

复杂度分析（下）

数据结构与算法

复杂度除了大 O 表示法，还有**最好时间复杂度**，**最坏时间复杂度**，**平均时间复杂度**，**均摊时间复杂度**。

```
//n 表示数组 array 的长度
int find(int[] array, int n, int x){
    int i = 0;
    int pos = -1;
    for(; i < n; ++i){
        if(array[i] == x){
            pos = i;
            break;}
    }
    return pos;
}
```

这个程序是查找一个无序数组中 x 变量出现的位置，如果没有找到，就返回 -1，此时代码的时间复杂度就不为 $O(n)$ ，因为变量 x 有可能出现在数组中的任何位置，所以不同情况下，这段代码的时间复杂度是不一样的。

最好时间复杂度：在最理想的情况下，执行这段代码的时间复杂度。此代码为 $O(1)$ 。

最坏时间复杂度：在最糟糕的情况下，执行这段代码的时间复杂度。此代码为 $O(n)$ 。

平均时间复杂度：要查找的变量 x，要么在数组中，要么不在，假设两者概率都为 $1/2$ 。而在数组中 n 个位置上的概率相同，为 $1/n$ ，所以要查找的数据出现在数组中的概率为 $1/(2n)$ ，此时平均时间复杂度的计算过程为：

$$1 \times \frac{1}{2n} + 2 \times \frac{1}{2n} + 3 \times \frac{1}{2n} + \dots + n \times \frac{1}{2n} + n \times \frac{1}{2}$$
$$= \frac{3n+1}{4}$$

即期望值。通过大 O 表示法，克制平均时间复杂度为 $O(n)$ 。

通常只有同一块代码在不同的情况下，时间复杂度有量级的差距，才会通过这三种复杂度表示法区分。

均摊时间复杂度

```
// array 表示一个长度为 n 的数组
// 代码中的 array.length 等于 n
int count = 0;

void insert(int val){
    if (count == array.length){
        int sum = 0;
        for(int i = 0; i < array.length; ++i){
            sum = sum + array[i];
        }
        array[0] = sum;
        count = 1;
    }
    array[count] = val;
    ++count;
}
```

这段代码实现一个往数组中插入数据的功能。当数组满了之后，通过 for 循环将数组遍历求和，并清空数组，将求和之后的 sum 值放到数组第一个位置，再插入新的数据。但是如果数组一开始就有位置，则直接插入。这段代码的最小时间复杂度为 $O(1)$ ，最大时间复杂度为 $O(n)$ ，平均时间复杂度为 $O(1)$ 。

insert() 函数， $O(1)$ 时间复杂度的插入和 $O(n)$ 时间复杂度的插入，出现的频率是有规律的，一个 $O(n)$ 插入之后，紧跟着 $n-1$ 个 $O(1)$ 插入。针对这种特殊场景的时间复杂度分析，采用均摊时间复杂度分析。

每一此 $O(n)$ 插入操作，都会跟着 $n-1$ 次 $O(1)$ 的插入操作，所以把耗时最多的那次操作均摊到接下来的 $n-1$ 次操作行，这一组连续的均摊时间复杂度就是 $O(1)$ 。

参考自：极客时间《数据结构与算法之美》专栏