

## Черкасов А. А-06-19 Вариант 24

### Условие задачи

Двумя методами для N значений погрешности  $\epsilon$  (0,1; 0,01; 0,001; ...  $10^{-N}$ ,  $1 \leq N \leq 10$ ) вычислить значение корня для двух заданных функций (№ и №+3 по табл.2) на отрезке [A, B] (0,2) и вывести их в виде таблицы

№	Функция	Методы
24	$\frac{1}{x\sqrt{x+0,3} + e^{-x} + 1/7} - x;$ 0,73153	1) Метод деления отрезка пополам 2) метод хорд
27	$\cos x - e^{-(x+1)^2} + \frac{1}{9} - x;$ 0,77997	1) Метод деления отрезка пополам 2) метод секущих

### Метод деления пополам

На каждом шаге отрезок уменьшается вдвое. В начале каждой итерации находим середину нового отрезка [a, b]. Затем следует определить, с какой стороны от середины отрезка x находится корень  $x^*$ . Для этого достаточно сравнить знаки  $f(x)$  и  $f(b)$  или знаки  $f(x)$  и  $f(a)$ . Если знаки  $f(x)$  и  $f(b)$  не совпадают, то это означает, что  $f(x)$  пересекает ось x на правом полуотрезке [x, b]. Заменяем a на x. Если же знаки  $f(x)$  и  $f(b)$  совпадают, то  $f(x)$  пересекает ось x на левом полуотрезке [a, x]. Заменяем b на x. Итак, в результате выполнения итерации отрезок [a, b] как и прежде, содержит единственный корень, но его длина стала меньше в два раза. Вычисления следует прекратить, если на очередном шаге длина отрезка [a, b] станет меньше  $\epsilon$

### Метод секущих

Метод секущих, в отличие от метода Ньютона, использует не одно, а два начальных приближения, которые мы обозначим соответственно  $x_1$  и  $x_2$ , чтобы найти третье  $x_3$ . За начальные значения  $x_1$  и  $x_2$  берутся соответственно a и b.

Третья точка находится как точка пересечения отрезка, проведенного между точками  $(x_1, f(x_1))$  и  $(x_2, f(x_2))$  по формуле: 
$$x_3 = x_1 - \frac{f(x_1)}{\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}}$$

Из трех приближений к корню оставим два последних (отбрасываем самое старое  $x_1$ ). В методе секущих это делается по следующему правилу:  $x_1 = x_2$ ;  $x_2 = x_3$ . После чего можно заново искать третье значение по формуле (4).

Выполнение итераций можно прекратить при выполнении условия:  $|x_3 - x_2| < \epsilon$  а полученное значение приближения  $x_3$  взять в качестве искомого значения корня.

### Метод хорд

Метод хорд Этот метод вместе с методом бисекции относится к методам дихотомии – как отрезок делится на две части, но на этот раз неравных. Точка деления отрезка находится как точка пересечения отрезка,

проведенного между точками  $(a, f(a))$  и  $(b, f(b))$ , с осью OX по формуле:  $x = a - \frac{f(a)}{\frac{f(b)-f(a)}{b-a}}$

Новые значения  $a$  и  $b$  вычисляются так же, как и в методе бисекции – в зависимости от знаков на границах новых отрезков  $[a, x]$  и  $[x, b]$ . При выполнении итераций по методу хорд может оказаться, что к корню приближается только левая или только правая граница отрезка  $[a, b]$ . Поэтому в качестве меры близости к корню здесь следует применить величину перемещения границы при очередной итерации, которая равна:  $x - a$ , если корень справа от  $x$  и перемещаем  $a$ ,  $d = b - x$ , если корень слева от  $x$  и перемещаем  $b$ .

Необходимая точность будет достигнута при выполнении после очередной итерации неравенства:  $|d| < \varepsilon$  Полученное значение приближения  $x$  надо взять в качестве искомого значения корня.

### Результат работы программы

Отрезок  $[0.1, 1.9]$

Функция 24

Метод Точность	Деление пополам		Метод хорд	
	Корень	Итерации	Корень	Итерации
0.1	0.7	5	0.7	3
0.5	0.6	2	0.7	3
0.01	0.73	8	0.73	4
0.05	0.75	6	0.73	3
0.001	0.732	11	0.732	4
0.005	0.729	9	0.732	4
0.0001	0.7315	15	0.7315	4
0.0005	0.7315	12	0.7315	4
0.00001	0.73153	18	0.73153	4
0.00005	0.73152	16	0.73153	4

Функция 27

Метод Точность	Деление пополам		Метод секущих	
	Корень	Итерации	Корень	Итерации
0.1	0.8	5	0.8	3
0.5	0.6	2	0.7	2
0.01	0.78	8	0.78	4
0.05	0.80	6	0.78	4
0.001	0.779	11	0.780	5
0.005	0.779	9	0.780	5
0.0001	0.7800	15	0.7800	6
0.0005	0.7798	12	0.7800	5
0.00001	0.77996	18	0.77997	6
0.00005	0.77997	16	0.77997	6

Отрезок [0.7,0.8]

Функция 24

Метод Точность	Деление пополам		Метод хорд	
	Корень	Итерации	Корень	Итерации
0.1	0.8	1	0.7	1
0.5	0.8	1	0.7	1
0.01	0.73	4	0.73	2
0.05	0.72	2	0.73	1
0.001	0.732	7	0.732	2
0.005	0.734	5	0.732	2
0.0001	0.7315	10	0.7315	2
0.0005	0.7316	8	0.7315	2
0.00001	0.73152	14	0.73153	3
0.00005	0.73149	11	0.73153	2

Функция 27

Метод Точность	Деление пополам		Метод секущих	
	Корень	Итерации	Корень	Итерации
0.1	0.8	1	0.8	1
0.5	0.8	1	0.8	1
0.01	0.78	4	0.78	2
0.05	0.78	2	0.78	1
0.001	0.780	7	0.780	2
0.005	0.778	8	0.780	2
0.0001	0.7800	10	0.7800	3
0.0005	0.7801	8	0.7800	3
0.00001	0.77997	14	0.77997	3
0.00005	0.77993	11	0.77997	3

**Вывод:** на основе таблицы можно сказать, что самым лучшим методом из рассмотренных является метод хорд – наиболее точный и быстрый метод.

## Код

### CMakeLists.txt

```
cmake_minimum_required(VERSION 3.15)
project(Lab8)
```

```
set(CMAKE_CXX_STANDARD 17)
```

```
add_executable(Lab8 main.cpp)
```

### main.cpp

```
#include <cstdio>
#include <cmath>
#include <cstdlib>
#include "LabFunc.h"
```

```
int main() {
    system("chcp 65001"); //Поддержка кириллицы Входной файл UTF-8
    printf("Введите значения A, B\n");
    int n;
    double a,b;
    try {
        scanf("%lf", &a);
        if (a<=0) throw 1; if (a>=2) throw 2; // Проверка на аномалии с выдачей кода ошибки
        scanf("%lf", &b);
        if (b<=0) throw 3; if (b>=2) throw 4; // Проверка на аномалии с выдачей кода ошибки
        if (b<a) throw 5;
        fflush(stdin);
        printf("Введите количество итераций\n");
        scanf("%d", &n); if (n<1) throw 6; if (n>10) throw 7; // Проверка на аномалии с выдачей
кода ошибки
        double e[n];
        for (int i = 0; i < n; i++) {
            printf("Точность[%d]= ", i + 1);
            scanf("%lf", &e[i]);
            if (floor(e[i]*pow(10,10))==0) throw 8 + i;
            fflush(stdin);
        }

        printf("Для первой функции:\n");
        TableStart(24, a, b); //Начало таблцы
        for (int i = 0; i < n; i++) { //Поиск корня
            int n1 = 0;
            int n2 = 0;
            double x1 = FindRootDiv(a, b, e[i], funcF, &n1); //Деление пополам
            double x2 = FindRootChord(a, b, e[i], funcF, &n2); //Метод хорд
            TableCell(e[i], x1, n1, x2, n2); //Вывод в таблицу
        }
        printf("Для второй функции:\n");
        TableStart(27, a, b); //Начало таблцы
    }
```

```

for (int i = 0; i < n; i++) { //Поиск корня
    int n1 = 0;
    int n2 = 0;
    double x1 = FindRootDiv(a, b, e[i], funcS, &n1); //Деление пополам
    double x2 = FindRootSec(a, b, e[i], funcS, &n2); //Метод хорд
    TableCell(e[i], x1, n1, x2, n2); //Вывод в таблицу
}
}
catch (int errNum) { //Ловим код ошибки
    switch (errNum){ //Обрабатываем
        default:
            errNum-=7;
            printf("Точность[%d] слишком маленькая\n",errNum);
            break;
        case 1:
            printf("\A\ должна быть больше 0\n");
            break;
        case 2:
            printf("\A\ должна быть меньше 2\n");
            break;
        case 3:
            printf("\B\ должна быть больше 0\n");
            break;
        case 4:
            printf("\B\ должна быть меньше 2\n");
            break;
        case 5:
            printf("\A\ не должна быть больше \B\n");
            break;
        case 6:
            printf("\N\ должна быть больше 1\n");
            break;
        case 7:
            printf("\N\ должна не превосходить 10\n");
            break;
    }
}
printf("-----\nPress ENTER"); getc(stdin);
return 0;
}

```

## LabFunc.h

**typedef double** (\*func)(double); //Указатель на функцию типа double с принимаемым значением double

```
double funcF(double x) //Функция N24
{
    return (
        (double)1/(x*sqrt(x+0.3)+exp(-x)+(double)1/(double)7)-x
    );
}
```

```
double funcS(double x) //Функция N27
{
    return (
        cos(x)-exp(-pow(x+(double)1,2))+(double)1/(double)9-x
    );
}
```

```
double FindRootDiv(double a, double b, double e, func f,int *nIter) //Метод деления отрезка
{
    double x,FB,FX;
    if (f(a)*f(b)<0) { //Проверка на наличие корня на отрезке
        do //Цикл с постусловием
        {
            x = (b + a) / (double) 2; //Середина отрезка
            FB = f(b); //F(b) правый край
            FX = f(x); //F(X)
            if (FX * FB < 0) a = x; //Сравнение знаков F(x) и F(b)
            else b = x;
            (*nIter)++;
        } while (fabs(a - b) >= e and FX != 0); //Ищем, пока не пересечем Ох или пока отрезок
        не будет меньше точности(погрешности)
        return x;
    }
    return -1; //если нет - возвращаем -1
}
```

```
double FindRootChord(double a, double b, double e, func f,int *nIter) //Метод хорд
{
    double x,FA,FB,FX,d;
    if (f(a)*f(b)<0) { //Проверка на наличие корня на отрезке
        do //Цикл с постусловием
        {
            FA = f(a); //F(a) левый край
            FB = f(b); //F(b) правый край
            x = a - (FA * (b - a) / (FB - FA));
            FX = f(x); //F(X)
            if (FX * FB < 0) { //Сравнение знаков F(x) и F(b)
                d = fabs(a - x);
                a = x;
            } else {
                d = fabs(b - x);
            }
        }
    }
}
```

```

        b = x;
    }
    (*nIter)++;
} while (d >= e and FX != 0); //Ищем, пока не пересечем Ох или пока один из отрезков
не будет меньше точности(погрешности)
return x;
}
return -1; //если нет - возвращаем -1
}
double FindRootSec(double a, double b, double e, func f,int *nIter) //Метод секущей
{
    double x1,x2,x3,FL,FR,FX;
    x1=a; x2=b;
    if (f(a)*f(b)<0) { //Проверка на наличие корня на отрезке
        do //Цикл с постусловием
        {
            FL = f(x1); //Левый край
            FR = f(x2); //Правый край
            x3 = x1 - FL / (FR - FL) * (x2 - x1);
            FX = f(x3);
            x1 = x2;
            x2 = x3; //Переходим к следующему отрезку
            (*nIter)++;
        } while (fabs(x2 - x1) >= e and FX != 0); //Ищем, пока не пересечем Ох или пока
отрезок не будет меньше точности(погрешности)
        return x3;
    }
    return -1; //если нет - возвращаем -1
}
void TableStart(int n,double a,double b) //Личное удобство для вывода таблицы
{
    char* fname;
    if (n==24) fname =(char*)"    Метод хорд    ";
    else fname=(char*)"    Метод секущих    ";
    printf("Отрезок [%.5f, %.5f]\n",a,b);
    printf("Функция N%d | Деление отрезка   |%s|\n",n,fname);
    printf("|Точность   |Корень   |Итерации |Корень   |Итерации |\n");
}

void TableCell(double e,double x1,int n1, double x2, int n2) //Личное удобство для вывода
таблицы
{
    int z = ceil(fabs(log(e)/log(10)));
    char* r1 = new char[z+2];
    char* r2 = new char[z+2];
    if (x1== -1) r1 = (char*)"Нет корня   ";
    else sprintf(r1,"%.*f",z,x1);
    if (x2== -1) r2 = (char*)"Нет корня   ";
    else sprintf(r2,"%.*f",z,x2);
    printf("|%12.*f|%12s|%9d|%12s|%9d|\n",z,e,r1,n1,r2,n2);
    delete []r1; delete []r2;
}

```