

Table of Contents

- 1. Introduction
- 2. Preprocessing Network Data
- 3. Centrality Analysis
 - A. Degree Centrality
 - **B.** Closeness Centrality
 - C. Betweenness Centrality
 - **D.** Eigenvector Centrality
 - E. More on eigenvector centrality

1. Introduction

수도권 지하철은 수도권 지역의 핵심 교통수단으로서 자리매김하고 있다. 본 에세이에서는 수도권 지하철 네트워크의 중심성(centrality)을 다양한 방법를 통해 분석한다. (예정: 나아가, 지하철 승하차객 수 데이터와 연관 지어 네트워크 분석을 진행한다.)

https://github.com/Wittgensteinian/Seoul_Metro에서 본 에세이에 관한 모든 코드를 찾아볼 수 있다.

2. Preprocessing Network Data

수도권 지하철 네트워크 데이터는 http://gangwon.github.io/subway-data/로부터 받아왔다. 이 데이터는 수도권 지하철의 역명과 역번호, 각역 간의 이동 시간에 대한 정보를 담고 있다. 이 데이터를 바탕으로, 두가지 다른 그래프를 만들어 분석에 활용했다. 하나는 역명을 노드로, 하나는 역번호를 노드로 삼는 그래프다.

역명을 노드로 삼는 그래프의 경우, 우리가 떠올리는 지하철 노선도와 가장 유사한 그래프 구조를 생성할 수 있다는 장점이 있다. 그러나 역과 역사이의 최단거리(정확히는 최단시간)를 구하기가 복잡하다는 단점이 있다. 구체적으로 이야기하자면, 역명을 노드로 삼는 그래프에서 계산하는 최단거리는 노선 간 환승 시간을 전혀 고려하지 못한다는 뜻이다. 예를 들면,이 그래프에서는 2호선 서울대입구역부터 2호선 방배역까지의 거리와 4호선 남태령역까지의 거리가 동일하다(모든 노드 사이의 거리를 1이라 가정). 그러나 이는 환승 시간을 고려하지 않은 결과로, 실제 이동 시간과는 괴리가 있다.



그림 1: 사당역과 그 주변 역들

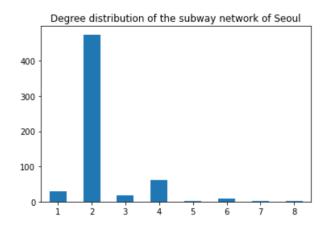
따라서 최단거리 계산을 위해 역번호를 노드로 삼는 그래프를 만들었다. 역번호를 노드로 삼는 그래프의 경우, 같은 역일지라도 노선이 다른 역(환승역)은 여러 개의 다른 노드로 취급한다. 같은 역이여도 노선이 다르다면 역번호 역시 다르기 때문이다. 예를 들면 2호선 사당역은 노드 '226'으로, 4호선 사당역은 노드 '433'으로 다르게 취급된다. 두 노드 사이의 거리에는 일괄적으로 '3'을 부여했다. 환승 시간을 3분으로 설정한 것과 같은 의미다.

본 에세이에서는 지하철 네트워크의 구조를 보존해야 하는 경우 역명을 기준으로, 최단거리를 계산해야 하는 경우 역번호를 기준으로 하는 그래프를 활용했다. 또한 거리를 계산해야 하는 경우 모든 엣지(edge)의 거리에 1을 부여하는 네트워크 거리(network distance)와 실제 시간(physical time)을 같이 활용했다.

3. Centrality Analysis

A. Degree Centrality

Degree란, 해당 노드와 인접한 노드의 개수를 의미한다. 역명을 기준으로 하는 그래프에서 총 노드의 개수는 598개이며, degree distribution은 다음과 같다. Degree centrality가 가장 높은 노드(degree = 8)는 공덕역이다. 두번째로 높은 노드(degree = 7)는 왕십리역이다.



B. Closeness Centrality

$$c_{Cl}(v) = \frac{1}{\sum_{u \in V} \mathsf{dist}(v, u)}$$

Closeness centrality는 해당 노드에서 다른 노드까지의 거리의 합에 반

비례하는 값으로 주어진다. 네트워크 거리를 따를 때는 이촌역(경의중앙선), 실제 시간을 따를 때는 서울역(4호선)이 제일 높은 centrality를 가진다.

Closeness centrality는 eccentricity를 활용하는 방법으로도 변형될 수 있다. Eccentricity란, 해당 노드에서 다른 노드까지의 최단거리의 최댓 값이다. 따라서 closeness centrality를 eccentricity에 반비례하는 값으로 설정할 수 있다. 네트워크 거리를 따를 때는 노량진(1호선), 동작(4호선), 총신대입구(이수)(4호선), 남태령(4호선), 실제 시간을 따를 때는 총신대입구(이수)(4호선)가 제일 높은 centrality를 가진다.

Eccentricity의 최댓값을 그래프의 지름(diameter), 최솟값을 그래프의 반지름(radius)이라고 부른다.¹ 네트워크 거리를 따를 때는 지름이 75, 반지름이 39이며, 실제 시간을 따를 때는 지름이 242, 반지름이 121이 다.

C. Betweenness Centrality

$$c_B(v) = \sum_{s \neq t \neq v \in V} \frac{\sigma(s, t|v)}{\sigma(s, t)}$$

Betweenness centrality는 두 노드를 잇는 최단 거리 중 해당 노드를 거치는 최단 거리의 수로, centrality를 구하는 대표적인 방법 중 하나다. 네트워크 거리를 따를 때는 왕십리(경의중앙선), 실제 시간을 따를

때는 구로(1호선)가 제일 높은 centrality를 가진다.

D. Eigenvector Centrality

$$c_{Ei}(v) = \alpha \sum_{\{u,v\} \in E} c_{Ei}(u)$$

Eigenvector centrality는 해당 노드와 인접한 노드의 중심성이 높을수록 높다. ³ 네트워크 거리를 따를 때는 공덕(공항철도), 실제 시간을 따를 때는 김포공항(공항철도)이 제일 높은 centrality를 가진다.

Eigenvector centrality를 변형한 centrality로는 Katz centrality와 PageRank가 있다. Katz centrality는 네트워크 거리를 따를 때 공덕(공항철도)에서 제일 높다. 실제 시간을 따를 때는 구하지 못했다. PageRank는 네트워크 거리와 실제 시간을 따를 때 모두 김포공항(공항철도)에서 제일 높다.

E. More on eigenvector centrality

Eigenvector centrality와 그 변형에서 주목해야할 부분은 두 가지다.

- 1. 공항철도에 편중
- 2. 김포공항의 높은 중심성

첫번째로, centrality가 공항철도의 역 혹은 공항철도와 환승되는 역에서 높게 나타난다. 이는 eigenvector centrality의 본질과 공항철도의 노선 도를 고려하면 당연하게 느껴진다.

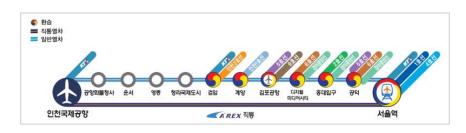


그림 2: 공항철도 노선도

공항철도는 인천국제공항 또는 김포공항에서 서울까지 빠르게 도달하기 위한 목적으로 개통된 노선이다. 즉, 서울 시내의 핵심 역에만 정차하는 일종의 급행 노선인 셈이다. 인접한 노드들의 중심성을 통해 중심성을 계산하는 eigenvector centrality에서 공항철도의 역들이 높은 centrality를 가질 수밖에 없는 이유다.

그렇다면 공항철도의 역들 중에서도 서울의 외곽에 위치한 김포공항의 centrality가 높게 나타나는 이유가 무엇일까?

¹ Lee, K., Jung, W.-S., Park, J. S., & Choi, M. (2008). Statistical analysis of the Metropolitan Seoul Subway System: Network structure and passenger flows. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *387*(24), 6231-6234.

² Zhang, J., Xu, X., Hong, L., Wang, S., & Fei, Q. (2011). Networked analysis of the Shanghai subway network, in China. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 390(23-24), 4562-4570.

³ Kolaczyk, E. D. (2009). *Statistical Analysis of Network Data*. Springer.