

Linguagens Formais e Autômatos

Gramática Livre de Contexto

1. Considere a seguinte linguagem:

$$L = \{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ or } i = k\} \quad (1)$$

- (a) Projete uma gramática livre de contexto para L .
- (b) Projete um autômato de pilha para L .
- (c) Escolha uma string $w \in L$ com $|w| \geq 6$
- (d) Mostre uma derivação mais à esquerda para w .
- (e) Construa uma árvore sintática para w .
- (f) Encontre uma string $w \in L$ com $|w| \geq 6$ com duas árvores sintáticas diferentes.
- (g) Escolha uma string $w \in L$ com $|w| \geq 8$. Decomponha w em u, v, x, y, z tal que $|vxy| \leq 8$ e $|vy| > 0$ e $uv^i xy^i z \in L$ para todo $i \geq 0$

2. Considere a seguinte gramática:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSb \\ S &\rightarrow Sb \\ S &\rightarrow \varepsilon \end{aligned}$$

- (a) Liste 4 palavras geradas por essa gramática.
- (b) Dê uma descrição informal da linguagem gerada por essa gramática.
- (c) Mostre que essa gramática é ambígua apresentando uma string que possui duas árvores sintáticas diferentes. Desenhe as duas árvores sintáticas.
- (d) Dê uma gramática não ambígua que aceita a mesma linguagem da gramática acima. Explique sua resposta.
- (e) Escolha uma string $w \in L$ com $|w| \geq 8$. Decomponha w em u, v, x, y, z tal que $|vxy| \leq 8$ e $|vy| > 0$ e $uv^i xy^i z \in L$ para todo $i \geq 0$

3. Considere a seguinte linguagem:

$$L = \{a^n b^m \mid n \leq m \leq 2n\} \quad (2)$$

- (a) Projete uma gramática livre de contexto para L .
- (b) Encontre uma string $w \in L$ com $|w| \geq 5$ com duas árvores sintáticas diferentes.
- (c) Dê uma gramática não ambígua que aceita a mesma linguagem da gramática acima. Explique sua resposta.
- (d) Elimine todas as ε -regras da gramática do item (a) (Transformação DEL).
- (e) Elimine os símbolos terminais das regras com o tamanho do lado direito maior que 1 (Transformação TERM)
- (f) Reduza para regras com o tamanho do lado direito menor ou igual a 2 (Transformação BIN).
- (g) Execute o algoritmo CYK com a string do item (b). Explique como o algoritmo CYK pode ser modificado para identificar se a gramática é ambígua.

4. O lema do bombeamento para linguagens livre de contexto pode ser entendido como um jogo. Suponha que seu oponente acredita que L não é livre de contexto e você acredita que a linguagem é livre de contexto. Você escolhe um valor de p . Depois, seu oponente escolhe uma string w tal que $|w| \geq p$. Você escolhe u, v, x, y, z tal que $w = uvxyz$ satisfazendo $|vxy| \leq p$, $|vy| \geq 1$. Se o seu oponente escolhe um valor de $i \geq 0$ tal que $uv^i xy^i z \notin L$, ele ganha. Caso contrário, você ganha.

A linguagem escolhida foi $L = \{ww \mid w \in \{0,1\}^*\}$ (L não é livre de contexto, ou seja, seu oponente vai ganhar se fizer a escolha errada). Você escolheu $p = 3$ e seu oponente escolhe $w = baabaa$.

- (a) Encontre uma decomposição de w em u, v, x, y e z tal que para todo $i \geq 0$, $uv^i xy^i z \in L$?
- (b) Se você tivesse escolhido $p = 2$ e seu oponente escolhido o mesmo w , você poderia ganhar o jogo?
- (c) Para $p = 3$, qual é a string que seu oponente deveria ter escolhido para vencer o jogo?