

Vaja 16 Vztrajnostni moment

Jure Kos

14.10.2021

Uvod

Togo telo, ki je vrtljivo okoli nepremične osi, se vrti enakomerno pospešeno, če deluje nanj konstanten navor v smeri osi. Kotni pospešek α in navor M sta sorazmerna:

$$J\alpha = M$$

Pri tem je J vztrajnostni moment telesa okoli dane osi, ki ga določa porazdelitev mase telesa δm_i glede na oddaljenost od osi vrtenja r_i po formuli

$$J = \sum_i r_i^2 \Delta m_i \Rightarrow \int_V r^2 dm \Rightarrow \int_V \rho(r) r^2 dV$$

kjer je $\rho(r)$ gostota na mestu r . Tako je vztrajnostni moment valjastega kolesa z radijem R glede na lastno os enak

$$J = \frac{1}{2}mR^2$$

Kadar pa se vrti okoli osi, ki je vzporedna lastni, toda premaknjena za R_p , dobimo iz enačbe vztrajnostni moment kot

$$J = \frac{1}{2}mR^2 + mR_p^2$$

Okoli vodoravne osi vrtljivo kolo poganjamo z utežjo preko vrvice, ki je navita na jermenico z radijem r_j . Utež se giblje s pospeškom

$$a = g - \frac{T}{m_u}$$

kjer sila T napenja vrstico in povzroča na kolesu navor $r_j T$. Kotni pospešek kolesa dobimo iz zveze

$$J\alpha = r_j m_u (g - a) = m_u (r_j g - r_j^2 \alpha)$$

ali

$$(J + r_j^2 m_u) \alpha = r_j m_u g$$

kjer je J skupni vztrajnostni moment kolesa, jermenice in morebitnih dodatkov pritrjenih na kolo. Poglejmo še, kako je z izrekom o kinetični energiji pri tem poskusu! Spočetka kolo in utež mirujeta. Ko se spusti utež za višino h , se kolo vrti s kotno hitrostjo ω . Kinetična energija sistema je enaka spremembi potencialne energije uteži

$$m_u gh = J \frac{\omega^2}{2} + \frac{m_u v_u^2}{2}$$

kjer predstavlja zadnji člen kinetično energijo uteži. Odtod dobimo enačbo:

$$\frac{1}{2}[J + m_u r_j^2]\omega^2 = m_u gh$$

Naloga

1. Preveriti, da je vrtenje, ki ga povzroča konstanten navor, enakomerno pospešeno in iz pospeška določiti vztrajnostni moment praznega kolesa.
2. Iz pospeška določiti vztrajnostni moment priprave, potem ko smo vpeli manjši kolesi najprej
 - (a) togo in potem
 - (b) gibljivo v kroglična ležaja.
 Izračunati nova vztrajnostna momenta še iz podatkov za manjši kolesi in obe vrednosti primerjati!
3. Preveriti veljavnost izreka o kinetični energiji.

Potrebščine

1. Kolo z jermenico,
2. dva para manjših koles,
3. uteži,
4. vrvica,
5. detektor časovnih intervalov (optična vrata),
6. zapisovalnik rezultatov (računalnik z ustreznim vmesnikom).

Meritve

Masa malih koles:

$$m = 515g \pm 1g$$

Masa uteži:

$$m = 50g \pm 1g$$

Višina mize:

$$h = 100cm \pm 1cm$$

Radij velikega kolesa:

$$R = 5cm \pm 0,1cm$$

Radij malih koles:

$$r = 14cm \pm 0,1cm$$

Oddaljenost malih koles od središča:

$$h = 7,3cm \pm 0,1cm$$

Ročica navora sile teže:

$$r_g = 2cm \pm 0,1cm$$

Računi

Iz izmerjenih kotnih pospeškov lahko za vsako verzijo poskusa izračunamo J:

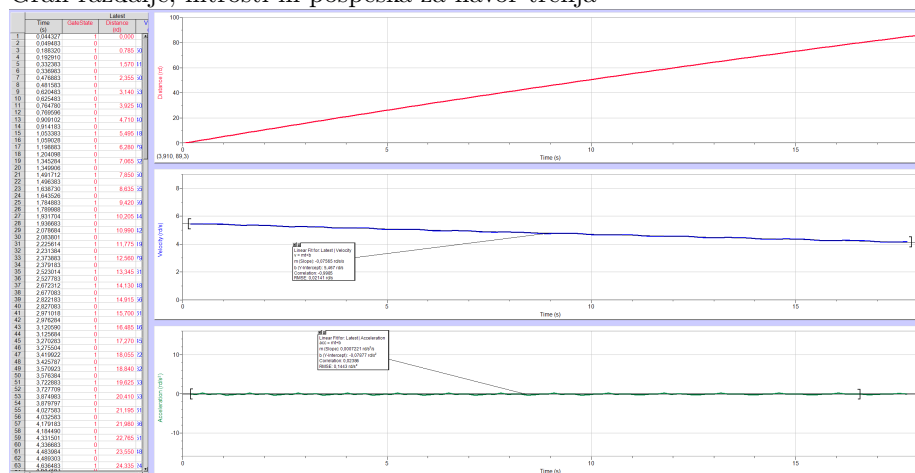
$$J = \frac{r_g m_u (g - r_g \alpha)}{\alpha} = r_g m_u \left(\frac{g}{\alpha} - r_g \right)$$

Dobimo naslednje rezultate:

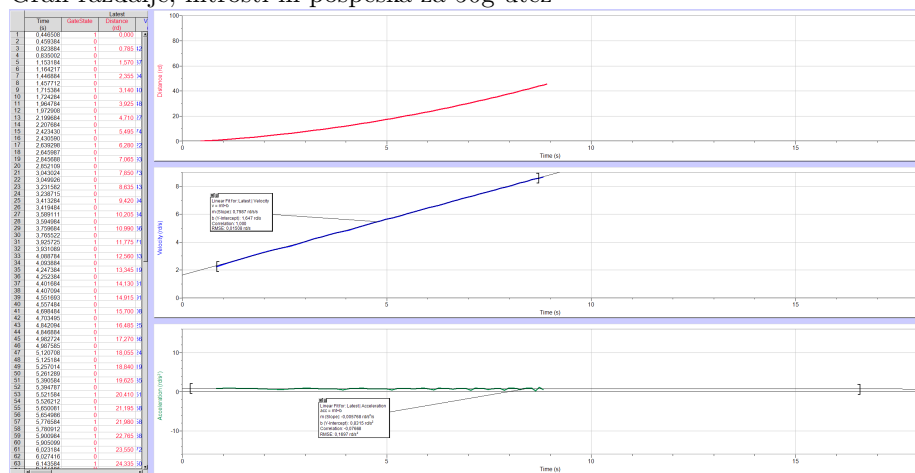
	α_x [s ⁻²]	α_y [s ⁻²]	α_z [s ⁻²]	J_x [kg*m ²]	J_y [kg*m ²]	J_z [kg*m ²]	Povprečen J [kg*m ²]	ΔJ (povprečen) [kg*m ²]	Računan J [kg*m ²]	ΔJ (računan) [kg*m ²]
brez uteži	-0,076	/	/	/	/	/	/	/	/	/
50g utež	0,799	0,821	0,792	0,0125	0,0122	0,0126	0,0123	±0,0004	/	/
100g utež	1,656	1,646	1,649	0,0120	0,0121	0,0121				
togo vpeto s 50g utežjo	0,487	0,489	0,493	0,0205	0,0204	0,0203	0,0199	±0,0006	0,0190	±0,0007
togo vpeto s 100g utežjo	1,029	1,031	1,017	0,0194	0,0194	0,0196				
gibljivo vpeto s 50g utežjo	0,483	0,483	0,472	0,0207	0,0207	0,0212	0,0201	±0,0006	0,0177	±0,0007
gibljivo vpeto s 100g utežjo	1,029	1,030	1,027	0,0194	0,0194	0,0194				

Grafi

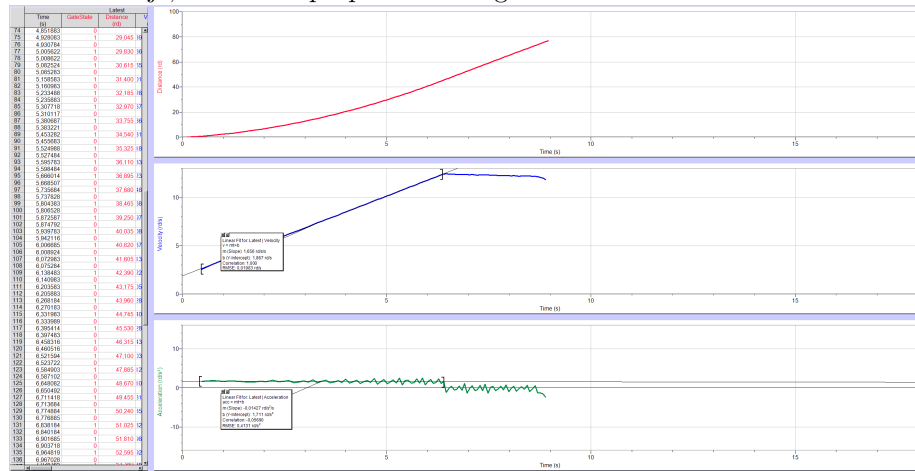
Grafi razdalje, hitrosti in pospeška za navor trenja



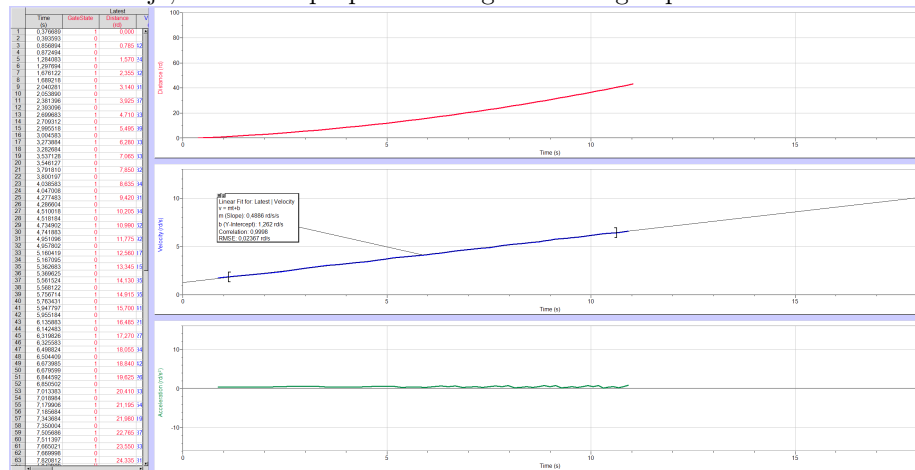
Grafi razdalje, hitrosti in pospeška za 50g utež



Grafi razdalje, hitrosti in pospeška za 100g utež



Grafi razdalje, hitrosti in pospeška za 50g utež in togo vpete diske



Grafi razdalje, hitrosti in pospeška za 100g utež in togo vpete diske

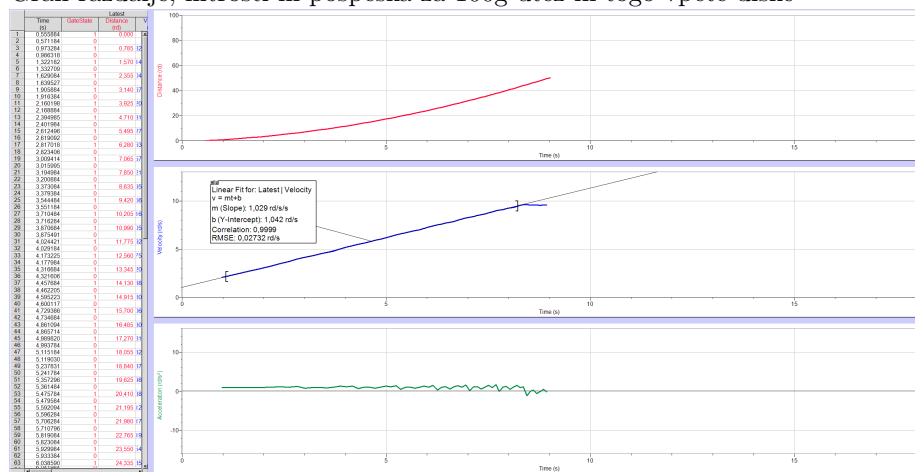


Figure 1 displays the evolution of the electron beam parameters over time (ns). The top panel shows the current (red line) increasing linearly from 0 to approximately 70 mA. The middle panel shows the beam velocity (blue line) increasing linearly from approximately 2.5 m/s to 5.5 m/s, with a linear fit line and statistics: $R^2 = 0.999$, m (Slope) = 0.4715 rds/s, b (Intercept) = 1.865 rds, Correlation = 0.999, RMSE = 0.01529 rds/s. The bottom panel shows the axial position (green line) fluctuating around 20.5 μm .

The figure displays three plots related to a 100-second test, with data tables on the left side of each plot.

Top Plot: Distance (m) vs Time (s)

Time (s)	Distance (m)
1	0.0000
2	0.0004
3	1.5658
4	1.7707
5	1.9378
6	2.0694
7	2.3357
8	2.6699
9	2.1804
10	3.1442
11	2.8648
12	2.6538
13	2.6478
14	2.6428
15	2.6400
16	2.6400
17	2.6400
18	2.6400
19	2.6400
20	2.6400
21	2.6400
22	2.6400
23	2.6400
24	2.6400
25	2.6400
26	2.6400
27	2.6400
28	2.6400
29	2.6400
30	2.6400
31	2.6400
32	2.6400
33	2.6400
34	2.6400
35	2.6400
36	2.6400
37	2.6400
38	2.6400
39	2.6400
40	2.6400
41	2.6400
42	2.6400
43	2.6400
44	2.6400
45	2.6400
46	2.6400
47	2.6400
48	2.6400
49	2.6400
50	2.6400
51	2.6400
52	2.6400
53	2.6400
54	2.6400
55	2.6400
56	2.6400
57	2.6400
58	2.6400
59	2.6400
60	2.6400
61	2.6400
62	2.6400
63	2.6400
64	2.6400
65	2.6400
66	2.6400
67	2.6400
68	2.6400
69	2.6400
70	2.6400
71	2.6400
72	2.6400
73	2.6400
74	2.6400
75	2.6400
76	2.6400
77	2.6400
78	2.6400
79	2.6400
80	2.6400
81	2.6400
82	2.6400
83	2.6400
84	2.6400
85	2.6400
86	2.6400
87	2.6400
88	2.6400
89	2.6400
90	2.6400
91	2.6400
92	2.6400
93	2.6400
94	2.6400
95	2.6400
96	2.6400
97	2.6400
98	2.6400
99	2.6400
100	2.6400

Middle Plot: Velocity (m/s) vs Time (s)

Time (s)	Velocity (m/s)
1	0.0000
2	0.0004
3	1.5658
4	1.7707
5	1.9378
6	2.0694
7	2.3357
8	2.6699
9	2.1804
10	3.1442
11	2.8648
12	2.6538
13	2.6478
14	2.6428
15	2.6400
16	2.6400
17	2.6400
18	2.6400
19	2.6400
20	2.6400
21	2.6400
22	2.6400
23	2.6400
24	2.6400
25	2.6400
26	2.6400
27	2.6400
28	2.6400
29	2.6400
30	2.6400
31	2.6400
32	2.6400
33	2.6400
34	2.6400
35	2.6400
36	2.6400
37	2.6400
38	2.6400
39	2.6400
40	2.6400
41	2.6400
42	2.6400
43	2.6400
44	2.6400
45	2.6400
46	2.6400
47	2.6400
48	2.6400
49	2.6400
50	2.6400
51	2.6400
52	2.6400
53	2.6400
54	2.6400
55	2.6400
56	2.6400
57	2.6400
58	2.6400
59	2.6400
60	2.6400
61	2.6400
62	2.6400
63	2.6400
64	2.6400
65	2.6400
66	2.6400
67	2.6400
68	2.64