AULA 12

SCIENTIA, VITA ET FIDES

PUCPR

GRUPO MARISTA

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM LÓGICA MATEMÁTICA

2023

Tableaux Semântico na Lógica Proposicional

Tableaux Semânticos

- Método que serve para provar a validade de deduções

- Baseado em árvores
  - Ramos são decomposições de H em sub-fórmulas

- Elementos básicos:
  - O alfabeto da Lógica Proposicional
  - O conjunto das fórmulas da Lógica Proposicional
  - Um conjunto de regras de dedução

- O tableaux semântico (**Tb_a**) contém apenas regras de dedução
  - Definem o mecanismo de inferência, permitindo a dedução de conhecimento

Regras de Inferência do Tableaux Semântico

- **Sejam A e B duas fórmulas da Lógica Proposicional**

$R_1 = A \land B$ A B	$R_2 = A \lor B$ $A \quad B$	$R_3 = A \rightarrow B$ $\neg A \quad B$
$R_4 = A \leftrightarrow B$ $A \land B \quad \neg A \land \neg B$	$R_5 = \neg\neg A$ A	$R_6 = \neg(A \land B)$ $\neg A \quad \neg B$
$R_7 = \neg(A \lor B)$ $\neg A$ $\neg B$	$R_8 = \neg(A \rightarrow B)$ A $\neg B$	$R_9 = \neg(A \leftrightarrow B)$ $\neg A \land B \quad A \land \neg B$

Dica para construção do tableaux

- Aplique inicialmente regras que não bifurcam a árvore
  - Preferencialmente as regras R_1, R_5, R_7 e R_8.

$$R_1 = A \wedge B$$
$$A$$
$$B$$

$$R_5 = \neg\neg A$$
$$A$$

$$R_7 = \neg(A \vee B)$$
$$\neg A$$
$$\neg B$$

$$R_8 = \neg(A \rightarrow B)$$
$$A$$
$$\neg B$$

Construção de um Tableaux

- Para construir a árvore de possibilidades de uma fórmula H, iniciamos por H e então vamos "desmontando" esta fórmula em subfórmulas através das regras do tableaux

  - Até não haver mais subfórmulas na qual possamos usar alguma regra

Exemplo 1

- Tableaux semântico para o conjunto de fórmulas

$$\boxed{\{(A \vee B), (A \wedge \sim B)\}}$$

Exemplo 2

- Tableaux semântico para o conjunto de fórmulas

$$\boxed{\{(A \rightarrow B), \sim (A \vee B), \sim(C \rightarrow A)\}}$$

Ramos da Árvore

- Um ramo em um tableaux é uma sequência de fórmulas
- **Ramo fechado:** contém uma fórmula B e sua negação ~B
- **Ramo Aberto:** quando não é fechado
- **Tableaux fechado:** quando todos os seus ramos são fechados
- **Tableaux aberto:** quando possui algum ramo aberto

Exemplo – Tableaux Fechado

1	$\neg\neg((P \rightarrow Q) \wedge \neg(P \leftrightarrow Q) \wedge \neg\neg P)$			$\neg H$
2	$(P \rightarrow Q) \wedge \neg(P \leftrightarrow Q) \wedge \neg\neg P$			1 R_5
3	$P \rightarrow Q$			2 R_1
4	$\neg(P \leftrightarrow Q)$			2 R_1
5	$\neg\neg P$			2 R_1
6	P			5 R_5
7	$\neg P$ fech.	Q		3 R_3
8		$P \wedge \neg Q$	$\neg P \wedge Q$	4 R_9
9		P	$\neg P$	8 R_1
10		$\neg Q$ fech.	Q fech.	8 R_1

Exemplo – Tableaux Aberto

1	$\neg(\neg(P \leftrightarrow Q) \lor \neg\neg P)$		$\neg H$
2	$\neg(P \leftrightarrow Q)$		1 R_7
3	$\neg\neg P$		1 R_7
4	P		3 R_5
5	$P \land \neg Q$	$\neg P \land Q$	2 R_9
6	P	$\neg P$	5 R_1
7	$\neg Q$	Q	5 R_1
	aberto	fech.	

Regras de Inferência do Tableaux Semântico

- O método de prova no tableaux é feita utilizando o método da negação ou absurdo
  - Para provar uma fórmula H, é considerada inicialmente a sua negação ~H (provar por negação ou absurdo)
  - Depois, o tableaux semântico associado a ~H é construído
  - Para provar que H é válido, tenho que gerar um tableaux fechado associado a ~H
    - Então H é verdadeiro

Esse sistema também é chamado de sistema de refutação

Provas e Teoremas

- Seja H uma fórmula da lógica proposicional
  - Uma prova de H usando tableaux semânticos é:
    - Um **tableaux fechado**
    - A construção do tableaux se inicia com a fórmula ~H
    - Neste caso, H é um teorema do sistema de tableaux semânticos

Exemplo de prova em tableaux

Como provar?

$$H = \sim((P \rightarrow Q) \wedge \sim(P \leftrightarrow Q) \wedge (\sim\sim P))$$

Devemos criar um tableaux fechado para ~H

$$\sim H = \sim(\sim((P \rightarrow Q) \wedge \sim(P \leftrightarrow Q) \wedge (\sim\sim P)))$$

Exemplo de prova em tableaux

$\sim H = \sim(\sim((P \rightarrow Q) \wedge \sim(P \leftrightarrow Q) \wedge (\sim\sim P)))$

(1)	$\sim(\sim((P \rightarrow Q) \wedge \sim(P \leftrightarrow Q) \wedge (\sim\sim P)))$	**Prem**

Exemplo de prova em tableaux

Como provar?

$$H = (P \leftrightarrow Q) \vee \sim P$$

Devemos criar um tableaux fechado para ~H

$$\sim H = \sim((P \leftrightarrow Q) \vee \sim P)$$

Exemplo de prova em tableaux

$\sim H = \sim((P \leftrightarrow Q) \vee \sim P)$

(1)	**$\sim((P \leftrightarrow Q) \vee \sim P)$**	**Prem**

Atividade:

- Em dupla
- Elaborar uma lista com 10 questões sobre os assuntos vistos após a Prova1
- Resolvê-la
- Enviar para o Canvas (lista e gabarito)
- Entrega: 02/06
- Depois, enviar lista sem gabarito para o grupo de WhatsApp

- Posso usar algumas questões na prova

TDE II:

- Em dupla
- Resolver 02 listas de colegas
- Colocar o nome da dupla
- Entrega: 07/06/23

PUCPR

GRUPO MARISTA

Contato:

andreza.sousa@pucpr.br