

Vaja 15 Težno nihalo

Jure Kos

8.1.2022

Uvod

Nihajni čas matematičnega nihala (točkastega telesa na breztežni nitki), ki niha nedušeno in z majhno amplitudo, je:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Pri tej vaji želimo izračunati gravitacijski pospešek Zemlje. Pri tem uporabimo popravke, ki nam zgornjo formulo naredijo natančnejšo. Tako dobimo natančnejšo formulo za g :

$$g = l_0\left(\frac{2\pi}{T}\right) \cdot \left[1 + \frac{1}{2}\sin^2\frac{\alpha}{2} + \frac{2}{5}\left(\frac{r}{l_0}\right)^2 - 1/6\frac{m_z}{m_k} + (1+k)\frac{\rho_{zr}}{\rho_{F_e}} + \left(\frac{\Lambda}{2\pi}\right)^2\right]$$

Potrebščine

1. Nihalo, obešeno na strop,
2. merilo z zrcalcem, pritrjenim na zidu,
3. vrvica,
4. štoparica,
5. kljunasto merilo,
6. vžigalnik.

Meritve

| št. nihajev | t_01 | t_02 | t_03 |
|-------------|---------|---------|---------|
| 5 | 00:14,2 | 00:11,8 | 00:14,9 |
| 10 | 00:28,9 | 00:26,8 | 00:29,7 |
| 15 | 00:44,6 | 00:41,6 | 00:44,6 |
| 20 | 00:59,4 | 00:56,5 | 00:59,4 |
| 25 | 01:14,1 | 01:11,3 | 01:14,4 |
| 30 | 01:29,2 | 01:26,3 | 01:29,3 |
| 35 | 01:44,1 | 01:42,1 | 01:44,1 |
| 40 | 01:59,0 | 01:55,9 | 01:59,0 |
| 45 | 02:13,9 | 02:10,9 | 02:13,8 |
| 50 | 02:28,7 | 02:25,8 | 02:28,8 |
| 55 | 02:43,7 | 02:40,6 | 02:43,7 |
| 60 | 02:58,6 | 02:55,5 | 02:58,6 |
| 65 | 03:13,5 | 03:10,4 | 03:13,3 |
| 70 | 03:28,3 | 03:25,3 | 03:28,2 |
| 75 | 03:43,1 | 03:40,1 | 03:43,1 |
| 80 | 03:58,0 | 03:55,0 | 03:58,0 |
| 85 | 04:13,1 | 04:10,0 | 04:13,0 |
| 90 | 04:27,8 | 04:24,8 | 04:27,8 |
| 95 | 04:42,5 | 04:39,7 | 04:42,5 |
| 100 | 04:57,7 | 04:54,6 | 04:57,5 |
| 105 | 05:12,5 | 05:09,4 | 05:13,1 |
| 110 | 05:27,4 | 05:24,3 | 05:27,2 |
| 115 | 05:42,3 | 05:39,2 | 05:42,1 |
| 120 | 05:57,2 | 05:54,1 | 05:57,0 |
| 125 | 06:12,1 | 06:08,9 | 06:11,9 |
| 130 | 06:26,7 | 06:23,8 | 06:26,7 |
| 135 | 06:41,9 | 06:38,7 | 06:41,7 |
| 140 | 06:54,6 | 06:53,6 | 06:56,5 |
| 145 | 07:11,6 | 07:08,5 | 07:11,4 |
| 150 | 07:26,4 | 07:23,3 | 07:26,3 |

Slika 1: Meritve nihajnih časov

$l=210 \text{ cm} \pm 0,1 \text{ cm}$
 $a=4,3 \text{ cm} \pm 0.05 \text{ cm}$
 $h = 5,3 \text{ mm} \pm 0,01 \text{ mm}$
 $r_z=0,75 \text{ mm} (1 \pm 0,013)$
 $r = \frac{-h^2 - \frac{a^2}{3}}{-2h} = 6,07 \text{ cm} (1 \pm 0,015)$
 $x_0 = 20 \text{ cm}$
 $x_{150} = 14,6 \text{ cm}$

Izračuni

Izračun povprečnega nihajnega časa:

Najprej smo izračunali čase 5 nihajev za vsako vrstico meritev. To smo naredili tako, da smo odšteli čas v absolutnih enotah in s tem dobili časovno razliko. Tako smo naredili povprečje vseh meritev, ki je prišlo $\overline{t_{5_1}} = 14,8675 \text{ s}$ za prvo meritev in tako dobili povprečen nihajni čas enega nihaja prve meritve kot $\overline{t_1} = 2,9735 \text{ s} (1 \pm 0,00274)$. Seveda to ponovimo za vse 3 meritve in s tem lahko rezultate zapišemo v tabeli kot

| Meritev | 1 | 2 | 3 |
|-----------------|--------|--------|--------|
| Nihajni čas [s] | 2,9735 | 2.9414 | 2.9817 |
| Napaka [%] | 0,269 | 0.2719 | 0.2683 |

Tabela 1: Meritve nihajnih časov

Iz vseh treh meritev lahko izračunamo povprečen čas \bar{t} , s katerim izračunamo pospešek kot

$$\bar{t} = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{3} = 2.9655 \text{ s} (1 \pm 0.00155)$$

Za uporabo zgoraj napisane formule potrebujemo izračunati še neznane količine.

Logaritemski dekrement izračunamo po formuli $\Lambda = \ln\left(\frac{x_n}{x_{n+1}}\right)$, kjer je $x_n = x_0 e^{-\beta n T}$ amplituda n-tega nihaja. Izrazimo lahko β kot

$$\beta = -\frac{\ln\left(\frac{x_n}{x_0}\right)}{nT}$$

[n=150] x_n in x_0 poznamo

$$\beta = 5,021 \cdot 10^{-4} \cdot (1 \pm 0,03)$$

Izračunamo dalje

$$\Lambda = \ln \frac{x_0 e^{-\beta n T}}{x_0 e^{-\beta (n+1) T}} = T\beta = 1.488 \cdot 10^{-3} (1 \pm 0,039)$$

Izračunajmo še odklon nihala. Tega dobimo kot

$$\sin\alpha = \frac{x_0}{l} \longrightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{x_0}{l}\right) = 5,46^\circ$$

Za izračun potrebujemo le še masi krogle in žice

$$m_k = \frac{4\pi r^3}{3} \rho_{Fe} = 7,3kg(1 \pm 0,03)$$

$$m_z = \pi r_z^2 l_0 \rho_{jeklo} = 0,0308kg(1 \pm 0,026)$$

Izračun gravitacijskega pospeška

Zdaj lahko vstavimo vse številke v formulo za gravitacijski pospešek in dobimo

$$g = 9,80624 \frac{m}{s^2}$$

Po izračunu napake dobimo

$$\Delta g = 2,3 \cdot 10^{-3} \frac{m}{s^2}$$

Dobimo končno vrednost:

$$g = 9,80624 \frac{m}{s^2} \pm 2,3 \cdot 10^{-3} \frac{m}{s^2} = 9,80624 \frac{m}{s^2} (1 \pm 0,000235)$$

Za primerjavo lahko izračunamo pospešek z uporabo formule za matematično nihalo

$$g = l_0 \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = 9,856(1 \pm 0,0059) \frac{m}{s^2}$$