

Universidade Federal do Ceará
Campus de Quixadá
QXD0153 - Desafios de Programação

Lista 6 - Grafos

1. O fecho transitivo de um grafo direcionado com n vértices pode ser definido como uma matriz T tal que $T[i, j] = 1$ se existe uma caminho do vértice i para o vértice j e $T[i, j] = 0$ caso contrário, para $(1 \leq i, j \leq n)$. Forneça um algoritmo $O(n^2 + nm)$ para encontrar o fecho transitivo.
2. Pedro Henrique conseguiu se perder em sua nova nave estelar. Durante sua viagem, os motores de sua nave estelar desenvolveu um problema estranho: ele só pode fazer "um salto estelar" para sistemas solares à distância exatamente 5 da sua localização atual. Dado um mapa estelar representado como um grafo não orientado $G = (V, E)$, onde os vértices representam novos sistemas solares e arestas representam uma ligação entre sistemas solares. Elabore uma algoritmos eficiente para encontrar uma rota (se possível) de distância mínima de localização atual de Pedro Henrique para a localização que representa a Terra.
3. Suponha que você deseja ir do vértice s para um vértice t em grafo não ponderado $G = (V, E)$. Você gostaria de parar no vértice u se possível sem aumentar o comprimento do seu caminho por um fator α . Forneça um algoritmo $O(n + m)$ que determina um caminho ótimo $s - t$ dado sua preferência por parar em u ao longo do caminho se não for proibitivamente caro. O algoritmo deve retorna o caminho mais curto de s para t ou caminho mais curto de s para t contendo u
4. A maioria dos algoritmos em grafos que recebem uma representação por matriz de adjacência como entrada requerem tempo $O(n^2)$, mas existem exceções. Determine se um grafo direcionado G contém um sorvedouro universal, isto é, um vértice com grau de entrada $n-1$ e grau de saída 0, no tempo $O(n)$ dada uma matriz de adjacência de G .