

KARLSTADS UNIVERSITET
INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH DATAVETENSKAP

TEORETISK DATALOGI
DVGA17

Komplexitetsteori

Skriven av:

Alexander FLOREAN
florean.alexander@gmail.com
Emanuel SVENSSON
emansven100@student.kau.se

Handledare:

Kerstin ANDERSSON

7 januari 2020



Innehåll

| | | |
|----------|------------------------------|----------|
| 1 | Inledning | 2 |
| 1.1 | Antaganden | 2 |
| 2 | Del 2: Tornen i Hanoi | 2 |
| 3 | Sammanfattning | 3 |

1 Inledning

1.1 Antaganden

2 Del 2: Tornen i Hanoi

Inledning Vi har tre pinnar med givna respektive namn A, B, C, samt notationen N för antal ringar.

Regler:

1. Flytta en ring åt gången.
2. Lägg aldrig en större ring ovanpå en mindre.

Given rekursiv algoritm:

1. Flytta temporärt högen med N - 1 ringar från pinne A till pinne B.
2. Flytta den största ringen (den enda ringen kvar på pinne A) till pinne C.
3. Flytta N - 1 ringar från pinne B till pinne C.

Omskrivning görs för att komma fram till en tidskomplexitet av den rekursiva algoritmen till en rekursiv psudokod/funktion. Som kan beskrivas, funktionen H(antal ringar, som flyttas från pinne x, till pinne y)

Tidsfunktion

```
H( N, A, C)
H( N - 1, A, B)      // kallar på sig självt
flytt(A,C)           // flyttar ringen ett steg
H( N - 1, B, C)      // kallar på sig självt
```

Med tiden i åtanke kan flytt(A,C) ses som en konstant ökning i tidskomplexiteten.

Därav kan ovan skrivas om till tidsfunktionen

$$T(N) = T(N - 1) + 1 + T(N - 1) = 2T(N - 1) + 1$$

Med hjälp av inducering fås.

$$\begin{aligned} T(N) &= 2[2T(N - 1 - 1) + 1] + 1 \\ &= 2^2T(N - 2) + 3 \\ &= 2^2[2T(N - 3) + 1] + 3 \\ &= 2^3T(N - 3) + 7 \end{aligned}$$

2005/06/28ver : 1.3subfigpack

Då k är antal induceringar för funktionen $T(N) = 2^k T(N - k) + 2^k - 1$
 När $k \rightarrow N$ så fås tidsfunktionen

$$\begin{aligned} T(N) &= 2^N T(N - N) + 2^N - 1 \\ &= 2^N T(0) + 2^N - 1 \\ &= 0 + 2^N - 1 = 2^N - 1 \end{aligned}$$

2005/06/28ver : 1.3subfigpack

Detta ger Tornen i Hanoi tidskomplexiteten $\mathcal{O}(2^n)$ då konstanten kan bortses.

3 Sammanfattning

Referenser

- [1] Michael Sipser, *Introduction to the Theory of Computation Third Edition*, June 2012, Cengage Learning