+4(x-2)+4(y-1)=0$，

两方程联立得 $(x-2)^2+2(y-1)^2+[4(x-2)+4(y-1)][m(x-2)+n(y-1)]=0$，

整理得 $(4n+2)(y-1)^2+4(m+n)(x-2)(y-1)+(4m+1)(x-2)^2=0$，

由 $AM \perp AN$ 得 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = (x_1-2)(x_2-2)+(y_1-1)(y_2-1)=0$，

故 $\frac{4m+1}{4n+2}=-1$，即 $-\frac{4}{3}m-\frac{4}{3}n=1$，

对比 $MN: m(x-2)+n(y-1)=1$ 得 $x-2=y-1=-\frac{4}{3}$，即 $x=\frac{2}{3}$，　$y=-\frac{1}{3}$，

所以直线 MN 过定点 $P(\frac{2}{3},-\frac{1}{3})$，

取 AP 中点为 $Q(\frac{4}{3},\frac{1}{3})$，则 $|DQ|=\frac{1}{2}|AP|=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，故存在点 $Q(\frac{4}{3},\frac{1}{3})$，使得 $|DQ|$ 为定值.

2.（2021,21）在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $F_1(-\sqrt{17},0)$，$F_2(\sqrt{17},0)$，点 M 满足 $|MF_1|-|MF_2|=2$，记 M 的轨迹为 C.

（1）求 C 的方程；

（2）设点 T 在直线 $x=\dfrac{1}{2}$ 上，过 T 的两条直线分别交 C 于 A，B 两点和 P，Q 两点，且 $|TA|\cdot|TB|=|TP|\cdot|TQ|$，求直线 AB 的斜率与直线 PQ 的斜率之和.

分析：本题以双曲线为依托，延续前一年继续以直线的斜率关系为背景考查直线与圆锥曲线的关系。第（1）问从定义出发，求解点 M 的轨迹方程，要注意题设中 $|MF_1|-|MF_2|=2$ 没有加绝对值，因此轨迹仅为双曲线的右支。第（2）问的关键在于对 $|TA|\cdot|TB|=|TP|\cdot|TQ|$ 的数学抽象。整题的解题思路非常自然，可以采用常规解法设点设直线，考虑到 $|TA|\cdot|TB|$ 的形式特点，也可以引入直线的参数方程。此外，注意到 $|TA|\cdot|TB|=|TP|\cdot|TQ|$ 意味着四点共圆，因此还可以引入曲线系方程求解。

解答：

（1）由题意，M 的轨迹 C 是以 F_1，F_2 为焦点，实轴长为 2 的双曲线的右支，

故 C 的虚轴长为 8，所以 C 的方程为 $x^2-\dfrac{y^2}{16}=1(x\geq 1)$.

（2）**方法一　常规解法**　设 $T(\dfrac{1}{2},t)$，直线 $AB:y=k_1(x-\dfrac{1}{2})+t$，

直线 $PQ:y=k_2(x-\dfrac{1}{2})+t(k_1\neq k_2)$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

将 AB 的方程与 C 的方程联立得 $(16-k_1^2)x^2+(k_1^2-2tk_1)x-\dfrac{1}{4}k_1^2+k_1t-t^2-16=0$，

于是 $x_1+x_2=\dfrac{k_1^2-2k_1t}{k_1^2-16}$，$x_1x_2=\dfrac{\frac{1}{4}k_1^2-k_1t+t^2+16}{k_1^2-16}$，

所以 $|TA|\cdot|TB|=\sqrt{k_1^2+1}(x_1-\dfrac{1}{2})\cdot\sqrt{k_1^2+1}(x_2-\dfrac{1}{2})=(k_1^2+1)[x_1x_2-\dfrac{1}{2}(x_1+x_2)+\dfrac{1}{4}]$，

化简得 $|TA|\cdot|TB|=\dfrac{(k_1^2+1)(t^2+12)}{k_1^2-16}$，同理有 $|TP|\cdot|TQ|=\dfrac{(k_2^2+1)(t^2+12)}{k_2^2-16}$，

又 $|TA|\cdot|TB|=|TP|\cdot|TQ|$，即 $\dfrac{(k_1^2+1)(t^2+12)}{k_1^2-16}=\dfrac{(k_2^2+1)(t^2+12)}{k_2^2-16}$，所以 $k_1^2=k_2^2$，

因为 $k_1\neq k_2$，所以 $k_1=-k_2$，即 $k_1+k_2=0$.

方法二 直线的参数方程 设$T(\frac{1}{2},t)$，直线AB的参数方程为$\begin{cases} x=\frac{1}{2}+m\cos\alpha \\ y=t+m\sin\alpha \end{cases}$（$m$为参数），

代入C的方程得$(16\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)m^2+(16\cos\alpha-2t\sin\alpha)m-(t^2+12)=0$，

所以$|TA|\cdot|TB|=m_1m_2=\frac{t^2+12}{\sin^2\alpha-16\cos^2\alpha}=\frac{t^2+12}{1-17\cos^2\alpha}$，

设直线PQ的参数方程为$\begin{cases} x=\frac{1}{2}+n\cos\beta \\ y=t+n\sin\beta \end{cases}$（$n$为参数），同理有$|TP|\cdot|TQ|=\frac{t^2+12}{1-17\cos^2\beta}$，

由题意得$\frac{t^2+12}{1-17\cos^2\alpha}=\frac{t^2+12}{1-17\cos^2\beta}$，所以$\cos^2\alpha=\cos^2\beta$，

因为$\alpha\neq\beta$，所以$\cos\alpha=-\cos\beta$，即直线AB与PQ的斜率之和为0.

方法三 曲线系方程 因为$|TA|\cdot|TB|=|TP|\cdot|TQ|$，所以$A$，$B$，$P$，$Q$四点共圆，

设$T(\frac{1}{2},t)$，直线$AB:y=k_1(x-\frac{1}{2})+t$，$PQ:y=k_2(x-\frac{1}{2})+t(k_1\neq k_2)$，

二者合并为二次曲线$(k_1x-y+t-\frac{k_1}{2})(k_2x-y+t-\frac{k_2}{2})=0$，

又由$x^2-\frac{y^2}{16}=1$得过A，B，P，Q的二次曲线系方程

$\lambda(k_1x-y+t-\frac{k_1}{2})(k_2x-y+t-\frac{k_2}{2})+\mu(x^2-\frac{y^2}{16}-1)=0$表示圆，

该方程表示圆的必要条件是含xy的项的系数$\lambda(k_1+k_2)=0$且$\lambda\neq0$，

所以$k_1+k_2=0$.

3.（2022,21）已知点$A(2,1)$在双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{a^2-1}=1(a>1)$上，直线$l$交$C$于$P$，$Q$两点，直线$AP$，$AQ$的斜率之和为0.

（1）求l的斜率；

（2）若$\tan\angle PAQ=2\sqrt{2}$，求ΔPAQ的面积.

分析：本题仍旧延续前两年的风格，以两直线斜率关系为背景探究运动中的不变性。由于第（1）问计算量的加大，以及第（2）问难以找到合适的方法转化条件$\tan\angle PAQ=2\sqrt{2}$和

计算面积，本题的实际难度比前两年都高出一档。第（1）问，除了常规方法，考虑到斜率关系，可以用齐次化方法简化计算；第（2）问，依据直线 PA，PB 的斜率关系及 $\angle PAQ$ 的正切值可以得到二者的斜率，接下来可以直接计算出点 A，B 的坐标或直线 AB 的方程进而求解面积，或引入直线的参数方程直接得到 $|PA|$，$|PB|$ 进而计算面积。

解答：

（1）由题意得 $\dfrac{4}{a^2}-\dfrac{1}{a^2-1}=1$，解得 $a^2=2$，所以 $C:\dfrac{x^2}{2}-y^2=1$.

方法一 设出直线 l 的方程 设 $l:y=kx+m$，$P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，

联立 l 与 C 的方程得 $(1-2k^2)x^2-4mkx-2m^2-2=0$，

所以 $x_1+x_2=-\dfrac{4mk}{2k^2-1}$，$x_1x_2=\dfrac{2m^2+2}{2k^2-1}$，由 $k_{AP}+k_{AQ}=0$ 得 $\dfrac{y_1-1}{x_1-2}+\dfrac{y_2-1}{x_2-2}=0$，

即 $(x_1-2)(kx_2+m-1)+(x_2-2)(kx_1+m-1)=0$，

化简得 $(k+1)(2k-1+m)=0$，因为 l 不过 $A(2,1)$，所以 $2k-1+m\neq 0$，故 $k=-1$.

方法二 设出直线 AP，AQ 的方程 设 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，

直线 $AP:y=k(x-2)+1$，$AQ:y=-k(x-2)+1$，

直线 AP 的方程与 C 的方程联立得 $(1-2k^2)x^2-4k(1-2k)x-2(1-2k)^2-2=0$，

所以 $x_1x_A=\dfrac{-2(1-2k)^2-2}{1-2k^2}$，所以 $x_1=\dfrac{4k^2-4k+2}{2k^2-1}$，同理有 $x_2=\dfrac{4k^2+4k+2}{2k^2-1}$，

于是 $P(\dfrac{4k^2-4k+2}{2k^2-1},-\dfrac{2k^2-4k+1}{2k^2-1})$，$Q(\dfrac{4k^2+4k+2}{2k^2-1},-\dfrac{2k^2+4k+1}{2k^2-1})$，

所以直线 l 的斜率为 $\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{-\dfrac{2k^2+4k+1}{2k^2-1}+\dfrac{2k^2-4k+1}{2k^2-1}}{\dfrac{4k^2+4k+2}{2k^2-1}-\dfrac{4k^2-4k+2}{2k^2-1}}=\dfrac{-8k}{8k}=-1$.

方法三 齐次化 将 C 的方程变形为 $(x-2)^2-2(y-1)^2+4(x-2)-4(y-1)=0$，

设直线 $l:m(x-2)+n(y-1)=1$，联立得：$(4n+2)(\dfrac{y-1}{x-2})^2+4(m-n)\dfrac{y-1}{x-2}-(4m+1)=0$，

k_{AP}，k_{AQ} 是该方程的两根，所以 $k_{AP}+k_{AQ}=-\dfrac{4(m-n)}{4n+2}=0$，

故 $m=n$，所以直线 l 的斜率为 -1.

（2）不妨设直线 PA ，PB 的倾斜角为 α ，$\beta(\alpha<\beta)$ ，$\alpha+\beta=\pi$ ，

因为 $\tan\angle PAQ=\tan(\beta-\alpha)=-\tan 2\alpha=2\sqrt{2}$ ，所以 $\tan\alpha=\sqrt{2}$ ，

方法一 利用面积公式 $S=\frac{1}{2}|PQ|\cdot d$

直线 $AP: y=\sqrt{2}(x-2)+1$，$AQ: y=-\sqrt{2}(x-2)+1$，

将直线 AP 的方程与 C 的方程联立得 $3x^2+4(1-2\sqrt{2})+4(5-2\sqrt{2})=0$ ，

$x_P x_A=\dfrac{4(5-2\sqrt{2})}{3}$ ，所以 $x_P=\dfrac{2(5-2\sqrt{2})}{3}$ ，同理得 $x_Q=\dfrac{2(5+2\sqrt{2})}{3}$ ，

于是 $P(\dfrac{2(5-2\sqrt{2})}{3},\dfrac{4\sqrt{2}-5}{3})$ ，$Q(\dfrac{2(5+2\sqrt{2})}{3},\dfrac{-4\sqrt{2}-5}{3})$ ，

所以 $|PQ|=\dfrac{16}{3}$ ，$PQ: x+y-\dfrac{5}{3}=0$ ，点 A 到 PQ 的距离 $d=\dfrac{\left|2+1-\frac{5}{3}\right|}{\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ ，

故 $S_{\Delta PAQ}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{16}{3}\times\dfrac{2\sqrt{2}}{3}=\dfrac{16\sqrt{2}}{9}$.

方法二 利用面积公式 $S=\frac{1}{2}|AP||AQ|\cdot\sin\angle PAQ$

（可以同方法一解出 P ，Q 的坐标后利用距离公式计算 $|AP|$，$|AQ|$，下面引入直线的参数方程求解）

直线 AP 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+\dfrac{\sqrt{3}}{3}p\\ y=1+\dfrac{\sqrt{6}}{3}p\end{cases}$ ，代入 C 的方程得 $p^2+\dfrac{4\sqrt{3}}{3}(\sqrt{2}-1)p=0$ ，

所以 $|AP|=\left|-\dfrac{4\sqrt{3}}{3}(\sqrt{2}-1)\right|=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}(\sqrt{2}-1)$ ，

直线 AQ 的参数方程为 $\begin{cases}x=2-\dfrac{\sqrt{3}}{3}q\\ y=1+\dfrac{\sqrt{6}}{3}q\end{cases}$ ，同理可得 $|AQ|=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}(\sqrt{2}+1)$ ，

所以 $S_{\Delta PAQ}=\dfrac{1}{2}|AP||AQ|\cdot\sin\angle PAQ=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{16}{3}\times\dfrac{2\sqrt{2}}{3}=\dfrac{16\sqrt{2}}{9}$.

二、命题特点与规律

就新高考Ⅰ卷而言，解析几何问题在解答题中始终排在压轴题的位置（21 或 22），其综合性和难度在整张试卷中是数一数二的。

尽管无法预测 2023 年解析几何解答题将怎样考查，但前三年的试题呈现出明显的规律：

（一）从命题背景上看，在仅有的三张新高考Ⅰ卷中，以双曲线为依托的试题 3 年 2 考，以直线的斜率关系为背景的试题 3 年 3 考，实属热门考点。

对比全国甲、乙卷时常以射影几何、彭赛列闭合定理等高等数学知识为背景，新高考Ⅰ卷到目前为止都比较“亲切”，背景都是我们较为熟悉的。

（二）从考查内容上看，新高考Ⅰ卷注重对基础知识、数学抽象能力、数学运算能力以及思维严谨性的考查。因此它的每道题都可以运用常规思路较为顺利地解决，同时需要注意一些细节——如取值范围、斜率的存在性等。

其对抽象能力的考查体现在题设关键信息的转化上。如 2020 年的试题中，将“证明存在定点Q，使得$|DQ|$为定值”这一题设的转化为常见问题就有一定的难度。再如 2022 年的试题中“$\tan\angle PAQ=2\sqrt{2}$”这一较为陌生条件也可能让考生一时手足无措。

解析几何是集中考查数学运算能力的一个分支，体现在试题中，考查了我们消元、代数恒等变形以及解方程的能力。具体地说，除了利用常规韦达定理消元，利用曲线的第三定义消元也不失为一种考虑的方向。例如 2022 年试题的第（1）问，除了上面提到的做法，还可以采用如下解法：

设$P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，因为P，Q在双曲线上，所以$\begin{cases}\dfrac{x_1^2}{2}-y_1^2=1\\\dfrac{x_2^2}{2}-y_2^2=1\end{cases}$，

两式作差得$k_{PQ}=\dfrac{x_1+x_2}{2(y_1+y_2)}$，又可将两式变形得到$\begin{cases}\dfrac{y_1-1}{x_1-2}=\dfrac{x_1+2}{2(y_1+2)}\\\dfrac{y_2-1}{x_2-2}=\dfrac{x_2+2}{2(y_2+2)}\end{cases}$，

两式相加得$\dfrac{x_1+2}{2(y_1+2)}+\dfrac{x_2+2}{2(y_2+2)}=\dfrac{y_1-1}{x_1-2}+\dfrac{y_2-1}{x_2-2}=k_{AP}+k_{AQ}=0$，

即$\begin{cases}x_1y_2+x_2y_1+4-(x_1+x_2)-2(y_1+y_2)=0\\x_1y_2+x_2y_1+4+(x_1+x_2)+2(y_1+y_2)=0\end{cases}$，

两式相减得$(x_1+x_2)+2(y_1+y_2)=0$，于是$k_{PQ}=\dfrac{x_1+x_2}{2(y_1+y_2)}=-1$.

另外，注意到 2020 和 2022 年的试题中，如果运用常规思路解答，均会遇到二元二次式的因式分解问题。因此尽管试题整体上注重基础，但仍然能在局部起到选拔作用。以 2020 年的试题为例，中间过程化简得到$4k^2+8km+3m^2-2m-1=0$，要对等式左边的代数式进行因数分解，可以采用以下两种方法：

方法一 双十字相乘法

常规的十字相乘针对一元二次多项式或二元二次齐次式使用，如上式的前半部分就可以采用十字相乘法因式分解：

$$4k^2+8km+3m^2$$

$$\begin{array}{cc} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{array}$$

十字相乘的原理是，将最高次项系数和最低次项系数分解，交叉相乘得到中间项系数。类似地，我们也可以推广到二元二次多项式的因式分解：

$$4k^2+8km+3m^2-2m-1=0$$

$$\begin{array}{cccc} 2 & 1 & & -1 \\ 2 & 3 & & 1 \end{array}$$

$$4k^2+8km+3m^2-2m-1=0$$

$$\begin{array}{cc} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{array}$$

要注意的是，双十字相乘中，有三组交叉相乘，其得到的结果与原式中系数的对应关系如上图所示。

方法二 猜根+长除法

所谓猜根，是先猜出因式分解结果中的其中一个因式。由于二次二项式的因式分解结果必然由两个二元一次式构成，因此猜出一个因式后，可以运用长除法或配凑法得到另一个因式。

这类问题中，猜根的原理是：由于因式分解的结果代表两条直线，而其中一条直线必然是特殊的。在上述例题中，体现为其中一条直线必定过点 A（2022 年试题类似），即其中一个因式为 $2k+m-1$，因而 $4k^2+8km+3m^2-2m-1=(2k+m-1)(\lambda k+\mu m+\nu)$。一方面，根据 k^2 项的系数以及常数项可以得到 $\lambda=2$，$\nu=1$，进而根据其他项的系数配凑得 $\mu=3$，故 $4k^2+8km+3m^2-2m-1=(2k+m-1)(2k+3m+1)$。该方法可以与双十字相乘法配合使用。

此外，也可以运用长除法：

$$\begin{array}{r|l} & \qquad\qquad\qquad\qquad 2k+3m+1 \\ \hline 2k+m-1 & 4k^2+8km+3m^2+0k-2m-1 \\ & \underline{4k^2+2km+0m^2-2k+0m} \\ & \qquad\quad 6km+3m^2+2k-2m \\ & \qquad\quad \underline{6km+3m^2+0k-3m+0} \\ & \qquad\qquad\qquad\qquad 2k+m-1 \\ & \qquad\qquad\qquad\qquad \underline{2k+m-1} \\ & \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad 0 \end{array}$$

（三）从解题思路上看，相比于新高考Ⅱ卷注重逻辑性的特点，新高考Ⅰ卷的一大显著特点是一题多解。这一特点在 2022 年达到了巅峰——依据计数的乘法原理，可以发现本题的大致思路将近 10 类，具体的解法超过 20 种。

但在考查基础的同时，为了起到选拔作用，同一题试题的不同解法在计算量上有较大差别。由于试题多以直线的斜率关系为背景命制，因此齐次化方法在解题中有较强的实用性。而对于涉及长度乘积的问题，则可以引入直线的参数方程求解。2021 年的试题较为特殊，由于与四点共圆相关联，因此可以引入曲线系方程。

上面提到的这些方法并不超纲。齐次化只是一种代数变形技巧，直线的参数方程在选择性必修一的教材上以阅读材料的形式呈现，曲线系方程则在课后习题中有所涉及，只是没有明确表示。

三、备考策略

命题规律可以总结，命题趋势可以预测但无法判断，分析高考真题的目的就在于汲取经验教训。针对上述分析，我提出了以下备考策略：

（一）回归教材，注重基础。上文已经提到，新高考Ⅰ卷注重对基础知识的考查，而且与教材紧密相连，因此，要认真阅读和理解教材（包括前言、正文、阅读材料和小字。如直线的参数方程就在阅读材料中有所呈现）。这一点在四省联考调研后的总结会议纪要上也有体现。此外，对于高考试题以大学知识为背景的问题，专家在会议中如是答复："不提倡（先修大学知识），因为不能透彻学习。但为什么有高数背景？因为高中数学内容在大学知识有体现，不是割裂的，用高中知识是可以解决的，不必非用大学知识。"因此还是应当以基础知识和基础能力为重。

（二）注重思维训练。一道好题往往有多种解法。在平时练习时多加思考，在掌握常规解法的基础上，探索解决问题的多种途径，积累多种解题思路，在考试时才可能下出"神之一手"。同时还要注重思维的严谨性。例如，对于轨迹方程要注意取值范围，设直线要注意讨论直线斜率等。尽管新高考Ⅰ卷的解析几何不像Ⅱ卷那样逻辑性很强（2021 年考查"充要条件"，2022 年以"选二证一"的形式考查命题的等价转化），但对逻辑性的考查可以体现在其他试题中，如第 22 题的证明问题。因此平时要更加注重思维与表述的严谨性，才能把能拿的分数稳稳抓在手里。

（三）强化计算练习。2022 年的解析几何试题整体呈现出计算量增大的趋势。要确保计算的速度和准确性，就需要我们平时刻意地练习一些以运算为主的试题来加强运算求解能力。在这一点上，浙江省自主命题期间的解析几何解答题可以作为良好的材料——虽然思维上可借鉴之处不多，但用以锻炼运算能力是不错的。

2023 年 3 月 30 日