绝密 ★ 启用前

2026 年普通高等学校招生全国统一考试 模拟试题

数 学 试 题

姓名：____________ 准考证号：____________

本试题卷分选择题和非选择题两部分，共 4 页，满分 150 分，考试时间 120 分钟。

注意事项：

1. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔分别填写在试题卷和答题纸规定的位置上。

2. 答题时，请按照答题纸上“注意事项”的要求，在答题纸相应的位置上规范作答，在本试题卷上的作答一律无效。

3. 非选择题的答案必须使用黑色字迹的签字笔或钢笔写在答题纸上相应区域内，作图时可先使用 2B 铅笔，确定后必须使用黑色字迹的签字笔或钢笔描黑。

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\left\{x \mid \dfrac{2}{x-1}\geqslant 1\right\}$，$B=\{0,1,2,3,4\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{0,2,3\}$　　B. $\{0,1,2,3\}$　　C. $\{2,3\}$　　D. $\{2,3,4\}$

2. 函数 $y=3\tan(2x+1)$ 的最小正周期为

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{4}$　　C. $\dfrac{\pi}{2}$　　D. π

3. 设 $z\in\mathbf{C}$，$\overline{z}$ 表示 z 的共轭复数，若 $|z|=|z-2|$，则 $z+\overline{z}=$

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

4. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,-1)$，$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}=(x,y)$，若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$，则

A. $x=y$　　B. $x+y=0$　　C. $xy=1$　　D. $xy=0$

5. 若 $\tan\beta=2\tan\alpha$，则 $\dfrac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}=$

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $-\dfrac{1}{3}$　　C. -3　　D. 3

6. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，前 n 项和为 S_n，则“$q<0$”是“存在正整数 $k\geqslant 2$，使得 $S_k=a_k$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

7. 在 $\triangle ABC$ 中，$AC\perp BC$，$\triangle ABC$ 绕 AC 旋转一周形成的几何体的体积为 V_1，绕 BC 旋转一周形成的几何体的体积为 V_2，则 $\cos A=$

A. $\dfrac{V_1}{V_2}$　　B. $\dfrac{V_2}{V_1}$　　C. $\dfrac{V_1}{\sqrt{V_1^2+V_2^2}}$　　D. $\dfrac{V_2}{\sqrt{V_1^2+V_2^2}}$

8. 某 AI 实验室通过技术革新，逐步推出了 6 代大语言模型. 设变量 x、y、z 分别表示各代大语言模型的训练数据规模（单位：万亿 token）、特定任务错误率（单位：%）、训练能耗（单位：千兆瓦时），其具体数据如下表所示. 记变量 x 与 y 的样本相关系数为 r_1，变量 x 与 z 的样本相关系数为 r_2，变量 y 与 z 的样本相关系数为 r_3，则

x	0.5	0.8	1.1	1.4	1.7	2.0
y	3.0	2.7	2.4	2.1	1.8	1.5
z	18	15	13	11	10	9

A. $r_1<r_2<r_3$　　B. $r_1<r_3<r_2$　　C. $r_3<r_2<r_1$　　D. $r_2<r_1<r_3$

二、选择题：本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的四个选项中，至少有两项是符合题目要求的。若全部选对得 6 分，部分选对得部分分，选错或不选得 0 分。

9. 已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$b>0$）的左、右焦点分别为 F_1、F_2，过点 F_1 的直线与 C 交于点 A、$B\left(0,-\sqrt{3}\right)$，则

A. C 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\triangle ABF_2$ 的周长为 8

C. $|AF_1|<|BF_1|$　　D. $AF_2\perp BF_2$

10. 函数 $f(x)=x^3$，$f(x)$ 的导函数记为 $f'(x)$，设 $g(x)=\dfrac{f(x_0+x)-f(x_0)}{x}$（$x_0>0$，$x\neq 0$），则

A. $\lim\limits_{x\to 0}g(x)=f'(x_0)$　　B. $\lim\limits_{x\to 0}g(-x)=-f'(x_0)$

C. 当 $x>0$ 时，$g(x)>f'(x_0)$　　D. $g(x)$ 取最小值时，$g(x)=f'(x_0+x)$

11. 在平面直角坐标系中，已知 $A(2,0)$，$B(2,2\sqrt{3})$，点 P，Q 分别在 $\triangle OAB$ 的边 OA、OB 上（不与原点 O 重合），满足 $S_{\triangle POQ}=\lambda S_{\triangle AOB}$（$0<\lambda<1$），则

A. 对任意给定的 $\lambda\in(0,1)$，$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$ 是定值

B. 存在给定的 $\lambda\in(0,1)$，使得 $|OP|<|OQ|$ 恒成立

C. 对任意给定的 $\lambda\in(0,1)$，点 O 到直线 $|PQ|$ 的距离最大值为 $\sqrt{6\lambda}$

D. 存在给定的 $\lambda\in(0,1)$，使得直线 PQ 过定点

三、填空题：本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. 若函数 $y=f(x)-1$ 是奇函数，且 $f(a)=2$，则 $f(-a)=$ ______ .

13. 设 P 为抛物线 $y^2=4x$ 上一点，给定点 $M(m,0)$，若 P 是使 $|MP|$ 取到最小值的点，则称 P 是 M 在抛物线上的“最近点”. 若 M 在抛物线上的“最近点”为原点，则 m 的最大值为 ______ .

14. 设 $0<a<1<b$，区间 $D=[a,b]$，函数 $f(x)=\begin{cases}1-\log_2 x, & 0<x<1\\ (\frac{1}{2})^{x-1}, & x\geqslant 1\end{cases}$ 满足 $\{f(x)|x\in D\}\subseteq D$，则 $a+b$ 的取值范围是 ______ .

四、解答题：本大题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15.（本小题满分 13 分）

设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n. 已知 $S_4=16$，$a_3^2-a_2^2=2(a_1+a_4)$.

（1） 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

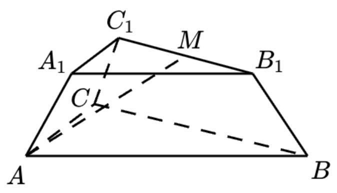
（2） 设 $b_n=(-1)^nS_n$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 20 项和.

16.（本小题满分 15 分）

如图，在正三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，已知 $AB=3$，$A_1B_1=2$，$AA_1=1$，M 为 B_1C_1 的中点.

（1） 证明：$AM\perp BB_1$；

（2） 求直线 A_1B_1 与平面 BCC_1B_1 所成角的正弦值.



17.（本小题满分 15 分）

已知某种疾病在人群中的患病率为 1%，对该疾病进行检测，灵敏度（即患者检测为阳性的概率）为 90%，特异度（对非患者检测为阴性的概率）为 91%. 假设不同人之间是否患病、检测结果均互不影响.

（1） 在人群中随机选择 10 人进行该疾病的检测，记其中检测结果为阳性的人数为 X，求 X 的期望；

（2） 设 A，B 是古典概型中的两个随机事件，且 $P(A)P(B)>0$，证明：$\dfrac{P(A)P(B|A)}{P(\overline{A})P(B|\overline{A})}=\dfrac{n(A|B)}{n(\overline{A}|B)}$；

（3） 现有 110 人该疾病检测为阳性，估计其中确患该疾病的人数（精确到个位）.

18.（本小题满分 17 分）

在平面直角坐标系中，动点 P 满足到点 $F(2,0)$ 的距离与到直线 $l：x=\dfrac{1}{2}$ 的距离之比为 2，记点 P 的轨迹为 Γ.

（1） 求 Γ 的方程；

（2） 设斜率不为 $\pm\sqrt{3}$ 的直线与 Γ 恰有一个公共点 E，且与 l 交于点 P.

（i）证明：$\overrightarrow{PF}\cdot\overrightarrow{EF}=0$；

（ii）设过 P 且斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线与 Γ 交于点 Q，求 $\triangle EFP$ 与 $\triangle EFQ$ 的面积之比.

19.（本小题满分 17 分）

设函数 $f(x)=\dfrac{1}{\mathrm{e}^x+a}+b$，曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0,f(x_0))$ 处的切线为 l. u、v 分别是 l 的横、纵截距关于 x_0 的函数，且定义域均为 $\mathbf{R}$. 已知存在函数 g，使得 $v(x)=g(u(x))$.

（1） 当 $a=b=0$ 时，直接写出函数 $u(x)$，$v(x)$，$g(x)$ 的解析式；

（2） 设 $f(x)$、$u(x)$ 的导函数为 $h(x)$、$u'(x)$，证明：当 $u(x)\neq 0$ 时，若 $u'(x)=0$，则 $h'(x)=0$；

（3） 若 $a>0$，$b=-\dfrac{1}{2}$，证明：$f(x)$ 是奇函数.