

Universidade Federal do Ceará  
Campus de Quixadá  
QXD0153 - Desafios de Programação

Lista 4 - Programação Dinâmica

1. Dado  $n$  amigos, cada um amigo pode ficar sozinho ou fazer dupla uma única vez com algum outro amigo. Encontre o número total de maneiras em que os amigos podem ser organizados.

Entrada:  $n = 3$

Saída : 4

Explicação:

$\{1\}, \{2\}, \{3\}$  : 3 amigos sozinhos                       $\{1\}, \{2,3\}$  : 1 sozinho, 1 dupla com 2 e 3  
 $\{1,2\}, \{3\}$  : 1 dupla com 1 e 2, 3 sozinho       $\{1,3\}, \{2\}$  : 1 dupla com 1 e 3, 2 sozinho

```
int duplas(int N){
    if (N < 0) return 0;
    vector<int> v;
    v.resize(N+1, 0);
    v[1] = 1;
    v[2] = 2;
    for (int i = 3; i <= N; i++){
        v[i] = v[i-1] + (i-1)*v[i-2];
    }
    return v[N];
}
```

2. Dado um madeira de  $n$  metros e um vetor de preços que contém os preços de todas as peças de tamanho menor que  $n$ . Determine o valor máximo obtido cortando a madeira e vendendo as peças. Por exemplo, se o comprimento da madeira é 8 e o vetor de preços abaixo então o valor máximo é 22 ( cortando em dois pedaços de comprimento 2 e 6).

comprimento	1	2	3	4	5	6	7	8
preço	1	5	8	9	10	17	17	20

3. Pedro Henrique trabalha no caixa de um supermercado. Ele precisa passar o troco milhares de vezes durante o dia. Só que ele apaixonado por moedas e quer entregar o menor números de moedas possível a cada cliente. Dado um valor  $N$  e um estoque infinito de cada uma das  $M$  moedas de diferentes valores  $m_1, m_2, \dots, m_M$ , desenvolva um algoritmo que encontra quais e quantas moedas você deve entregar ao cliente de modo que o total de moedas seja o mínimo possível. Por exemplo, dado  $N=49$  e 5 moedas de valores 1,5,6,13,27 o menor número de moedas para  $N=49$  são duas moedas de valor 5, duas moedas de 6 e um moeda de 27.
4. Enoque e Leonardo encontraram um tesouro secreto no campus de Quixadá. O tesouro é composto por  $n$  itens de valores diferentes  $v_1, v_2, \dots, v_n$ . Eles querem saber se é possível particionar os itens do tesouro em dois

subconjuntos de tal maneira que ambos recebam o mesmo valor. Por exemplo, se eles encontrarem um tesouro composto por 3 itens de valores 1, 5, 11 e 5. Esse tesouro pode ser particionado como  $\{1, 5, 5\}$  e  $\{11\}$

5. Pedro Olímpio tem uma capacidade impressionante, dada uma sequência qualquer, ele consegue dizer o tamanho da maior subsequência palindrome contida na sequência dada. Desenvolva um algoritmo com a mesma capacidade do Pedro Olímpio. Por exemplo, se a sequência é "BBABCBCAB", então o tamanho da maior subsequência palindrome é 7 e "BABCBAB" é um subsequência palindrome com esse tamanho.
6. Nas suas horas vagas, Décio gosta de descobrir o número mínimo de caracteres que precisam ser inserido em um string para que ela torne-se palindrome. Porém, ele faltou a aula de Programação Dinâmica e agora não sabe resolver este problema de maneira ótima. Desenvolva um algoritmo para o Décio que dada uma string qualquer, devolva o número mínimo de caracteres que precisam ser inseridos. Por exemplo, dada a string  $s = \text{"Ab3bd"}$ , o número mínimo de caracteres que precisa ser inserido é 2 e podemos obter "dAb3bAd" ou "Adb3bdA".
7. Dado um vetor de  $n$  inteiros positivos. Desenvolva um algoritmo para encontrar a subsequencia de soma máxima tal que os inteiros na subsequência estão ordenados em ordem crescente. Por exemplo, se a entrada é  $\{1, 101, 2, 3, 100, 4, 5\}$ , então a saída deve ser  $\{1, 2, 3, 100\}$ .
8. Daiane propôs um novo jogo para Décio chamado particionamento palindrome . Dada uma string, o particionamento palindrome é um particionamento da string que toda substring da partição é um palindrome. Por exemplo, "aba|b|bbabb|a|b|aba" é um particionamento palindrome de "ababbbabbababa". Desenvolva um algoritmo que encontra o número mínimo de partições necessárias de uma partição palindrome.
9. Um número é não-decrescente se todo dígito (exceto o primeiro) é menor ou igual ao dígito anterior. Por exemplo, 223, 44555667 e 899 são números não-decrescente. Dado o número de dígitos  $n$ , devolva a quantidade de números não-decrescente de  $n$  dígitos.
10. Dada uma string  $s$ , a tarefa é contar o número de subsequência da forma  $a^i b^j c^k$ , onde  $i \geq 1$ ,  $j \geq 1$  e  $k \geq 1$ . Duas subsequência são consideradas diferentes se os índices escolhidos da sequência inicial para formar as duas subsequência são diferentes.

Entrada : abcabc

Saída : 7

Explicação: As subsequências são abc, abc, abbc, aabc, abcc, abc e abc

11. Existem 100 diferentes tipos de bonés cada um tem um identificador único de 1 a 100. Além disso, existem  $n$  pessoas cada um com uma coleção de bonés. Um dia todas essas pessoas decidem ir a uma festa usando boné, porém elas decidiram que nenhuma delas vai usar um boné do mesmo tipo. Desenvolva um algoritmo que encontre o número total de formas tais que nenhuma delas está usando um boné do mesmo tipo. A primeira linha da entrada contém o valor  $n$ , as  $n$  linhas seguintes contém a coleções de cada uma das pessoas.

**Entrada**

3

5 100 1 // Coleção da primeira pessoa

2 // Coleção da segunda pessoa

5 100 // Coleção da terceira pessoa

## Saída

4

**Explicação:** Todas as maneiras possíveis são (5,2,100),(100,2,5),(1,2,5) e (1,2,100).

Descreva a estrutura recursiva do seguinte problema:

$Count_{S,j}$  = Número de maneiras que podemos atribuir os bonés identificados [1..j] para as pessoas do conjunto S.

Considere os seguintes casos na estrutura recursiva:

- (a) O boné  $j$  não faz parte da coleção de nenhuma pessoa do conjunto S.
- (b) O boné  $j$  faz parte da coleção de um ou mais pessoas do conjunto S.

Defina os seguintes casos bases:  $Count_{\emptyset,j} = ?$  e  $Count_{S,0} = ?$