

2018 年春季学期《代数结构》期末试题

Edited by [Lyncien](#)

2018.06.27

1.

(1) $6x - 4y = 2$ 的整数解。

(2) $\Sigma = \{A, B, C, D\}$, Σ^+ 是非空行, 给出 Σ^+ 的归纳定义。 Σ^+ 可数吗?

2. $\langle G, * \rangle$ 是群, a 是 22 阶元, b 是 7 阶元, $a^{8x-12} = e$, $b^x = b$ 。求 x 模 77 的解。

3. $\{2, 3, 6, 12, 24, 36\}$

(1) 作出 Hasse 图。

(2) $\{2, 3, 6, 12\}$ 的最大元、最小元、极大元、极小元、最大下界、最小上界。

4.

(1) $(1\ 2\ 4)(1\ 3\ 4) = ?$

(2) 证明 $\{(1\ 2), (1\ 3\ 4)\}$ 的生成子群是 4 阶对称群 S_4 。

5. $f: A \rightarrow B$, 定义 A 上的关系

$$xRy \Leftrightarrow f(x) = f(y)$$

证明: R 是 A 上的等价关系。

6. 证明: 循环群的同态像也是循环群。

7.

(1) $\langle G, * \rangle$ 是群, $|G| \geq 2, \forall a \in G, a^2 = e$, 则存在整数 n 使得 $|G| = 2^n$ 。

(2) $\langle A, \oplus, *, 1, 0 \rangle$ 是布尔代数, $a + b = (a * b') \oplus (b * a')$, 则 $\langle A, + \rangle$ 是交换群。

(3) $\langle A, \oplus, *, 1, 0 \rangle$ 是有限布尔代数, 利用 (1) (2) 证明 $|A| = 2^n$ 。

8. $\langle R, +, * \rangle$ 是环, $|R| \geq 3, \forall a \in R, a^2 = a$, 则 R 中有零因子。