# Olimpíada Brasileira de Informática 2018 Modalidade Iniciação Nível Júnior Fase Local

Projeto Semeando Talentos<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal do Ceará - Campus de Quixadá

#### Troco

No Brasil há notas de R\$ 100, R\$ 50, R\$ 20, R\$ 10, R\$5 e R\$2.

**Questão 1.** Qual o menor número de notas que um comerciante pode dar como troco, usando apenas notas, para um cliente que deu três notas de R\$ 100 para pagar uma mercadoria que custa R\$ 201?

- (A) 5
- (B) 6
- (C) 7
- (D) 8
- (E) 9











































#### Troco

No Brasil há notas de R\$ 100, R\$ 50, R\$ 20, R\$ 10, R\$5 e R\$2.

**Questão 1.** Qual o menor número de notas que um comerciante pode dar como troco, usando apenas notas, para um cliente que deu três notas de R\$ 100 para pagar uma mercadoria que custa R\$ 201?

- (A) 5
- (B) 6
- (C) 7
- (D) 8
- (E) 9

No Brasil há notas de R\$ 100, R\$ 50, R\$ 20, R\$ 10, R\$5 e R\$2.

**Questão 2.** Qual o menor número de notas que um cliente pode usar para pagar uma mercadoria que custa R\$ 201, usando apenas notas?

- (A) 5
- (B) 6
- (C) 7
- (D) 8
- (E) 9

No Brasil há notas de R\$ 100, R\$ 50, R\$ 20, R\$ 10, R\$5 e R\$2.

- Vamos continuar utilizando notas de maiores valores para formar o valor. Se optarmos pelas de menor valor, o número de notas irá ser maior.
- Se utilizarmos duas notas de R\$ 100,00 n\u00e3o teremos como completar o valor, veja:



No Brasil há notas de R\$ 100, R\$ 50, R\$ 20, R\$ 10, R\$5 e R\$2.

- Vamos continuar utilizando notas de maiores valores para formar o valor. Se optarmos pelas de menor valor, o número de notas irá ser maior.
- Se utilizarmos duas notas de R\$ 100,00 n\u00e3o teremos como completar o valor, veja:







No Brasil há notas de R\$ 100, R\$ 50, R\$ 20, R\$ 10, R\$5 e R\$2.



No Brasil há notas de R\$ 100, R\$ 50, R\$ 20, R\$ 10, R\$5 e R\$2.





No Brasil há notas de R\$ 100, R\$ 50, R\$ 20, R\$ 10, R\$5 e R\$2.







No Brasil há notas de R\$ 100, R\$ 50, R\$ 20, R\$ 10, R\$5 e R\$2.









No Brasil há notas de R\$ 100, R\$ 50, R\$ 20, R\$ 10, R\$5 e R\$2.











No Brasil há notas de R\$ 100, R\$ 50, R\$ 20, R\$ 10, R\$5 e R\$2.













No Brasil há notas de R\$ 100, R\$ 50, R\$ 20, R\$ 10, R\$5 e R\$2.















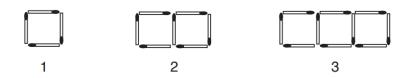


No Brasil há notas de R\$ 100, R\$ 50, R\$ 20, R\$ 10, R\$5 e R\$2.

**Questão 2.** Qual o menor número de notas que um cliente pode usar para pagar uma mercadoria que custa R\$ 201, usando apenas notas?

- (A) 5
- (B) 6
- (C) 7
- (D) 8
- (E) 9

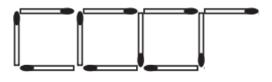
Uma linha de quadrados é construída usando palitos de fósforo, como mostrado na figura abaixo.



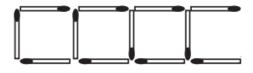
**Questão 3.** Quantos palitos são necessários para construir a linha que tem cinco quadrados?

- (A) 10
- (B) 12
- (C) 13
- (D) 16
- (E) 20

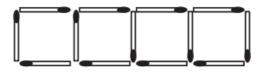
A partir da linha de 3 quadrados, vamos adicionar um fósforo de cada vez até que se formem todos os 5



Para isso, vamos adicionar um fósforo de cada vez até que se formem os 5 quadrados.

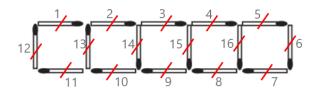


Para isso, vamos adicionar um fósforo de cada vez até que se formem os 5 quadrados.



Colocando os fósforos da mesma forma que vimos antes, chegaremos na linha de 5 quadrados como queríamos:





Resposta: 16 palitos de fósforo

- O ideal é achar um padrão para calcular a quantidade para qualquer número de quadrados.
- Podemos observar que para formar 1 quadrado precisamos de 4 palitos. Para formar 2 quadrados, precisamos de 7 palitos.







Portanto, podemos calcular a quantidade de palitos a partir do número de quadrados utilizando a seguinte fórmula:

$$p = (q * 3) + 1$$

Sendo  ${\bf p}$  a quantidade de *palitos* e  ${\bf q}$  a quantidade de *quadrados*.

$$p=(q*3)+1$$



$$p = (2 * 3) + 1 = 6 + 1 = 7$$



$$p = (3 * 3) + 1 = 9 + 1 = 10$$



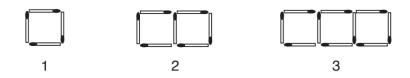


$$p = (q * 3) + 1$$

$$p = (5*3) + 1 = 15 + 1 = 16$$

#### Questão 2 (2018) - Iniciação Nível Júnior

Uma linha de quadrados é construída usando palitos de fósforo, como mostrado na figura abaixo.



**Questão 3.** Quantos palitos são necessários para construir a linha que tem cinco quadrados?

- (A) 10
- (B) 12
- (C) 13
- (D) 16
- (E) 20

**Questão 4.** Quantos palitos são necessários para construir a linha com 21 quadrados?

- (A) 64
- (B) 67
- (C) 75
- (D) 84
- (E) 91

Agora podemos utilizar a fórmula que encontramos. Dessa vez, vamos substituir o valor de 21 quadrado para encontrar a quantidade necessária de palitos, portanto temos:

$$p = (q * 3) + 1$$

Para q = 21,

$$p = (21 * 3) + 1$$

$$p = (63) + 1$$

Logo,

$$p = 64$$



**Questão 4.** Quantos palitos são necessários para construir a linha com 21 quadrados?

- (A) 64
- (B) 67
- (C) 75
- (D) 84
- (E) 91

**Questão 5.** Quantos quadrados tem a linha com o maior número de quadrados que é possível construir com uma caixa de palitos de fósforo que contém 42 palitos?

- (A) 10
- (B) 11
- (C) 12
- (D) 13
- (E) 14

$$p = (q * 3) + 1$$

$$p = (q * 3) + 1$$

$$42 = (q * 3) + 1$$

$$p = (q * 3) + 1$$

$$42 = (q*3) + 1$$

$$(q*3)=41$$

$$p = (q * 3) + 1$$

$$42 = (q*3) + 1$$

$$(q*3)=41$$

$$q = 41 \div 3$$

$$p = (q * 3) + 1$$

$$42 = (q*3) + 1$$

$$(q*3)=41$$

$$q = 41 \div 3$$

$$q = 13,66$$

Utilizando nossa fórmula, vamos descobrir quantos quadrados podem ser formados com 42 palitos:

$$p = (q * 3) + 1$$

$$42 = (q * 3) + 1$$

$$(q * 3) = 41$$

$$q = 41 \div 3$$

$$q = 13,66$$

Como não existem 13,66 quadrados, podemos assumir que para 42 palitos, é possível formar uma linha de **13 quadrados**.

**Questão 5.** Quantos quadrados tem a linha com o maior número de quadrados que é possível construir com uma caixa de palitos de fósforo que contém 42 palitos?

- (A) 10
- (B) 11
- (C) 12
- (D) 13
- (E) 14

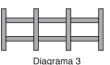
Maria está construindo uma cerca com postes e traves de madeira, como nos diagramas abaixo. Cada trave tem um metro de comprimento. Vamos desconsiderar a largura dos postes, e dessa forma a cerca do diagrama 1 tem um metro de comprimento, a cerca do diagrama 2 tem dois metros de comprimento e a cerca do diagrama 3 tem três metros de comprimento.



2 postes, 2 traves



3 postes, 4 traves



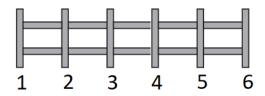
4 postes, 6 traves

Questão 6. Quantas traves terá uma cerca com seis postes?

- (A) 6
- (B) 10
- (C) 12
- (D) 14
- (E) 16

### Solução (Cerca de Madeira)

Para 6 postes, temos a seguinte representação:



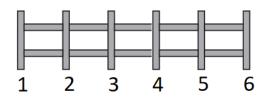
- Podemos notar cada poste é comporta 2 traves.
- Já a última trave não comporta, ela apenas é usada para completar a última certa.
- Portanto, podemos assumir a seguinte função genérica para qualquer quantidade de cerca:

$$traves(n) = (n * 2) - 2$$

Sendo n a quantidade de postes.



### Solução (Cerca de Madeira)



Portanto, para n = 6, temos:

$$traves(6) = 6 * 2 - 2$$

Logo,

$$traves(6) = 10$$

Questão 6. Quantas traves terá uma cerca com seis postes?

- (A) 6
- (B) 10
- (C) 12
- (D) 14
- (E) 16

**Questão 7**. Se Maria tem exatamente 27 traves e 17 postes, quantos metros de comprimento tem a maior cerca ela pode construir?

- (A) 13
- (B) 16
- (C) 17
- (D) 26
- (E) 27

## Solução (Cerca de Madeira)

Como o número de traves sempre deve ser par, vamos considerar que Maria poderá utilizar no máximo 26 traves. Com isso, vamos calcular o número de postes que serão utilizados para construir a cerca:

$$traves(n) = n * 2 - 2$$
$$n * 2 = 2 + 26$$
$$n = 28 \div 2$$
$$n = 14$$

Dos 17 postes disponíveis, Maria só poderá utilizar 14.

Lembrando que cada trave possui 1m, podemos descobrir o comprimento da cerca a partir do número de postes. Temos que em metros, o comprimento será

$$comprimento(n) = n - 1$$

onde n é o número de postes.

Agora que temos o número de postes utilizadas, podemos calcular o comprimento da cerca:

$$comprimento(14) = 14 - 1$$
  
 $comprimento(14) = 13$ 

**Questão 7**. Se Maria tem exatamente 27 traves e 17 postes, quantos metros de comprimento tem a maior cerca ela pode construir?

- (A) 13
- (B) 16
- (C) 17
- (D) 26
- (E) 27

**Questão 8**. Cada poste custa R\$ 10,00 e cada trave custa R\$ 5,00. Qual o custo de uma cerca com onze metros de comprimento?

- (A) R\$ 180,00
- (B) R\$ 190,00
- (C) R\$ 200,00
- (D) R\$ 210,00
- (E) R\$ 230,00

• Se uma cerca possui onze metros de comprimento, então a quantidade de postes é 12.

- Se uma cerca possui onze metros de comprimento, então a quantidade de postes é 12.
- A quantidade de traves para n postes é 2 \* n 2, ou seja, precisaremos 2 \* 12 2 = 22 traves.
- Se cada poste custa R\$10,00, então o valor gasto será:

$$R$10 * 12 = R$120,00$$

- Se uma cerca possui onze metros de comprimento, então a quantidade de postes é 12.
- A quantidade de traves para n postes é 2 \* n 2, ou seja, precisaremos 2 \* 12 2 = 22 traves.
- Se cada poste custa R\$10,00, então o valor gasto será:

$$R$10 * 12 = R$120,00$$

Se cada trave custa R\$5,00, então o valor gasto será:

$$R$5 * 22 = R$110,00$$

- Se uma cerca possui onze metros de comprimento, então a quantidade de postes é 12.
- A quantidade de traves para n postes é 2 \* n 2, ou seja, precisaremos 2 \* 12 2 = 22 traves.
- Se cada poste custa R\$10,00, então o valor gasto será:

$$R$10 * 12 = R$120,00$$

Se cada trave custa R\$5,00, então o valor gasto será:

$$R$5 * 22 = R$110,00$$

Logo, o custo total de uma cerca com onze metros de comprimento será:

$$R$120,00 + R$110,00 = R$230,00$$



**Questão 8**. Cada poste custa R\$ 10,00 e cada trave custa R\$ 5,00. Qual o custo de uma cerca com onze metros de comprimento?

- (A) R\$ 180,00
- (B) R\$ 190,00
- (C) R\$ 200,00
- (D) R\$ 210,00
- (E) R\$ 230,00

## Viagens de Ônibus

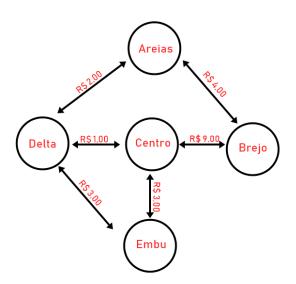
Uma cidade tem exatamente cinco bairros: Areias, Brejo, Centro, Delta e Embu. Existem exatamente seis linhas de ônibus ligando os bairros, com os seguintes preços de passagens (o preço é o mesmo para a ida ou a volta):

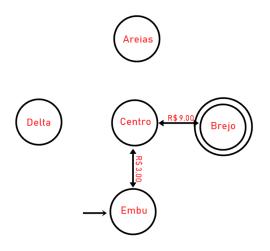
- (1) Centro Brejo: R\$ 9,00
- (2) Delta Embu: R\$ 3,00
- (3) Centro Embu: R\$ 3,00
- (4) Areias Brejo: R\$ 4,00
- (5) Centro Delta: R\$ 1,00
- (6) Areias Delta: R\$ 2,00

# Viagens de Ônibus

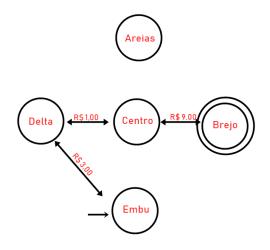
**Questão 9**. Qual o menor valor total em passagens para ir de ônibus de Embu para Brejo?

- (A) R\$ 5,00
- (B) R\$ 7,00
- (C) R\$ 9,00
- (D) R\$ 13,00
- (E) R\$ 14,00

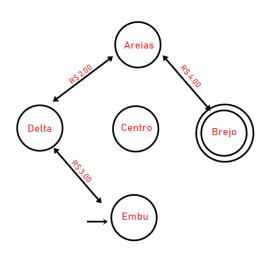




$$Total = R$3,00 + R$9,00 = R$12,00$$



$$Total = R$3,00 + R$1,00 + R$9,00 = R$13,00$$



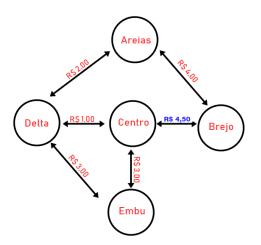
$$Total = R$3,00 + R$2,00 + R$4,00 = R$9,00$$

## Viagens de Ônibus

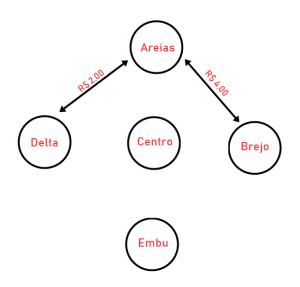
**Questão 10**. Aos domingos o preço da passagem Centro – Brejo é promocional e custa metade do preço normal. Nesse caso, qual o menor valor em passagens para ir de ônibus de Brejo para Delta?

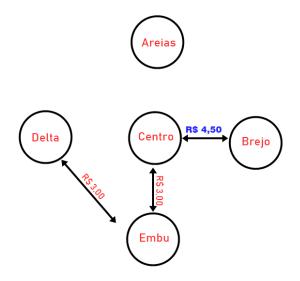
- (A) R\$ 2,00
- (B) R\$ 4,50
- (C) R\$ 5,50
- (D) R\$ 6,00
- (E) R\$ 9,50

Com o valor promocional alterado, temos as as seguintes rotas:

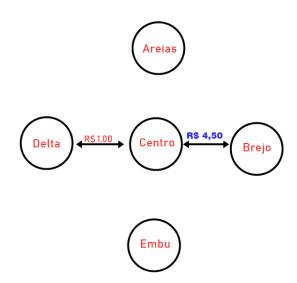


Em seguida, vamos visualizar os possível caminhos para Brejo - Delta





**Total** = R\$3,00 + R\$3,00 + R\$4,50 =**R\$10,50** 



Total = R\$1,00 + R\$4,50 = R\$5,50

## Viagens de Ônibus

**Questão 10**. Aos domingos o preço da passagem Centro – Brejo é promocional e custa metade do preço normal. Nesse caso, qual o menor valor em passagens para ir de ônibus de Brejo para Delta?

- (A) R\$ 2,00
- (B) R\$ 4,50
- (C) R\$ 5,50
- (D) R\$ 6,00
- (E) R\$ 9,50

#### Corrida Robótica

Uma nova modalidade de corrida de carros foi inaugurada, chamada de Fórmula R, para carros autônomos (carros sem motorista, dirigidos por robótica).



Na primeira corrida participaram cinco carros, identificados por números, que iniciaram a corrida na seguinte ordem: 22 (primeiro colocadon os treinos), 16, 27, 31 e 13 (último colocado nos treinos).

Uma ultrapassagem ocorre quando um carro passa na frente de um outro

carro.

**Questão 11**. A seguinte ordem de ultrapassagens ocorreu durante a primeira corrida: o carro 27 ultrapassou o carro 16; o carro 13 ultrapassou o carro 31; o carro 16 ultrapassou o carro 27; o carro 16 ultrapassou o carro 22; o carro 27 ultrapassou o carro 22, e então a corrida terminou. Apenas essas ultrapassagens aconteceram. Qual a ordem de chegada dos carros, do primeiro ao último colocado?

- (A) 27, 16, 22, 13, 31
- (B) 22, 27, 16, 31, 13
- (C) 22, 16, 27, 31, 13
- (D) 16, 22, 27, 13, 31
- (E) 16, 27, 22, 13, 31

Vamos utilizar a cor **verde** para o carro que irá ultrapassar e **vermelho** para o que será ultrapassado.

• Início da corrida:

1°	2°	3°	4°	5°
22	16	27	31	13

• O carro 27 ultrapassou o carro 16:

1°	2°	3°	4°	5°
22	16	27	31	13

1°	2°	3°	4°	5°
22	27	16	31	13

• O carro 13 ultrapassou o casso 31

1°	2°	3°	4°	5°
22	27	16	31	13

1°	2°	3°	4°	5°
22	27	16	13	31

• O carro 16 ultrapassou o carro 27:

1°	2°	3°	4°	5°
22	27	16	13	31

1°	2°	3°	4°	5°
22	16	27	13	31

• O carro 16 ultrapassou o casso 22



• O carro 27 ultrapassou o carro 22:

1°	2°	3°	4°	5°
16	22	27	13	31

1°	2°	3°	4°	5°
16	27	22	13	31

**Questão 11**. A seguinte ordem de ultrapassagens ocorreu durante a primeira corrida: o carro 27 ultrapassou o carro 16; o carro 13 ultrapassou o carro 31; o carro 16 ultrapassou o carro 27; o carro 16 ultrapassou o carro 22; o carro 27 ultrapassou o carro 22, e então a corrida terminou. Apenas essas ultrapassagens aconteceram. Qual a ordem de chegada dos carros, do primeiro ao último colocado?

- (A) 27, 16, 22, 13, 31
- (B) 22, 27, 16, 31, 13
- (C) 22, 16, 27, 31, 13
- (D) 16, 22, 27, 13, 31
- (E) 16, 27, 22, 13, 31

Questão 12. Na segunda corrida, os carros iniciaram na mesma ordem da primeira corrida (ou seja, 22, 16, 27, 31 e 13). Qual o menor número possível de ultrapassagens durante a segunda corrida, sabendo que os carros terminaram na ordem 13 (vencedor), 22, 16, 31 e 27 (último colocado)?

- (A) 5
- (B) 6
- (C) 7
- (D) 8
- (E) 9

• O menor número possível de ultrapassagens durante uma corrida pode ser obtida contando o número de **inversões** dos carros na largada.

- O menor número possível de ultrapassagens durante uma corrida pode ser obtida contando o número de inversões dos carros na largada.
- Uma **inversão** em uma lista de números  $a_1, ..., a_n$  é um par de números  $(a_i, a_i)$  tal que  $a_i > a_i$  e i < j.

- O menor número possível de ultrapassagens durante uma corrida pode ser obtida contando o número de inversões dos carros na largada.
- Uma **inversão** em uma lista de números  $a_1, \ldots, a_n$  é um par de números  $(a_i, a_i)$  tal que  $a_i > a_i$  e i < j.
- Note que para cada inversão na lista original será necessário uma ultrapassagem.

• Dado a lista de números (22, 16, 27, 31 e 13) temos 5 inversões:

 Dado a lista de números (22, 16, 27, 31 e 13) temos 5 inversões: (22,16)

 Dado a lista de números (22, 16, 27, 31 e 13) temos 5 inversões: (22,16),(22,13)

 Dado a lista de números (22, 16, 27, 31 e 13) temos 5 inversões: (22,16),(22,13),(16,13)

 Dado a lista de números (22, 16, 27, 31 e 13) temos 5 inversões: (22,16),(22,13),(16,13),(27,13)

 Dado a lista de números (22, 16, 27, 31 e 13) temos 5 inversões: (22,16),(22,13),(16,13),(27,13)e (31,13).

- Dado a lista de números (22, 16, 27, 31 e 13) temos 5 inversões: (22,16),(22,13),(16,13),(27,13)e (31,13).
- Essa contagem pode ser feita de maneira iterativa:

número de ultrapassagens
4 ultrapassagens para o carro
13 ficar primeira posição
1 ultrapassagens para o carro
1 ultrapassagens para o carro 16 ficar na segunda posição

• Início da corrida

1°	2°	3°	4°	5°
22	16	27	31	13

• Fim da corrida

1°	2°	3°	4°	5°
13	22	16	31	27

### Sessão de Cinema

Cinco amigas, Ana, Bia, Cris, Duda e Eva querem ir ao cinema, mas a sessão já está quase lotada. Sobraram apenas as cadeiras 1, 2, 3, 4 e 5, todas na primeira fila da plateia.



Elas compraram os ingressos e agora vão decidir quem senta vizinho a quem. As seguintes restrições devem ser obedecidas:

- Ana não quer sentar-se numa cadeira vizinha à cadeira de Bia.
- Eva quer sentar-se numa cadeira vizinha à cadeira de Cris.
- Cris quer sentar-se ou na cadeira 1 ou na cadeira 5.

#### Sessão de Cinema

Questão 14. Qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

- (A) Ana ocupa uma cadeira vizinha à de Duda.
- (B) Bia ocupa uma cadeira vizinha à de Eva
- (C) Duda ocupa uma cadeira vizinha à de Eva.
- (D) Eva ocupa a cadeira 1.
- (E) Bia ocupa a cadeira 3.

• Supondo que Cris quer sentar-se na cadeira 1



• Supondo que Cris quer sentar-se na cadeira 1



• Eva quer sentar-se numa cadeira vizinha à cadeira de Cris

• Supondo que Cris quer sentar-se na cadeira 1



• Eva quer sentar-se numa cadeira vizinha à cadeira de Cris



• Ana não quer sentar-se numa cadeira vizinha à cadeira de Bia.



• Supondo que Cris quer sentar-se na cadeira 5



• Supondo que Cris quer sentar-se na cadeira 5



• Eva quer sentar-se numa cadeira vizinha à cadeira de Cris

• Supondo que Cris quer sentar-se na cadeira 5



• Eva quer sentar-se numa cadeira vizinha à cadeira de Cris



• Ana não quer sentar-se numa cadeira vizinha à cadeira de Bia.



Questão 14. Qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

- (A) Ana ocupa uma cadeira vizinha à de Duda.
- (B) Bia ocupa uma cadeira vizinha à de Eva
- (C) Duda ocupa uma cadeira vizinha à de Eva.
- (D) Eva ocupa a cadeira 1.
- (E) Bia ocupa a cadeira 3.



3.png



Questão 14. Qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

- (A) Ana ocupa uma cadeira vizinha à de Duda.
- (B) Bia ocupa uma cadeira vizinha à de Eva
- (C) Duda ocupa uma cadeira vizinha à de Eva.
- (D) Eva ocupa a cadeira 1.
- (E) Bia ocupa a cadeira 3.



3.png



### Sessão de Cinema

**Questão 15**. Se Bia ocupa a cadeira 5, qual das seguintes alternativas é sempre falsa?

- (A) Eva ocupa a cadeira 2.
- (B) Ana ocupa uma cadeira vizinha à cadeira de Eva.
- (C) Duda ocupa a cadeira 3.
- (D) Ana ocupa a cadeira 3.
- (E) Bia ocupa uma cadeira vizinha à cadeira de Duda.

- (A) Ana não quer sentar-se numa cadeira vizinha à cadeira de Bia.
- (B) Eva quer sentar-se numa cadeira vizinha à cadeira de Cris.
- (C) Cris quer sentar-se ou na cadeira 1 ou na cadeira 5

Se Bia ocupa a cadeira 5, então Cris ocupa a cadeira 1:



Segundo a regra  $\mathbf{b}$ , temos:



- (A) Ana não quer sentar-se numa cadeira vizinha à cadeira de Bia.
- (B) Eva quer sentar-se numa cadeira vizinha à cadeira de Cris.
- (C) Cris quer sentar-se ou na cadeira 1 ou na cadeira 5

E seguindo a regra a:



**Questão 15**. Se Bia ocupa a cadeira 5, qual das seguintes alternativas é sempre falsa?

- (A) Eva ocupa a cadeira 2.
- (B) Ana ocupa uma cadeira vizinha à cadeira de Eva.
- (C) Duda ocupa a cadeira 3.
- (D) Ana ocupa a cadeira 3.
- (E) Bia ocupa uma cadeira vizinha à cadeira de Duda.



**Questão 15**. Se Bia ocupa a cadeira 5, qual das seguintes alternativas é sempre falsa?

- (A) Eva ocupa a cadeira 2.
- (B) Ana ocupa uma cadeira vizinha à cadeira de Eva.
- (C) Duda ocupa a cadeira 3.
- (D) Ana ocupa a cadeira 3.
- (E) Bia ocupa uma cadeira vizinha à cadeira de Duda.

