

 Institución Universitaria	GUÍA DE TRABAJO INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIONES	Código	FDE 048
		Versión	03
		Fecha	2009-06-09

1 IDENTIFICACIÓN

Asignatura		Procesamiento Digital de Señales						Guía No.	04
Área		Tecnología Aplicada			Nivel			9	
Código		170304014			Pensum			4	
Correquisito(s)		-			Prerrequisito(s)			Matemáticas	
Créditos	3	TPS	4	TIS	5	TPT	64	TIT	80
TRABAJO INDEPENDIENTE					TRABAJO PRESENCIAL				
Trabajo Teórico		Trabajo Práctico	X		Trabajo Teórico		Trabajo Práctico		

2 IDENTIFICACIÓN

COMPETENCIAS	CONTENIDO TEMÁTICO	INDICADOR DE LOGRO
Usar herramientas computacionales para el diseño de filtros digitales.	Filtros digitales: Métodos de diseño de filtros FIR	Analiza el espectro en frecuencia de una señal de audio. Extrae la información contenida en una señal de audio contaminada con ruido mediante técnicas de filtrado digital.

3 RECURSOS REQUERIDOS

- Equipo de cómputo
- Python 3
- IDE de su preferencia: PyCharm, Visual Studio Code, Spyder, etc.

4 FILTROS FIR

Un filtro de respuesta finita al impulso (*finite impulse response - FIR*) es un sistema digital de fácil implementación en sistemas embebidos como microprocesadores y DSP, y constituye uno de los métodos más usados en procesamiento digital dada su poca robustez en términos de trabajo computacional. En telecomunicaciones son ampliamente utilizados en el tratamiento de señales de voz y audio, dada su capacidad para ser implementados en tiempo real, eliminando interferencias procedentes de múltiples fuentes físicas.

Un sistema FIR está definido por la ecuación en diferencias:

$$y(n) = \sum_{i=0}^{M-1} b_i x(n-i)$$

 Institución Universitaria	GUÍA DE TRABAJO INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIONES	Código	FDE 048
		Versión	03
		Fecha	2009-06-09

Que al ser comparado con la respuesta de un sistema digital ante cualquier entrada, es decir, $y[n] = x[n] * h[n]$, se puede demostrar fácilmente que los coeficientes del filtro constituyen la respuesta al impulso:

$$b_i = h(i)$$

De esta forma se obtiene la función de transferencia del sistema:

$$H(z) = \sum_{i=0}^{M-1} h(i)z^{-i}$$

De esta forma, el objetivo en el diseño de un filtro FIR es hallar la respuesta al impulso acorde a una respuesta en frecuencia deseada.

Dentro de estos métodos se encuentran:

- Método de ventanas: basado en una respuesta en frecuencia continua deseada, se halla la respuesta al impulso correspondiente, se transforma en causal y finita mediante desplazamiento y enventanado, y se compara la respuesta en frecuencia de esta nueva respuesta al impulso (DTFT) con la deseada.
- Método de muestreo en frecuencia: dada una respuesta en frecuencia discreta deseada (DFT ó FFT) se halla la mitad de la respuesta al impulso aprovechando la propiedad de simetría o anti-simetría.
- Método de Remez ó de Parks-McClellan: algoritmo iterativo que minimiza el error entre la respuesta en frecuencia deseada y la real. También hace uso de ventanas y constituye el método más eficiente de cálculo de los coeficientes del filtro.

5 FILTROS IIR

Un filtro de respuesta infinita al impulso (*infinite impulse response - IIR*) es un sistema digital construido a partir de un sistema analógico. La ecuación del filtrado IIR se suele expresar de forma recursiva como sigue:

$$y(n) = \sum_{i=0}^{M-1} b_i x(n-i) - \sum_{i=1}^{N-1} a_i y(n-i)$$

Donde b_i y a_i son los coeficientes del filtro. Observe que tiene la misma forma de un sistema LTI discreto convencional.

Los métodos de diseños de filtros IIR incluyen:

- Invarianza del impulso: Se basa en asumir que la respuesta al impulso del filtro digital es igual a la del filtro analógico, pero muestreada.

El sistema analógico:

$$H_a(s) = \sum_{i=1}^N \frac{c_i}{s - p_i}$$

Se transforma en el siguiente sistema digital:

 Institución Universitaria	GUÍA DE TRABAJO INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIONES	Código	FDE 048
		Versión	03
		Fecha	2009-06-09

$$H(z) = \sum_{i=1}^N \frac{c_i}{1 - e^{p_i T} z^{-1}}$$

Donde c_i , p_i y T son las constantes a determinar, los polos del Sistema analógico y el periodo de muestreo, respectivamente.

- Transformación bilineal: conserva las propiedades del filtro, pero modificando la frecuencia. Consiste en un mapeo del plano de Laplace al plano zeta, es decir, los polos del sistema que caen a la izquierda del plano de Argand en s , se transforman en polos al interior de una circunferencia trigonométrica en z :

$$s = \frac{2}{T} \left(\frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right) \quad \Omega = \frac{2}{T} \tan\left(\frac{\omega}{2}\right)$$

Estos filtros no necesariamente son estables, a menos que todos los polos en el plano z se ubiquen al interior de una circunferencia de radio 1. Una forma de garantizar esto, es diseñar un filtro analógico de orden bajo, e.g. menor a 10.

6 TRANSFORMADA DE FOURIER EN TIEMPO CORTO (STFT)

La transformada de Fourier en Tiempo Corto (STFT por sus siglas en inglés) de la señal $x(n)$ con N datos, se define de la siguiente forma:

$$\text{STFT}\{x(n)\} = X(m, k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)w(n - mR)e^{-j\frac{2\pi kn}{N}}$$

Donde $w(n)$ es una ventana con M datos ($M \ll N$), que usualmente se estrecha en los bordes para evitar distorsión espectral. Un ejemplo de esta ventana es la de Hamming. Al contador de tiempo m se le considera un “tiempo lento”, el cual varía entre $0 \leq m \leq N_M - 1$, donde N_M es el número total de porciones o *frames*, calculado como $N_M = \frac{(N-M)}{R} + 1$, con R igual al tamaño de paso o salto entre ventanas. De esta manera, los N_M *frames* se definen tal que:

$$\begin{aligned} x_0(n) &= x(n)w(n) \\ x_1(n) &= x(n)w(n - R) \\ x_2(n) &= x(n)w(n - 2R) \\ &\vdots \\ x_{N_M-1}(n) &= x(n)w(n - (N_M - 1)R) \end{aligned}$$

La Figura 1 ilustra lo anterior.

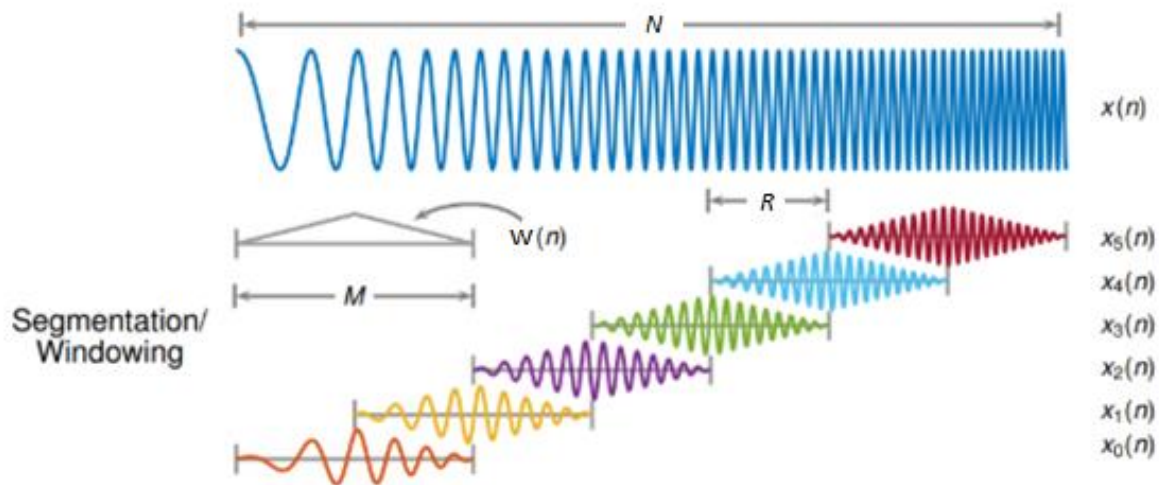


Figura 1. Esquema de enventanado sobre una señal $x(n)$. $w(n)$ representa una ventana de longitud M , tomada cada R muestras. Adaptado de <https://la.mathworks.com/help/signal/ref/stft.html>

Al aplicar la DFT sobre cada *frame*, se obtienen N_M transformadas más pequeñas que varían a lo largo del tiempo (ver Figura 2). La STFT permite analizar el contenido espectral de señales no estacionarias, es decir, que sus propiedades estadísticas varían con el tiempo.

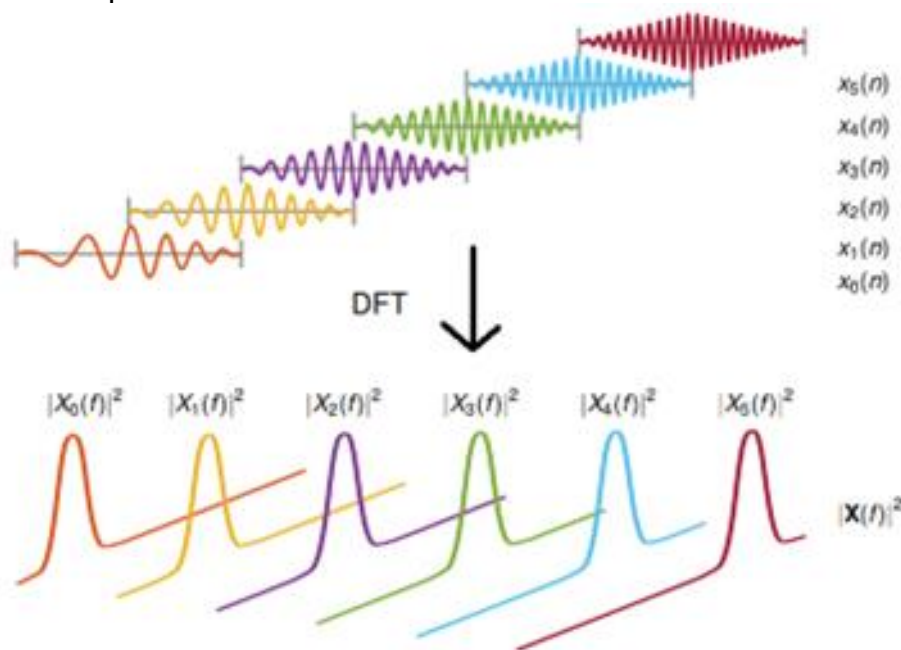


Figura 2. Esquema de la STFT, es decir, conjunto de DFT de diferentes frames enventanados de la señal original. Adaptado de <https://la.mathworks.com/help/signal/ref/stft.html>

Note que $X(m, k)$ es la DFT de M puntos de $x(n)w(n - mR)$, i.e., de cada *frame*:

 Institución Universitaria	GUÍA DE TRABAJO INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIONES	Código	FDE 048
		Versión	03
		Fecha	2009-06-09

$$\begin{aligned}
X(0, k) &= DFT\{x_0(n)\} = DFT\{x(n)w(n)\} \\
X(1, k) &= DFT\{x_1(n)\} = DFT\{x(n)w(n - R)\} \\
X(2, k) &= DFT\{x_2(n)\} = DFT\{x(n)w(n - 2R)\} \\
&\vdots \\
X(N_M - 1, k) &= DFT\{x_{N_M-1}(n)\} = DFT\{x(n)w(n - (N_M - 1)R)\}
\end{aligned}$$

7 Espectrograma

La densidad espectral de energía (ESD) del m -ésimo *frame* está dada por:

$$ESD\{x_m(n)\} = ESD\{x(n)w(n - mR)\} = |X_m(k)|^2$$

Un espectrograma es el conjunto de la ESD de todos los *frames*:

$$\begin{aligned}
\text{spectrogram}\{x(n)\} &= |X(m, k)|^2 \\
&= \begin{bmatrix} |X_0(M-1)|^2 & |X_1(M-1)|^2 & \cdots & |X_{N_M-1}(M-1)|^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ |X_0(2)|^2 & |X_1(2)|^2 & \cdots & |X_{N_M-1}(2)|^2 \\ |X_0(1)|^2 & |X_1(1)|^2 & \cdots & |X_{N_M-1}(1)|^2 \\ |X_0(0)|^2 & |X_1(0)|^2 & \cdots & |X_{N_M-1}(0)|^2 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Observe que $\text{spectrogram}\{x(n)\} \in \mathbb{R}^{M \times N_M}$

Cada columna representa la ESD de cada *frame* $x_m(n)$, $0 \leq m \leq N_M - 1$.

Cada fila representa la ESD en cada componente frecuencial, $0 \leq k \leq M$, la cual se puede convertir a Hz fácilmente con la fórmula $f = \frac{k}{M} F_s$.

La representación anterior también se puede dar en dB, es decir:

$$\text{spectrogram}\{x(n)\} = 20 \log_{10} |X(m, k)|$$

Los espectrogramas se suelen representar como una imagen construida a partir de mapas de calor (*heatmaps*) o superficies (*surface plots*), tal y como ilustra la Figura 3.

 Institución Universitaria	GUÍA DE TRABAJO INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIONES	Código	FDE 048
		Versión	03
		Fecha	2009-06-09

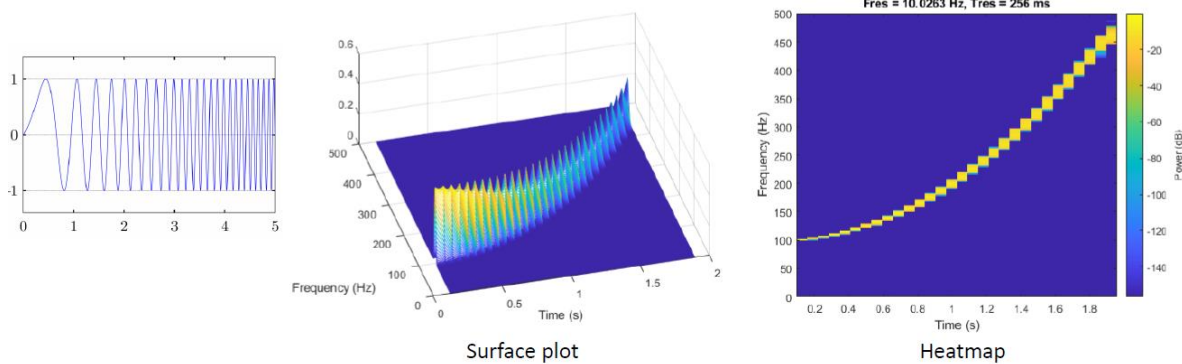


Figura 3. Espectrograma de una señal chirp (izquierda): como *surface plot* (centro) y como mapa de calor (derecha).

8 PROCEDIMIENTO DE LA PRÁCTICA

Diseñe un programa en Python que realice lo siguiente:

1. (10%) Preguntar al usuario si quiere que la interacción sea en inglés o en español. De esta selección depende no solamente los mensajes en pantalla, sino también las etiquetas y títulos de las figuras.
2. (10%) Permitir al usuario cargar un archivo de audio cualquiera de formato .wav. Se recomienda la instalación de `librosa`, una librería para el análisis de audio y música en Python. El programa debe pedir la ruta del archivo en la máquina de ejecución. La Figura 4 muestra un ejemplo de lo pedido en español.

Ingrese la ruta del audio: C:\Users\sebastianroldan\Desktop\hola.wav

Figura 4. Ejemplo de la instrucción para pedir el ingreso de la señal de entrada, en caso de que el usuario hubiera decidido interactuar en español.

Una vez cargue el audio, debe convertirlo de estereofónico a monofónico (un solo canal). Hágalo mediante la siguiente aproximación:

$$x_{mono}(n) = \frac{x_{stereo}^{Right}(n) + x_{stereo}^{Left}(n)}{2}$$

Al cargar la señal de audio, se debe preguntar si el usuario quiere escucharla o no.

3. (20%) Permitirle al usuario aplicar un filtro sobre la señal de acuerdo con los parámetros definidos en la Figura 5.

 Institución Universitaria	GUÍA DE TRABAJO INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIONES	Código	FDE 048
		Versión	03
		Fecha	2009-06-09

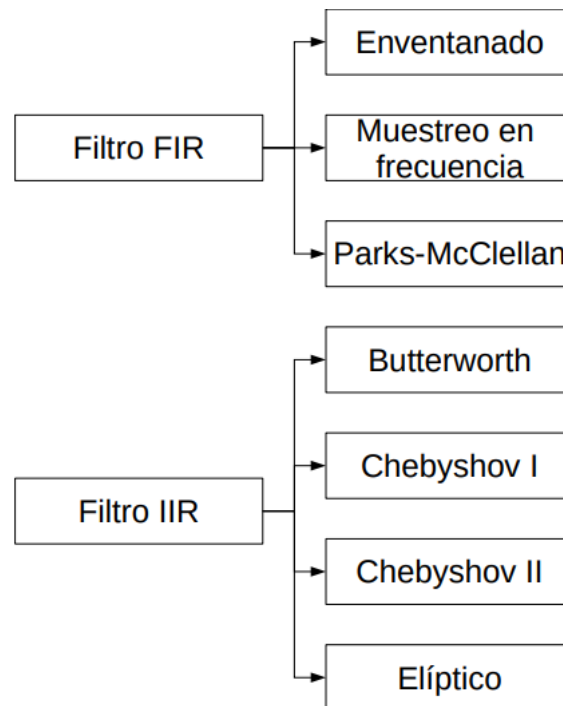


Figura 5. Únicos parámetros que podrá ingresar el usuario

Dependiendo del filtro que haya seleccionado el usuario deberá hacer lo siguiente:

- a. Preguntar por el tipo de filtro (pasa-bajas, pasa-altas, pasa-banda o rechaza-banda). Si seleccionó FIR, deberá permitir además la opción de filtro arbitrario.
- b. Si no seleccionó filtro arbitrario, deberá preguntar por la(s) frecuencia(s) de corte en hertz.
- c. Si seleccionó filtro arbitrario, deberá preguntar por lo siguiente:
 - i. Vector de frecuencias en Hertz
 - ii. Vector de magnitudes lineales (números entre 0 y 1)
4. (25%) Grafique la respuesta en frecuencia del filtro, de magnitud en dB y de fase en °, ambas en función de la frecuencia en Hz (revise bien que siempre vaya desde 0 hasta $\frac{F_s}{2}$).
5. (30%) Grafique el espectrograma en dB de ambas señales de audio, la original y la filtrada, en función de la frecuencia en Hz. Grafique sólo hasta la mitad de la frecuencia de muestreo. Puede usar mapas de calor o *surface plots*.
6. (5%) Grafique el audio original (azul) y filtrado (rojo) en el dominio del tiempo, en segundos. Deberá además preguntar si desea escuchar el audio filtrado o no.

 Institución Universitaria	GUÍA DE TRABAJO INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIONES	Código	FDE 048
		Versión	03
		Fecha	2009-06-09

Debe enviar únicamente el script, no el archivo de audio usado para probarlo. Además, la ejecución solo debe mostrar una figura, con la distribución que se muestra en la Figura 6.

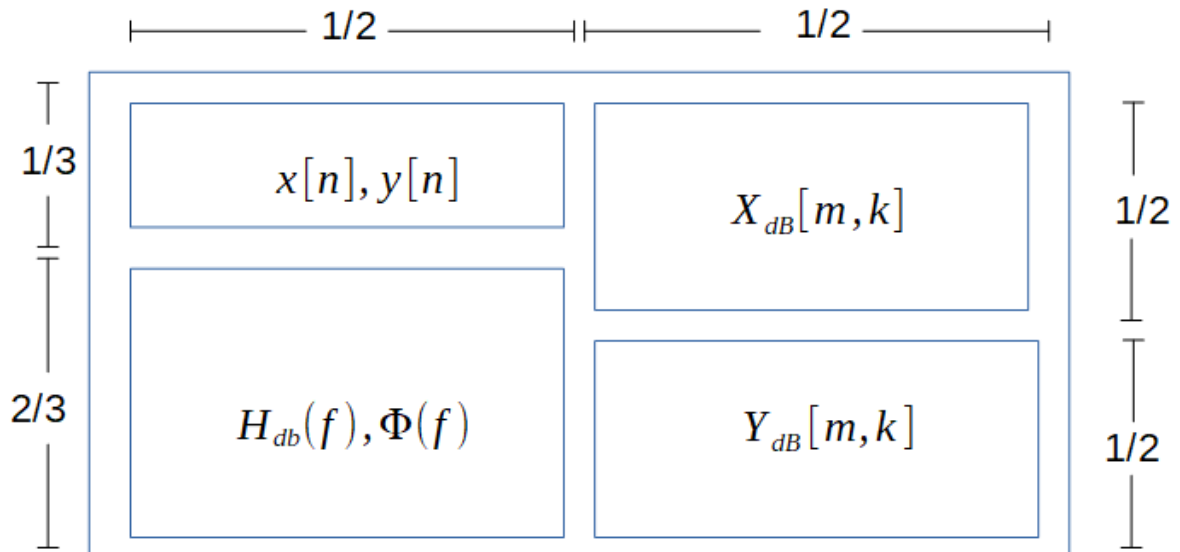


Figura 6. Estructura de la figura que deberá mostrar el programa. En el primer subplot, se grafican la señal original $x[n]$ y la filtrada $y[n]$ de forma simultánea. Diferéncielas con el color y una leyenda. La respuesta en frecuencia de magnitud $H_{dB}(f)$ y de fase $\Phi(f)$ deberán mostrarse también en un solo subplot, diferenciadas por color, con el eje y de la izquierda en dB y el eje y de la derecha en $^{\circ}$. En los otros subplots, se tendrá el espectrograma tanto de la señal original como de la filtrada, en dB.

6 PARÁMETROS PARA ELABORACIÓN DEL INFORME

- Envíe los scripts en un solo archivo .m, con el nombre de los integrantes de la siguiente forma:

jperez_asanchez.py

- Los archivos de audio deberán tener el mismo nombre.
- Escriba al comienzo del archivo el nombre de los integrantes junto con el número de cédula en comentarios, de la siguiente forma:

```
# Nombre integrante 1 - Número de cédula 1
# Nombre integrante 2 - Número de cédula 2
```

- Gráficas sin etiquetas no serán calificadas.
- Si el archivo no ejecuta por errores en el mismo, se calificará con una nota de 0.0
- Queda a criterio del docente realizar una sustentación del trabajo sin previo aviso, equivalente al 50% de la nota del mismo.

 Institución Universitaria	GUÍA DE TRABAJO INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIONES	Código	FDE 048
		Versión	03
		Fecha	2009-06-09

Elaborado por:	<i>Sebastián Roldán Vasco</i>
Versión:	<i>3.0</i>
Fecha:	<i>7 de noviembre de 2023</i>
Aprobado por:	