复杂度分析(上)

数据结构与算法

1. 数据结构与算法本质上是解决程序**运行速度快**和**存储空间省**的问题，所以需要通过一个指标，即**时间、空间复杂度**来衡量这个问题
2. 为什么需要复杂度分析
    - 程序测试运行结果会受到测试环境的硬件影响
    - 测试结果受数据规模的影响很大

3. 假设每行代码的运行时间相同，则可得到所有代码的执行时间 **T(n)** 与每行代码的执行次数成正比。
4. 代码块：

```
int cal(int n){
  int sum = 0;              //执行 1 次
  int i = 1:                //执行 1 次
  int j = 1;                //执行 1 次
  for(;i <= n;++i){         //执行 n 次
      j = 1;                //执行 n 次
      for(; j <= n; ++j){   //执行 n^2 次
          sum = sum + i * j;  //执行 n^2 次
      }
  }
}
```

故上述代码执行时间为 $T(n) = (2 * n^2 + 2 * n + 3) * time$ 。

5. 大 O 时间复杂度公式：

$$T(n) = O(f(n))$$

其中，$T(n)$ 代表代码执行时间；n 表示数据规模大小；$f(n)$ 表示每行代码执行的次数总和，O 表示代码的执行时间 $T(n)$ 与 $f(n)$ 表达式成正比。
大 O 时间复杂度实际上并不表示代码真正的执行时间，而是表示代码执行时间随数据规模增长的变化趋势，当 n 很大时，公式中的低阶、常量、系数三部分并不做鱼增长趋势，所以都可以忽略。只需要记录一个最大量级就可以了。
所以上面的 $T(n)$ 的时间复杂度为 $O(n^2)$。

6. 分析代码时间复杂度的方法：
    - 只关注循环执行次数最多的一段代码。
    - 加法法则：总复杂度等于量级最大的那段代码的复杂度
    - 乘法法则：嵌套代码的复杂度等于嵌套内外代码复杂度的乘积

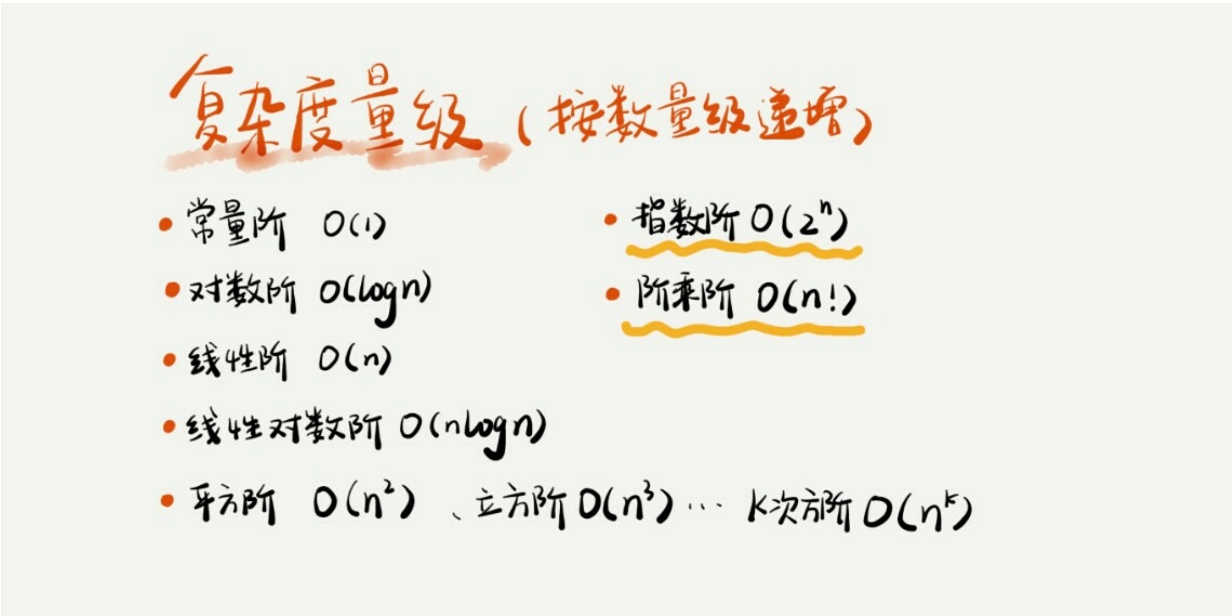
```
  int cal(int n){
      int ret = 0;
```

```
    int i = 1;
    for (; i<n; ++i){
    ret = ret + f(i)
    }
}

int f(int n){
    int sum = 0;
    int i = 1;
    for(; i < n; ++i){
        sum = sum + i;
    }
    return sum;
}
```

单独看 `cal()` 函数，假设 f(n) 只是一个普通的操作，则其 $T1(n) = O(n)$ 。但 f(n) 是一个函数，其时间复杂度是 $T2(n) = O(n)$，所以整个 `cal()` 函数的时间复杂度就是，
$T(n) = T1(n) * T2(n) = O(n * n) = O(n^2)$

7. 常见的时间复杂度量级：



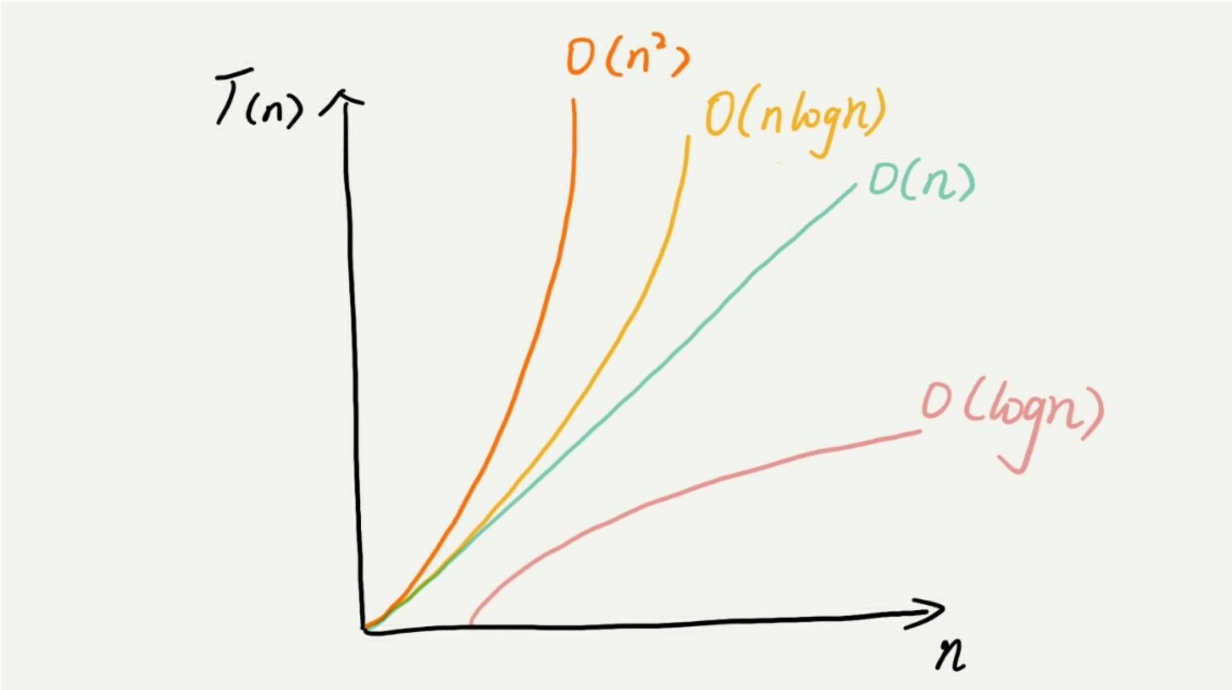
可粗略分为两类：多项式量级和非多项式量级，其中，非多项式量级只有两个：$O(2^n)$ 和 $O(n!)$。其中时间复杂度为非多项式量级的算法问题称作 NP（Non-Deterministic Ploynomial,非确定多项式）问题。
当数据规模 n 越来越大是，非多项式量级算法的执行时间会急剧增加，是非常低效的算法。
其他的量级还有 $O(m + n)$，$O(m * n)$

8. 空间复杂度：类比一下时间复杂度，表示的算法的空间与数据规模之间的增长关系。

```
void print(int n) {
 int i = 0;
 int[] a = new int[n];
 for (i; i <n; ++i) {
   a[i] = i * i;
 }
```

```
7   for (i = n-1; i >= 0; --i) {
8     print out a[i]
9   }
10}
```

第 3 行申请了一个大小为 n 的 int 类型数组，剩下的代码没有占用更多的空间，所以整段代码的空间复杂度就是 $O(n)$。
常用的空间复杂度就是 $O(1)$，$O(n)$，$O(n^2)$。



参考自：极客时间《数据结构与算法之美 》专栏