И. В. Ященко С. А. Шестаков ОТАДО В 2018

ЗАДАЧИ : ПРАКТИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ

DF3 2018

ФГОС

МОДУЛЬНЫЙ КУРС

ЗАДАЧИ С ПРАКТИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ

- методические рекомендации с разбором задач
- тренинги к каждому заданию
- тренировочные варианты в формате ОГЭ-2018

И. В. Ященко, С. А. Шестаков

ОГЭ по математике от A до Я. Модульный курс

Задачи с практическим содержанием

Издание соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту (ФГОС)

Москва Издательство МЦНМО 2018

Ященко И.В., Шестаков С.А.

Я97

ОГЭ по математике от А до Я. Модульный курс. Задачи с практическим содержанием. — М.: МЦНМО, 2018. — 106 с.

ISBN 978-5-4439-1199-1

Настоящее пособие является второй частью модульного курса «ОГЭ по математике от А до Я» и предназначено для подготовки к Основному государственному экзамену (ОГЭ) по математике в части задач с практическим содержанием (задания 2, 5, 7—9, 13, 15 варианта ОГЭ по математике первой части экзаменационной работы).

Пособие состоит из двух частей. Первая часть пособия содержит описание типов и особенностей заданий демоверсии и открытого банка задач, методические рекомендации и примеры решения задач с практическим содержанием ОШЭ по математике. Наряду с методическими рекомендациями и большим числом разобранных примеров она включает в себя 14 тренингов из 10 задач каждый: по два тренинга к каждому из перечисленных заданий варианта ОГЭ по математике. Вторую часть пособия составили тренировочные варианты ОГЭ по математике (задания 2, 5, 7—9, 13, 15 первой части экзаменационной работы).

Такая структура пособия представляется универсальной, она позволяет познакомиться со всем спектром заданий открытого банка ОГЭ по математике и методами их решения, обеспечить качественную и полноценную подготовку к экзамену на любом уровне.

Издание соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту (Φ ГОС).

ББК 22.1я72

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации Московский центр непрерывного математического образования включён в перечень организаций, осуществляющих издание учебных пособий, допущенных к использованию в образовательном процессе.



Предисловие

Настоящее пособие является второй частью модульного курса «ОГЭ по математике от А до Я» и предназначено для подготовки к Основному государственному экзамену (ОГЭ) по математике в части задач с практическим содержанием (задания 2, 5, 7—9, 13, 15 варианта ОГЭ по математике первой части экзаменационной работы).

В 2018 году структура ОГЭ по математике будет отлична от структуры прошлых лет. Изменения коснулись именно структуры экзамена, число заданий осталось прежним — 26 задач. Все задания модуля «Реальная математика», за исключением геометрической задачи с практическим содержанием, объединены с заданиями модуля «Алгебра», геометрическая задача включена в модуль «Геометрия». Тем самым модуль «Алгебра» содержит 17 заданий, 3 из которых являются задачами повышенного и высокого уровней сложности и включены во вторую часть экзаменационной работы. Модуль «Геометрия» теперь состоит из 9 заданий, 3 из которых являются задачами повышенного и высокого уровней сложности и включены во вторую часть экзаменационной работы. Таким образом, вторая часть экзаменационной работы не изменилась.

В целях обеспечения преемственности пособие по подготовке к заданиям упраздненного модуля «Реальная математика» издаётся в рамках данного модульного курса отдельной брошюрой «ОГЭ по математике от А до Я. Задачи с практическим содержанием».

Каждое задание первой части работы оценивается одним баллом, каждое задание второй части — максимум двумя баллами. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать 8 баллов, из которых не менее двух должны быть получены за решение геометрических задач.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

В связи с изменением структуры ОГЭ по математике изменился и порядок следования заданий в вариантах экзаменационной работы. Для удобства приведем соответствие заданий первой части экзаменационной работы ОГЭ по математике 2018 г. и 2017 г. и укажем книгу модульного курса, в которую это задание включено (см. таблицу).

Пособие состоит из двух частей. Первая часть пособия содержит описание типов и особенностей заданий демоверсии и открытого банка задач, методические рекомендации и примеры решения задач

		Модуль «Алгебра»				<		Іод эме		· ИЯ»										
2018	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2017	1	14	2	3	15	4	16	18	19	5	6	7	20	8	17	9	10	11	12	13
Алгебра	•		•	•		•				•	•	•		•						
Задачи с практ. содержанием		•			•		•	•	•				•		•					
Геометрия																•	•	•	•	•

с практическим содержанием ОГЭ по математике. Наряду с методическими рекомендациями и большим числом разобранных примеров она включает в себя 14 тренингов из 10 задач каждый: по два тренинга к каждому из заданий 2, 5, 7—9, 13, 15 варианта ОГЭ по математике.

Вторую часть пособия составили тренировочные варианты ОГЭ по математике (задания 2, 5, 7—9, 13, 15 первой части экзаменационной работы).

При самостоятельной работе с пособием следует сначала прочитать методические рекомендации к соответствующему заданию ОГЭ, затем попытаться выполнить подготовительные задания (они составляют первый тренинг) и понять, какие задачи решены неправильно. Повторив теоретический материал и еще раз обратившись при необходимости к методическим рекомендациям, следует выполнить зачетные задания (они составляют второй тренинг). Отметим, что задания в пособии подобраны так, чтобы познакомить читателя со всем спектром задач соответствующего модуля открытого банка ОГЭ по математике и по окончании работы с пособием чувствовать себя на экзамене уверенно и спокойно. Вторую часть пособия составили тренировочные варианты ОГЭ по математике (модуль «Реальная математика»).

Надеемся, что пособие окажется полезным как выпускникам основной школы, так учителям и методистам, позволив им лучше ориентироваться в предстоящей итоговой аттестации.

Пособие может быть использовано для организации итогового повторения (в том числе, с начала учебного года) и завершающего этапа подготовки к экзамену в 9 классе.

Авторы глубоко признательны и благодарны О. А. Васильевой за внимательное и вдумчивое чтение рукописи, замечания и предложения, в значительной степени способствовавшие улучшению пособия.

Задание 2

Краткие методические рекомендации

Задание 2 ОГЭ по математике представляет собой задачу на чтение и анализ данных, представленных в виде таблиц, либо задачу, связанную с записью чисел в стандартном виде и их сравнением.

Рассмотрим несколько таких задач, начав с наиболее простой.

Пример 1. В таблице даны результаты забега мальчиков 8 класса на дистанцию 60 м. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже 10,6 с.

Номер дорожки	I	II	III	IV
Время (в секундах)	10,8	9,9	10,3	11,1

- а) Укажите время победителя.
- б) Укажите номера дорожек, по которым бежали мальчики, получившие зачёт.

только I
 только II
 только II
 II, III

Решение. а) Время победителя — наименьшее из всех, т. е. 9,9.

б) Для ответа на вопрос достаточно найти в нижней строчке таблицы числа, меньшие либо равные 10,6. Это 9,9 (вторая дорожка) и 10,3 (третья дорожка).

Ответ. а) 9,9; б) 4.

Типичной ошибкой при ответе на вопрос пункта а) является указание наибольшего времени, хотя это время соответствует худшему результату. Другой типичной ошибкой (как правило, обусловленной обычной невнимательностью при чтении условия) является указание вместо искомого значения некоторого другого, которое также может содержаться в таблице.

Пример 2. В таблице приведена информация о крупнейших городах России (по данным на 2014 год). Какой город занимает седьмое место по площади? В ответе укажите численность населения этого го-

рода (В	тыс.	человек).
--------	---	------	-----------

Город	Население (в тыс. чел.)	Площадь (в кв. км)	Плотность (в чел./кв. км)
Екатеринбург	1412	491	2866
Казань	1191	425	1560
Москва	12108	2511	4823
Нижний Новгород	1273	410	3100
Новосибирск	1548	506	3961
Омск	1166	573	1968
Ростов-на-Дону	1110	349	3167
Самара	1172	541	2164
Санкт-Петербург	5132	1439	3566
Челябинск	1169	500	2254

Решение. Всего в таблице представлены данные по 10 городам. Расположим числа из третьего столбика в порядке возрастания, ограничившись первыми четырьмя (седьмое место в порядке убывания будет соответствовать четвёртому месту в порядке возрастания): 349; 410; 425; 491. Значит, искомым городом является Екатеринбург, а искомая численность равна 1412 тыс. человек.

Ответ. 1412.

В более сложных случаях ответ на вопрос задания требует некоторых вычислений, а иногда сравнения и сопоставления данных.

Пример 3. В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет дальше других от Солнца?

Планета	Марс	Меркурий	Нептун	Сатурн
Расстояние (в км)	$2,28 \cdot 10^8$	$5,79 \cdot 10^7$	4,497 · 10 ⁹	$1,427 \cdot 10^9$

1) Марс 2) Меркурий 3) Нептун 4) Сатурн

Решение. Числа в таблице записаны в стандартном виде. Поэтому больший показатель степени числа 10 будет соответствовать большему значению расстояния. Таким образом, достаточно сравнить числа в двух последних столбцах таблицы. Поскольку показатели степени числа 10 в этих столбцах одинаковы, а 4,497 > 1,427, из четырёх данных планет наиболее удалённой от Солнца планетой является Нептун.

Ответ. 3.

Подготовительные задачи

- **1.** Площадь территории Австралии составляет 7680 тыс. км². Как эта величина записывается в стандартном виде?
- 1) $7,68 \cdot 10^7 \text{ км}^2$

3) $7,68 \cdot 10^5 \text{ км}^2$

2) $7,68 \cdot 10^6 \text{ km}^2$

- 4) $7,68 \cdot 10^4 \text{ км}^2$
- **2.** Расстояние от Сатурна до Солнца равно 1427 млн км. В каком случае записана эта же величина?
- 1) $1,427 \cdot 10^9$ км

3) 1,427·10⁷ км

2) $1,427 \cdot 10^8$ км

- 4) $1,427 \cdot 10^6$ км
- **3.** Расстояние от Юпитера до его спутника Ио равно 0,4217 млн км. В каком случае записана эта же величина?
- 1) $4,217 \cdot 10^8$ км

3) $4,217 \cdot 10^6$ км

2) $4,217 \cdot 10^7$ км

- 4) $4,217 \cdot 10^5$ км
- **4.** В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет дальше всех от Солнца?

Планета	Меркурий	Уран	Марс	Сатурн
Расстояние (в км)	$5,79 \cdot 10^7$	$2,871 \cdot 10^9$	$2,28 \cdot 10^8$	$1,427 \cdot 10^9$

1) Меркурий

3) Mapc

2) Уран

- 4) Сатурн
- **5.** В таблице даны результаты забега девочек 8 класса на дистанцию 60 м. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже 10.8 c.

Номер дорожки	I	II	III	IV
Время (в секундах)	10,7	10,9	9,8	11,4

Укажите номера дорожек, по которым бежали девочки, *не получившие* зачёт.

- 1) только II
- 2) только III
- 3) II, IV
- 4) I, III
- **6.** В таблице приведены нормативы по бегу на 60 метров для учащихся 9 класса.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Время (в секундах)	8,5	9,2	10,0	9,4	10,0	10,5

Какую отметку получит девочка, пробежавшая 60 метров за 10,47 секунды?

1) отметка «5»

3) отметка «3»

2) отметка «4»

- 4) норматив не выполнен
- 7. В таблице приведены нормативы по бегу на лыжах на 1 километр для учащихся 10 класса.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«3»	«4»	«5»	«3»	«4»	«5»
Время (минуты:секунды)	5:30	5:00	4:40	7:10	6:30	6:00

Какую отметку получит девочка, пробежавшая на лыжах 1 километр за 6 минут 33 секунды?

1) отметка «5»

3) отметка «3»

2) отметка «4»

- 4) норматив не выполнен
- **8.** Студент Сидоров выезжает из Наро-Фоминска в Москву на занятия в университет. Занятия начинаются в 9:30. В таблице дано расписание утренних электропоездов от станции Нара до Киевского вокзала в Москве.

Отправление от ст. Нара	Прибытие на Киевский вокзал
06:37	07:59
07:02	08:06
07:16	08:30
07:31	08:52

Путь от вокзала до университета занимает 35 минут. Укажите время отправления от станции Нара самого позднего (по времени отправления) электропоезда, который подходит студенту.

1) 06:37

2) 07:02

3) 07:16

4) 07:31

9. В таблице приведены размеры штрафов, установленные на территории России с 1 сентября 2013 года за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации.

Превышение скорости (в км/ч)	21—40	41—60	61—80	81 и более
Размер штрафа (в руб.)	500	1000	2000	5000

Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 183 км/ч на участке дороги с максимальной разрешённой скоростью 110 км/ч?

- 1) 500 рублей 2) 1000 рублей 3) 2000 рублей 4) 5000 рублей
- **10.** Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшую, отборную, первую, вторую, третью. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо массой 72,5 г.

Категория	Масса одного яйца (в г)
Высшая	75,0 и более
Отборная	65,0—74,9
Первая	55,0—64,9
Вторая	45,0—54,9
Третья	менее 45,0

1) отборная

2) первая

3) вторая

4) третья

Зачётные задачи

1. Площадь территории Канады составляет 9970 тыс. км². Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $9.97 \cdot 10^6 \text{ km}^2$

3) $9.97 \cdot 10^4 \text{ km}^2$

2) $9.97 \cdot 10^5 \text{ km}^2$

4) $9.97 \cdot 10^3 \text{ km}^2$

2. Расстояние от Нептуна до Солнца равно 4497 млн км. В каком случае записана эта же величина?

1) $4,497 \cdot 10^6$ км

3) $4,497 \cdot 10^8$ km

2) $4,497 \cdot 10^7$ км

4) $4,497 \cdot 10^9$ км

3. Расстояние от Нептуна до его спутника Тритона равно 0,3548 млн км. В каком случае записана эта же величина?

1) $3,548 \cdot 10^8$ км

3) $3,548 \cdot 10^6$ км

2) $3.548 \cdot 10^7$ км

4) $3,548 \cdot 10^5$ км

4. В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет дальше всех от Солнца?

Планета	Юпитер	Меркурий	Сатурн	Венера
Расстояние (в км)	$7,781 \cdot 10^8$	$5,79 \cdot 10^7$	$1,427 \cdot 10^9$	$1,082 \cdot 10^8$

1) Юпитер

3) Сатурн

2) Меркурий

4) Венера

5. В таблице даны результаты забега мальчиков 8 класса на дистанцию $60 \, \text{м}$. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже $10.5 \, \text{c}$.

Номер дорожки	I	II	III	IV
Время (в секундах)	10,3	10,6	11,0	9,1

Укажите номера дорожек, по которым бежали мальчики, *не получившие* зачёт.

1) I, IV

2) II, III

3) только III

4) только IV

6. В таблице приведены нормативы по бегу на 60 метров для учащихся 9 класса.

	Мальчики			•	Девочк	И
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Время (в секундах)	8,5	9,2	10,0	9,4	10,0	10,5

Какую отметку получит мальчик, пробежавший 60 метров за 8,75 секунды?

1) отметка «5»

3) отметка «3»

отметка «4»

4) норматив не выполнен

7. В таблице приведены нормативы по бегу на лыжах на 1 километр для учащихся 10 класса.

	Мальчики		Девочки			
Отметка	«3»	«4»	«5»	«3»	«4»	«5»
Время (минуты:секунды)	5:30	5:00	4:40	7:10	6:30	6:00

Какую отметку получит мальчик, пробежавший на лыжах 1 километр за 6 минут 15 секунд?

1) отметка «5»

3) отметка «3»

2) отметка «4»

4) норматив не выполнен

8. Студентка Цветкова выезжает из Наро-Фоминска в Москву на занятия в университет. Занятия начинаются в 9:00. В таблице дано расписание утренних электропоездов от станции Нара до Киевского вокзала в Москве.

Отправление от ст. Нара	Прибытие на Киевский вокзал
05:55	07:11
06:29	07:41
06:37	07:59
07:02	08:06

Путь от вокзала до университета занимает 45 минут. Укажите время отправления от станции Нара самого позднего (по времени отправления) электропоезда, который подходит студентке.

1) 05:55

2) 06:29

3) 06:37

4) 07:02

9. В таблице приведены размеры штрафов, установленные на территории России с 1 сентября 2013 года за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации.

Превышение скорости (в км/ч)	21—40	41—60	61—80	81 и более
Размер штрафа (в руб.)	500	1000	2000	5000

Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 195 км/ч на участке дороги с максимальной разрешённой скоростью 110 км/ч?

- 1) 500 рублей 2) 1000 рублей 3) 2000 рублей 4) 5000 рублей
- **10.** Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшую, отборную, первую, вторую, третью. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо массой 77,5 г.

Категория	Масса одного яйца (в г)
Высшая	75,0 и более
Отборная	65,0—74,9
Первая	55,0—64,9
Вторая	45,0—54,9
Третья	менее 45,0

1) высшая

2) отборная

3) вторая

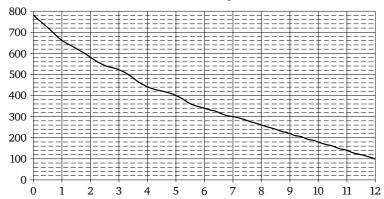
4) третья

Задание 5

Краткие методические рекомендации

Задание 5 ОГЭ по математике — это задача на чтение и анализ данных, представленных в виде графиков. Эти задачи делятся на две чётко разграниченные группы: в первой требуется найти точку оси абсцисс, ответив на вопрос типа «какого числа значение величины было равно данному?», во второй — найти наибольшее или наименьшее значение некоторой величины, т. е. точку оси ординат. Ошибочные ответы обычно обусловлены невнимательностью: перепутаны наибольшее и наименьшее значения, вместо температуры в ответе указана дата и т. п.

Пример 1. На графике изображена зависимость атмосферного давления от высоты над уровнем моря. На горизонтальной оси отмечена высота над уровнем моря в километрах, на вертикальной — давление в миллиметрах ртутного столба. Определите по графику, на какой высоте атмосферное давление равно 260 миллиметрам ртутного столба. Ответ дайте в километрах.

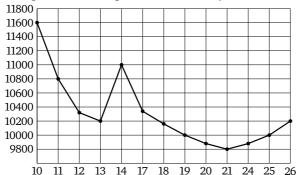


Решение. Одно деление на вертикальной оси соответствует 20 миллиметрам ртутного столба. Для ответа на вопрос задачи достаточно мысленно провести горизонтальную прямую через точку вертикальной оси, находящуюся на два деления ниже отметки 300. Эта прямая пересечёт данный график в точке с абсциссой 8.

Ответ. 8.

Пример 2. На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 10 по 26 ноября 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по

вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены ломаной линией. Определите по рисунку наименьшую цену никеля на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).

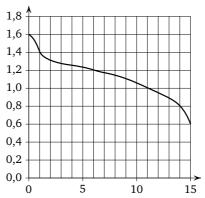


Решение. Для ответа на вопрос задачи достаточно найти самую «низкую» точку графика. Очевидно, эта точка соответствует закрытию торгов 21 ноября. Искомая цена в этот момент была равна 9800 долларам за тонну.

Ответ. 9800.

Типичной ошибкой при решении подобных задач является запись в ответе даты вместо стоимости.

Пример 3. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько вольт упадёт напряжение за первые шесть часов работы фонарика.

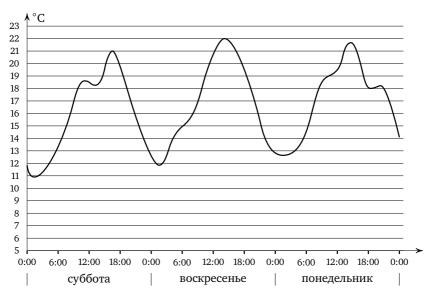


Решение. Цена деления горизонтальной оси равна одному часу. За первые шесть часов работы фонарика напряжение упадёт с 1,6 вольт до 1,2 вольт, т. е. падение напряжения составит 0,4 вольт.

Ответ. 0,4.

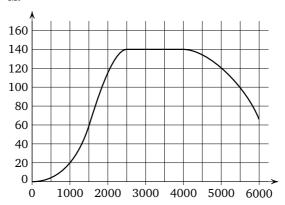
В более сложных случаях ответ на вопрос задания требует минимальных вычислений: нахождения разности наибольшего и наименьшего значений некоторой величины, расчёта стоимости или числа акций, подсчёта среднего арифметического и т. п.

Пример 4. На графике показано изменение температуры воздуха (в градусах Цельсия) в некотором населённом пункте на протяжении трёх суток сентября. На оси абсцисс отмечается время суток в часах, на оси ординат — значение температуры в градусах. Определите по графику разницу между наибольшими значениями температуры в воскресенье и субботу. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Решение. Наибольшая температура в воскресенье составила 22° , а в субботу — 21° , поэтому разница температур равна 1° . Ответ. 1.

Пример 5. На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа оборотов в минуту. На горизонтальной оси отмечено число оборотов в минуту, на вертикальной оси — крутящий момент в $\mathbf{H} \cdot \mathbf{m}$.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу числа оборотов в минуту характеристику крутящего момента.

ИНТЕРВАЛЫ

- А) 0-500 об./мин.
- Б) 1500—2000 об./мин.
- В) 3000—4000 об./мин.
- Г) 4500—6000 об./мин.

ХАРАКТЕРИСТИКИ

- 1) Самый быстрый рост крутящего момента при увеличении числа оборотов.
- 2) Крутящий момент не превышает $20 H \cdot m$ на всём интервале.
- 3) При увеличении числа оборотов крутящий момент не меняется.
- 4) При увеличении числа оборотов крутящий момент падает.

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Α	Б	В	Γ

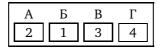
Решение. На экзамене отвечать на вопросы можно, начав с самого простого для себя (для каждого такой вопрос может быть своим). Но и последовательный поиск нужного соответствия довольно быстро приводит к цели.

Начнём с первой характеристики. Рост крутящего момента происходит при росте оборотов от нуля до двух с лишним тысяч. Этим значениям соответствуют только интервалы A и Б. На интервале A одному горизонтальному делению соответствует рост менее чем на одно деление по вертикали. На интервале Б одному горизонтальному делению соответствует рост более чем на одно деление по вертикали. Поэтому характеристике 1 отвечает интервал Б.

Характеристика 2 является одной из наиболее простых для поиска нужного соответствия: крутящий момент не превышает 20 $\rm\,H\cdot M$ только при оборотах от 0 до 1000. Поэтому характеристике 2 отвечает интервал $\rm\,A.$

Характеристика 3 не сложнее предыдущей для поиска нужного соответствия: при увеличении числа оборотов крутящий момент не меняется при числе оборотов от двух с лишним тысяч до 4000. Из двух оставшихся интервалов только интервал В лежит в указанных пределах. Значит, характеристике 3 отвечает интервал В, а характеристике 4 — интервал Γ (в самом деле, только на этом интервале начинается падение числа оборотов двигателя).

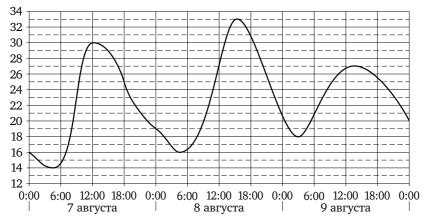
Заполним таблицу:



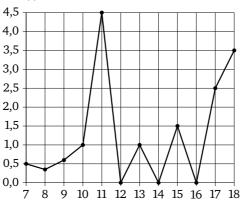
Ответ, 2134.

Подготовительные задачи

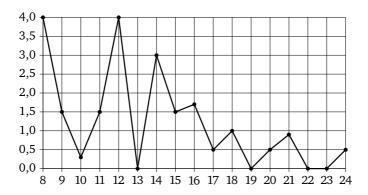
1. На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указываются дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику наибольшую температуру воздуха 7 августа. Ответ дайте в градусах Цельсия.



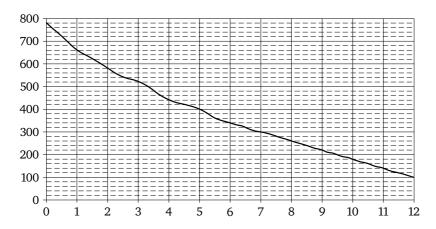
2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены ломаной линией. Определите по рисунку, какого числа из данного периода в Элисте выпало наибольшее количество осадков.



3. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены ломаной линией. Определите по рисунку, какого числа из данного периода в Томске впервые выпало ровно 1,5 миллиметра осадков.



4. На графике изображена зависимость атмосферного давления от высоты над уровнем моря. На горизонтальной оси отмечена высота над уровнем моря в километрах, на вертикальной — давление в миллиметрах ртутного столба. Определите по графику, чему равно атмосферное давление на высоте 2 км над уровнем моря. Ответ дайте в миллиметрах ртутного столба.

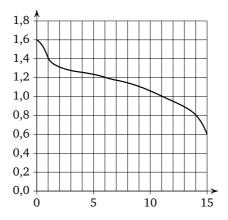


20 Задание 5

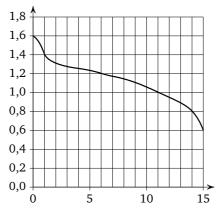
5. На графике изображена зависимость атмосферного давления от высоты над уровнем моря. На горизонтальной оси отмечена высота над уровнем моря в километрах, на вертикальной — давление в миллиметрах ртутного столба. Определите по графику, на какой высоте атмосферное давление равно 660 миллиметрам ртутного столба. Ответ дайте в километрах.



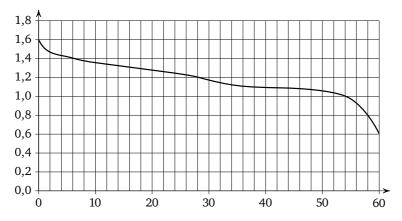
6. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько вольт упадёт напряжение за первый час работы фонарика.



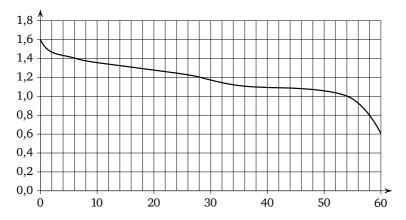
7. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько вольт упадёт напряжение с 1-го по 11-й час работы фонарика.



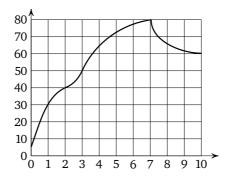
8. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько вольт упадёт напряжение за первые 28 часов работы фонарика.



9. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по графику, за сколько часов работы фонарика напряжение упадёт с 1,6 В до 1,2 В.

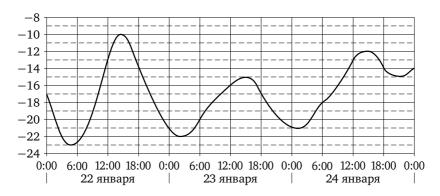


10. На графике показано изменение температуры в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, через сколько минут с момента запуска двигатель нагреется до 40°C.

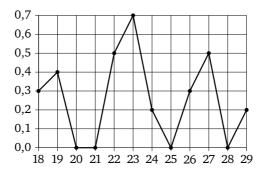


Зачётные задачи

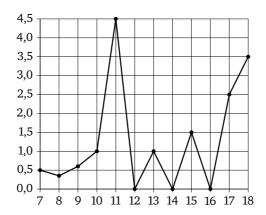
1. На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указываются дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику наибольшую температуру воздуха 22 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.



2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Якутске с 18 по 29 октября 1986 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены ломаной линией. Определите по рисунку, какого числа из данного периода в Якутске выпало наибольшее количество осадков.



3. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены ломаной линией. Определите по рисунку, какого числа из данного периода в Элисте выпало ровно 1,5 миллиметра осадков.



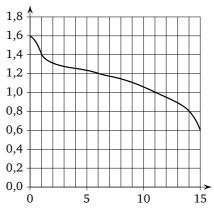
4. На графике изображена зависимость атмосферного давления от высоты над уровнем моря. На горизонтальной оси отмечена высота над уровнем моря в километрах, на вертикальной — давление в миллиметрах ртутного столба. Определите по графику, чему равно атмосферное давление на высоте 1 км над уровнем моря. Ответ дайте в миллиметрах ртутного столба.



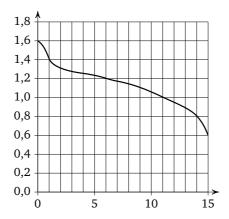
5. На графике изображена зависимость атмосферного давления от высоты над уровнем моря. На горизонтальной оси отмечена высота над уровнем моря в километрах, на вертикальной — давление в миллиметрах ртутного столба. Определите по графику, на какой высоте атмосферное давление равно 780 миллиметрам ртутного столба. Ответ дайте в километрах.



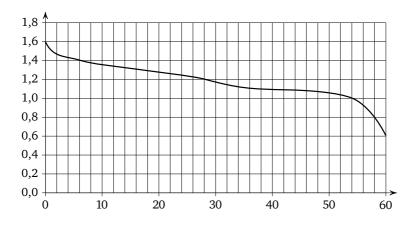
6. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько вольт упадёт напряжение за первые 11 часов работы фонарика.



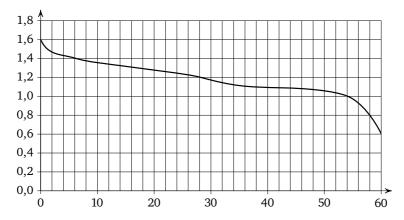
7. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько вольт упадёт напряжение с 1-го по 6-й час работы фонарика.



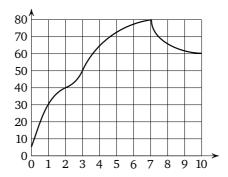
8. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько вольт упадёт напряжение за первые 54 часа работы фонарика.



9. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по графику, за сколько часов работы фонарика напряжение упадёт с 1,4 В до 1,2 В.



10. На графике показано изменение температуры в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, через сколько минут с момента запуска двигатель нагреется до 80°C.



Задание 7

Краткие методические рекомендации

Задание 7 ОГЭ по математике представляет собой несложную арифметическую текстовую задачу на проценты, отношения величин или производительность. Для решения этих практико-ориентированных задач достаточно уметь выполнять арифметические действия с целыми числами и дробями (вычисления по действиям), деление с остатком и последующее округление с недостатком или избытком и т. п. В таких задачах желательно делать проверку, в том числе и на здравый смысл — с помощью прикидки и оценки. В некоторых случаях, когда речь идёт о небольших числах, ответ можно получить и с помощью обычного перебора. Значительную часть заданий открытого банка ОГЭ на этой позиции в вариантах экзаменационных работ составляют именно задачи на проценты.

Трудности, которые вызывают у многих учащихся даже несложные задачи на проценты, обычно во многом обусловлены достаточно формальным подходом к изложению темы. А ведь для решения подавляющего большинства задач на проценты достаточно понимать, что процент — это просто одна сотая часть числа, и научиться «переводить» условие задачи на язык десятичных дробей, а после её решения делать обратный «перевод». Так, например, если товар стоил а рублей, а потом его цена выросла, например, на 7, 17 или 27 процентов, это означает, что для нахождения новой цены нужно число а увеличить соответственно на 7, 17 или 27 сотых. Получим 1,07а, 1,17а, 1,27а соответственно. Если же цена уменьшилась на 7, 17 или 27 процентов, это означает, что для нахождения новой цены нужно число а уменьшить соответственно на 7, 17 или 27 сотых. Получим 0,93a, 0,83a, 0,73a соответственно.

Так как процент — это сотая часть числа, для того чтобы найти $k\,\%$ от числа a, достаточно умножить число a на k сотых. Получим

$$a \cdot \frac{k}{100} = \frac{ak}{100}.$$

Пример 1. Найдите 30% от 77 килограммов. Ответ дайте в килограммах.

Решение. 30% данной величины — это тридцать сотых (т. е. три десятых) этой величины. Поэтому 30% от 77 килограммов — это $0.3 \cdot 77 = 23.1$ кг.

Ответ. 23,1.

Задание 7 29

Попробуем ответить на следующий вопрос: на сколько процентов товар b дороже товара a, если товар a дешевле товара b на 80%? Кажется, ответ очевиден: на 80%. Но это не так. В самом деле, $a=0,2b=\frac{1}{5}b$, значит, b=5a. Таким образом, b больше a на 4a, т. е. b дороже a на 400%. Этот «парадокс» объясняется просто: в одном случае мы выражаем a в процентах от b, в другом случае — b в процентах от a.

Пример 2. Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. После удержания налога на доходы Олег Иванович получил 26 100 рублей. Сколько рублей составляет заработная плата Олега Ивановича?

Решение. Обозначим заработную плату Олега Ивановича буквой 3, а его получку после удержания налога — буквой П. Налог составляет 13%, поэтому П меньше 3 на 13 сотых, т.е. $\Pi = 0.87 \cdot 3$. По условию $\Pi = 26\,100$. Значит, $0.87 \cdot 3 = 26\,100$, откуда

$$3 = \frac{26100}{0,87} = 30000$$
 рублей.

Ответ. 30000.

Отметим ещё следующее. Последовательное увеличение величины на некоторое число процентов, а затем уменьшение результата на то же число процентов не приводит к начальной величине: ведь второе действие мы совершаем уже с другой величиной. То же самое можно сказать и об обратной последовательности действий. Интересно, что в любом случае мы получим в итоге величину, меньшую начальной. Например, увеличив a на 10%, получим 1,1a. Уменьшив полученную величину на 10%, получим $0,9\cdot1,1a=0,99a$ — полученная величина меньше начальной на 1%. При этом порядок действий не играет роли: если сначала уменьшить a на a на

$$a_2 = a_1 \left(1 - \frac{k}{100} \right) = a \left(1 + \frac{k}{100} \right) \left(1 - \frac{k}{100} \right),$$

T. e.
$$a_2 = a \left(1 - \left(\frac{k}{100} \right)^2 \right) < a$$
.

Пример 3. В июле товар стоил 60 000 рублей. В сентябре цену на товар снизили на 8%, а в декабре подняли на 7%. Сколько рублей стоил товар после повышения цены в декабре?

Решение. Стоимость товара в сентябре уменьшилась на 8 сотых по сравнению с июлем, т. е. составила $0.92 \cdot 60\,000 = 55\,200$ рублей. По-

лученная стоимость увеличилась в декабре на 7 сотых, т. е. составила $1,07 \cdot 55\,200 = 59\,064$ рубля.

Ответ. 59064.

Пример 4. Семь рубашек дороже куртки на 5%. На сколько процентов шесть рубашек дешевле куртки?

Решение. Обозначим буквой P стоимость одной рубашки, а буквой K — стоимость куртки. Из условия задачи следует, что 7P=1,05K, откуда $P=\frac{1,05K}{7}=0,15K$. Следовательно, $6P=6\cdot 0,15K=0,9K$. Значит, стоимость шести рубашек меньше стоимости куртки на одну десятую, или десять сотых, т. е. шесть рубашек дешевле куртки на $10\,\%$. Ответ, 10.

Обратим внимание на то, что при изложенном подходе к решению задач на проценты не нужно запоминать никаких правил, составлять пропорции и т. п. — все решения сводятся к действиям с десятичными дробями.

В некоторых случаях, если не задана какая то величина, например стоимость товара, её можно считать равной любому удобному для решения задачи числу.

Пример 5. Во время распродажи Игорь купил пять одинаковых по цене футболок со скидкой 30%. Сколько таких футболок он мог бы купить на ту же сумму, если бы скидка составила 50%?

Решение. Будем считать, что до распродажи футболка стоила 100 д.е. (денежных единиц). Тогда стоимость футболки со скидкой 30% будет равна 70 д.е. Значит, Игорь потратил на покупку пяти футболок $5 \cdot 70 = 350$ д.е. Если скидка составит 50%, то стоимость футболки будет равна 50 д.е. и на 350 д.е. можно будет купить 350 : 50 = 7 футболок.

Ответ. 7.

Среди практических арифметических задач ОГЭ по математике встречаются и задачи на части и доли.

Пример 6. На птицефабрике разводят кур и уток, причём число уток относится к числу кур как 3:8. Сколько уток на птицефабрике, если общее число птиц на ней равно 12 100?

Решение. Пусть число уток равно 3x, тогда из условия задачи следует, что число кур равно 8x, поэтому всего птиц на птицефабрике — 11x. Значит,

$$11x = 12100$$
, откуда $x = 1100$, а $3x = 3300$.

Ответ, 3300.

Разумеется, подобные задачи можно решать, не прибегая к составлению уравнения. В самом деле, из условия рассмотренной задачи

Задание 7 31

следует, что утки составляют три части от числа всех птиц, а куры — восемь частей, т. е. количество всех птиц можно разделить на одиннадцать частей. Значит, число уток равно $\frac{3}{11}$ от числа всех птиц, т. е. равно $\frac{3}{11} \cdot 12\,100 = 3300$.

Последняя группа заданий открытого банка ЕГЭ для этой позиции в варианте экзаменационной работы связана с производительностью.

Пример 7. Принтер печатает 3 страницы за 8 секунд. Сколько страниц напечатает принтер за 6 минут?

Решение. 6 минут — это $6 \cdot 60 = 360$ секунд. Поскольку 360 : 8 = 45, за 6 минут принтер напечатает $45 \cdot 3 = 135$ страниц. Ответ, 135.

Подготовительные задачи

- **1.** Принтер печатает одну страницу за 5 секунд. Сколько страниц можно напечатать на этом принтере за 6,5 минут?
- **2.** Площадь земель крестьянского хозяйства, отведённая под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 42 гектара и распределена между зерновыми и техническими культурами в отношении 3:4. Сколько гектаров занимают зерновые культуры?
- **3.** После уценки телевизора его новая цена составила 0,52 старой цены. На сколько процентов уменьшилась цена телевизора в результате уценки?
- **4.** Для приготовления чайной смеси смешивают индийский и цейлонский чай в отношении 9:11. Сколько процентов этой смеси составляет цейлонский чай?
- **5.** Средний вес мальчиков того же возраста, что и Гоша, равен 66 кг. Вес Гоши составляет 120% среднего веса. Сколько килограммов весит Гоша?
- **6.** Банк начисляет на счёт 11% годовых. Вкладчик положил на счёт 1500 рублей. Сколько рублей будет на этом счёте через год, если никаких операций, кроме начисления процентов, со счётом проводиться не будет?
- 7. В начале года число абонентов телефонной компании «Восток» составляло 800 тысяч человек, а в конце года их стало 880 тысяч человек. На сколько процентов увеличилось за год число абонентов этой компании?
- **8.** Поступивший в продажу в феврале мобильный телефон стоил 1800 рублей. В июне он стал стоить 1530 рублей. На сколько процентов снизилась цена на мобильный телефон в период с февраля по июнь?
- **9.** Стоимость проезда в электропоезде составляет 198 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей будет стоить проезд для 4 взрослых и 12 школьников?
- **10.** Товар на распродаже уценили на 35 %, при этом он стал стоить 520 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?

Зачётные задачи

- **1.** Принтер печатает одну страницу за 6 секунд. Сколько страниц можно напечатать на этом принтере за 10,5 минут?
- **2.** Площадь земель крестьянского хозяйства, отведённая под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 63 гектара и распределена между зерновыми и бахчевыми культурами в отношении 4:5. Сколько гектаров занимают бахчевые культуры?
- **3.** После уценки телевизора его новая цена составила 0,59 старой цены. На сколько процентов уменьшилась цена телевизора в результате уценки?
- **4.** Для приготовления фарша взяли говядину и свинину в отношении 11:39. Сколько процентов фарша составляет свинина?
- **5.** Средний вес мальчиков того же возраста, что и Толя, равен 56 кг. Вес Толи составляет 140% среднего веса. Сколько килограммов весит Толя?
- **6.** Банк начисляет на счёт 19% годовых. Вкладчик положил на счёт 1300 рублей. Сколько рублей будет на этом счёте через год, если никаких операций, кроме начисления процентов, со счётом проводиться не будет?
- 7. В начале года число абонентов телефонной компании «Запад» составляло 200 тысяч человек, а в конце года их стало 230 тысяч человек. На сколько процентов увеличилось за год число абонентов этой компании?
- **8.** Поступивший в продажу в марте мобильный телефон стоил 3000 рублей. В августе он стал стоить 1890 рублей. На сколько процентов снизилась цена на мобильный телефон в период с марта по август?
- 9. Стоимость проезда в электропоезде составляет 132 рубля. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей будет стоить проезд для 2 взрослых и 16 школьников?
- **10.** Товар на распродаже уценили на 45 %, при этом он стал стоить 770 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?

Задание 8

Краткие методические рекомендации

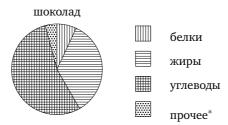
Для представления, сопоставления, интерпретации, прогнозирования и анализа информации наряду с таблицами и графиками часто используют диаграммы — круговые и столбчатые. Такие диаграммы позволяют наглядно представить различие в росте тех или иных показателей и параметров, доли тех или иных величин в общей совокупности некоторых характеристик и т. п.

Задание 8 ОГЭ по математике представляет собой задачу на чтение и анализ информации, представленной в виде диаграмм — круговых или столбчатых.

Задачи на чтение диаграмм не сложнее задач на чтение графиков. В простейших случаях надо определить, оценить или соотнести с условием долю, которую занимает в общей площади круговой диаграммы сектор, соответствующий одной из характеристик, подсчитать число столбиков, удовлетворяющих тому или иному требованию, либо сравнить некоторые из них по высоте. Немного сложнее задачи, требующие определённого расчёта или сопоставления данных.

Заметим, что диаграммы применяются для наглядного, качественного сравнения тех или иных показателей или характеристик. Решение подобных задач не предполагает использования транспортира (для круговых диаграмм) или линейки (для столбчатых диаграмм).

Пример 1. На диаграмме показано содержание питательных веществ в молочном шоколаде. Определите по диаграмме, содержание каких веществ наименьшее.



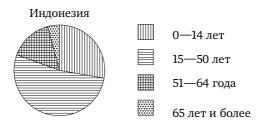
*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

1) белки 2) жиры 3) углеводы 4) прочее Запишите номер выбранного варианта ответа.

Решение. Наименьшая по площади часть диаграммы соответствует наименьшему содержанию вещества. В данном случае это прочие вещества.

Ответ. 4.

Пример 2. На диаграмме показан возрастной состав населения Индонезии. Определите по диаграмме, доли населения каких возрастов составляют более 25% от всего населения.



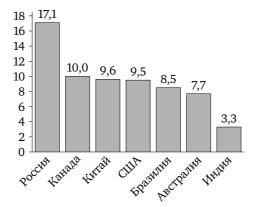
1) 0—14 лет 2) 15—50 лет 3) 51—64 года 4) 65 лет и более

Запишите номера выбранных ответов в порядке возрастания без пробелов, запятых и любых других символов.

Решение. Двадцати пяти процентам населения соответствует площадь четверти круга, занятого диаграммой. Ясно, что площадь каждого из секторов, отвечающих возрастам 1 и 2, больше четверти площади круга, а площадь каждого из двух других секторов меньше площади четверти круга.

OTBET. 12.

Пример 3. На диаграмме представлены семь крупнейших по площади территории (в млн ${\rm кm}^2$) стран мира.



Какие из следующих утверждений верны?

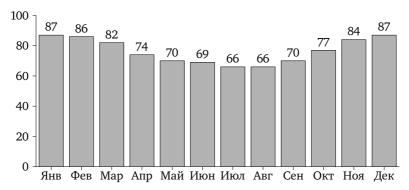
- 1) Судан входит в семёрку крупнейших по площади территории стран мира.
 - 2) Площадь территории США составляет 9,5 млн κ м 2 .
- 3) Площадь территории Австралии больше площади территории Канады.
- 4) Площадь территории России больше площади территории Бразилии примерно вдвое.

Запишите номера выбранных ответов в порядке возрастания без пробелов, запятых и любых других символов.

Решение. Поскольку Судан не входит в семёрку представленных стран, утверждение 1 ложно. Утверждение 3 является ложным, а утверждения 2 и 4 являются истинными, что следует из данных диаграммы.

Ответ. 24.

Пример 4. На диаграмме показано распределение относительной влажности воздуха (в процентах) в городе N по месяцам года. Определите среднюю относительную влажность воздуха в городе N летом.



Решение. Средняя относительная влажность воздуха в городе N летом равна среднему арифметическому значений относительной влажности (в процентах) в июне, июле и августе, т. е. равна

$$\frac{69+66+66}{3} = 67.$$

Ответ. 67.

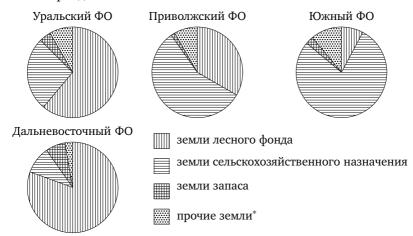
Подготовительные задачи

1. На диаграмме показано содержание питательных веществ в творожных сырках. Определите по диаграмме, содержание каких веществ наименьшее.



^{*}К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) белки 2) жиры 3) углеводы 4) прочее Запишите номер выбранного варианта ответа.
- **2.** На диаграммах показано распределение земель по категориям Уральского, Приволжского, Южного и Дальневосточного федеральных округов. Определите по диаграммам, в каком округе доля земель лесного фонда наибольшая.



^{*}Прочие земли — это земли поселений; земли промышленности и иного специального назначения; земли особо охраняемых территорий и объектов.

1) Уральский ФО

3) Южный ФО

2) Приволжский ФО

4) Дальневосточный ФО

Запишите номер выбранного варианта ответа.

3. На диаграммах показано содержание питательных веществ в сухарях, твороге, сливочном мороженом и сгущённом молоке. Определите по диаграммам, в каком продукте содержание белков наименьшее.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

1) сухари

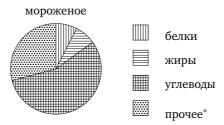
3) мороженое

2) творог

4) сгущённое молоко

Запишите номер выбранного варианта ответа.

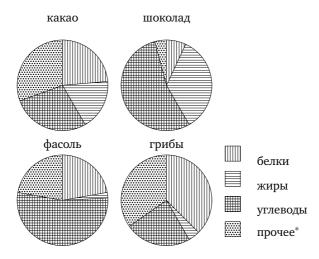
4. На диаграмме показано содержание питательных веществ в сливочном мороженом. Определите по диаграмме, содержание каких веществ превосходит 25 %.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

1) белки 2) жиры 3) углеводы 4) прочее Запишите номера выбранных вариантов ответов в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

5. На диаграммах показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, фасоли и сушёных белых грибах. Определите по диаграммам, в каких продуктах содержание углеводов превышает 50%.



^{*}К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

1) какао 2) шоколад 3) фасоль 4) грибы

Запишите номера выбранных вариантов ответов в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

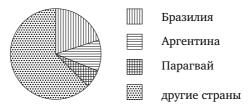
6. На диаграмме показано содержание питательных веществ в молочном шоколаде. Определите по диаграмме, в каких пределах находится содержание жиров.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

1) 5—15% 2) 15—25% 3) 30—40% 4) 60—70% Запишите номер выбранного варианта ответа.

7. На диаграмме представлено распределение количества пользователей некоторой социальной сети по странам мира. Всего в этой социальной сети 9 миллионов пользователей.

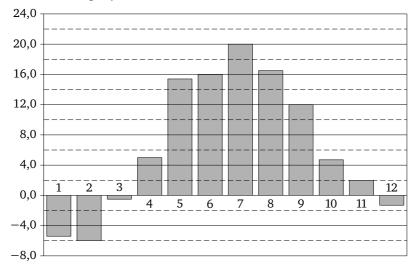


Какие из следующих утверждений верны?

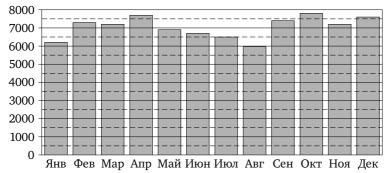
- 1) Пользователей из Бразилии больше, чем пользователей из Аргентины.
 - 2) Больше трети пользователей сети из Аргентины.
- 3) Пользователей из Парагвая больше, чем пользователей из Аргентины.
 - 4) Пользователей из Бразилии больше 4 миллионов.

Запишите номера выбранных утверждений в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

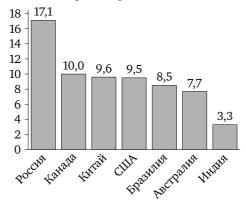
8. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в 2003 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



9. На диаграмме показано среднесуточное количество перевезённых пассажиров в Московском метрополитене за каждый месяц 2008 года (в тыс. человек). Сколько было месяцев, в каждый из которых среднесуточное число перевезённых пассажиров составило не менее 7500 тыс. человек?



10. На диаграмме представлены семь крупнейших по площади территории (в млн κm^2) стран мира.



Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Алжир входит в семёрку крупнейших по площади территории стран мира.
 - 2) Площадь территории Бразилии составляет 8,7 млн ${\rm кm}^2$.
- 3) Площадь территории Канады больше площади территории Австралии.
- 4) Площадь территории Австралии больше площади территории Индии на 4,4 млн ${\rm кm}^2.$

Запишите номера выбранных утверждений в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

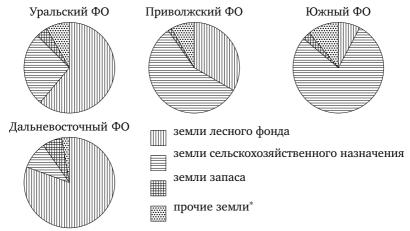
Зачётные задачи

1. На диаграмме показано содержание питательных веществ в сгущённом молоке. Определите по диаграмме, содержание каких веществ наименьшее.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) белки 2) жиры 3) углеводы 4) прочее Запишите номер выбранного варианта ответа.
- **2.** На диаграммах показано распределение земель по категориям Уральского, Приволжского, Южного и Дальневосточного федеральных округов. Определите по диаграммам, в каком округе доля земель запаса наибольшая.



^{*}Прочие земли — это земли поселений; земли промышленности и иного специального назначения; земли особо охраняемых территорий и объектов.

1) Уральский ФО

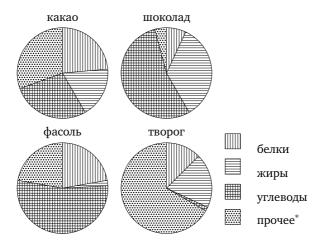
3) Южный ФО

2) Приволжский ФО

4) Дальневосточный ФО

Запишите номер выбранного варианта ответа.

3. На диаграммах показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, фасоли и твороге. Определите по диаграммам, в каком продукте содержание белков наименьшее.

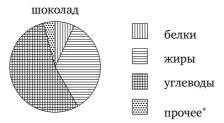


^{*}К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) какао
- 2) шоколад
- 3) фасоль
- 4) творог

Запишите номер выбранного варианта ответа.

4. На диаграмме показано содержание питательных веществ в молочном шоколаде. Определите по диаграмме, содержание каких веществ превосходит 25 %.



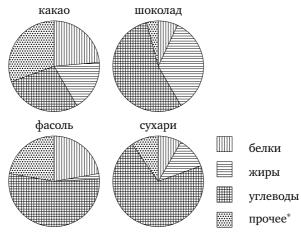
^{*}К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

1) белки

- 2) жиры
- 3) углеводы
- 4) прочее

Запишите номера выбранных вариантов ответов в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

5. На диаграммах показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, фасоли и сухарях. Определите по диаграммам, в каких продуктах суммарное содержание углеводов и жиров превышает 75 %.

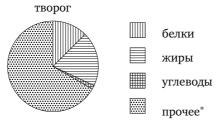


 * К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) какао
- 2) шоколад
- 3) фасоль
- 4) сухари

Запишите номера выбранных вариантов ответов в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

6. На диаграмме показано содержание питательных веществ в твороге. Определите по диаграмме, в каких пределах находится содержание жиров.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) 5—15 % 2) 15—25 %
- 3) 25—35 %
- 4) 35—45%

Запишите номер выбранного варианта ответа.

7. На диаграмме представлено распределение количества пользователей некоторой социальной сети по странам мира. Всего в этой социальной сети 9 миллионов пользователей.

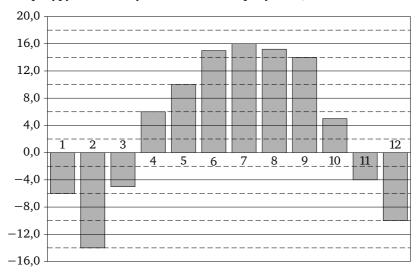


Какие из следующих утверждений верны?

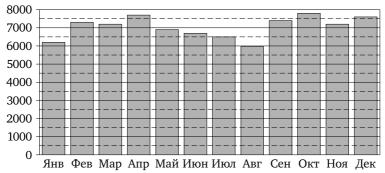
- 1) Пользователей из Парагвая больше, чем пользователей из Бразилии.
- 2) Пользователей из Аргентины меньше трети общего числа пользователей.
 - 3) Пользователей из Парагвая больше, чем пользователей из Дании.
 - 4) Пользователей из Бразилии меньше 4 миллионов.

Запишите номера выбранных утверждений в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

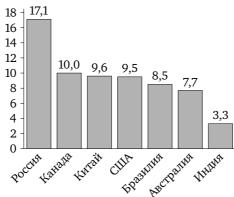
8. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде (Горьком) за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в 1994 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



9. На диаграмме показано среднесуточное количество перевезённых пассажиров в Московском метрополитене за каждый месяц 2008 года (в тыс. человек). Сколько было месяцев, в каждый из которых среднесуточное число перевезённых пассажиров составило не менее 6500 тыс. человек?



10. На диаграмме представлены семь крупнейших по площади территории (в млн κm^2) стран мира.



Какие из следующих утверждений неверны?

- 1) Монголия входит в семёрку крупнейших по площади территории стран мира.
 - 2) Площадь территории Индии составляет 3,3 млн км².
- 3) Площадь территории Австралии больше площади территории Каналы.
- 4) Площадь территории Канады больше площади территории Индии более чем в 3 раза.

Запишите номера выбранных утверждений в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Задание 9

Краткие методические рекомендации

Задание 9 ОГЭ по математике — это простейшая задача на вычисление вероятности. Для решения таких задач достаточно уметь находить отношение числа благоприятных для наступления некоторого события исходов к числу всех равновозможных исходов. Иногда это требует определённых вычислительных навыков, а также действий с отношениями и/или процентами. Для более глубокого усвоения темы могут оказаться полезными следующие простейшие правила и формулы вычисления вероятностей.

• Формула вероятности противоположного события:

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A), \quad P(A) = 1 - P(\overline{A}).$$

• Формула умножения вероятностей независимых событий: если события A и B независимы, то вероятность наступления обоих этих событий равна

 $P(A) \cdot P(B)$.

Пример 1. В коробке лежит 25 одинаковых по внешнему виду конфет, в восьми из которых нет фруктовой начинки. Галя берёт одну конфету. Найдите вероятность того, что в этой конфете будет фруктовая начинка.

Решение. Число конфет с фруктовой начинкой равно 17, число всех конфет равно 25. Поэтому искомая вероятность равна $\frac{17}{25} = 0,68$. Ответ. 0,68.

Пример 2. В соревнованиях по гимнастике участвуют 90 спортсменок: 33 из США, 21 из Мексики, остальные из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая последней, окажется из Канады.

Решение. Число спортсменок из Канады равно 90-33-21=36. Поскольку искомая вероятность P равна отношению числа n=36 благоприятных для данного события исходов к числу N=90 всех равновозможных исходов, находим

$$P = \frac{n}{N} = \frac{36}{90} = \frac{4}{10} = 0.4.$$

Пример 3. Найдите вероятность того, что случайно выбранное однозначное число делится на 2.

Решение. Всего однозначных чисел N=10 (от 0 до 9). Пять из них (0,2,4,6,8) делятся на 2. Поэтому искомая вероятность равна $\frac{5}{10}=0,5$.

Ответ. 0,5.

Пример 4. В конехозяйстве число пони относится к числу остальных лошадей как 7:13 (других животных нет). Найдите вероятность того, что случайно встреченное в этом конехозяйстве животное окажется пони.

Решение. Если обозначить число пони через 7x, то число остальных лошадей будет равно 13x, а всех животных на конюшне будет 20x. Тогда вероятность случайно встретить пони равна $\frac{7x}{20x} = \frac{7}{20} = 0,35$.

Ответ. 0,35.

Пример 5. На птицеферме разводят кур, уток и гусей. Известно, что уток в 4 раза больше, чем гусей, и на 20% меньше, чем кур. Найдите вероятность того, что случайно увиденная на этой птицеферме птица окажется гусем.

Решение. Если обозначить число кур через x, то число уток будет равно 0.8x, а число гусей — в 4 раза меньше, т. е. 0.2x. Значит, число всех птиц на этой птицеферме равно x+0.8x+0.2x=2x. Поэтому вероятность случайно увидеть гуся будет равна $\frac{0.2x}{2x}=0.1$.

Ответ. 0,1.

Пример 6. Из водоплавающих животных в заповеднике обитают только бобры, ондатры и выдры. Найдите вероятность того, что случайно встреченное в заповеднике водоплавающее животное окажется бобром, если из трёх следующих утверждений два истинны, а одно ложно:

- 1) бобры составляют 65% водоплавающих животных заповедника;
- 2) ондатры составляют 54% водоплавающих животных заповедника;
 - 3) выдры составляют 43% водоплавающих животных заповедника.

Решение. Предположим, что утверждение 1 истинно. Тогда оба утверждения 2 и 3 ложны, так как общее число животных не может быть больше 100%. По условию только одно утверждение является ложным. Получили противоречие. Значит, утверждение 1 является ложным, а утверждения 2 и 3 истинны. Поэтому бобры составляют 100% - 54% - 43% = 3% водоплавающих животных заповедника, а искомая вероятность равна 0,03.

Ответ. 0,03.

Подготовительные задачи

- **1.** У бабушки 20 чашек: 15 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.
- **2.** На экзамене 50 билетов, Оскар *не выучил* 7 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.
- 3. Родительский комитет закупил 20 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 11 с машинами и 9 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 20 детьми, среди которых есть Илюша. Найдите вероятность того, что Илюше достанется пазл с машиной.
- **4.** На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 4 с мясом, 5 с рисом и 21 с повидлом. Андрей наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с повидлом.
- **5.** В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 3 чёрные, 3 жёлтые и 14 зелёные. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.
- **6.** В среднем из 150 карманных фонариков, поступивших в продажу, три неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.
- 7. В лыжных гонках участвуют 11 спортсменов из России, 6 спортсменов из Норвегии и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из России.
- **8.** В лыжных гонках участвуют 11 спортсменов из России, 6 спортсменов из Норвегии и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из Норвегии или Швеции.
- 9. В магазине канцтоваров продаётся 112 ручек: 17 красных, 44 зелёные, 29 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или чёрной.

- **10.** Из крупных животных в заповеднике обитают только косули, благородные олени и лоси. Найдите вероятность того, что случайно встреченное в заповеднике крупное животное окажется косулей, если из трёх следующих утверждений два истинны, а одно ложно:
 - 1) лоси составляют 33% крупных животных заповедника;
- 2) благородные олени составляют 55% крупных животных заповедника;
 - 3) косули составляют 77% крупных животных заповедника.

Зачётные задачи

- **1.** У бабушки 25 чашек: 2 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.
- **2.** На экзамене 25 билетов, Костя *не выучил* 4 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.
- **3.** Родительский комитет закупил 25 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 18 с машинами и 7 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 25 детьми, среди которых есть Володя. Найдите вероятность того, что Володе достанется пазл с машиной.
- **4.** На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 1 с творогом, 12 с мясом и 3 с яблоками. Ваня наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с мясом.
- **5.** В фирме такси в данный момент свободно 12 машин: 3 чёрные, 3 жёлтые и 6 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.
- **6.** В среднем из 80 карманных фонариков, поступивших в продажу, шесть неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.
- 7. В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из России.
- **8.** В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из Норвегии или Швеции.
- **9.** В магазине канцтоваров продаётся 100 ручек: 37 красных, 8 зелёных, 17 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или чёрной.

- **10.** Из крупных животных в заповеднике обитают только косули, благородные олени и лоси. Найдите вероятность того, что случайно встреченное в заповеднике крупное животное окажется лосем, если из трёх следующих утверждений два истинны, а одно ложно:
 - 1) лоси составляют 68% крупных животных заповедника;
- 2) благородные олени составляют 48% крупных животных заповедника;
 - 3) косули составляют 38% крупных животных заповедника.

Задание 13

Краткие методические рекомендации

Задание 13 ОГЭ по математике представляет собой задачу на вычисление по данной формуле. По сути в условиях таких задач даются формулы из разных областей знаний, причём значения всех величин за исключением одной в этих формулах известны. Требуется найти значение именно этой величины. Есть подобные задачи и в ЕГЭ по математике — как базового, так и профильного уровня. Отметим, что для решения этих задач вовсе не обязательно быть специалистом, например, в области физики или химии, здесь проверяется именно умение вычислять значение искомой величины по данной формуле и данным константам, т. е. по сути это задачи на «понимание при чтении», в данном случае чтении условия. При этом в само условие, вообще говоря, можно не вникать, более того, это и не нужно: достаточно выписать данную формулу и значения данных в условии величин, подставить эти значения в выписанную формулу и найти из неё единственную неизвестную величину.

Пример 1. Перевести температуру из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула

$$t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32),$$

где t_C — температура в градусах по шкале Цельсия, t_F — температура в градусах по шкале Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 329 градусов по шкале Фаренгейта?

Решение. По условию задачи $t_F = 329$. Поэтому

$$t_C = \frac{5}{9}(329 - 32) = \frac{5}{9} \cdot 297 = 5 \cdot 33 = 165.$$

Ответ. 165.

Пример 2. Потенциальная энергия тела (в джоулях) в поле тяготения Земли вблизи поверхности вычисляется по формуле

$$E = mgh$$
,

где где m — масса тела (в килограммах), g — гравитационная постоянная, а h — высота (в метрах), на которой находится это тело, относительно условного нуля. Пользуясь этой формулой, найдите m (в килограммах), если g = 9.8 м/с 2 , h = 80 м, а E = 196 Дж.

Решение. Найдём искомую массу, используя данную формулу и данные значения остальных величин:

$$m = \frac{E}{gh} = \frac{196}{9,8 \cdot 80} = 0.25.$$

Ответ. 0,25.

Пример 3. Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле

$$S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2},$$

где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_1 , если $d_2=18$, $\sin\alpha=\frac{1}{3}$, а S=27.

Решение. Выполним вычисления, подставив в данную формулу данные значения:

$$\frac{d_1 \cdot 18 \cdot \frac{1}{3}}{2} = 27,$$

откуда $3d_1 = 27$, и, значит, $d_1 = 9$. Ответ. 9.

Подготовительные задачи

1. Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле

$$P = I^2 R$$

где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R, если мощность составляет 6,75 Вт, а сила тока равна 1,5 А. Ответ дайте в омах.

2. Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле

$$S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2},$$

где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1=4$, $\sin\alpha=\frac{5}{7}$, а S=10.

3. В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле

$$C = 6000 + 4100n$$
,

где n — число колец, установленных в колодце. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 5 колец. Ответ дайте в рублях.

4. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой

$$t_F = 1.8t_C + 32$$

где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует -10 градусов по шкале Цельсия?

5. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой

$$t_F = 1.8t_C + 32$$

где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует -25 градусов по шкале Цельсия?

6. Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула

$$t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32),$$

где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 41 градус по шкале Фаренгейта?

7. Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула

$$t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32),$$

где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 23 градуса по шкале Фаренгейта?

8. Центростремительное ускорение при движении по окружности (в $\mathrm{m/c^2}$) вычисляется по формуле

$$a=\omega^2 R$$

где ω — угловая скорость (в с⁻¹), R — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R, если угловая скорость равна 4 с⁻¹, а центростремительное ускорение равно 48 м/с². Ответ дайте в метрах.

9. Центростремительное ускорение при движении по окружности (в $\mathrm{m/c^2}$) вычисляется по формуле

$$a=\omega^2 R$$
,

где ω — угловая скорость (в с⁻¹), R — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R, если угловая скорость равна 7,5 с⁻¹, а центростремительное ускорение равно 337,5 м/с². Ответ дайте в метрах.

10. Закон Джоуля—Ленца можно записать в виде

$$Q = I^2 Rt$$

где Q — количество теплоты (в джоулях), I — сила тока (в амперах), R — сопротивление цепи (в омах), а t — время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите силу тока I (в амперах), если Q = 2187 Дж, R = 3 Ом, а t = 9 с.

Зачётные задачи

1. Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле

$$P = I^2 R$$

где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R, если мощность составляет 147 Вт, а сила тока равна 3,5 A. Ответ дайте в омах.

2. Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле

$$S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2},$$

где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1=11$, $\sin\alpha=\frac{7}{12}$, а S=57,75.

3. В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле

$$C = 6000 + 4100n$$
,

где n — число колец, установленных в колодце. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 20 колец. Ответ дайте в рублях.

4. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой

$$t_F = 1.8t_C + 32,$$

где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует 35 градусов по шкале Цельсия?

5. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой

$$t_F = 1.8t_C + 32$$
,

где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует -30 градусов по шкале Цельсия?

6. Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула

$$t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32),$$

где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 59 градусов по шкале Фаренгейта?

7. Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула

$$t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32),$$

где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует -4 градуса по шкале Фаренгейта?

8. Центростремительное ускорение при движении по окружности (в $\mathrm{m/c^2}$) вычисляется по формуле

$$a=\omega^2 R$$

где ω — угловая скорость (в с⁻¹), R — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R, если угловая скорость равна 9 с⁻¹, а центростремительное ускорение равно 648 м/с². Ответ дайте в метрах.

9. Центростремительное ускорение при движении по окружности (в $\mathrm{m/c^2}$) вычисляется по формуле

$$a = \omega^2 R$$

где ω — угловая скорость (в с⁻¹), R — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R, если угловая скорость равна 8,5 с⁻¹, а центростремительное ускорение равно 505,75 м/с². Ответ дайте в метрах.

10. Закон Джоуля—Ленца можно записать в виде

$$Q = I^2 Rt$$

где Q — количество теплоты (в джоулях), I — сила тока (в амперах), R — сопротивление цепи (в омах), а t — время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите силу тока I (в амперах), если Q = 1452 Дж, R = 4 Ом, а t = 3 с.

Задание 15

Краткие методические рекомендации

Задание 15 ОГЭ по математике представляет собой практическую задачу с геометрической составляющей. Как правило, это текстовая задача (иногда с рисунком), которая предполагает достаточно очевидную геометрическую интерпретацию и решение полученной несложной планиметрической задачи, связанной с вычислением углов, расстояний, площадей.

Пример 1. В квартире две прямоугольные комнаты. Размеры первой комнаты — 5 м \times 7 м, а размеры второй комнаты — 4 м \times 9 м. Какая из этих комнат больше по площади? В ответе запишите её площадь в квадратных метрах.

Решение. Площадь первой комнаты равна

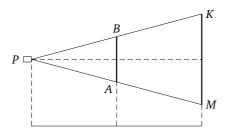
$$5 \cdot 7 = 35$$
 кв. м,

площадь второй комнаты равна

$$4 \cdot 9 = 36 \text{ kg. m.}$$

Ответ. 36.

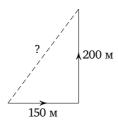
Пример 2. Проектор P полностью освещает экран AB высотой 80 см, расположенный на расстоянии 150 см от проектора. На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно расположить экран MK высотой 160 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными?



Решение. Из условия следует, что AB — средняя линия треугольника PMK, поэтому наименьшее расстояние от точки P до экрана MK будет вдвое больше расстояния от точки P до экрана AB, т. е. будет равно 300.

Ответ, 300.

Пример 3. Мальчик прошёл от дома по направлению на восток 150 м, а затем повернул на север и прошёл 200 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказался мальчик?

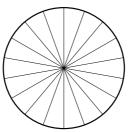


Решение. Для решения задачи достаточно применить теорему Пифагора к изображённому на рисунке прямоугольному треугольнику. Чтобы избежать громоздких вычислений, вспомним, что треугольник со сторонами 3, 4 и 5 является прямоугольным с катетами 3 и 4 и гипотенузой 5. Каждый из катетов данного треугольника в 50 раз больше одного из катетов треугольника со сторонами 3, 4 и 5. Поэтому искомая гипотенуза также в 50 раз больше числа 5, т. е. равна 250.

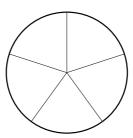
Ответ. 250.

Подготовительные задачи

1. Колесо имеет 18 спиц. Углы между соседними спицами равны. Найдите угол, который образуют две соседние спицы. Ответ дайте в градусах.



2. На рисунке изображено колесо с пятью спицами. Сколько спиц в колесе, в котором угол между любыми соседними спицами равен 24°?



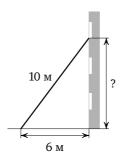
3. Найдите угол, который образуют минутная и часовая стрелки часов в 16:00. Ответ дайте в градусах.



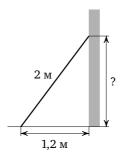
4. Найдите угол, который минутная стрелка описывает за 21 минуту. Ответ дайте в градусах.



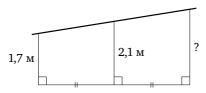
5. Пожарную лестницу длиной 10 м приставили к окну третьего этажа дома. Нижний конец лестницы отстоит от стены на 6 м. На какой высоте расположено окно? Ответ дайте в метрах.



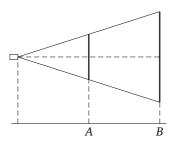
6. Лестницу длиной 2 м прислонили к дереву. Найдите высоту, на которой находится её верхний конец, если нижний конец отстоит от ствола дерева на 1,2 м. Ответ дайте в метрах.



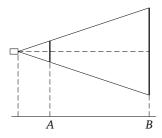
7. Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рисунок). Высота малой опоры 1,7 м, высота средней опоры 2,1 м. Найдите высоту большой опоры. Ответ дайте в метрах.



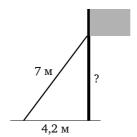
8. Проектор полностью освещает экран A высотой 80 см, расположенный на расстоянии 250 см от проектора. Найдите, на каком наименьшем расстоянии от проектора нужно расположить экран B высотой 160 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными. Ответ дайте в сантиметрах.



9. Проектор полностью освещает экран A высотой 80 см, расположенный на расстоянии 120 см от проектора. Найдите, на каком наименьшем расстоянии от проектора нужно расположить экран B высотой 330 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными. Ответ дайте в сантиметрах.

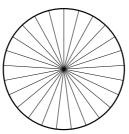


10. Флагшток удерживается в вертикальном положении при помощи троса. Расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле равно 4,2 м. Длина троса равна 7 м. Найдите расстояние от земли до точки крепления троса. Ответ дайте в метрах.

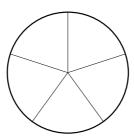


Зачётные задачи

1. Колесо имеет 25 спиц. Углы между соседними спицами равны. Найдите угол, который образуют две соседние спицы. Ответ дайте в градусах.



2. На рисунке изображено колесо с пятью спицами. Сколько спиц в колесе, в котором угол между любыми соседними спицами равен 8°?



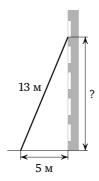
3. Найдите угол, который образуют минутная и часовая стрелки часов в 17:00. Ответ дайте в градусах.



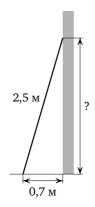
4. Найдите угол, который минутная стрелка описывает за 24 минуты. Ответ дайте в градусах.



5. Пожарную лестницу длиной 13 м приставили к окну пятого этажа дома. Нижний конец лестницы отстоит от стены на 5 м. На какой высоте расположено окно? Ответ дайте в метрах.



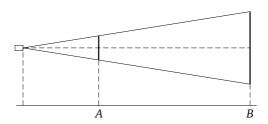
6. Лестницу длиной 2,5 м прислонили к дереву. Найдите высоту, на которой находится её верхний конец, если нижний конец отстоит от ствола дерева на 0,7 м. Ответ дайте в метрах.



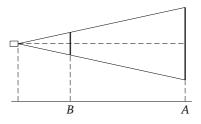
7. Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рисунок). Высота малой опоры 2,5 м, высота средней опоры 2,65 м. Найдите высоту большой опоры. Ответ дайте в метрах.



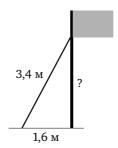
8. Проектор полностью освещает экран A высотой 80 см, расположенный на расстоянии 250 см от проектора. Найдите, на каком наименьшем расстоянии от проектора нужно расположить экран B высотой 240 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными. Ответ дайте в сантиметрах.



9. Проектор полностью освещает экран A высотой 100 см, расположенный на расстоянии 230 см от проектора. Найдите, на каком наименьшем расстоянии от проектора нужно расположить экран B высотой 320 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными. Ответ дайте в сантиметрах.



10. Флагшток удерживается в вертикальном положении при помощи троса. Расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле равно 1,6 м. Длина троса равна 3,4 м. Найдите расстояние от земли до точки крепления троса. Ответ дайте в метрах.



Диагностическая работа 1

1. В таблице приведены нормативы по бегу на 30 метров для учащихся 9 класса.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Время (в секундах)	4,6	4,9	5,3	5,0	5,5	5,9

Какую отметку получит мальчик, пробежавший 30 метров за 4,85 секунды?

1) отметка «5»

3) отметка «3»

отметка «4»

4) норматив не выполнен

2. На графике изображена зависимость атмосферного давления от высоты над уровнем моря. На горизонтальной оси отмечена высота над уровнем моря в километрах, на вертикальной — давление в миллиметрах ртутного столба. Определите по графику, на какой высоте атмосферное давление равно 720 миллиметрам ртутного столба. Ответ дайте в километрах.



3. Банк начисляет на счёт 10 % годовых. Вкладчик положил на счёт 900 рублей. Сколько рублей будет на этом счёте через год, если никаких операций, кроме начисления процентов, со счётом проводиться не будет?

4. На диаграмме показано содержание питательных веществ в сухарях. Определите по диаграмме, в каких пределах находится содержание углеводов.



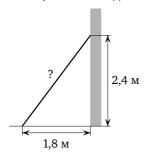
*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) 45—55% 2) 55—65% 3) 65—75% 4) 75—80% Запишите номер выбранного варианта ответа.
- **5.** В среднем из 100 карманных фонариков, поступивших в продажу, четыре неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.
- **6.** Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой

$$t_F = 1.8t_C + 32,$$

где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует -85 градусов по шкале Цельсия?

7. Найдите длину лестницы, которую прислонили к дереву, если её верхний конец находится на высоте 2,4 м над землёй, а нижний отстоит от ствола дерева на 1,8 м. Ответ дайте в метрах.



Диагностическая работа 2

1. В таблице приведены нормативы по прыжкам через скакалку за 30 секунд для учащихся 9 класса.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Количество раз	58	56	54	66	64	62

Какую отметку получит мальчик, прыгнувший 57 раз за 30 секунд?

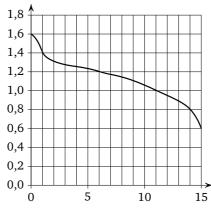
1) отметка «5»

3) отметка «3»

2) отметка «4»

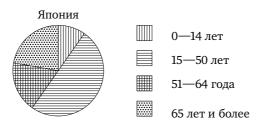
4) норматив не выполнен

2. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько вольт упадёт напряжение за первые 15 часов работы фонарика.



3. Плата за телефон составляет 340 рублей в месяц. В следующем году она увеличится на 20%. Сколько рублей придётся платить ежемесячно за телефон в следующем году?

4. На диаграмме показан возрастной состав населения Японии. Определите по диаграмме, население какого возраста составляет более 40% от всего населения.

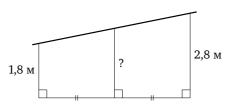


- 1) 0—14 лет 2) 15—50 лет 3) 51—64 года 4) 65 лет и более Запишите номер выбранного варианта ответа.
- **5.** В лыжных гонках участвуют 7 спортсменов из России, 1 спортсмен из Норвегии и 2 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из Норвегии.
- **6.** Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула

$$t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32),$$

где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 167 градусов по шкале Фаренгейта?

7. Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рисунок). Высота малой опоры 1,8 м, высота большой опоры 2,8 м. Найдите высоту средней опоры. Ответ дайте в метрах.



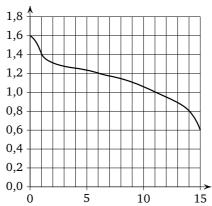
1. Бизнесмен Петров выезжает из Москвы в Санкт-Петербург на деловую встречу, которая назначена на 9:30. В таблице дано расписание ночных поездов Москва — Санкт-Петербург.

Номер поезда	Отправление из Москвы	Прибытие в Санкт-Петербург
038A	22:42	06:40
020У	00:56	08:53
016A	00:43	09:12
116C	00:35	09:01

Путь от вокзала до места встречи занимает полчаса. Укажите номер самого позднего (по времени отправления) поезда, который подходит бизнесмену Петрову.

- 1) 038A
- 2) 020У
- 3) 016A
- 4) 116C

2. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько вольт упадёт напряжение с 6-го по 14-й час работы фонарика.



3. В начале учебного года в школе было 1100 учащихся, а к концу учебного года их стало 869. На сколько процентов уменьшилось за учебный год число учащихся?

4. На диаграмме представлено распределение количества пользователей некоторой социальной сети по странам мира. Всего в этой социальной сети 12 миллионов пользователей.



Какие из следующих утверждений неверны?

- 1) Пользователей из Аргентины больше, чем пользователей из Латвии.
- 2) Пользователей из Бразилии больше, чем пользователей из Аргентины и Парагвая вместе.
 - 3) Пользователей из Аргентины больше 3 миллионов.
- Примерно три четверти общего числа пользователей из Бразилии.

Запишите номера выбранных утверждений в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

- **5.** В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен *не* из России.
- **6.** Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула

$$t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32),$$

где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует -58 градусов по шкале Фаренгейта?

7. Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рисунок). Высота средней опоры 2,2 м, высота большой опоры 2,5 м. Найдите высоту малой опоры. Ответ дайте в метрах.

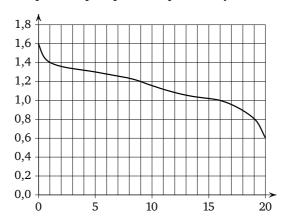


1. В таблице приведены размеры штрафов, установленные на территории России с 1 сентября 2013 года за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации.

Превышение скорости (в км/ч)	21—40	41—60	61—80	81 и более
Размер штрафа (в руб.)	500	1000	2000	5000

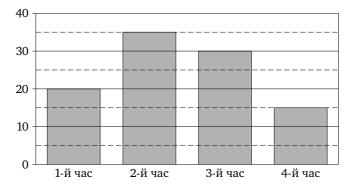
Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 90 км/ч на участке дороги с максимальной разрешённой скоростью 40 км/ч?

- 1) 500 рублей 2) 1000 рублей 3) 2000 рублей 4) 5000 рублей
- 2. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси напряжение в вольтах. Определите по графику, за сколько часов работы фонарика напряжение упадёт с 1,6 В до 1,4 В.



- **3.** Спортивный магазин проводит акцию. Любая футболка стоит 200 рублей. При покупке двух футболок предоставляется скидка на вторую футболку 80%. Сколько рублей придётся заплатить за покупку двух футболок в период действия акции?
- **4.** На диаграмме показано количество СМС-сообщений, присланных слушателями за каждый час четырёхчасового эфира программы

по заявкам на радио. Определите, на сколько больше сообщений было прислано за первые два часа программы по сравнению с последними двумя часами этой программы.

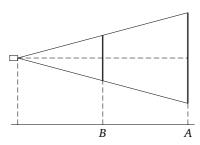


- **5.** Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,19. Покупатель в магазине выбирает одну шариковую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.
- **6.** Центростремительное ускорение при движении по окружности (в $\mathrm{m/c^2}$) вычисляется по формуле

$$a=\omega^2 R$$
,

где ω — угловая скорость (в с⁻¹), R — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R, если угловая скорость равна 9,5 с⁻¹, а центростремительное ускорение равно 180,5 м/с². Ответ дайте в метрах.

7. Проектор полностью освещает экран A высотой 160 см, расположенный на расстоянии 300 см от проектора. Найдите, на каком наименьшем расстоянии от проектора нужно расположить экран B высотой 80 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными. Ответ дайте в сантиметрах.



1. Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшую, отборную, первую, вторую, третью. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо массой 35,9 г.

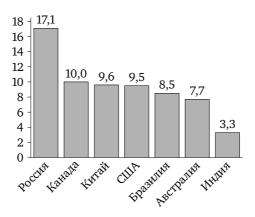
Категория	Масса одного яйца (в г)
Высшая	75,0 и более
Отборная	65,0—74,9
Первая	55,0—64,9
Вторая	45,0—54,9
Третья	менее 45,0

- 1) отборная
- 2) первая
- 3) вторая
- 4) третья
- **2.** На графике показано изменение температуры в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, за сколько минут двигатель нагреется с 30°C до 40°C.



3. Товар на распродаже уценили на 20 %, при этом он стал стоить 520 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?

4. На диаграмме представлены семь крупнейших по площади территории (в млн ${\rm кm}^2$) стран мира.



Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Канада крупнейшая по площади территории страна мира.
- 2) Площадь территории Индии составляет 3,3 млн ${\rm кm}^2$.
- 3) Площадь территории Китая больше площади территории Австралии.
- 4) Площадь территории Канады больше площади территории США на 1,5 млн $\mbox{кm}^2.$

Запишите номера выбранных утверждений в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

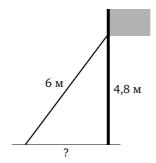
- **5.** На птицеферме разводят кур, уток и гусей. Известно, что гусей на 40% меньше, чем уток, а кур на 140% больше, чем уток. Найдите вероятность того, что случайно увиденная на этой птицеферме птица окажется уткой.
- **6.** Период колебания математического маятника T (в секундах) можно приближённо вычислить по формуле

$$T=2\sqrt{l},$$

где l — длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника, период колебаний которого составляет 6 секунд. Ответ дайте в метрах.

7. Точка крепления троса, удерживающего флагшток в вертикальном положении, находится на высоте 4,8 м от земли. Длина троса равна 6 м. Найдите расстояние от основания флагштока до места крепле-

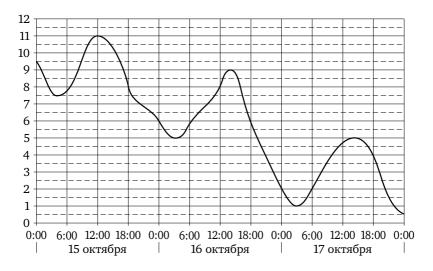
ния троса на земле. Ответ дайте в метрах.



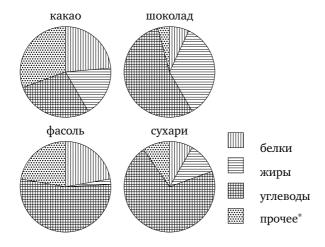
1. В таблице приведена информация о пяти крупнейших городах России (по данным на 2014 год). Какой город занимает четвёртое место по численности населения? В ответе укажите *плотность населения* этого города (в чел./кв. км).

Город	Население (в тыс. чел.)	Площадь (в кв. км)	Плотность (в чел./кв. км)
Екатеринбург	1412	491	2866
Москва	12 108	2511	4823
Нижний Новгород	1273	410	3100
Новосибирск	1548	506	3961
Санкт-Петербург	5132	1439	3566

2. На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указываются дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику наибольшую температуру воздуха 16 октября. Ответ дайте в градусах Цельсия.



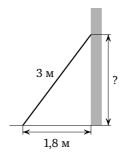
- **3.** Банк начисляет на счёт 9% годовых. Вкладчик положил на счёт 2000 рублей. Сколько рублей будет на этом счёте через год, если никаких операций, кроме начисления процентов, со счётом проводиться не будет?
- **4.** На диаграммах показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, фасоли и сухарях. Определите по диаграммам, в каком продукте содержание жиров наибольшее.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) какао 2) шоколад 3) фасоль 4) сухари Запишите номер выбранного варианта ответа.
- **5.** В фермерском хозяйстве содержат кур, уток и гусей, причём уток в 4 раза больше, чем гусей, а кур в 5 раз больше чем уток; других птиц нет. Найдите вероятность того, что случайно встреченная в этом хозяйстве птица окажется уткой.
- **6.** Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C=\frac{5}{9}(t_F-32)$, где t_C температура в градусах Цельсия, t_F температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 149 градусов по шкале Фаренгейта?
- **7.** Лестницу длиной 3 м прислонили к дереву. Найдите высоту, на которой находится её верхний конец, если нижний конец отстоит от

ствола дерева на 1,8 м. Ответ дайте в метрах.



1. В таблице приведены нормативы по бегу на 60 метров для учащихся 9 класса.

	Мальчики				Девочк	И
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Время (в секундах)	8,5	9,2	10,0	9,4	10,0	10,5

Какую отметку получит девочка, пробежавшая 60 метров за 10,35 секунды?

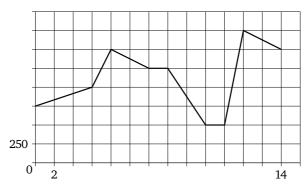
1) отметка «5»

3) отметка «3»

2) отметка «4»

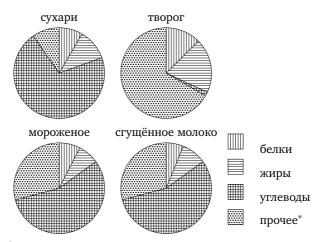
4) норматив не выполнен

2. На графике, изображенном на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций нефтедобывающей компании в первые две недели мая. По вертикальной оси откладывается стоимость одной акции в рублях, по горизонтальной оси — числа мая. В первую неделю мая бизнесмен купил 800 акций, а потом продал их на второй неделе. Какую наибольшую прибыль он мог получить? Ответ дайте в рублях.



- **3.** Пиджак дороже рубашки в 4 раза. На сколько процентов рубашка дешевле пиджака?
- **4.** На диаграммах показано содержание питательных веществ в сухарях, твороге, сливочном мороженом и сгущённом молоке. Определите по диаграммам, в каком продукте содержание белков превышает

10%.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

1) сухари

3) мороженое

2) творог

4) сгущённое молоко

Запишите номер выбранного варианта ответа.

- **5.** На экзамене 40 билетов, Оскар *не выучил* 12 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.
- **6.** В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) длительностью более 5 минут рассчитывается по формуле

$$C = 150 + 11(t - 5),$$

где t — длительность поездки (в минутах). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 10-минутной поездки. Ответ дайте в рублях.

7. Найдите угол, который образуют минутная и часовая стрелки часов в 8:00. Ответ дайте в градусах.

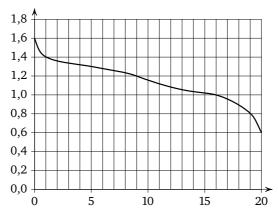


1. В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет дальше всех от Солнца?

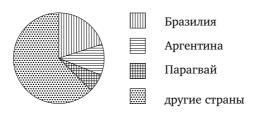
Планета	Марс	Меркурий	Юпитер	Венера
Расстояние (в км)	$2,28 \cdot 10^8$	$5,79 \cdot 10^7$	$7,781 \cdot 10^8$	$1,082 \cdot 10^8$

- 1) Mapc
- 2) Меркурий
- 3) Венера
- 4) Юпитер

2. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько вольт упадёт напряжение за первые 19 часов работы фонарика.



- **3.** Принтер печатает одну страницу за 9 секунд. Сколько страниц можно напечатать на этом принтере за 12 минут?
- **4.** На диаграмме представлено распределение количества пользователей некоторой социальной сети по странам мира. Всего в этой социальной сети 12 миллионов пользователей.



Какие из следующих утверждений неверны?

- 1) Пользователей из Аргентины больше, чем пользователей из Польши.
- 2) Пользователей из Аргентины примерно втрое больше, чем пользователей из Парагвая.
- 3) Пользователей из Аргентины и Белоруссии вместе больше половины общего числа пользователей.
 - 4) Пользователей из Бразилии меньше 9 миллионов человек.

В ответе запишите номера выбранных утверждений в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

- **5.** В среднем из 50 карманных фонариков, поступивших в продажу, семь неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.
- **6.** Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I сила тока (в амперах), R сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R, если мощность составляет 98 Вт, а сила тока равна 7 А. Ответ дайте в омах.
- **7.** Найдите угол, который минутная стрелка описывает за 28 минут. Ответ дайте в градусах.



1. В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет ближе всех к Солнцу?

Планета	Марс	Сатурн	Уран	Юпитер
Расстояние (в км)	$2,28 \cdot 10^8$	$1,427 \cdot 10^9$	$2,871 \cdot 10^9$	$7,781 \cdot 10^8$

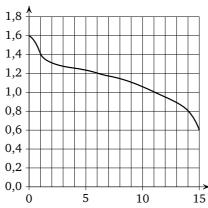
1) Mapc

3) Уран

2) Сатурн

4) Юпитер

2. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по графику, за сколько часов работы фонарика напряжение упадёт с 1,6 В до 1 В.



3. Спортивный магазин проводит акцию. Любая футболка стоит 250 рублей. При покупке двух футболок предоставляется скидка на вторую футболку 40%. Сколько рублей придётся заплатить за покупку двух футболок в период действия акции?

4. На диаграмме показано содержание питательных веществ в сгущённом молоке. Определите по диаграмме, содержание каких веществ превосходит 25 %.

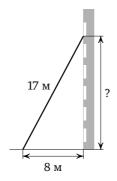


*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) белки
- 2) жиры
- 3) углеводы
- 4) прочее

Запишите номера выбранных вариантов ответов в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

- **5.** В магазине канцтоваров продаётся 84 ручки, из них 22 красные, 9 зелёных, 41 фиолетовая, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или фиолетовой.
- **6.** Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F=1,8t_C+32$, где t_C температура в градусах Цельсия, t_F температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует 40 градусов по шкале Цельсия?
- 7. Пожарную лестницу длиной 17 м приставили к окну шестого этажа дома. Нижний конец лестницы отстоит от стены на 8 м. На какой высоте расположено окно? Ответ дайте в метрах.



1. Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшую, отборную, первую, вторую, третью. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо массой 65,5 г.

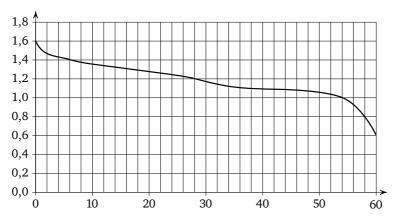
Категория	Масса одного яйца (в г)
Высшая	75,0 и более
Отборная	65,0—74,9
Первая	55,0—64,9
Вторая	45,0—54,9
Третья	менее 45,0

1) высшая

3) первая

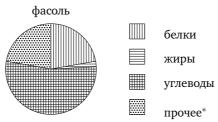
2) отборная

- 4) вторая
- 2. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько вольт упадёт напряжение с 28-го по 60-й час работы фонарика.



3. Для приготовления фарша взяли говядину и свинину в отношении 22:3. Сколько процентов фарша составляет говядина?

4. На диаграмме показано содержание питательных веществ в фасоли. Определите по диаграмме, в каких пределах находится содержание белков.

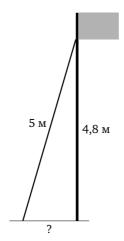


*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) 5—15%
- 2) 15—25%
- 3) 25—35%
- 4) 35—45 %

Запишите номер выбранного варианта ответа.

- **5.** В среднем из 150 карманных фонариков, поступивших в продажу, шесть неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.
- **6.** В фирме «Чистая вода» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле C = 6500 + 4000n, где n число колец, установленных в колодце. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 12 колец. Ответ дайте в рублях.
- 7. Точка крепления троса, удерживающего флагшток в вертикальном положении, находится на высоте 4,8 м от земли. Длина троса равна 5 м. Найдите расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле. Ответ дайте в метрах.



1. В таблице приведены нормативы по бегу на 30 метров для учащихся 9 класса.

	Мальчики			Мальчики Д			евочк	И
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»		
Время (в секундах)	4,6	4,9	5,3	5,0	5,5	5,9		

Какую отметку получит девочка, пробежавшая 30 метров за 5,35 секунды?

1) отметка «5»

3) отметка «3»

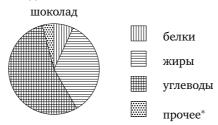
2) отметка «4»

- 4) норматив не выполнен
- 2. На графике изображена зависимость атмосферного давления от высоты над уровнем моря. На горизонтальной оси отмечена высота над уровнем моря в километрах, на вертикальной давление в миллиметрах ртутного столба. Определите по графику, на какой высоте атмосферное давление равно 620 миллиметрам ртутного столба. Ответ дайте в километрах.



3. Банк начисляет на счёт 20% годовых. Вкладчик положил на счёт 1000 рублей. Сколько рублей будет на этом счёте через год, если никаких операций, кроме начисления процентов, со счётом проводиться не будет?

4. На диаграмме показано содержание питательных веществ в молочном шоколаде. Определите по диаграмме, в каких пределах находится содержание углеводов.



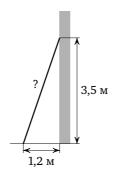
*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) 5—15 % 2) 15—25 % 3) 45—55 % 4) 60—70 % Запишите номер выбранного варианта ответа.
- **5.** В среднем из 75 карманных фонариков, поступивших в продажу, девять неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.
- **6.** Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой

$$t_F = 1.8t_C + 32,$$

где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует -100 градусов по шкале Цельсия?

7. Найдите длину лестницы, которую прислонили к дереву, если её верхний конец находится на высоте 3,5 м над землёй, а нижний отстоит от ствола дерева на 1,2 м. Ответ дайте в метрах.



1. В таблице приведены нормативы по прыжкам с места для учащихся 11 класса.

	Мальчики			Д	евочк	И
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Расстояние (в см)	230	220	200	185	170	155

Какую отметку получит девочка, прыгнувшая на 167 см?

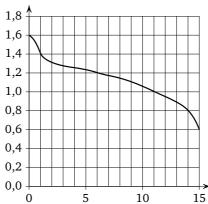
1) отметка «5»

3) отметка «3»

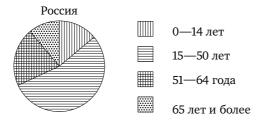
2) отметка «4»

4) норматив не выполнен

2. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько вольт упадёт напряжение за первые 14 часов работы фонарика.



- **3.** Плата за телефон составляет 350 рублей в месяц. В следующем году она увеличится на 12%. Сколько рублей придётся платить ежемесячно за телефон в следующем году?
- **4.** На диаграмме показан возрастной состав населения России. Определите по диаграмме, население какого возраста составляет более $40\,\%$ от всего населения.

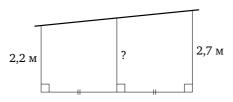


- 1) 0—14 лет 2) 15—50 лет 3) 51—64 года 4) 65 лет и более Запишите номер выбранного варианта ответа.
- **5.** В лыжных гонках участвуют 7 спортсменов из России, 1 спортсмен из Швеции и 2 спортсмена из Норвегии. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из Швеции.
- **6.** Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула

$$t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32),$$

где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 185 градусов по шкале Фаренгейта?

7. Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рисунок). Высота малой опоры 2,2 м, высота большой опоры 2,7 м. Найдите высоту средней опоры. Ответ дайте в метрах.



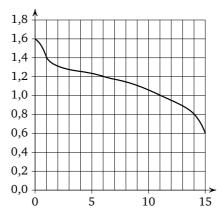
1. Бизнесмен Соловьёв выезжает из Москвы в Санкт-Петербург на деловую встречу, которая назначена на 10:00. В таблице дано расписание ночных поездов Москва — Санкт-Петербург.

Номер поезда	Отправление из Москвы	Прибытие в Санкт-Петербург
038A	22:42	06:40
020У	00:56	08:53
016A	00:43	09:12
030A	01:19	09:39

Путь от вокзала до места встречи занимает полчаса. Укажите номер самого позднего (по времени отправления) поезда, который подходит бизнесмену Соловьёву.

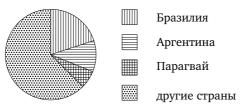
- 1) 038A
- 2) 020У
- 3) 016A
- 4) 030A

2. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько вольт упадёт напряжение с 6-го по 15-й час работы фонарика.



3. В начале учебного года в школе было 1250 учащихся, а к концу учебного года их стало 950. На сколько процентов уменьшилось за учебный год число учащихся?

4. На диаграмме представлено распределение количества пользователей некоторой социальной сети по странам мира. Всего в этой социальной сети 12 миллионов пользователей.

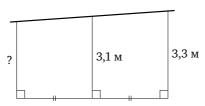


Какие из следующих утверждений неверны?

- 1) Пользователей из Аргентины больше, чем пользователей из Литвы.
- 2) Пользователей из Аргентины больше трети общего числа пользователей.
 - 3) Пользователей из Парагвая больше 3 миллионов.
- 4) Пользователей из Бразилии больше, чем из всех остальных стран, вместе взятых.

Запишите номера выбранных утверждений в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

- **5.** В лыжных гонках участвуют 11 спортсменов из России, 6 спортсменов из Норвегии и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен *не* из России.
- **6.** Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F 32)$, где t_C температура в градусах Цельсия, t_F температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует -85 градусов по шкале Фаренгейта?
- 7. Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рисунок). Высота средней опоры 3,1 м, высота большой опоры 3,3 м. Найдите высоту малой опоры. Ответ дайте в метрах.

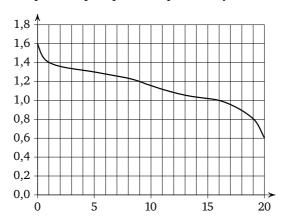


1. В таблице приведены размеры штрафов, установленные на территории России с 1 сентября 2013 года за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации.

Превышение скорости (в км/ч)	21—40	41—60	61—80	81 и более
Размер штрафа (в руб.)	500	1000	2000	5000

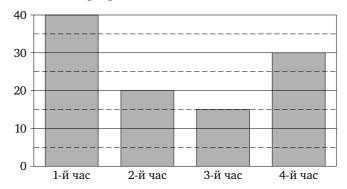
Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 141 км/ч на участке дороги с максимальной разрешённой скоростью 70 км/ч?

- 1) 500 рублей 2) 1000 рублей 3) 2000 рублей 4) 5000 рублей
- 2. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси напряжение в вольтах. Определите по графику, за сколько часов работы фонарика напряжение упадёт с 1,6 В до 1,2 В.



- **3.** Спортивный магазин проводит акцию. Любая футболка стоит 300 рублей. При покупке двух футболок предоставляется скидка на вторую футболку 70%. Сколько рублей придётся заплатить за покупку двух футболок в период действия акции?
- **4.** На диаграмме показано количество СМС-сообщений, присланных слушателями за каждый час четырёхчасового эфира программы

по заявкам на радио. Определите, на сколько больше сообщений было прислано за первые два часа программы по сравнению с последними двумя часами этой программы.

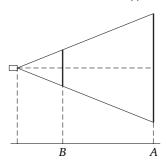


- **5.** Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,09. Покупатель в магазине выбирает одну шариковую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.
- **6.** Центростремительное ускорение при движении по окружности (в $\mathrm{m/c^2}$) вычисляется по формуле

$$a=\omega^2 R$$
,

где ω — угловая скорость (в с⁻¹), R — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R, если угловая скорость равна 5,5 с⁻¹, а центростремительное ускорение равно 60,5 м/с². Ответ дайте в метрах.

7. Проектор полностью освещает экран A высотой 240 см, расположенный на расстоянии 300 см от проектора. Найдите, на каком наименьшем расстоянии от проектора нужно расположить экран B высотой 80 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными. Ответ дайте в сантиметрах.



1. Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшую, отборную, первую, вторую, третью. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо массой 47 г.

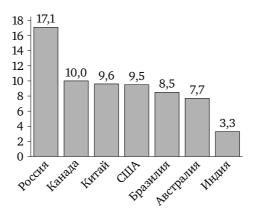
Категория	Масса одного яйца (в г)
Высшая	75,0 и более
Отборная	65,0—74,9
Первая	55,0—64,9
Вторая	45,0—54,9
Третья	менее 45,0

- 1) высшая
- 2) первая
- 3) вторая
- 4) третья
- **2.** На графике показано изменение температуры в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, за сколько минут двигатель нагреется с 30°C до 50°C.



3. Товар на распродаже уценили на 20 %, при этом он стал стоить 940 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?

4. На диаграмме представлены семь крупнейших по площади территории (в млн ${\rm кm}^2$) стран мира.



Какие из следующих утверждений верны?

- 1) По площади территории второе место в мире занимает Китай.
- 2) Площадь территории Австралии составляет 7,7 млн км².
- 3) Площадь территории Китая больше площади территории Канады.
- 4) Площадь территории США больше площади территории Бразилии на $1\,\mathrm{mnh}\;\mathrm{km}^2.$

Запишите номера выбранных утверждений в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

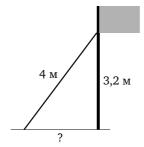
- **5.** В рыбхозе разводят стерлядь, севрюгу и осетра. Известно, что стерляди на 75% меньше, чем севрюги, а севрюги на 20% меньше, чем осетра. Найдите вероятность того, что случайно увиденная в водоёме рыбхоза рыба окажется стерлядью.
- **6.** Период колебания математического маятника T (в секундах) можно приближённо вычислить по формуле

$$T=2\sqrt{l},$$

где l — длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника, период колебаний которого составляет 5 секунд. Ответ дайте в метрах.

7. Точка крепления троса, удерживающего флагшток в вертикальном положении, находится на высоте 3,2 м от земли. Длина троса равна 4 м. Найдите расстояние от основания флагштока до места крепле-

ния троса на земле. Ответ дайте в метрах.



Ответы

Задание 2

Подготовительные задачи. **1.** 2. **2.** 1. **3.** 4. **4.** 2. **5.** 3. **6.** 3. **7.** 3. **8.** 4. **9.** 3. **10.** 1.

Зачётные задачи. **1.** 1. **2.** 4. **3.** 4. **4.** 3. **5.** 2. **6.** 2. **7.** 4. **8.** 4. **9.** 4. **10.** 1.

Задание 5

Подготовительные задачи. **1.** 30. **2.** 11. **3.** 9. **4.** 580. **5.** 1. **6.** 0,2. 7. 0,4. **8.** 0,4. **9.** 28. **10.** 2. 3ачётные задачи. **1.** -10. **2.** 23. **3.** 15. **4.** 660. **5.** 0. **6.** 0,6. 7. 0,2. **8.** 0,6. **9.** 22. **10.** 7.

Задание 7

Подготовительные задачи. **1.** 78. **2.** 18. **3.** 48. **4.** 55. **5.** 79,2. **6.** 1665. **7.** 10. **8.** 15. **9.** 1980. **10.** 800. Зачётные задачи. **1.** 105. **2.** 35. **3.** 41. **4.** 78. **5.** 78,4. **6.** 1547. **7.** 15. **8.** 37. **9.** 1320. **10.** 1400.

Задание 8

Подготовительные задачи. **1.** 1. **2.** 4. **3.** 4. **4.** 34. **5.** 23. **6.** 3. **7.** 14. **8.** -6. **9.** 3. **10.** 34. Зачётные задачи. **1.** 1. **2.** 4. **3.** 2. **4.** 23. **5.** 24. **6.** 2. **7.** 23. **8.** -14. **9.** 10. **10.** 13.

Задание 9

Подготовительные задачи. **1.** 0,25. **2.** 0,86. **3.** 0,55. **4.** 0,7. **5.** 0,15. **6.** 0,98. **7.** 0,55. **8.** 0,45. **9.** 0,25. **10.** 0,12. Зачётные задачи. **1.** 0,92. **2.** 0,84. **3.** 0,72. **4.** 0,75. **5.** 0,25. **6.** 0,925. **7.** 0,65. **8.** 0,35. **9.** 0,56. **10.** 0,14.

Задание 13

Подготовительные задачи. **1.** 3. **2.** 7. **3.** 26 500. **4.** 14. **5.** -13. **6.** 5. **7.** -5. **8.** 3. **9.** 6. **10.** 9. Зачётные задачи. **1.** 12. **2.** 18. **3.** 88 000. **4.** 95. **5.** -22. **6.** 15. **7.** -20. **8.** 8. **9.** 7. **10.** 11.

Задание 15

Подготовительные задачи. **1.** 20. **2.** 15. **3.** 120. **4.** 126. **5.** 8. **6.** 1,6. **7.** 2,5. **8.** 500. **9.** 495. **10.** 5,6. Зачётные задачи. **1.** 14,4. **2.** 45. **3.** 150. **4.** 144. **5.** 12. **6.** 2,4. **7.** 2,8. **8.** 750. **9.** 736. **10.** 3.

Ответы 103

Диагностическая работа 1

- **1.** 2. **2.** 0,5. **3.** 990. **4.** 3. **5.** 0,96. **6.** -121. **7.** 3. Диагностическая работа 2
- **1.** 2. **2.** 1. **3.** 408. **4.** 2. **5.** 0,1. **6.** 75. 7. 2,3. Диагностическая работа 3
- **1.** 2. **2.** 0,4. **3.** 21. **4.** 34. **5.** 0,35. **6.** -50. **7.** 1,9. Диагностическая работа 4
- **1.** 2. **2.** 1. **3.** 240. **4.** 10. **5.** 0,81. **6.** 2. **7.** 150. Диагностическая работа 5
- **1.** 4. **2.** 1. **3.** 650. **4.** 23. **5.** 0,25. **6.** 9. **7.** 3,6. Диагностическая работа 6
- **1.** 2866. **2.** 9. **3.** 2180. **4.** 2. **5.** 0,16. **6.** 65. **7.** 2,4. Диагностическая работа 7
- **1.** 3. **2.** 800 000. **3.** 75. **4.** 2. **5.** 0,7. **6.** 205. **7.** 120. Диагностическая работа 8
- **1.** 3. **2.** 0,8. **3.** 80. **4.** 23. **5.** 0,86. **6.** 2. **7.** 168. Диагностическая работа 9
- **1.** 1. **2.** 11. **3.** 400. **4.** 34. **5.** 0,75. **6.** 104. **7.** 15. Диагностическая работа **10**
- **1.** 2. **2.** 0,6. **3.** 88. **4.** 2. **5.** 0,96. **6.** 54500. **7.** 1,4. Диагностическая работа **11**
- **1.** 2. **2.** 1,5. **3.** 1200. **4.** 3. **5.** 0,88. **6.** -148. **7.** 3,7. Диагностическая работа **12**
- **1.** 3. **2.** 0,8. **3.** 13 392. **4.** 2. **5.** 0,1. **6.** 85. **7.** 2,45. Диагностическая работа **13**
- **1.** 2. **2.** 0,6. **3.** 24. **4.** 23. **5.** 0,45. **6.** -65. **7.** 2,9. Диагностическая работа 14
- **1.** 3. **2.** 9. **3.** 390. **4.** 15. **5.** 0,91. **6.** 2. **7.** 100. Диагностическая работа **15**
- **1.** 3. **2.** 2. **3.** 1175. **4.** 24. **5.** 0,1. **6.** 6,25. **7.** 2,4.

Содержание

предисловие	3
Задание 2	5
Подготовительные задачи	7
Зачётные задачи	10
Задание 5	13
Подготовительные задачи	18
Зачётные задачи	23
Задание 7	28
Подготовительные задачи	32
Зачётные задачи	33
Задание 8	34
Подготовительные задачи	37
Зачётные задачи	42
Задание 9	47
Подготовительные задачи	49
Зачётные задачи	51
Задание 13	53
Подготовительные задачи	55
Зачётные задачи	57
Задание 15	59
Подготовительные задачи	61
Зачётные задачи	65
Диагностическая работа 1	69
Диагностическая работа 2	71
Диагностическая работа 3	73
Диагностическая работа 4	75
Диагностическая работа 5	77
Диагностическая работа 6	80
Диагностическая работа 7	83
Диагностическая работа 8	85
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	87
	89
Диагностическая работа 11	91

Содержание		
Диагностическая работа 12	93	
Диагностическая работа 13	95	
Диагностическая работа 14	97	
Диагностическая работа 15	99	
Ответы	102	

Учебно-методическое пособие Иван Валериевич Ященко Сергей Алексеевич Шестаков

ОГЭ по математике от A до Я. Модульный курс. Задачи с практическим содержанием

Подписано в печать 30.06.2017 г. Формат $60\times 90^{1}\!\!/_{16}$. Бумага офсетная. Печать офсетная. Печ. л. 7. Тираж 5000 экз. Заказ N°

Издательство Московского центра непрерывного математического образования. 119002, Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241–08–04.

Отпечатано в ООО «Типография "Миттель Пресс"». г. Москва, ул. Руставели, д. 14, стр. 6. Тел./факс +7 (495) 619-08-30, 647-01-89. E-mail: mittelpress@mail.ru

Книги издательства МЦНМО можно приобрести в магазине «Математическая книга», Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (495) 745-80-31. E-mail: biblio@mccme.ru