Atividade de Estrutura de Dados
Semana 3

1. Desenhe o gráfico das seguinte funções:

   a) $f(n) = n$

   b) $g(n) = \log_2 n$

   c) $h(n) = n \log_2 n$

   Dica: Use o site `https://www.wolframalpha.com/` com o comando

   `plot n, log_2 n, n log_2 n from n = 1 to 8`

   para conferir sua solução.
2. Ordene as funções da questão anterior por ordem de crescimento.
3. Considere o seguinte algoritmo:

Algorithm 1 prog1(n)

```
1: a ← 0
2: i ← 1
3: while i ≤ n do
4:     j ← 1
5:     while j ≤ n do
6:         a ← a + i + j
7:         j ← j + 1
8:     end while
9:     i ← i + 1
10: end while
11: return a
```

   a) Preencha a seguinte tabela abaixo que relaciona o valor da entrada com o número de vezes que as Linhas 3, 5 , 7 e 9 são executadas:

n	Linha 3	Linha 5	Linha 7	Linha 9
1	2	2	1	1
2				
3				

Quando N=1, a Linha 3 e 5 serão executada 2 vezes e as Linhas 7 e 9 serão executadas apenas 1 vez.

b) Analise o código acima e encontre a linha que será executada o maior o número de vezes.

c) Encontre uma função que relaciona o tamanho da entrada e o número de execuções da linha mais executada. Por exemplo, $f(n) = 3n$, o número de execuções da linha mais executada será três vezes o valor de n.

4. Considere o seguinte algoritmo:

Algorithm 2 prog2(n)

1: $a \leftarrow 0$
2: $i \leftarrow 1$
3: **while** $i \leq n$ **do**
4: $\quad a \leftarrow a + i$
5: $\quad i \leftarrow 2 * i$
6: **end while**
7: **return** a

a) Preencha a seguinte tabela abaixo que relaciona o valor da entrada com o número de vezes que a Linha 3 será executada:

n	Linha 3
1	2
2	
4	
8	
N	

Quando N=1, a Linha 3 será 2 vezes.

b) Encontre uma função que relaciona o tamanho da entrada e o número de vezes que a Linha 3 será executada. Por exemplo, $f(n) = 3n$, o número de execuções da linha mais executada será três vezes o valor de n.

c) Encontre uma função recursiva que relaciona o tamanho da entrada e o número de vezes que a Linha 3 será executada. [Dica: Assuma que n é uma potência de 2.]

5. Considere o seguinte algoritmo:

Algorithm 3 prog3(n)

1: $a \leftarrow 0$
2: $i \leftarrow 1$
3: **while** $i \leq n$ **do**
4:     $j \leftarrow 1$
5:     **while** $j \leq n$ **do**
6:         $a \leftarrow a + i + j$
7:         $j \leftarrow 2 * j$
8:     **end while**
9:     $i \leftarrow i + 1$
10: **end while**
11: **return** a

a) Preencha a seguinte tabela que relaciona o valor da entrada e o número de vezes que a Linha 5 será executada:

n	Linha 5
1	2
2	
4	
8	

Quando N=1, a Linha 5 serão executada 2 vezes.

b) Encontre uma função que relaciona o valor da entrada e o número de execuções da Linha 5 Por exemplo, $f(n) = 3n$, o número de execuções da linha mais executada será três vezes o valor de n.

c) Encontre uma função recursiva que relaciona o tamanho da entrada e o número de vezes que a Linha 5 será executada. [Dica: Assuma que n é uma potência de 2.]

6. Considere o seguinte algoritmo:

Algorithm 4 prog4(n)

1: $a \leftarrow 0$
2: $i \leftarrow n$
3: **while** $i \geq 1$ **do**
4:     $a \leftarrow a + i$
5:     $i \leftarrow i/2$
6: **end while**
7: **return** a

a) Preencha a seguinte tabela abaixo que relaciona o valor da entrada com o número de vezes que a Linha 3 será executada:

n	Linha 3
1	2
2	
4	
8	

Quando N=1, a Linha 3 será 2 vezes.

b) Encontre uma função que relaciona o tamanho da entrada e o número de vezes que a Linha 3 será executada. Por exemplo, $f(n) = 3n$, o número de execuções da linha mais executada será três vezes o valor de n.

7. A análise assintótica permite estabelecer uma relação de comparação do crescimento de duas funções f e g

$$f \text{ não cresce mais do que a função } g$$

Todas as funções que não crescem mais do que a função g formam um conjunto:

$$\mathcal{O}(g) = \{f | f \text{ não cresce mais do que a função } g\ \}$$

Note que essa relação não pode ser influenciada por constante e por número pequenos. Logo, dizemos que

$$f(n) = 3n + 5 \text{ não cresce mais do que a função } g(n) = n$$

Formalmente, dizemos que uma função $f(n)$ não cresce mais do que uma função $g(n)$ se existem duas constantes inteiras c e n_0 tal que

$$f(n) \leq cg(n), \forall n \geq n_0$$

Por exemplo,

$$\begin{aligned} 3n + 5 &\leq 3n + n (n \geq 5) \\ &\leq 4n (n \geq 5) \end{aligned}$$

Estabelecemos que a função $f(n)$ não cresce mais que a função $g(n)$ usando $c = 4$ e $n_0 \geq 5$

Podemos encontrar outros valores para essas duas constantes:

c	n_0
4	5
5	3
6	2
7	2
8	1

Mostre que a função $f(n) = 2n^2 + 100n$ não cresce mais que a função $g(n) = n^2$. Preencha a tabela abaixo, com pelo menos 3 valores das constantes inteiras c e n_0:

c	n_0