Atividade de Estrutura de Dados
Semana 2

1. Nesta versão do quebra-cabeça estendida da Torre de Hánoi, temos 4 pinos verticais e vários discos de vários tamanhos. Cada disco tem um buraco no centro para encaixar nos pinos.

   As regras do quebra-cabeça são as seguintes:

   - O quebra-cabeça começa com todos os discos colocados em um dos pinos. Eles são colocados em ordem do maior para o menor, de baixo para cima.
   - O objetivo do quebra-cabeça é mover todos os discos para o último pino.
   - Apenas um disco pode ser movido por vez, e os discos são sempre colocados em pinos.
   - Os discos só podem ser movidos para um pino vazio ou para um disco maior.

   Apresente o pseudocódigo que resolve esse quebra-cabeça.

2. O número de Stirling do segundo tipo calcula o número de maneira de particionar n elementos em k subconjuntos não-vazios, denotado por $\left\{ {n \atop k} \right\}$. Lembrando que a cardinalidade da união dos subconjuntos deve ser igual a n. Por exemplo, o conjunto $\{$a,b,c,d$\}$ pode ser particionado em 2 subconjuntos não-vazios de 7 maneiras diferentes:

   - $\{$a$\}$ e $\{$b,c,d$\}$
   - $\{$a,b$\}$ e $\{$c,d$\}$
   - $\{$b$\}$ e $\{$a,c,d$\}$
   - $\{$a,b,c$\}$ e $\{$d$\}$
   - $\{$b,c$\}$ e $\{$a,d$\}$
   - $\{$a,b,d$\}$ e $\{$c$\}$
   - $\{$a,c$\}$ e $\{$b,d$\}$

   (a) Proponha uma definição recursiva para $\left\{ {n \atop k} \right\}$. [Dica: Escolha um objeto qualquer entre os n objetos disponíveis, ele pode formar um subconjunto unitário ou participar de algum outro subconjunto não-vazio.]

   (b) De quantas maneiras eu consigo particionar n objetos em 0 subconjuntos não vazios, ou seja, qual é o valor $\left\{ {n \atop 0} \right\}$?

   (c) De quantas maneiras eu consigo particionar 0 objetos em 0 subconjuntos não vazios, ou seja, qual é o valor de $\left\{ {0 \atop 0} \right\}$?

   (d) De quantas maneiras eu consigo particionar n objetos em 1 subconjuntos não vazios, ou seja, qual é o valor de $\left\{ {n \atop 1} \right\}$?

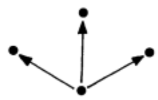
   (e) De quantas maneiras eu consigo particionar n objetos em n subconjuntos não vazios, ou seja, qual é o valor de $\left\{ {n \atop n} \right\}$?

   (f) Preencha a seguinte tabela de número de Stirling de segundo tipo:
   Preencha a seguinte tabela de números binomias:

n/k	0	1	2	3	4
0		X	X	X	X
1			X	X	X
2				X	X
3					X
4					

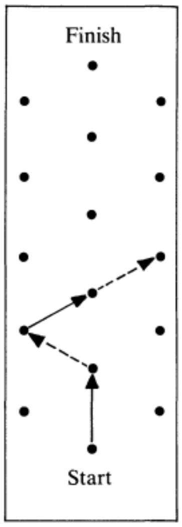
3. O jogo da escalada é um jogo para dois jogadores. Um lápis é colocado no ponto rotulado ”start” e o os jogadores se revezam para deslizar este lápis pela grade de pontos conforme as seguintes regras:

   - A cada turno, o lápis só pode ser movido para um ponto mais alto que sua posição atual.
   - Cada movimento pode, portanto, ocorrer apenas em um das três direções.

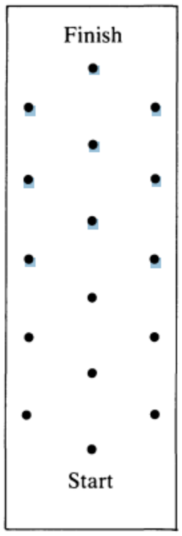
   

   - O primeiro jogador que desliza o lápis para o ponto rotulando com ”finish” ganha o jogo.

   (a) Este diagrama seguinte mostra o início de um jogo, jogado entre Sara e Paulo. Os movimentos de Sarah são indicados por setas sólidas. Os movimentos de Paulo são indicados por setas pontilhadas. É a vez de Sarah. Ela tem dois movimentos possíveis. Mostre que a partir de um desses movimentos Sarah pode garantir que ela ganha, independente dos movimentos realizados por Paulo.

   (b) Se o jogo for jogado desde o início e Sara tem o primeiro movimento, então ela sempre pode ganhar o jogo se ela jogar corretamente. Explique como Sarah deve jogar para ter certeza de ganhando. [Dica: Para construir a estratégia vencedora para a Sara, utilize os rótulos W para uma ponto vencedor e L para um ponto perdedor. Analise se o processo de rotulação deve ser realizado a partir dos pontos próximos do Start ou do Finish.]


Finish
Start