



RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM LÓGICA MATEMÁTICA

2023

Tableaux Semântico na Lógica Proposicional

Tableaux Semânticos

- Método que serve para **provar a validade de deduções**
- Baseado em árvores
 - Ramos são decomposições de H em sub-fórmulas
- Elementos básicos:
 - O alfabeto da Lógica Proposicional
 - O conjunto das fórmulas da Lógica Proposicional
 - Um conjunto de regras de dedução
- O tableaux semântico (**Tb_a**) contém apenas regras de dedução
 - Definem o mecanismo de inferência, permitindo a dedução de conhecimento

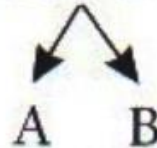
Regras de Inferência do Tableaux Semântico

♦ Sejam **A** e **B** duas fórmulas da Lógica Proposicional

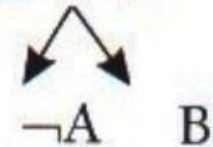
$$R_1 = A \wedge B$$

A
B

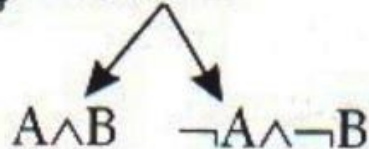
$$R_2 = A \vee B$$



$$R_3 = A \rightarrow B$$



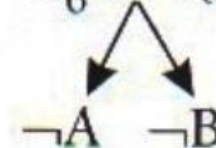
$$R_4 = A \leftrightarrow B$$



$$R_5 = \neg \neg A$$

A

$$R_6 = \neg(A \wedge B)$$



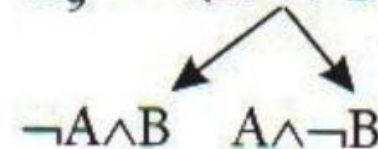
$$R_7 = \neg(A \vee B)$$

$\neg A$
 $\neg B$

$$R_8 = \neg(A \rightarrow B)$$

A
 $\neg B$

$$R_9 = \neg(A \leftrightarrow B)$$



Dica para construção do tableaux

- Aplique inicialmente regras que não bifurcam a árvore
 - Preferencialmente as regras R_1 , R_5 , R_7 e R_8 .

$$\begin{array}{l} R_1 = A \wedge B \\ A \\ B \end{array}$$

$$\begin{array}{l} R_5 = \neg \neg A \\ A \end{array}$$

$$\begin{array}{l} R_7 = \neg(A \vee B) \\ \neg A \\ \neg B \end{array}$$

$$\begin{array}{l} R_8 = \neg(A \rightarrow B) \\ A \\ \neg B \end{array}$$

Construção de um Tableaux

- Para construir a árvore de possibilidades de uma fórmula H , iniciamos por H e então vamos “desmontando” esta fórmula em subfórmulas através das regras do tableaux
 - Até não haver mais subfórmulas na qual possamos usar alguma regra

Exemplo I

- ◆ Tableaux semântico para o conjunto de fórmulas

$$\{(A \vee B), (A \wedge \sim B)\}$$

Exemplo 2

- ◆ Tableaux semântico para o conjunto de fórmulas

$$\{(A \rightarrow B), \sim (A \vee B), \sim(C \rightarrow A)\}$$

Ramos da Árvore

- Um ramo em um tableaux é uma sequência de fórmulas
- **Ramo fechado:** contém uma fórmula B e sua negação $\sim B$
- **Ramo Aberto:** quando não é fechado
- **Tableaux fechado:** quando todos os seus ramos são fechados
- **Tableaux aberto:** quando possui algum ramo aberto

Exemplo – Tableaux Fechado

1	$\neg\neg((P \rightarrow Q) \wedge \neg(P \leftrightarrow Q) \wedge \neg\neg P)$	$\neg H$
2	$(P \rightarrow Q) \wedge \neg(P \leftrightarrow Q) \wedge \neg\neg P$	1 R_5
3	$P \rightarrow Q$	2 R_1
4	$\neg(P \leftrightarrow Q)$	2 R_1
5	$\neg\neg P$	2 R_1
6	P	5 R_5
7	$\neg P$ (fech.) <div> P <div> Q <div> $P \wedge \neg Q$ <div> P $\neg Q$ (fech.) </div> $\neg P \wedge Q$ <div> $\neg P$ Q (fech.) </div> </div> </div> </div>	3 R_3
8	$P \wedge \neg Q$	4 R_9
9	P	8 R_1
10	$\neg Q$ (fech.)	8 R_1

Exemplo – Tableaux Aberto

1	$\neg(\neg(P \leftrightarrow Q) \vee \neg\neg P)$	$\neg H$
2	$\neg(P \leftrightarrow Q)$	1 R_7
3	$\neg\neg P$	1 R_7
4	P	3 R_5
5	$P \wedge \neg Q$	2 R_9
6	P	5 R_1
7	$\neg Q$	5 R_1
	aberto	
	fech.	

Regras de Inferência do Tableaux Semântico

- O método de prova no tableaux é feita utilizando o método da **negação ou absurdo**
 - Para provar uma fórmula **H**, é considerada inicialmente a sua negação **$\sim H$** (provar por negação ou absurdo)
 - Depois, o tableaux semântico associado a **$\sim H$** é construído
 - **Para provar que H é válido, tenho que gerar um tableaux fechado associado a $\sim H$**
 - Então H é verdadeiro

Esse sistema também é chamado de sistema de refutação

Provas e Teoremas

- Seja H uma fórmula da lógica proposicional
 - Uma prova de H usando tableaux semânticos é:
 - Um **tableaux fechado**
 - A construção do tableaux se inicia com a fórmula $\sim H$
 - Neste caso, H é um teorema do sistema de tableaux semânticos

Exemplo de prova em tableaux

Como provar?

$$H = \sim((P \rightarrow Q) \wedge \sim(P \leftrightarrow Q) \wedge (\sim\sim P))$$

Devemos criar um tableaux fechado para $\sim H$

$$\sim H = \sim(\sim((P \rightarrow Q) \wedge \sim(P \leftrightarrow Q) \wedge (\sim\sim P)))$$

Exemplo de prova em tableaux

$$\sim H = \sim(\sim((P \rightarrow Q) \wedge \sim(P \leftrightarrow Q) \wedge (\sim\sim P)))$$

(I)	$\sim(\sim((P \rightarrow Q) \wedge \sim(P \leftrightarrow Q) \wedge (\sim\sim P)))$	Prem
-----	--------------------------------------------------------------------------------------	------

Exemplo de prova em tableaux

Como provar?

$$H = (P \leftrightarrow Q) \vee \sim P$$

Devemos criar um tableaux fechado para $\sim H$

$$\sim H = \sim((P \leftrightarrow Q) \vee \sim P)$$

Exemplo de prova em tableaux

$$\sim H = \sim((P \leftrightarrow Q) \vee \sim P)$$

(I) $\sim((P \leftrightarrow Q) \vee \sim P)$

Prem

Atividade:

- Em dupla
- Elaborar uma lista com 10 questões sobre os assuntos vistos após a Prova I
- Resolvê-la
- Enviar para o Canvas (lista e gabarito)
- Entrega: 02/06
- Depois, enviar lista sem gabarito para o grupo de WhatsApp
- Posso usar algumas questões na prova

TDE II:

- Em dupla
- Resolver 02 listas de colegas
- Colocar o nome da dupla
- Entrega: 07/06/23



PUCPR
GRUPO MARISTA

Contato:

andreza.sousa@pucpr.br