

Vaja 32 Sklopljeno nihalo

Jure Kos

5.1.2022

Uvod

Nihalo, ki je sestavljeno iz dveh enakih težnih nihali in povezano z vzmetjo, se imenuje sklopljeno nihalo. Brez vzmeti, nihali nihata neodvisna drug od drugega, z vzmetjo pa nihali postaneta odvisna drug od drugega. Nihanje sklopljenega nihala lahko opišemo z dvema lastnima nihanjema.

Prvo lastno nihanje je nihanje nihali, ki sta bili pognani v isti smeri z enakima sunkoma. Nihali nihata kot, da sta neodvisna drug od drugega in vzmet ne vpliva na nihanje. Frekvenca, ki je enaka neodvisnima nihalom, se imenuje prva lastna frekvenca.

Drugo lastno nihanje je nihanje nihali, ki sta bili pognani v nasprotnih smereh z enakima sunkoma. Nihali nihata z enako amplitudo in vzmet se krči in razteguje. Zaradi tega nastane navor, ki je odvisen od koeficienta vzmeti in prijemališča vzmeti. Nihali nihata hitreje. Nihanje se imenuje drugo lastno nihanje, frekvenca pa druga lastna frekvenca.

Če eno nihalo odklonimo za določeno amplitudo, medtem ko je drugo v ravnovesni legi, in prvega spustimo, nihali začneta utripato. Do tega pride, ker se energija iz nihajočega nihala prenese na nenihaajoče nihalo in vlogi se zamenjata. Nihali nihata z nihajnim časom t' in frekvenco ω' . Čas T je čas med dvema mirovanjima istega nihala in iz časa T dobimo frekvenco utripanje ω_u .

Naloga

Opazuj sklopljeno nihanje dveh enakih fizičnih nihali! Izmeri in izračunaj lastni krožni frekvenci ω_0 in ω_1 ter še ω' in ω_u ! Določi koeficient vzmeti, izračunaj D' in faktor sklopitve $K = D'/(D + D')$!

Potrebščine

- Nihali na stojalu;
- vzmeti za sklopitev;
- merilo za določevanje koeficienta vzmeti;
- centimetrsko merilo, kljunasto merilo;
- tehtnica
- uteži 10g, 20g, 50g, 100g, 200g
- stoparica

Navodila

1. Za vsako nihalo izmeri nihajni čas za 30 nihajev ter izračunaj nihajni čas in frekvenco.
2.
 - Nihali spni z vzmetjo.

- Odkloni nihali v isti smeri za enaki amplitudi in ju hkrati spusti. Izmeri čas 35 nihajev in izračunaj nihajni čas t_0 in lastno frekvenco ω_0 . Napravi 5 meritev.
 - Odkloni nihali v nasprotnih smereh in izračunaj t_1 in ω_1
 - Eno nihalo zadrži v ravnovesni legi, drugo pa odmakni za amplitudo A ter obe nihali spusti hkrati. Izmeri čas 15 nihajev posameznega nihala in meritve za obe nihali ponovi dvakrat. Izračunaj nihajni čas t' in lastno frekvenco ω' . Opazuj 3 mirovanja posameznega nihala in izračunaj čas T in frekvenco utripanja ω_u
3. Izmeri nihali in izračunaj vztrajnostni moment nihala J in koeficient navora $D = mgd_0$, kjer je m masa nihala in d_0 razdalja od težišča do osi. Izračunaj volumen uteži in s pomočjo gostote medenine in aluminija izračunaj maso. Na vzmet obesi uteži z znano težo in izmeri raztezek. Določi koeficient k iz grafa, kjer je na abscisni osi raztezek, na ordinatni osi pa sila. Izmeri še razdaljo d od prijemališča vzmeti in osi nihala in izračunaj:

$$D' = kd^2$$

Izračunaj t_0 , t_1 , t' in T in jih primerjaj z izmerjenimi. Vrednosti vnese v tabelo.

4. Izračunaj faktor sklopitve z izmerjenimi ω_0 in ω_1 , nato pa še z izračunanimi D in D' in primerjaj rezultata.

$$K = \frac{D'}{D + D'} = \frac{1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega_1}\right)^2}{1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega_1}\right)^2}$$

Nihajni čas in frekvenca neodvisnih nihalo

Izmerjen čas 30 nihajev t_{30} delimo s številom nihajev N in rezultat je nihajni čas t_0 enega nihaja. Lastno frekvenco ω_0 se izračuna po formuli $\omega_0 = \frac{2\pi}{t_0}$

Levo nihalo

Izmerjen čas $t_{30L} = 55,32s \pm 0,01s$

Nihajni čas t_{0L} :

$$t_{0L} = \frac{t_{30L}}{N} = 1,8s(1 \pm 0,0002)$$

Lastna frekvenca ω_{0L} :

$$\omega_{0L} = \frac{2\pi}{t_0} = 3,4s^{-1}(1 \pm 0,0002)$$

Desno nihalo

Izmerjen čas $t_{30D} = 55,49s \pm 0,01s$

Nihajni čas t_{0D} :

$$t_{0D} = \frac{t_{30D}}{N} = 1,8s(1 \pm 0,0002)$$

Lastna frekvenca ω_{0D} :

$$\omega_{0D} = \frac{2\pi}{t_0} = 3,4s^{-1}(1 \pm 0,0002)$$

Prvo lastno nihanje

Meritve časa 35 nihajev sklopljenih nihal z odmikom v isto smer z enako amplitudo:

Poskus	t_{35}
1	64,81s
2	64,81s
3	64,58s
4	64,78s
5	64,84s

Povprečen čas $\bar{t} = 64,76s$

Odstopanje $\Delta t = 0,18s$

Relativna napaka $\delta_{t0} = 0,003$

Nihajni čas t_0 :

$$t_0 = 1,8s(1 \pm 0,003)$$

Lastna frekvenca ω_0 :

$$\omega_0 = 3,4s^{-1}(1 \pm 0,003)$$

Drugo lastno nihanje

Meritve časa 35 nihajev sklopljenih nihal z odmikom v nasprotno smer z enako amplitudo:

Poskus	t_{35}
1	59,34s
2	59,86s
3	59,37s
4	59,35s
5	58,84s

Povprečen čas $\bar{t} = 59,35s$

Odstopanje $\Delta t = 0,51s$

Relativna napaka $\delta_{t1} = 0,009$

Nihajni čas t_1 :

$$t_1 = 1,7s(1 \pm 0,009)$$

Lastna frekvenca ω_1 :

$$\omega_1 = 3,7s^{-1}(1 \pm 0,009)$$

Utripanje

Meritve časa 15 nihajev posameznega nihala, kjer je eno odmakneno iz ravnovesne lege za določeno amplitudo, in drugo nihalo, ki ostane v ravnovesni legi. Čas T je čas med dvema utripoma nihala, ω_u pa frekvenca tega utripanja.

Desno nihalo

Poskus	t_{15}
1	27,40s
2	27,35s
3	27,61s

Povprečen čas $\bar{t} = 27,45s$

Odstopanje $\Delta t = 0,16s$

Relativna napaka $\delta_{t'_D} = 0,006$

Nihajni čas t'_D :

$$t'_D = 1,8s(1 \pm 0,006)$$

Lastna frekvenca ω'_D :

$$\omega'_D = 3,9s^{-1}(1 \pm 0,006)$$

Levo nihalo

Poskus	t_{15}
1	27,84s
2	27,43s
3	28,54s

Povprečen čas $\bar{t} = 27,91s$

Odstopanje $\Delta t = 0,6s$

Relativna napaka $\delta_{t'_L} = 0,02$

Nihajni čas t'_L :

$$t'_L = 1,8s(1 \pm 0,02)$$

Lastna frekvenca ω'_L :

$$\omega'_L = 3,4s^{-1}(1 \pm 0,02)$$

Povprečje levega in desnega nihala

Čas $t' = 1,9s(1 \pm 0,01)$

Lastna frekvenca $\omega' = 3,4(1 \pm 0,01)$

Utripi - izmerjeni podatki

Desno nihalo:

Poskus	Čas T
1	16,03s
2	16,61s
3	16,21s

Levo nihalo

Poskus	Čas T
1	16,89s
2	16,58s
3	17,52s

Povprečen čas $\bar{T} = 16,64s$

Odstopanje $\Delta t = 0,88s$

Relativna napaka $\delta t = 0,05s$

Čas med dvema utripoma $T = 16,6s(1 \pm 0,05)$

Frekvenca utripanja $\omega_u = 0,4s^{-1}(1 \pm 0,05)$

Utripi - izračunani podatki

Čas T se izračuna po enačbi:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_0}; T = 20,4s(1 \pm 0,1)$$

Lastno frekvenco ω_u se izračuna po enačbi:

$$\omega_u = \omega_1 - \omega_0 = 0,3s^{-1}(1 \pm 0,007)$$

Izračunani podatki so višji od izmerjenih. Do tega je prišlo, ker je težko točno določiti, kdaj nihalo točno preneha nihati in kdaj ponovno začne.

Računski del

D in J

Izračunaj $D = mgd_0$, kjer je m masa nihala in d_0 dolžina od težišča do osi.
 $d_0 = 97,5\text{cm} \pm 0,1\text{cm}$

Masa

Aluminij

Dolžina $l_{Al} = 97,5\text{cm} \pm 0,1\text{cm}$

Polmer $r_{Al} = 0,5\text{cm} \pm 0,1\text{cm}$

Gostota $\rho_{Al} = 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

(vir: <http://www2.arnes.si/oskratl1s/fizika/vsebine%208%20razred/gostota/Tabela%20gostot.htm>)

$$m = \rho V = \rho Ol = \rho \pi r^2 l = 0,2\text{kg}(1 \pm 0,4)$$

Medenina

Dolžina $l_M = 8,8\text{cm} \pm 0,1\text{cm}$

Polmer $r_{Al} = 2,2\text{cm} \pm 0,1\text{cm}$

Gostota $\rho_{Al} = 8600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

(vir: <http://www2.arnes.si/oskratl1s/fizika/vsebine%208%20razred/gostota/Tabela%20gostot.htm>)

$$m = \rho V = \rho Ol = \rho \pi r^2 l = 1,1\text{kg}(1 \pm 0,1)$$

Skupna masa $m = 1,27\text{kg}(1 \pm 0,1)$

$$D = mgd_0 = 1,27\text{kg} * 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * 0,87\text{m} = 10,8\text{Nm}(1 \pm 0,1)$$

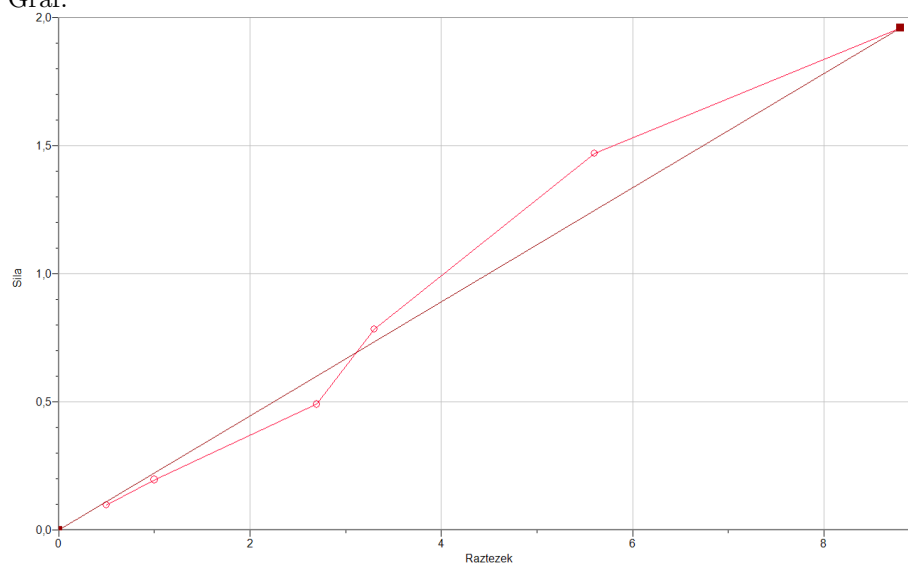
$$J = \frac{D}{\omega_0^2} = 0,9 \frac{\text{Nm}}{\text{s}}(1 \pm 0,1)$$

D' in k

Tabela sile uteži in raztezka:

Sila [N]	raztezek [cm]
$9,81N * 10^{-2}$	0,5
$19,6N * 10^{-2}$	1
$49,1N * 10^{-2}$	2,7
$78,5N * 10^{-2}$	3,3
$147N * 10^{-2}$	5,6
$196N * 10^{-2}$	8,8

Graf:



Koeficient k:

$$k = \frac{F_2 - F_1}{\Delta x_2 - \Delta x_1} = 40 Nm(1 \pm 0,02)$$

Razdalja od prijemališča vzmeti do osi $d = 18cm(1 \pm 0,1)$

Koeficient navora D' se izračuna po enačbi:

$$D' = kd^2 = 1,3Nm(1 \pm 0,03)$$

Izračunani t_0 , t_1 , t' , T , ω_0 , ω_1 , ω' in ω_u

	t_0	t_1	t'	T
izmerjeno	1,85s	1,70s	1,85s	16,64s
izračunano	1,85s	1,76s	1,80s	36,20s

	ω_0	ω_1	ω'	ω_u
izmerjeno	$3,40s^{-1}$	$3,71s^{-1}$	$3,40s^{-1}$	$0,38s^{-1}$
izračunano	$3,39s^{-1}$	$3,78s^{-1}$	$3,59s^{-1}$	$0,39s^{-1}$

Razen čas utripanja, se podatki razlikujejo zgolj na stotine. Zakaj se čas utripanja tako razlikuje, je napisano pod delom Čas utripanja - izračunano

Faktor sklopitve

Faktor sklopitve se izračuna po formuli:

$$K = \frac{D'}{D + D'} = \frac{1 - (\frac{\omega_0}{\omega_1})^2}{1 + (\frac{\omega_0}{\omega_1})^2}$$

Izmerjeni podatki

$$K = 0,09(1 \pm 0,1)$$

Izračunani podatki

$$K = \frac{D'}{D + D'} = 0,1(1 \pm 0,2)$$