Universidade Federal do Ceará

Campus de Quixadá

QXD0153 - Desafios de Programação

Lista 2 - Algoritmos Matemáticos

1. O número de divisores positivos de n é denotado por $d(n)$. Seja a fatoração em primos de $n = p_1^{\alpha_1} \times p_2^{\alpha_2} \times \ldots \times p_k^{\alpha_k}$ então o número de divisores é $d(n) = (\alpha_1 + 1) \times (\alpha_2 + 1) \times \ldots \times (\alpha_k + 1)$.

   Modifique o algoritmo de fatoração em primos para calcular $d(n)$.

2. O número de fatores primos diferentes de n é denotado por $numDiff(n)$. Modifique o algoritmo de fatoração em primos para calcular $numDiff(n)$.

3. A soma de divisores positivos de n é denotado por $\sigma(n)$. Desenvolva um algoritmo para calcular $\sigma(n)$.

4. O número de inteiros positivos menores que n que são primos entre si com n é denotado $\phi(n)$. Seja a fatoração em primos de $n = p_1^{\alpha_1} \times p_2^{\alpha_2} \times \ldots \times p_k^{\alpha_k}$ então o número de divisores é

$$\phi(n) = n(1 - \frac{1}{p_1})(1 - \frac{1}{p_2}) \ldots (1 - \frac{1}{p_k}) \tag{1}$$

   Modifique o algoritmo de fatoração para calcular $\phi(n)$.

5. O número de fatores primos diferentes de n pode ser determinado para intervalo de inteiros $[0..MAXN]$ modificando o algoritmo de Crivo de Eratóstenes da seguinte maneira:

```
vector<int> sieve_numdiff(int MAXN){
 vector<int> numDiff;
 numDiff.resize(MAXN+1,0);
 for(int i=2;i<=MAXN;i++){
  if(numDiff[i]==0){
   for(int j=i;j<=MAXN;j+=i)
    numDiff[j]++;
  }
 }
 return numDiff;
}
```

Modifique o algoritmo do Crivo de Eratóstenes para calcular $\phi(n)$ para todos os números no intervalo $[0 \ldots MAXN]$

6. O soma dos divisores de um número n é denotado por $sumDiv(n)$. Modifique o algoritmo do Crivo de Eratóstenes para calcular $sumDiv(n)$ para todos os números no intervalor $[0 \ldots MAXN]$

7. O método de Horner consiste em reescrever um polinômio de forma a obter o valor de $p(x)$ tal que $p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 * x^2 + \ldots + a_n x^n$ em que $a_0, a_1, \ldots, a_n$ são os coeficientes do polinômio. Observe que que $p(x)$ pode ser reescrito da seguinte forma:

$$p(x) = a_0 + x(a_1 + x(a_2 * + \ldots + x(a_{n-1} + x a_n))) \tag{2}$$

   (a) Implemente o método de Horner para a avaliação de um polinômio de grau n.

   (b) Utilize o método de Horner para descobrir o resto da divisão de número N de até 100 dígitos por um inteiro M.

   (c) Implemente um método que recebe um vetor binário representando um número na base 2 e devolve sua representação na base 10.