

Algoritmos de Backtracking

1. (Expressões) Faça um algoritmo para, dados $n+1$ números inteiros positivos, verificar se é possível escrever o primeiro como uma combinação linear dos n restantes (usando somas e subtrações, apenas). Exemplo: para $\{13, 9, 5, 11, 20\}$ é possível, pois $13 = 9 - 5 - 11 + 20$; já para $\{3, 200, 150, 8, 15\}$ não é possível.

Restrições $N \leq 10$

2. (Jogo do Palito) Implementar um programa para o Jogo do Último palito, onde dois jogadores iniciam com uma pilha de 24 palitos e, alternadamente, cada um pode retirar 1 a 3 palitos, vencendo o último a retirar palitos.
3. (Vasos) Dados 3 vasos contendo água, com capacidades (c_1, c_2, c_3) , situação inicial (s_1, s_2, s_3) , quer-se determinar qual o número mínimo de operações de transferência, para se atingir o objetivo (o_1, o_2, o_3) dado. Cada transferência tem um vaso de origem e um vaso de destino. Se a água do vaso de origem não é suficiente para completar a capacidade do vaso de destino, então toda a água do vaso de origem é transferida para o vaso de destino. Caso contrário, somente a quantidade de água necessária para completar o vaso de destino é transferida. Toda quantidade de água é mantida no processo. Observe que pode não haver solução.

c_1	c_2	c_3	s_1	s_2	s_3	o_1	o_2	o_3	movimentos
5	4	1	1	0	1	0	2	0	2
5	4	1	1	0	1	0	3	0	-1
5	4	1	1	0	1	0	0	2	-1
5	4	1	1	0	1	1	0	1	0
5	4	1	0	4	0	3	0	1	2

4. Dada uma sequência de n números inteiros ($n < 101$), quer-se determinar a ordem de contrações a serem feitas, tal que o resultado final seja um número p dado. Cada contração toma dois elementos vizinhos da sequência, substitui o primeiro pela diferença entre ele e seguinte, e elimina o elemento seguinte.

Formalmente, a operação de contração pode ser definida como:

$$\text{con}(a, i) = [a_1, \dots, a_{i-1}, a_i - a_{i+1}, a_{i+2}, \dots, a_n]$$

Por exemplo, aplicando as contrações 2,3,2 e 1 na sequência $[12, 10, 4, 3, 5]$ obtemos o número 4:

$$\begin{aligned} \text{con}([12, 10, 4, 3, 5], 2) &= [12, 10-4, 3, 5] \\ \text{con}([12, 6, 3, 5], 3) &= [12, 6, 3-5] \\ \text{con}([12, 6, -2], 2) &= [12, 6-(-2)] \\ \text{con}([12, 8], 1) &= [4] \end{aligned}$$

n	p	$[a_1, \dots, a_n]$	$[c_1, \dots, c_{n-1}]$
4	5	[10,2,5,2]	[1,2,1]
5	4	[12,10,4,3,5]	[2,3,2,1]