

# Zadanie Kolokwialne 4

Michał Mikołajczyk (307371), Wojciech Adamiec (310064)

24 maja 2020

## Treść zadania:

Znajdź równanie regresji zachorowań oraz zgonów według piramidy wieku w wybranych krajach. Na podstawie obliczeń wyciągnij odpowiednie wnioski.

## Metoda Liczenia:

Zacznijmy od przedstawienia sposobu obliczenia szukanego równania. W rozwiązaniu skorzystamy z metody pokazanej na wykładzie (notatka 8, punkt *Regresja (względem) wielu zmiennych*).

Niech  $(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}, y_i)$ , dla  $i = 1, \dots, n$  będą niezależnymi obserwacjami. Wtedy wektor  $\beta = [\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k]$  jest rozwiązaniem równania regresji  $Y$  względem zmiennych  $X_1, X_2, \dots, X_k$ , wtedy gdy:

$$\begin{matrix} & X & & \beta & \approx & Y \\ \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nk} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} & \approx & \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Zgodnie z naszą metodą wektor  $\beta$  można zwyczajnie policzyć według wzoru:

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

Rozważając liczbę zachorowań i zgonów w poszczególnych krajach będziemy korzystali z danych z dnia 12 maja (źródło: [WHO](#)). Do analizy piramidy wieku będziemy używać danych z 2019 roku (źródło: [Population Pyramid](#)).

Będziemy analizować dane dotyczące 21 krajów o podanych kodach (tutaj posortowane ze względu na wielkość populacji): USA, RUS, TUR, GER, UK, FRA, ITA, ESP, UKR, POL, ROU, NED, BEL, POR, SWE, BLR, AUT, ISR, SUI, DEN, IRE. Oznacza to, że w naszym przypadku wspomniane wyżej  $n = 21$ .

Wektor  $Y$  będzie u nas sumaryczną liczbą zachorowań (zgonów) w poszczególnych krajach.

Liczbę ludności w danym kraju podzielimy ze względu na następujące przedziały wiekowe: 0-9, 10-19, 20-29, 30-39, 40-49, 50-59, 60-69, 70-79, 80-89, 90+. Przedziałów wiekowych jest

więc  $k = 10$ , zatem każda kolumna macierzy  $X$  będzie oznaczała ilość osób ze względu na przynależność do danego przedziału wiekowego (wewnątrz jednego kraju).

### Omówienie wyników:

Naszą metodą policzyliśmy 4 różne wektory  $\beta$  odpowiadające ilości zarażeń oraz zgonów w wariacie liczbowym oraz procentowym (procent ludności w danym przedziale wiekowym, procent zarażonych/zmarłych do całej populacji kraju). Wyniki prezentują się następująco (do sprawozdania dołączamy również arkusz kalkulacyjny z dokładnymi obliczeniami):

Wektory Beta				
Wiek	Zach.	Zgony	Zach. %	Zgony %
-	-7707.00	-1678.05	0.0169678	0.0019715
0-9	0.10	0.01	0.0000007	-0.0000003
10-19	-0.17	-0.01	-0.0000019	0.0000001
20-29	0.11	0.00	-0.0000033	-0.0000004
30-39	-0.14	-0.01	-0.0000048	-0.0000003
40-49	0.09	0.01	0.0000028	0.0000001
50-59	0.09	0.00	0.0000055	0.0000001
60-69	0.00	0.00	-0.0000029	-0.0000003
70-79	-0.06	0.01	-0.0000031	-0.0000004
80-89	-0.22	-0.02	-0.0000158	-0.0000013
90+	0.53	0.05	0.0000410	0.0000074

Chcielibyśmy na początku wyrazić kilka wątpliwości dotyczących otrzymanych wyników. Ujemna wartość współczynnika  $\beta$  oznacza, że im więcej ludzi w danym przedziale tym mniej zarażonych (zgonów) ogółem. W związku z tym otrzymane wyniki wydają się mocno sprzeczne z naturalną intuicją. Niepokoi nas również współczynnik *zerowy/wolny* - dla całkowitego braku ludzi w populacji ilość zarażonych powinna być bliższa zeru. Mamy świadomość, że bardzo małe wartości otrzymanych współczynników mogą wpłynąć na drastyczne powiększenie się błędu względnego.

Ze względu na bardzo małe liczby w przypadku procentowych obliczeń musieliśmy pomnożyć wartości macierzy przez dużą stałą, aby po *numerycznym zniekształceniu* danych macierz dalej była odwracalna.

W przypadku osób 90+ obserwacja wydaje się jednoznaczna w obu wariantach - im więcej osób w tym wieku, tym więcej zarażonych oraz zgonów z powodu *COVID-19*. W przypadku osób z przedziału 70-79 mamy ciekawą sytuację, gdzie ich duża liczba zmniejsza ogólną ilość zarażonych, ale jednocześnie zwiększa ilość zgonów.