

Programação Dinâmica

Professor Wladimir

Programação Dinâmica

Brick Wall Patterns

URL: https://onlinejudge.org/index.php?option=com_onlinejudge&Itemid=8&page=show_problem&problem=841

Imagine que você queira construir uma parede de tijolos de comprimento n e altura 2 com tijolos com o comprimento 1 e altura 2 que podem ser rotacionados. Calcule de quantos padrões podemos construir uma parede com comprimento n .

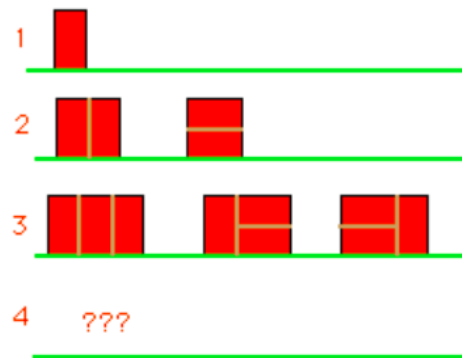
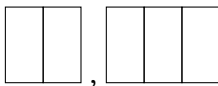


Figura 1: Padrões de construções da parede com tijolos 1 x 2

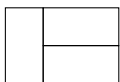
Seja $t(n)$ o número de maneira de construir uma parede $n \times 2$ de comprimento n com altura 2 usando apenas o tijolo 2×1 que podem ser rotacionados.

Primeiramente, vamos investigar como reduzir esse problema para obter instâncias menores do mesmo problema. Observando os padrões de construção da parede 3×2 na Figura , podemos concluir que os últimos tijolos podem ser colocado de duas maneiras diferentes:

- O último tijolo em pé



- Os dois últimos tijolos deitados



No primeiro caso, removendo o último tijolo, reduzimos o comprimento da parede em 1 unidade. No segundo caso, removendo os dois últimos tijolos, reduzimos o comprimento da parede em 2 unidades.

Neste problema, os problemas que podem ser resolvidos diretamente sem o uso das regras acima como caso simples. Observe, novamente na Figura , as paredes de comprimento 1 e 2 podem ser resolvidas diretamente.

Dessa maneira, a definição recursiva para $t(n)$ será:

- **Passo Base:** $t(1) = 1$

- **Passo Base:** $t(2) = 2$
- **Passo Recursivo:** $t(n) = t(n-1) + t(n-2)$

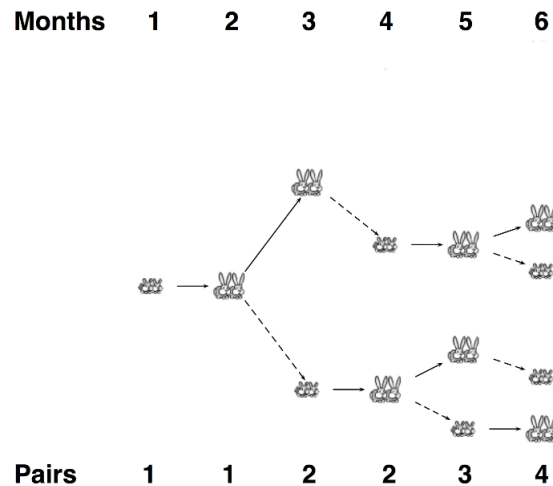
Rabbits and Recurrence Relations

<https://rosalind.info/problems/fib/>

Mortal Fibonacci Rabbits

<https://rosalind.info/problems/fibd/>

Suponha agora os nossos coelhos não vivam para sempre e morrem depois de k meses. Contudo, os coelhos acasalam com um mês de idade e cada fêmea produz um novo par de coelhos a cada mês a partir do segundo mês.



A imagem mostra que ao final de seis meses teremos apenas 4 pares de coelhos considerando que os coelhos morrem após 3 meses.

Quantos pares de coelhos teremos ao final de n meses?

Desenvolva uma função recursiva $f(n, k)$ que devolve o número de pares de coelhos após n meses considerando que os coelhos morrem depois de k meses.

Climbing Stairs

You are given an integer n representing the number of steps to reach the top of a staircase. You can climb with either 1 or 2 steps at a time.

Return the number of distinct ways to climb to the top of the staircase.

Example 1:

Input: $n = 2$

Output: 2

Recursiva

```
1 class Solution {
2 public:
3     int climbStairs(int n) {
4         if(n==1 || n==2) return n;
5         else return climbStairs(n-1) + climbStairs(n-2);
6     }
7 };
```

Bottom-up

```

1 class Solution {
2 public:
3     int climbStairs(int n) {
4         if(n==1 || n == 2) return n;
5
6         int ways[n+1];
7         ways[1] = 1;
8         ways[2] = 2;
9         for(int i = 3; i <= n; i++)
10             ways[i] = ways[i-1] + ways[i-2];
11         return ways[n];
12     }
13 }
14 };

```

Top Down

```

1 class Solution {
2 public:
3     map <int, int> memo;
4     int climbStairs(int n) {
5         if(n==1 || n == 2) return n;
6         if(memo.count(n) > 0){
7             return memo[n];
8         }else{
9             return memo[n] = climbStairs(n-1) + climbStairs(n-2);
10        }
11    }
12 };

```