

Zadanie dodatkowe - Markdown

Regresja liniowa

Model regresji możemy zapisać następująco

$$Y = \beta X + \varepsilon$$

Natomiast estymator KMNK β określony jest następująco

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

Dane do regresji

Użyjemy danych ze zbioru cars i zbudujemy model regresji $\text{dist} \sim \text{speed}$. Dodatkowo wykorzystując funkcję `sample()` wybierzemy jedynie 20 obserwacji, aby dokument był czytelny.

Macierz X wygląda następująco

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 15 \\ 1 & 23 \\ 1 & 14 \\ 1 & 8 \\ 1 & 10 \\ 1 & 20 \\ 1 & 10 \\ 1 & 12 \\ 1 & 20 \\ 1 & 25 \\ 1 & 20 \\ 1 & 20 \\ 1 & 24 \\ 1 & 7 \\ 1 & 17 \\ 1 & 13 \\ 1 & 15 \\ 1 & 12 \\ 1 & 24 \\ 1 & 14 \end{bmatrix}$$

W związku z tym $\hat{\beta}$ ma następującą postać

$$(X^T X)^{-1} X^T Y = \left(\begin{bmatrix} 1 & 15 \\ 1 & 23 \\ 1 & 14 \\ 1 & 8 \\ 1 & 10 \\ 1 & 20 \\ 1 & 10 \\ 1 & 12 \\ 1 & 20 \\ 1 & 25 \\ 1 & 20 \\ 1 & 20 \\ 1 & 24 \\ 1 & 7 \\ 1 & 17 \\ 1 & 13 \\ 1 & 15 \\ 1 & 12 \\ 1 & 24 \\ 1 & 14 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & 15 \\ 1 & 23 \\ 1 & 14 \\ 1 & 8 \\ 1 & 10 \\ 1 & 20 \\ 1 & 10 \\ 1 & 12 \\ 1 & 20 \\ 1 & 25 \\ 1 & 20 \\ 1 & 20 \\ 1 & 24 \\ 1 & 7 \\ 1 & 17 \\ 1 & 13 \\ 1 & 15 \\ 1 & 12 \\ 1 & 24 \\ 1 & 14 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 15 \\ 1 & 23 \\ 1 & 14 \\ 1 & 8 \\ 1 & 10 \\ 1 & 20 \\ 1 & 10 \\ 1 & 12 \\ 1 & 20 \\ 1 & 25 \\ 1 & 20 \\ 1 & 20 \\ 1 & 24 \\ 1 & 7 \\ 1 & 17 \\ 1 & 13 \\ 1 & 15 \\ 1 & 12 \\ 1 & 24 \\ 1 & 14 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 20 \\ 54 \\ 26 \\ 16 \\ 34 \\ 64 \\ 18 \\ 14 \\ 52 \\ 85 \\ 48 \\ 56 \\ 70 \\ 4 \\ 32 \\ 26 \\ 54 \\ 24 \\ 92 \\ 80 \end{bmatrix}$$

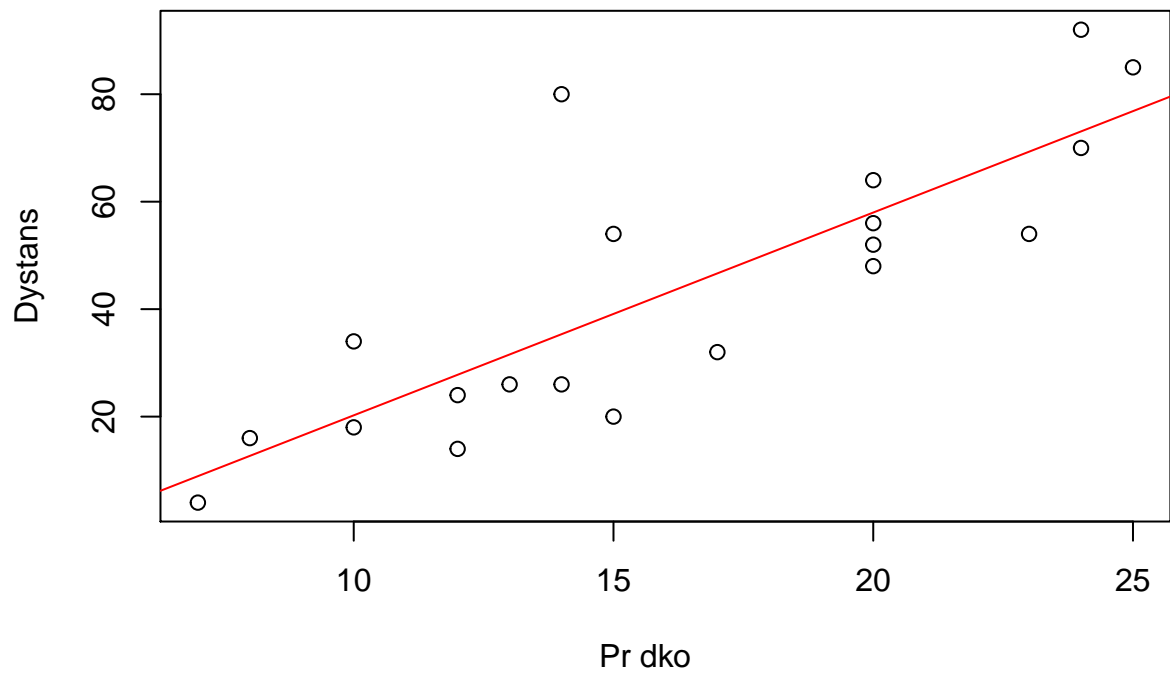
Co daje nam

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y = \left(\begin{bmatrix} 20 & 323 \\ 323 & 5807 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 869 \\ 16263 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -17.497756328846 \\ 3.77385488104309 \end{bmatrix}$$

Rysujemy wykres regresji

Wykres przedstawia zależność między dist a speed oraz oszacowaną krzywą regresji. Należy użyć funkcji plot oraz

Zależność między prędkością, a dystansem



abline.